L 2t

Z Biblioteki
c. k.
OBSERWATORIUM
astronomicznego
w KRAKOWIE.

ND
Nr. B. 420

K. S. III.9.94 L. 5

Bibl. Obserwatorium Astr. UJ

1824003713

POCZĄTKI
ASTRONOMII
TEORETYCZNEY I PRAKTYCZNEY.

Wolno drukować pod warunkiem, ażeby przed zaczęciem przedaży, złożone były w Komitecie Cenzury exemplarze tey xiążki: jeden dla tegoż Komitetu, dwa dla Departamentu Ministeryum Oświecenia, dwa exemplarze dla Imperatorskiey *Publiczney Biblioteki, jeden dla* Imperatorskiey *Akademii nauk, i jeden dla* Imperatorskiego *Uniwersytetu w Abo. Wilno dnia 27 augusta 1825 roku.*

Cenzor Radca Stanu Ignacy Reszka.

POCZĄTKI
ASTRONOMII
TEORETYCZNEY I PRAKTYCZNEY,

PRZEZ

PIOTRA SLAWIŃSKIEGO

DOKTORA FILOZOFII, PROFESSORA NADZWYCZAYNEGO ASTRONOMII W CESARSKIM UNIWERSYTECIE WILEŃSKIM, TOWARZYSTWA ASTRON. LOND. CZŁONKA,

BIBLIOTEKA C.K. OBSERWATORIUM KRAKÓW

W WILNIE.

W DRUKARNI ANTONIEGO MARCINOWSKIEGO.

1826.

PRZEMOWA.

Nikomu nie jest tayném, ile niedostatek dzieła w jakiey nauce, zmuszając uczniów do pracowitego przepisywania mniey więcey niepoprawnych sexternów, albo też zostawując ich pamięci lub naprędce robionym zapisóm, wykładaną na lekcyach publicznych naukę, utrudza i zraża ich na samym wstępie, a tém samém nabycie nauki opaźnia. Powołany od lat kilku do przewodniczenia uczącym się Astronomii w tuteyszym Uniwersytecie, uczułem zaraz tę nieprzyzwoitość, i przeto chętnie wziąłem się do ułożenia w pewnym porządku téy nauki, tak, iżby jasny i zwięzły wykład naygłównieyszych jey zasad dał czytającemu dokładne rzeczy wyobrażenie, i razem za text w dawaniu lekcyy mógł służyć.

W ogólnym tego pisma układzie wziąłem sobie za prawidło, iżby uczeń żadnego przypuszczenia, żadnéy prawdy za pewną przyjąć nie był obowiązany, dopokąd jéy sam przez własne obserwacye i rachunek dowieśdź nie jest zdolny. Przyłączona na początku dzieła wierna treść wyłożoney w niem nauki, z którey łatwo o szczegołowym jéy porządku dokładne powziąść można wyobrażenie, osobne zdawanie sprawy co do przyjętego planu dostatecznie zastąpić może. Co się tycze użytych dowodów i sposobów rozważania rzeczy, starałem się usilnie wynaleśdź takie, któreby naykrótszą drogą, i razem nayjaśnieyszą, do odkrycia szukaney prowadziły prawdy.

W kraju tak obszernym, którego rozpoczęte niedawno dokładne wymiary nie prędko ukończone zostaną, i przez czas długi usposobionych w Astronomii ludzi potrzebować będą; w kraju potężnym, otoczonym wielu morzami, w którym mądry Rząd pielęgnując wszystkie nauk gałęzie, nie szczędzi kosztów na odległe morskie podróże, szerzenie i doskonalenie nauki starożytney, i prawdziwie chlubą rozumu ludzkiego będącey, nie może bydź rzeczą obojętną. W wydaniu tego dzieła było moim zamiarem ułatwić, a przez to zachęcić młodzież naszę do tey nauki; jeżelim choć w części celu tego dostąpił, praca moja aż nadto wynagrodzoną została.

TREŚĆ I PORZĄDEK NAUKI.

ROZDZIAŁ I.

Pierwsze obserwacye nieba i ich wypadki.

ROZDZIAŁ II.

Opisanie ważnieyszych narzędzi astronomicznych, sposoby ocenienia i poprawienia ich błędów, oraz ich użycie do robienia obserwacyy.

ROZDZIAŁ III.

Sposoby oznaczania rozmaitych punktów na powiérzchni ziemi.

ROZDZIAŁ IV.

Łamanie się promieni światła w atmosferze czyli Refrakcya.

ROZDZIAŁ V.

Katalog gwiazd.

ROZDZIAŁ VI.

Parallaxa *ciał niebieskich* (*parallaxe*).

ROZDZIAŁ VII.

Bieg roczny słońca.

ROZDZIAŁ VIII.

Poprzedzanie punktów równonocnych (précession des equinoxes), i kołysanie się osi ziemskiey (Nutation).

ROZDZIAŁ IX.

Bieg słońca elliptyczny.

ROZDZIAŁ X.

Rozmaite sposoby uważania czasu, oraz zrównania dające związek między czasami różnego rodzaju.

ROZDZIAŁ XI.

Teorya biegów xiężyca.

ROZDZIAŁ XII.

O Planetach.

ROZDZIAL XIII.

Bieg wirowy słońca, xiężyca i planet.

ROZDZIAŁ XIV.

O xiężycach, czyli planetach drugiego rzędu. Atmosfera planet.

ROZDZIAŁ XV.

Aberracya światła i parallaxa roczna gwiazd stałych.

ROZDZIAŁ XVI.

O Kometach.

ROZDZIAŁ XVII.

O zaćmieniach słońca i xiężyca, i o zakryciu gwiazd przez xiężyc.

ROZDZIAŁ XVIII.

Przeyście planet niższych przez tarczę słońca.

ROZDZIAŁ XIX.

Różne sposoby oznaczenia szerokości jeograficzney mieysca, i kąta jaki czyni południk mieysca z kołem wierzchołkowém danem.

ROZDZIAŁ XX.

Sextans źwierciadłowy (Sextant de Réflexion)).

POCZĄTKI
ASTRONOMII.

ROZDZIAŁ I.

Piérwsze obserwacye nieba i ich wypadki.

I. *Widok nieba, podział jego na gwiazdy stałe i błąkające się; przedmiot nauki Astronomii.*

Nauka Astronomii, równie jak każda nauka przyrodzenia jest nauką wyciągnioną z obserwacyi. Obserwowana pewna liczba fenomenów daje nam poznać zachodzący między niemi związek, czyli prawa, podług których jedne wynikają z drugich; i to właśnie stanowi naukę, tym pewnieyszą, im te prawa z większéy liczby obserwacyy wyciągnione zostały, i im dokładniéy obserwacye robione były; dla tego naukę Astronomii od obserwacyi nieba poczniemy.

Stanąwszy w czasie pogodnego wieczora na wyniosłém i otwartém mieyscu, tak żeby widok na wszystkie strony był wolny, postrzeżemy że niebo, w miarę zmnieyszającego się światła po zachodzie słońca, coraz się większą liczbą punktów jasnych pokrywa, punkta te zowią się gwiazdami którémi zawsze niebo jest pokryte, a których dla blasku słońca widzieć w czasie dnia nie mogliśmy. Gwiazdy te, rozrzucone po niebie, mogą się poznawać i rozróżniać jedne od drugich, przez różność światła, pozorną wielkość, i rozmaite kształty jakie między sobą robią.

Jeżeli staniemy tak, że mieysce zachodu słońca będzie na stronie prawéy, zobaczymy ze strony lewéy nowe coraz gwiazdy wschodzące, te posuwają się w kierunku ukośnym, podobnie jak słońce podnoszą się, dochodzą pewnéy wysokości, zniżają się potém i zachodzą. Gwiazdy które wschodzą bardziéy na stronie lewéy podnoszą się wyżéy, dłużéy dla nas są widzialne, i punkt ich zachodu pada daléy na prawo.

Z téy prostéy obserwacyi wnieść należy, że słońce, xiężyc, i gwiazdy mają bieg rzetelny lub pozorny od wschodu na zachód, że czas między wschodem i zachodem różnych gwiazd jest różny, i że drogi gwiazd, jeżeli nie są równoległe, przynaymniéy nie zdają się widocznie między sobą przecinać. Następujących nocy tenże sam prawie widok nieba zobaczymy; nadto, rozważając i porównywając położenie gwiazd jednych względem drugich, znaydziemy że to położenie jest nieodmienne, to jest, że gwiazdy robią jedne z drugiemi i co do kształtu i co do wielkości statecznie też same figury, wyjąwszy małą ich liczbę, które się mieysce swoich nietrzymają, ale następnie od jednych gwiazd posuwają się do drugich. Dla tego podzielono niebo na *gwiazdy stałe* (étoiles fixes) nieodmieniające względnego między sobą położenia, i gwiazdy błąkające się, *planety* (planètes), które się przenoszą z jednych punktów nieba na drugie. Liczba planet znanych dzisiay wynosi dziesięć, nazwiska i znaki których do ich oznaczenia Astronomowie używają, są następujące:

Merkuryusz	☿	Uranus	♅
Venus	♀	Ceres	⚳
Mars	♂	Pallas	⚴
Jowisz	♃	Juno	⚵
Saturn	♄	Westa	⚶

Pierwsze pięć są gołem okiem widzialne, i znane były od naydawnieyszych czasów. Uranus odkryty przez Herschela

13 marca 1781, zaledwo gołém okiem może bydź dostrzeżony. Cztéry ostatnie są bardzo małe, widzieć ich bez pomocy dobrych teleskopów nie można, dla tego nazwane są planetami teleskopowemi. Odkryte zostały: *Ceres* przez Piacego (Piazzi) 1 stycznia 1801 w Palermo. *Juno* przez Hardinga 1 września 1803 w Lilienthal, Pallas i Westa znalezione były przez Olbersa w Bremen, pierwsza 28 marca 1802, druga 29 marca 1807.

Ruchy planet między gwiazdami stałemi zowią się *ruchy* lub *biegi własne* (mouvemens propres). Słońce i xiężyc są obdarzone tym ruchem, który w nich łatwo podobnym sposobem jak w planetach odkryć można, porównywając każdego dnia ich położenie z gwiazdami stałemi.

Uważaymy w czasie wschodu i zachodu słońca gwiazdy które je poprzedzają, i te które po niém idą; po kilku dniach, gwiazdy które razem prawie wschodziły ze słońcem, będą wschodzić daleko pierwicy; te zaś które po zachodzie téy gwiazdy dawały się widzieć, zbliżają się coraz bardziey do słońca, i nareszcie gasną w jego promieniach, tak że słońce następnie idąc od zachodu na wschód w ciągu roku całe niebo zdaje się przebiegać; coraz inne gwiazdy wydobywając się z jego promieni stają się nam widzialne, a inne nikną, co nam tłumaczy dla czego w różnych porach roku, różny też widok nieba nam się przedstawia.

Oprócz słońca, xiężyca, i wyliczonych wyżey dziesięciu planet, pokazują się czasem na niebie inne gwiazdy ruchem własnym obdarzone, światło ich z początku małe powiększa się potém, i doszedłszy do pewnego stopnia, znowu coraz bardziey maleje, tak że nareszcie gwiazda niknie z oczu naszych. Ciała te jakby przypadkowym sposobem jawiące się na kuli niebieskiey, przebiegają niebo w rozmaitych kierunkach, i są pospolicie otoczone pewną materyą świecącą, która odmienia swóy kształt w miarę jak te ciała zbliżają się lub odchodzą od słońca. Nazwano je kometami czyli gwiazdami ogoniastemi, z przyczyny rozwlekłego częstokroć światła, które im towarzyszy, i które się ogonem komety nazywa. Ogony te z subtelney ułożone materyi są przezroczyste tak, że przez nie gwiazdy wyraźnie widzieć można.

Oznaczyć dokładnie położenie tych wszystkich ciał niebieskich, poznawać ich biegi, a ztąd wyciągać i uczyć się praw którym są poddane, tak iżby z nich można było wyrachować mieysca które na przyszłość zaymować będą, i mieysca które dawniey zaymowały, a ztąd przepowiadać rozmaite fenomena, które się na niebie jawić będą, dochodzić i oznaczać czas tych, które się już dawniey trafiły, jest celem nauki *Astronomii.* — Wyraz ten Astronomija pochodzi od greckiego *αστρονομος*, który oznacza zaymującego się gwiazdami i nauką ich ruchów. Z takiego prac astronomicznych wyszczególnienia, łatwo widzieć można, że nauka Astronomii składa się z obserwacyi i z rachunku. Uczyć się nam więc wypadnie naypierwiey sposobu robienia obserwacyi, ażebyśmy przez nie mogli otrzymać pewne wypadki, pewne prawa, które poźniey rachunek rozszerzyć, uogólnić, i z nich nowe wyciągnąć może.

II. *Poziom, Poziomoluk, Południk. Obszerność wschodnia i zachodnia. Obserwacye wschodu i zachodu gwiazd i ich przyścia przez południk. Wysokość gwiazdy. Obserwacye te pokazują, że koła opisywane przez gwiazdy są równoległe.*

Chociaż niewątpliwą jest rzeczą że wszystkie ciała niebieskie nie są równie odległe od oka naszego, że jednak ich odległości patrząc na nie ani ocenić ani porównać nie możemy, wydają się nam wszystkie jak gdyby były osadzone na wklęsłem sklepieniu niebieskiem, którego oko jest środkiem równie od wszystkich punktów tego sklepienia odległym. Bo jak tylko nic nas nie uczy że jedne ciała są nas bliższe, a drugie dalsze, tak widocznie żadney nie masz przyczyny dla czegobyśmy o ich odległości różne robić mieli wyobrażenia, dla tego niebo wydaje się nam sklepieniem kulistém, na którém ciała niebieskie są umieszczone, mieysce zaś które zaymujemy, jest środkiem tey pozorney kuli. Koło gdzie ziemia zdaje się dotykać kuli niebieskiey, zowiemy *Poziomem* (horyzont), na nim widok nieba i ziemi dla nas się kończy. Uważając gwiazdy ku północy, postrzeżemy, że niektóre z nich w pewnéy wysokości są prawie nieruchome, oddalając wzrok od tych gwiazd w którąkolwiek stronę, napotykamy gwiazdy opisujące koła coraz większe, niektóre z nich dotykają tylko w biegu swoim poziomu, inne zanurzywszy się na chwilę, znowu się pokazują i podnoszą. Z tąd wniesiemy, że gwiazdy które dla nas zachodzą, odbywają podobny bieg pod poziomem, i jeżeli opisywane przez nie koła są równoległe, oś obrotu będzie jedna dla wszystkich kół, i jeden jéy biegun przypadać musi ku północy.

Przecięcie powierzchni ziemi z pozorną kulą niebieską, którą w zwyczayney mowie zowiemy poziomem lub widnokręgiem, będąc co do swego kształtu różne na różnych mieyscach, i zależąc wszędzie od mnieyszey lub większey nierówności ziemi, i od przedmiotów jey powierzchnią pokrywających, nie może bydź użytém w obserwacyach astronomicznych. Do robienia więc dokładnie tych obserwacyy, obierzmy taką płaszczyznę, którąbyśmy w każdém mieyscu z pewnością oznaczyć mogli, i któraby zależąc od statecznego prawa w przyrodzeniu upatrzonego, była nieodmienną na jedno i toż samo mieysce. Doświadczenie uczy, że kierunek ciężkości wszędzie jest pionowym do powierzchni wody w spoczynku zostającey; oczywista bowiem jest rzecz, że cząstki wody sile ciężkości uległe, póty muszą się ruszać i nie bydź w równowadze, póki nie zrobią powierzchni pionowéy do kierunku w którym ciążą. Do téy właśnie powierzchni, którą w małéy rozległości za płaszczyznę uważać można, przywiązane jest nazwisko poziomu. Poziom więc w nauce Astronomii, jest to płaszczyzna przechodząca przez mieysce obserwatora; równoległa do powierzchni wody w spoczynku będącey, czyli, jest to płaszczyzna pionowa do kierunku ciężkości przedłużona aż do zbieżenia się ze sklepieniem niebieskiém. Płaszczyznę tę w każdém mieyscu z wielką oznaczyć można łatwością, nić bowiem na któréy zawieszony jest ciężar, wskazuje liniją pionową do téy płaszczyzny; do niey więc obserwacye nasze odnosić teraz będziemy.

Ułóżmy na otwartém mieyscu płaszczyznę kołową promienia jakiegokolwiek, rownolegle do płaszczyzny poziomey za pomocą libelli lub gruntwagi, narzędzi powszechnie znanych, naydokładniey płaszczyznę poziomu oznaczających, których teorya na wyłożonym wyżey oparta jest początku, i postawmy się w pośrodku tego koła tak, żeby oko obserwatora doskonale w jego znaydowało się środku. Naznaczywszy na tak zrobionym poziomie sztucznym punkta *A*, *P*; *D*, i punkta *B*, *O*, *E*, oznaczające mieysca wschodu i zachodu gwiazd obserwowanych, i zapisawszy czas pokazania się i zniknienia każdey w szczególności gwiazdy, połączmy linijami prostemi punkta ich wschodu i zachodu.

Zastanawiając się nad wypadkami otrzymanych tym sposobem obserwacyy, widzieć łatwo będziemy, że gwiazda, która weszła w punkcie *A*, bawiła mniey czasu nad poziomem niż gwiazda która weszła w mieyscu *P*, a ta mniey, niż gwiazda do którey należy cięciwa *DE*, tak że gwiazda *A* widziana była *np.* przez godzin dziewięć; gwiazda *P* przez godzin dwanaście, a gwiazda *D* przez piętnaście. W ogólności czas bawienia nad poziomem będzie tym krótszy im cięciwa oddalać się będzie bardziey od punktu *C* ku południowi, i przeciwnie. Jeśli dwie, lub więcey gwiazd wschodzą w tymże samym punkcie poziomu, mieysce ich zachodu, i czas bawienia nad poziomem, będą też same. Powtórzmy te obserwacye nocy następnych, gwiazdy będą nam wschodzić i zachodzić w tych samych punktach naszego poziomu, i czas od wschodu do wschodu tuż następującego ktoreykolwiek gwiazdy będzie zawsze godzin 24. Mierząc łuki *AP*, *BO* i t. d. zawarte między cięciwami, znaydziemy je równe, cięciwy przeto *AB*, *PO*, *DE* są między sobą równoległe, linija więc *MSN* poprowadzona pionowie do jedney, będzie pionowa do wszystkich. Dwie średnice *PO*, *MN*, podzielą poziom na cztéry główne części, a ich końce oznaczą punkta *P*, *O*, *M*, *N*, nazwane *punktami głównemi poziomu* (Points cardinaux de l'horizon) *P* jest punktem wschodu, *M* południa, *O* zachodu, a *N* północy. Łuk poziomu *AO* zajęty między punktem południa, a punktem wschodzącey gwiazdy nazywa się *Poziomo-łukiem* tey gwiazdy (azimut).

Poprowadźmy półkole *MGN* przez średnicę *MN* pionowo do cięciw *AB*, *PO*, *DE*; ponieważ te cięciwy są równoległe i wyrażają przecięcia obrotów gwiazdowych z płaszczyzną poziomą, płaszczyzna *MGN* będzie pionową do kół opisywanych przez gwiazdy, i nazywa się *Południkiem* (meridien). Obserwuymy na tey nowey płaszczyznie gwiazdę *G*, która weszła w punkcie *A*, znaydziemy że czas między jey wschodem a przeyściem przez południk, równy jest czasowi między tém przeyściem a zachodem téyże gwiazdy. Oceniwszy kąt *MSG* na płaszczyznie *MGN*, który jest wysokością gwiazdy, i łuk *AP*, łatwo nam jest znaleśdź kąt *MmG* pochyłości koła gwiazdy *G* do płaszczyzny poziomu. Uczyńmy kąt $MSG = h$, będzie

$$\text{Sty}\, MmG = \frac{nG}{nm} = \frac{\text{Wst}\, h}{\text{dost}\, h - \text{wst}\, AP} = \frac{\text{Wst}\, h}{\text{dost}\, h - \text{dost}\, z}$$

gdzie $z = 90° - AP = AM =$ poziomołukowi gwiazdy.

Powtarzając obserwacyą i rachunek na rozmaite gwiazdy, kąt ten pochyłości znaydziemy statecznie tenże sam, wszystkie więc gwiazdy obracają się po płaszczyznach sobie równoległych, i bieg ich możemy uważać, jako obrot kuli niebieskiey, około osi przechodzącey przez nasze oko, unoszącey z sobą wszystkie ciała niebieskie. Oś obrotu jest osią wszystkich kół opisywanych przez gwiazdy w biegu który się obrotem dziennym nazywa, czas bawienia gwiazdy nad poziomem zowie się jey dniem, czas jey bawienia pod poziomem jest jey nocą.

Gwiazda która wschodzi w punkcie *P* a zachodzi w *O*, opisuje koło wielkie, które się zowie *Równikiem* (Equateur) od równości dni i nocy dla gwiazd które go w biegu dziennym opisują. *AP* zowie się *Obszernością wschodnią* gwiazdy wschodzącey w punkcie *A*, *amplitude ortive*, jestto łuk poziomu zawarty między wschodzącą gwiazdą, a punktem wschodu: *BO* zowie się *Obszernością zachodnią* (*amplitude occase*). Poziomołuk liczy się od punktu *M* lub *N* od 0° do 180°. Obszerność gwiazdy jest zawsze dopełnieniem poziomołuku wschodzącey gwiazdy do 90° dając znak odjemny obszerności będącey na północy, jeśli poziomołuk liczymy od punktu południa, i wzajemnie. Nim poznamy bliżey i rozsrzerzymy wiadomości nasze o płaszczyznach któreśmy sobie na poziomie sztucznym i na kuli niebieskiey uważali, zwróćmy uwagę na ziemię na którey mieszkamy, i na którey obserwacye nasze robimy. Chociaż dokładna znajomość figury ziemi przez dokładne tylko obserwacye i pracowite rożnych części jey powierzchni wymiary, nabytą bydź może, gdy jednak fenomena okazujące przybliżoną do prawdy jey postać są łatwe do obserwacyi i powszechnie prawie znajome, i gdy z drugiey strony wiadomość o tey figurze robi wiele uwag wspólnemi niebu i ziemi, dla tego nie wahałem się o niey tu mówić pierwiey nim naukę robienia dokładnych obserwacyy wyprowadzimy.

III. *Ziemia jest okrągła. Zaćmienia xiężyca, pokazywanie się naprzód wierzchołków przedmiotów odległych do których się zbliżamy, podróże około ziemi, i odmiana wysokości gwiazd w różnych punktach ziemi dowodzą tey prawdy.*

Gdybyśmy byli w pewney od ziemi odległości, figurę jey widzielibyśmy tak, jak widzimy figurę słońca, xiężyca, i innych ciał niebieskich. Nie mogąc wzrokiem naszym objąć jak tylko małą bardzo część powierzchni ziemi, żadnego wyobrażenia o jey figurze mieć nie możemy. Szukaymy więc w naturze takich fenomenów, któreby od figury ziemi zależały, a obserwując je i zastanawiając się nad niemi, potrafimy może wyciągnąć jakie wnioski, które nam tę figurę poznać dadzą. *A naprzód*, jeżeli xiężyc znayduje się w położeniu zupełnie przeciwległém słońcu, tak że idące do niego promienie przejęte zostaną przez massę ziemi, naówczas cień ziemi padając na tarczę xiężyca robi jego zaćmienie. Obserwując ten fenomen, łatwo jest widzieć, że wtenczas kiedy się xiężyc w części tylko ponurzył w cień ziemi, świecąca część jego tarczy nie jest zakończona liniją prostą, jakby to bydź powinno gdyby obwód ziemi był prostokreślny, ale owszem linija oddzielająca część światłą xiężyca od części zaćmioney jest liniją kołową, którey wypukłość obrócona jest ku stronie światłey xiężyca, co mu nadaje figurę podobną do tey jaką ma na dni kilka przed nowiem lub po nowiu. Podobną postać xiężyca widzimy gdy się on z cienia wydobywa, i fenomena te w różnych obserwowane zaćmieniach co do figury cienia są zupełnie sobie podobne, tak że cień ziemi na xiężyc rzucony w każdém położeniu zawsze jest okrągły, cień ten więc jest ostrokręgiem lub walcem, a zatém ziemia która go rzuca, musi mieć figurę okrągłą.

Powtóre: żeglarze oddalający się od brzegów widzą budowy i góry zniżające się powoli i nareszcie niknące, tak jak gdyby wodą zalane były, z wierzchołka masztu jeszcze je na chwilę zobaczyć można. Podobnie ludzie będący na brzegu widzą okręt, w miarę jak się oddala, ponurzający się w wodzie, niknie naprzód spód okrętu, daléy maszt, a nareszcie jego wierzchołek. Obserwacye te, które we wszystkich mieyscach są zawsze też same pokazują widocznie że powierzchnia mórz jest wypukła, i przez tę wypukłość zakrywa nam przedmioty odległe. Gdyby bowiem ta powierzchnia była płaską, góra albo wieża od którey się oddalamy byłaby ze wszech stron widziana, aż póki jey rozmiar optyczny dla wielkiey odległości nie stałby się nieznaczny. Podstawa wieży nie zniknęłaby pierwiéy jak jey wierzchołek; i nareszcie gdy przedmioty dla znacznéy odległości zniknęły, nie możnaby już ich było widzieć z wierzchołka masztu.

Potrzecie: Ferdynand Magellan Portugalczyk opuszczając oyczyste brzegi skierował swą drogę ku zachodowi, natrafiwszy na Amerykę ląd dawniey odkryty i nie mogąc znaleźć przeyścia dla kończenia daléy podróży ku zachodowi, skierował się ku południowi wzdłuż brzegów Ameryki, objechał ją, i znalazł się na morzu południowém, zkąd do piérwszego wróciwszy kierunku trafił na wyspy Molucckie. Odtąd okręt jego płynąc zawsze ku zachodowi znalazł Europę i wszedł do portu z którego wypłynął, od któregoby się ciągle oddalał gdyby ziemia była płaską. Dzisiay kiedy tysiące okrętów w różnych kierunkach bezprzestannie po wszystkich krąży oceanach, podobne podróże stały się częstemi, tak że o kulistey figurze ziemi żadney mieć nie można wątpliwości.

Nareszcie odmiana wysokości południkowéy gwazd stałych, uważanych z różnych punktów powierzchni ziemskiey, nie może bydź inaczéy pojętą, tylko w przypuszczeniu że ziemia ma figurę okrągłą. Jakoż kiedy się posuwamy w kierunku jednym *np.* ku południowi, czy to na morzu, czy na lądzie, gwiazdy na stronie południowéy podnoszą się coraz wyżey, i łuki ich obrotu dziennego będące nad poziomem stają się coraz większemi, nadto pokazują się gwiazdy nowe których piérwiey nie widzieliśmy, gdy tym czasem gwiazdy będące na północy coraz się zniżają zupełnie w tym stosunku jak się od nich oddalamy, coby nigdy bydź nie powinno, gdyby ziemia była płaską, owszem dla wielkiey bardzo gwiazd odległości wysokość ich zostaćby zawsze powinna taż sama (*).

Z takowych obserwacyy wnieść nam nareszcie wypada, że wody i ląd formują massę okrągłą, do niczego nie przyczepioną; czyli że ziemia jest okrągła i odosobniona w przestrzeni świata. Dokładne rozmiary i obserwacye pokazały ile się ona różni od doskonałéy kuli, ale o tém poźniey mówić będziemy.

IV. *Jak się oznacza położenie gwiazdy względem poziomu.*

Jeżeli ziemia jest doskonałą kulą, za jaką ją tymczasem uważać będziemy, linija kierunku ciężkości przedłużona myślą przeydzie przez środek ziemi; przeciągniona w górę i w doł do sklepienia niebieskiego nazywa się *liniją wierzchołkową*, koniec jey gorny na niebie zowie się *Zenit* (Zenith), punkt przeciwny z drugiey strony nieba nazywa się *Nadyr* (Nadir). Koło przechodzące przez li-

(*) Gdyby ta odmiana w wysokości gwiazd stałych wypadała z niewielkiéy ich od ziemi odległości, odmiana ta musiałaby bydź rożna dla rożnych gwiazd, i nie mogłaby zupełnie odpowiadać stosunkowi oddalenia się.

niją wierzchołkową jest pionowe do poziomu, i zowie się *kołem wierzchołkowém* (cercle vertical). Na niem mierzy się odległość gwiazdy od zenit i od poziomu. Łuk koła wierzchołkowego zajęty między gwiazdą a zenit, zowie się odległoscią gwiazdy od zenit. Ponieważ linija wierzchołkowa jest osią poziomu, zenit jest o 90 stopni odległy od poziomu, wysokość gwiazdy jest dopełnieniem odległości od zenit do 90 stopni i wzajemnie. Łuk poziomu zawarty między południkiem i kołem wierzchołkowém przechodzącém przez gwiazdę jest poziomołukiem téy gwiazdy. Poziom prowadzony przez mieysce obserwatora zowie się *poziomem fizycznym* (horizon visuel ou physique), prowadzony równolegle do pierwszego przez środek ziemi zowie się *poziomem umysłowym* (horizon rationnel). Poziom fizyczny dzieli kulę niebieską na dwie połowy widzialną i niewidzialną, wszystko co jest nad poziomem jest dla nas widzialne, wszystko co jest pod poziomem jest dla nas ukryte. Łuki dzienne gwiazd są nad poziomem, łuki ich nocne są pod nim. Jak linija wierzchołkowa tak i poziom jest stateczny dla jednego mieysca, różny zaś dla mieysc różnych, tak że przechodząc z mieysca na mieysce, i liniją wierzchołkową i poziom odmieniamy, lecz że linija wierzchołkowa jest taż sama dla dwóch przeciwległych punktów powierzchni ziemskiey przez które przechodzi, poziomy tych dwóch punktów są tegoż samego położenia. Koło małe prowadzone przez gwiazdę równolegle do poziomu zowie się *almikantarat* (almicantarat). Mając znaną wysokość czyli almikantarat gwiazdy i jéy poziomołuk mamy znane położenie téy gwiazdy względem poziomu.

V. *Równoleżniki niebieskie, równik, jego bieguny, położenie gwiazd względem równika.*

Koła które w obrocie dziennym opisują gwiazdy nie przechodzą przez środek pozorney kuli nieba, ich bowiem płaszczyzny w różnych punktach oś wspólną przecinają, są to więc koła małe, jedno tylko z nich, którego płaszczyzna przechodzi przez środek kuli, jest kołem wielkiem i zowie się *równikiem* (Equateur). Wszystkie inne koła opisywane przez gwiazdy zowią się *równoleżnikami niebieskiemi* (parallèles celestes). Rownik jako koło wielkie przecina się z poziomem na dwie równe części, gwiazdy zatém będące na równiku tyle czasu bawią pod poziomem, co nad poziomem, czyli ich dzień i noc są równey długości. Linija przecięcia poziomu i równika, zowie się liniją wschodu i zachodu. Oś obrotu dziennego, albo oś świata jest osią równika, końce tey osi na niebie są jego biegunami, które się jeszcze nazywają biegunami świata. Pochyłość równika do poziomu, czyli wysokość równika, jest dopełnieniem pochyłości osi świata do poziomu czyli wysokości bieguna. Równik dzieli kulę niebieską na dwie równe części, północną i południową, biegun będący na stronie pierwszey nazywa się *północnym* (pôle arctique), na stronie drugiey zowie się *biegunem południowym* (pôle antarctique): odległość gwiazd od równika zowie się *zboczeniem gwiazd* (Declinaison). Zboczenie jest połnocne (Boréale) lub południowe (australe), podług tego jak gwiazda znayduje się na połkuli północnéy lub południowéy. Poprowadźmy płaszczyzny kół wielkich przez bieguny świata; koła te będąc pionowe do równika służyć będą do mierzenia zboczeń gwiazd, i dla tego koło wielkie przechodzące przez biegun równika nazywa się *kołem zboczeń* (Cercle de declinaison). Łuk koła zboczeń zawarty między równikiem a gwiazdą jest zboczeniem gwiazdy, łuk tegoż koła zawarty między gwiazdą a biegunem jest odległością gwiazdy od bieguna która jest dopełnieniem zboczenia do 90°. Zboczenie tak jak wysokość liczy się od zera do 90°. Jeżeli weźmiemy jaki punkt równika za zero, kąt w biegunie świata zawarty między kołem zboczeń przechodzącém przez punkt zera, a kołem zboczeń przechodzącém przez gwiazdę, zowie się *wznoszeniem się prostém* gwiazdy (Ascension droite). Punkt równika, który Astronomowie wzięli za zero, jestto punkt równonocny wiosenny, jeden z dwóch przecięć równika z ekliptyką, czyli pozorną drogą słońca, jak to poźniey widzieć będziemy. Łuk równika zawarty między dwoma kołami zboczeń jest różnicą we wznoszeniu się prostém dwóch gwiazd przez które koła zboczeń przechodzą.

VI. *Południk, jego oś i bieguny. Górowanie gwiazd. Wysokość równika. Wyrażenie poziomołuku wschodzącey gwiazdy przez funkcyą jey wysokości południkowéy. Łuk połdniowy. Gwiazdy kołobiegunowe.*

Jeżeli koło zboczeń przechodzi przez zenit, staje się wtenczas razem kołem wierzchołkowém, i przybiera nazwisko *Południka* (meridien). Południk tedy jest koło wielkie pionowe do równika i poziomu, oś jego leży na przecięciu tych dwóch płaszczyzn, i jest liniją wschodu i zachodu, końce tey linii są jego biegunami. Koła dzienne i nocne równika i wszystkich kół równoległych podzielone są przez południk na dwie równe części, tak że gwiazdy przychodząc do południka nad poziomem są w połowie dnia swojego, i w naywiększey wysokości, moment ten zowie się górowaniem gwiazd (culmination). Czas przeyścia gwiazdy przez południk pod poziomem jest naywiększém pogrążeniem i środkiem jéy nocy. Niech *OZQ* (fig. 2) wyraża koło południka, *S* środek kuli, *Z* zenit, *P* biegun północny, *P'* biegun południowy. *AQ* jest przecięciem równika z południkiem (jestto rzut pionowy równika na płaszczyznę południka). Kąt *ASO* jest wysokością równika i wysokością południkową gwiazdy opisującéy w biegu dziennym równik, kąt ten jest równy pochyłości płaszczyzny równika i wszystkich równoleżników do poziomu, jak to zrównanie § 2 pokazuje, gdzie mamy:

$$\text{sty. pochył} = \text{sty}\, I = \frac{\text{wst}\, h}{\text{dost}\, h - \text{dost}\, Z}$$

ponieważ poziomołuk gwiazdy równikowéy $=90^o$, (fig. 1)

$$\text{dost}\, Z = o. \qquad I = h.$$

Wysokość tedy gwiazdy jakieykolwiek będącey na równiku, wzięta w czasie jéy przeyścia przez południk, daje pochylenie równika, a ztąd odległość zenit od bieguna, albowiem $ZP = AO$, tak jak $AZ = PI =$ podniesieniu bieguna nad poziom.

Linija *OI* jest liniją południową: punkt *O* jest punktem południa, punkt I punktem północy: są to bieguny świata przeniesione na poziom mieysca. Niech E oznacza punkt gwiazdy na południku; łuk OE wyrażać będzie wysokość jéy południkową, ponieważ ta wysokość, mnieyszą jest niż wysokość gwiazd równikowych, poziomołuk jéy w czasie wschodu będzie także mnieyszy. Z wywiedzionego bowiem pod § 2 zrównania,

$$\text{sty}\, I = \frac{\text{wst}\, h}{\text{dost}\, h - \text{dost}\, Z}$$

łatwo jest wyciągnąć wartość na dost$Z$ przez funkcyą h, i uważać, jak za odmianą h, odmienia się Z.

Jakoż:

$$\text{sty}\, I\, \text{dost}\, h - \text{dost}\, Z\, \text{sty}\, I = \text{wst}\, h.$$

$$\text{dost}\, z = \text{dost}\, h - \text{wst}\, h\, \text{dosty}\, I = \frac{\text{wst.}\, I\, \text{dost}\, h - \text{wst}\, h\, \text{dost}\, I}{\text{wst.}\, I}$$

$$\text{dost}\, Z = \frac{\text{wst}(I - h)}{\text{wst}\, I}$$

Widzimy, że poziomołuk wschodzącéy gwiazdy tym jest większy, im wysokość jest większa, i że Z nie może bydź $= 90°$, tylko kiedy $h = I$; jeśli $h = O$

$$\text{dost}\, Z = 1, \qquad Z = o.$$

Gwiazda w biegu dziennym coraz poziomołuk swóy odmienia, dla oznaczenia jego prowadzi się jakeśmy mówili koło wierzchołkowe, a łuk poziomu zawarty między południkiem i kołem wierzchołkowém prowadzoném przez gwiazdę jest poziomołukiem gwiazdy. Poziomołuk tedy gwiazdy w czasie jéy przechodu przez południk jest zero. Uważając figurę 2 jako rzut pionowy półkuli niebieskiey na płaszczyznę południka, linije EF, BI i t. d. będą rzutami pionowemi kół równoległych. Linija EM jest rzutem części półkola, która się zowie *Łukiem pół-dniowym* (arc semi-diurne), łuk MF, jest łukiem *Połowy nocy* (arc semi-nocturne). Ponieważ linija ME jest mnieyszą od MF, łuk półdniowy i dzień téy gwiazdy krótszym jest niżeli jey noc; przeciwnie dzień gwiazdy BD jest dłuższym od jey nocy. Ponieważ zaś $AS=SQ$ dni i nocy gwiazd będących na równiku uważane z jakiegokolwiek bądź mieysca, są sobie równe.

Uważając gwiazdy między zenit a południem łatwo jest widzieć, że ich wysokość tym bardziey się zmnieysza, im więcey się oddalają od bieguna północnego, i jeżeli ta odległość równa jest PO, gwiazda w czasie przeyścia przez południk będzie na poziomie, czyli jey wysokość będzie równa zero; gwiazdy zatem których odległość od bieguna północnego równa jest lub większa od $90°+$ odległość bieguna od zenit, nigdy dla nas nie weydą. Przeciwnie gwiazdy B, cały równoleżnik BI leży nad poziomem, gwiazda więc ta nigdy dla nas nie zaydzie. W ogólności, gwiazdy których odległość od bieguna północnego mnieysza jest od wysokości tegoż bieguna nad poziom mieysca, nigdy dla tego mieysca nie zaydą. Naypierwszą z tych gwiazd będzie ta którey odległość od bieguna północnego równa jest wysokości tegoż bieguna, jak to łatwo jest widzieć i na figurze, i ze zrównania:

$$\text{dost}\, Z = \frac{\text{wst}\,(I-h)}{\text{wst}\, I}.$$

czyniąc bowiem w tém zrównaniu

$$Z = 180°$$

otrzymamy zrównanie na gwiazdę która w czasie kiedy jest na poziomie, znayduje się razem na południku ze strony północney

$$-1 = \frac{\text{wst}\,(I-h)}{\text{wst.}\, I}$$

$$h = 2I.$$

Zboczenie więc tey gwiazdy równe jest I czyli wysokości równika nad poziom. Inne gwiazdy, które są jeszcze bliższe bieguna, jak *np.* gwiazda v mają dwie wysokości południkowe vI i xI. Przeyście gwiazdy przez punkt v nazywa się *Przeyściem wyższém* (passage supérieur), przechód zaś pod biegunem w punkcie x zowie się *Przéyściem niższém* (passage inférieur). Mamy tedy gwiazdy jedne, które nam nigdy nie wschodzą, i drugie które mając odległość biegunową równą lub mnieyszą niż wysokość bieguna, nigdy nie zachodzą, jedne i drugie zowią się gwiazdy niezachodzące albo *Kołobiegunowe* (Etoiles circompolaires). Obserwacye przechodu gwiazd przez południk, ich wschodu i zachodu, pokazują, że dzień czyli część widziałna równoleżników opisywanych w biegu dziennym podzielona jest przez południk co do czasu na dwie równe części, obserwacye przechodów wyższych i niższych gwiazd kołobiegunowych dowodzą że południk dzieli cały czas ich obrotu na dwie równe połowy, to oczewiście prowadzi nas do wniosku, że obrot ten odbywa się ruchem jednostaynym. W nauce Astronomii przypuszczamy wszędzie jednostayność w biegach gdzie żadna nierówność nam się nie jawi, aż póki jakie fenomena lub obserwacye nierówności téy postrzedz i poznać nie dadzą; lecz że jednostayność biegu dziennego nieba jest rzeczą bardzo ważną, należy nam ją przez pewniéysze wyprobować obserwacye, do tego potrzeba nam piérwiéy poznać narzędzia jakie się do robienia dokładnych obserwacyy używają.

ROZDZIAŁ II.

Opisanie ważniéyszych narzędzi astronomicznych, sposoby ocenienia i poprawienia ich błędów, oraz ich użycie do robienia obserwacyy.

VII. *Co jest czas? Dzień gwiazdowy i jego podział. Skład i teorya zegarów. Na czem zależy jednostayność ich biegu? Różne sposoby kompensacyi pendułów.*

Ponieważ się chcemy przekonać o jednostayności obrotu kuli niebieskiéy, oczywista więc jest rzecz, że do tego mieć powinniśmy narzędzie jak naydokładniey czas wymierzające. Wyobrażenie czasu rodzi się w nas z obserwacyi różnych fenomenów jedne po drugich odbywających się. Obserwując dwa fenomena *A* i *B*, jeżeli widzimy, że między początkiem i końcem fenomenu *A*, fenomen *B* powtórzył się pięć razy, wnosimy, że czas na odbycie się fenomenu *A* jest pięć razy dłuższy, jak fenomenu *B*, i tym sposobem nabywamy wyobrażenia czasu w jakim się uskutecznia fenomen *A*. Dla mierzenia czasu powinniśmy upatrzyć w przyrodzeniu, lub sztucznie zrobić fenomen, któregoby czas trwania był zawsze tenże sam, kiedy go tylko powtórzyć zechcemy; czas trwania tego fenomenu oznaczy pewną chwilę, która porównana z innemi, da nam wyobrażenie i miarę czasu, w jakim się inne odbyły zdarzenia. Nayhardziey nam dający się czuć fenomen w przyrodzeniu jest obrót nieba około ziemi, bo nam sprowadza dzień i noc koleją. Przeciąg ten czasu, który się nazywa dniem gwiazdowym, dzieli się na 24 godziny, godzina na 60′, minuta na 60″. Napełniymy jakiekolwiek naczynie rozciekiem, którywby otworem umyślnie na to zrobionym mógł z niego wybiegać; jeżeli rozciek w przeciągu dnia gwiazdowego wybiega 24 razy z naczynia, oczywista jest, że trwałość takowego wybieżenia mierzyć nam będzie $\frac{1}{24}$ część dnia gwiazdowego, czyli jednę godzinę. Dawniey nie znano innego sposobu mierzenia czasu, jak tylko przez wybieganie z naczynia piasku lub jakiego płynu, którego ilość zachowując zawsze jednostayną, otrzymywano blizko jednostayny przeciąg czasu; narzędzia te zwane są *Klepsydry* (Clepsydres). Łatwo jest widzieć niewygody i niedoskonałości przywiązane do takowych narzędzi.

Wystawmy sobie koło (fig. 3) mogące cię obracać wolno około osi swojey. Ciężar *P*, zawieszony na sznurze okręconym na walcu, spadając, ruch kołu *m* nadaje, ale ruch ten, chociaż go tak powolnym, jak sami chcemy, uczynić można, wcale nie będzie jednostaynym: ciężar bowiem biegąc ruchem przyspieszonym, szybkość kręcącego się koła coraz powiększać musi. Zapobieżono temu wstrzymując bieg koła, a przezto niszcząc za każdym razem nabytą szybkość. Niech *lM* wyobraża pręt metallowy mający na końcu dolnym ciężar *M*, pręt ten przyczepiony w punkcie *l* do pręta poziomego *la*, może się za nadaniem mu ruchu wahać około punktu zawieszenia, wciągając w ten ruch walec *la* oparty w punktach *A* i *a*, z którym nierozdzielnie jest złączony. Gdyby tarcie i opór powietrza nie niszczyły ciągle nadaney wahadłu siły, wahadło to wiecznieby się ruszało i liczbą kołysań swoich czas mierzyćby nam mogło: gdyż wahania się te jak wiemy są jednoczesne, nawet wtenczas kiedy nie są równe, byleby kąty oddalenia się wahadła od linii pionowey były bardzo małe. Lecz w rzetelnym rzeczy stanie ruch ten dla tarcia i oporu powietrza trwać ciągle nie może; obaczymy zaraz jak łącząc takowe wahadło z kołem poruszanem spadającym ciężarem zyskano bieg jednostayny.

Przy punkcie *N* są dwie zaczepki *Nb*, *Nb'* zakrzywione w punktach *b* i *b'*; wahadło przychodząc do punktu *L* zaczepia jedną z nich za ząb kręcącego się koła, i wstrzymuje go na chwilę; lecz że koło było w biegu, ząb zaczepiony nadaje część siły wahadłu, i nagradza to co straciło przez tarcie lub opór powietrza, wahadło powraca nazad, i uwalniając ząb koła, wznosi się nabytą szybkością do punktu *L'*, gdzie zaczepka druga zapada podobnie za ząb następujący i bieg wstrzymuje. Ztąd widzimy że w przeciągu przechodu wahadła z położenia *lL* do *lL'* i znowu z tego położenia do *lL* też same zawsze działają siły; fenomena tedy jednostaynie się odbywają, i chwile wszystkie między sobą są równe.

W rysunku do tego opisania przyłączonym, koło *m* i oś *al* są na płaszczyznie papieru, na płaszczyznach zaś pionowych do niey leżą zaczepki *Nb* i *Nb'*, jako też droga odbywana przez wahadło. Długość pręta wahającego się jest dowolna, lecz jeżeli chcemy aby czas przeyścia wahadła od *L* do *L'*, czyli, co to samo jest, aby spadnienia następne zębów wskazywały nam chwilę równą $\frac{1}{86400}$

dnia gwiazdowego, czyli równą jedney sekundzie gwiazdowéy, długość pręta powinna bydź na Wilno 440,80 lin. stopy paryz. (Jeogr. J. Sniadeckiego k. 166). Ciężar L nazywa się soczewką, gdyż zazwyczay dla łatwieyszego rozdzielenia powietrza kształt ma soczewki. Jeżeli do koła m mającego zębów 60, dodamy inne dwa, którychby obroty były jednego 60, a drugiego 1440 razy powolnieysze niżeli koła m, i na osiach kół umieścimy skazówki oznaczające biegiem swoim godziny, minuty, i sekundy, będziemy mieć wszystko co stanowi zegary, jakie dzisiay są używane, wyjąwszy że w nich postać i umieszczenie zaczepek jest mniey więcéy różne, ale teorya na któréy się użycie ich zasadza, zawsze taż sama.

Bieg opisanego tu zegaru póty będzie jednostayny, póki z odmianą temperatury nie odmieni się długość wahadła. Jakoż jeśli wahadło stanie się *np.* dłuższém przez ciepło, dłuższego potrzebować będzie czasu do przeniesienia się z punktu L do L', chwile wahania się zegaru nie będą równe, i będą się miały na łuki bardzo małe, jak pierwiastki drugiego stopnia z długości wahadła.

Zrównanie na trwałość wahań jest

$$T = \pi \sqrt{\frac{a}{g}}$$

Gdzie T wyraża czas całkowity jedney oscyllacyi, π stosunek obwodu do średnicy, a długość wahadła, a g siłę ciężkości różną na różne mieysca powierzchni ziemskiey, któréy dzielność na Paryż wyraża się przez 9^m,8088. Sekundy tedy wskazywane na zegarze odmieniając się za odmianą temperatury nie będą jednostaynéy długości. Tym sposobem bieg zegaru ciągłym podlegałby odmianom, gdyby nie znaleziono sposobu zapobieżenia téy nieprzyzwoitości.

Figura 4ta wystawia wahadło złożone z prętów żelaznych AD, GH, SC, rR, $G'H'$, $A'D'$, i czterech miedzianych EF, KI, $K'I'$ $E'F'$; punkt S jest punktem zawieszenia. Daymy, że pręt żelazny długości L, w temperaturze topniejącego lodu, rozszerza się na każdy stopień o ilość n swojéy długości, czyli o nL; w temperaturze t przedłużenie jego wyrazi się przez $nt.L$. Podobnie jeżeli pręt miedziany przedłuża się na każdy stopień o ilość np. m swojéy długości, przedłużenie się całkowite w temperaturze t pręta tyleż długiego, ile żelazny, wyrazi się przez $mt.L$.

Jeżeli się temperatura podnosi, pręt żelazny AD przedłuża się, i punkt D zniży się o ilość $nt.AD$, za czém póydzie zniżenie się punktu E. Punkt E spadając ciągnie za sobą punkt F, lecz z drugiéy strony pręt miedziany EF rozszerza się w górę i punkt ten podnosi, tak, że odmiana w położeniu punktu F będzie równa różnicy tych dwóch skutków, to jest $= nt.AD - mt.EF$; punkt G o tyleż się odmieni. Odmiana położenia punktu H jest summą odmiany punktu G i przedłużenia się pręta miedzianego GH, równa więc będzie $nt.AD - mt.EF + nt.GH =$ odmianie w położeniu punktu I; podobnie gdy pręt IK przedłuża się o $mt.IK$, odmiana punktu K wyrazi się przez $nt.AD - mt.EF + nt.GH - mt.IK$; cały ten skutek wpłynie na odmianę położenia punktu r i punktu R. Nadto pręt rR przedłużając się ściąga punkt R na dół o ilość $nt.rR$; dodawszy więc jeszcze do tego $nt.SC$, przedłużenie się pręta SC; cała odmiana w położeniu punktu R wypada

$$nt(SC + AD + GH + rR) - mt(EF + IK).$$

Jednostayność biegu zegaru zależy na tém, aby punkt R jako środek wahania się był zawsze w równéy odległości od punktu zawieszenia, do tego potrzeba aby

$nt(SC + AD + GH + rR) - mt(EF + IK)$ było równe zero.

Ztąd

$$\frac{m}{n} = \frac{SC + AD + GH + rR}{EF + IK} = \frac{a}{c} \cdots (1).$$

Idzie o znalezienie długości cztérech prętów żelaznych i dwóch miedzianych, którychby summy były między sobą w stosunku $m:n$. Jeżeli wahania się pręta mają bydź równe każde jedney sekundzie czasu gwiazdowego, pręt SR w Wilnie jakeśmy mówili, powinien bydź długi na 440,80 linii st. par. Oznaczmy tę długość przez p.

$$SR = SC + (AD - EF) + (GH - IK) + rR =$$
$$= SC + AD + GH + rR - (EF + IK) = a - c.$$
$$p = a - c \cdots (2).$$

Ze zrównań (1) i (2) łatwo wyciągniemy a i c, to jest summę długości prętów żelaznych i miedzianych; jakoż

$$a = \frac{mp}{m-n}, \qquad c = \frac{np}{m-n}.$$

Opuściliśmy w naszym rachunku pręty będące ze strony prawéy, ale łatwo jest widzieć, że ich uwaga, ani naszego rozumowania nieodmienia, ani też wpływa na ilość otrzymanych wypadków,

W niektórych zegarach do pręta CR przydany jest równoległościan $aefb$ (fig. 5) złożony z dwóch sztab metallowych nierówną mających sposobność rozszerzania się; sztaba ef mająca sposobność mnieyszą powinna bydź na wierzchu drugiey; do tych sztab przyłączone są dwa ciężary O i Q; pręt CR i sztaba ef może bydź żelazną, a sztaba ab miedzianą. Skoro dla podniesionéy temperatury pręt CR przedłuża się, punkt R oddala się od punktu C, ale z drugiéy strony sztaby ef i ab przedłużają się także, lecz że sztaba żelazna przedłuża się mniey niż miedziana, a końce ich mocno są z sobą złączone, kształt sztab musi z linii prostéy przeyść na figurę łuku, gdzie sztaba ab jest zewnętrzną. Ztąd wypadnie koniecznie podniesienie się ciężarów Q i O, a przez to podniesienie się środka ciężkości. Jeżeli temperatura spada, pręt CR skraca się, i środek ciężkości podnosi się, ale za to sztaby wychylają się w stronę przeciwną, i zniżając ciężary Q i O, zniżają punkt R.

W wielu obserwatoryach, szczególnie angielskich, wahadło zegaru ma u spodu walec napełniony żywém srébrem, jakto fig. 6 wystawia, jeżeli pręt przez ciepło rozszerza się, żywe srebro postępuje w górę, i podnosi opadający środek ciężkości, i na odwrot. Wreszcie rozmaite są sposoby zapobiegania, aby środek ciężkości (*) położenia swojego względem punktu zawieszenia nie odmieniał, ale opisanie ich szczegółowe mieysca tu znaleźć nie może. Pierwszy i ostatni z wyżey opisanych naypospoliciey są używane.

VIII. *Cel teleskopów. Teleskop holenderski, Teleskop astronomiczny. Lunety niekolorujące (achromatiques). Teleskop Gregorego. Teleskop Newtona, Cassaigrain, i Herschela. Powiększanie Teleskopów ma swoje granice. Cel mikrometrów, tojest nici w ognisku lunet będących.*

Teorya teleskopów właściwie należy do optyki, przeto ją tylko pokrótce tu wyłożymy.

Celem teleskopów jest *naprzód* wystawić obraz przedmiotu pod kątem widzenia większym od kąta pod którym się pokazuje sam przedmiot, co się nazywa *powiększeniem* (amplification); *powtóre:* nadadź obrazowi zakończenie wyraźne; *potrzecie*, czynić widzialnemi te przedmioty, które dla wielkiey odległości, lub słabego światła gołem okiem widziane bydź nie mogą. Za pomocą teleskopu, który powiększa 200 razy, możemy widzieć xiężyc pod kątem 200 razy większym, zupełnie tak jak gdybyśmy 200 razy bliżey jego byli. Szkło teleskopu obrócone do przedmiotu formuje w mieyscu zwanem *ognisko* (foyer), obraz przedmiotu, który się za pomocą szkła wypukłego podług upodobania powiększać może, tak jak się powiększają wszelkie

---

(*) W wyrażeniu długości wahadła uważaliśmy odległość punktu zawieszenia od środka ciężkości, właściwie mówiąc, należy uważać odległość punktu zawieszenia od punktu który się zowie środkiem wahania się (centre d' oscillation), i ta odległość powinna pozostać nieodmienną, wszakże to rozumowania naszego nie odmienia, gdyż w wahadłach zegarowych środek wahania się jest blisko pod środkiem ciężkości i razem z nim podnosi się i opada. (Mécan. de Poisson § 572).

przedmioty przez takowe szkło uważane; i ta jest teorya teleskopów.

Teleskopy do widzenia przedmiotów odległych, są dwojakie: jedne w których malują się obrazy tychże przedmiotów przez promienie złamane za pomocą szkieł, i te nazywają się *dyoptryczne* (lunettes dioptriques); drugie w których się obrazy rzeczy malują przez promienie odbite za pomocą zwierciadeł, i te nazywają się *katoptryczne* (lunettes catoptriques), albo *teleskopy zwierciadlane* (télescopes à miroir). Piérwszego rodzaju są dwa gatunki: jeden nazwany teleskopem *holenderskim*, zawiéra w sobie dwa szkła, z których jedno albo z obudwóch stron wypukłe, albo płasko-wypukłe obrócone jest do przedmiotu, i nazwane *szkłem przedmiotowém* (Lens objectiva), drugie wklęsło-płaskie, nazwane *szkłem okowém* (Lens ocularis). W tym teleskopie przedmioty pokazują się co do swego położenia tak jak są rzeczywiście.

Drugi gatunek teleskopów dyoptrycznych jest ten, który *astronomicznym* nazywają jaki nam (fig. 7) wystawia: złożony on jest z dwóch szkieł *A* i *B* z obu stron wypukłych, z których piérwsze jest przedmiotowém, drugie okowém, oba te szkła mają wspólną oś *AB*, ich ogniska przypadają w témże samém miéyscu gdzie się przedmiotu *PQR* obraz *pqr* maluje wywrotnie tak, że oko patrząc przez szkło *B* widzi ten obraz odmalowany na wspak. Chcąc przez ten teleskop widzieć przedmioty, tak jak są rzeczywiście, potrzeba jeszcze dwa szkła przydadź, jak się to robi w lunetach do przedmiotów ziemskich. Wszakże takowe przydanie zmniéysza wyraźność obrazu gdyż wiele promieni traci się przechodząc przez znaczną szkieł liczbę. Tak w teleskopie holenderskim, jak i astronomicznym wielkość przedmiotu przez nie widzianego, jest w stosunku prostym odległości ognisk szkieł przedmiotowych, a w stosunku odwrotnym odległości ognisk szkieł okowych, i dla tego długość zbytnia tych teleskopów, ktorą im dają dla zwiększenia przedmiotu, jest jedną z niewygód przywiązanych do tego narzędzia.

Naywiększą dotąd było przeszkodą do wydoskonalenia lunet, nierówne łamanie się promieni różnego koloru, jakoż w lunecie zwyczayney obrazy przedmiotów są otoczone kolorem tęczy; ztąd wypada, że ognisko lunet staje się nie pewne, a przedmioty źle zakończone. Newton, Euler, Jan Dollond, sławny optyk i artysta, chcąc zapobiedz takowym nieprzyzwoitościom, myśleli nad różnemi sposobami zebrania rozłamanych promieni różnego koloru w jedno: co też poźniey szczęśliwie do skutku przywiedziono. Euler pierwszy uważając, że promienie rysujące obraz w oku naszém nie rozdzielają się na promienie kolorowe chociaż się tam łamią, wniosł przeciwko zdaniu Newtona, że promienie mogą się łamać, a jednak się nie rozdzielać na promienie kolorowe. Myśl ta dała powód do licznych bardzo doświadczeń. Dollond z początku sprzeciwił się zdaniu Eulera uważając, że się ono nie zgadza z prawem refrakcyi przez Newtona w teoryi o kolorach dowiedzioném, podług którego rozdzielanie się promieni w ciałach różney natury powinno bydź proporcyalne łamaniu się tychże promieni, a stąd promień wypadający wtenczas tylko może bydź biały, kiedy jego kierunek jest równoległym kierunkowi promienia wpadającego; ale poźniey przekonany o mylności tego prawa przedsięwziął w tym celu liczne doświadczenia (*). Robił on graniastosłupy małe ze szkła żołtawego zwanego pospolicie weneckiém, ze szkła angielskiego znanego pod imieniem (crown-glass), *verre en couronne*, i z kryształu białego, nazwanego (Flint-glass). Przez te doświadczenia wielokrotnie powtórzone, znalazł, że graniastosłupy złożone ze szkła zielonego (crown-glass), i szkła białego (Flint-glass), łamiąc promienie światła nie rozkładają ich na promienie kolorowe; ztąd wypada, że szkło przedmiotowe złożone w pewny sposób z tych dwóch gatunków szkła, powinno dać obraz wolny od kolorów rozdzielających się promieni, które sprawują niewyraźność jego.

(*) Obszernieyszą historyą wynalazku szkieł achromatycznych znaydzie czytelnik w notach do karty 535 Optyki Smita (Traité d' Optique par M. Smith traduit de l' anglais).

Po różnych doświadczeniach robionych przez ludzi uczonych i artystów, a szczególniey przez Dollonda, otrzymano szkła przedmiotowe dające obraz dobrze zakończony. Lunety tym sposobem robione stały się bardzo sławnemi; nazwano je lunetami *achromatycznemi*, czyli *niekolorującemi* (lunettes achromatiques); w nich szkło przedmiotowe pospolicie się składa z dwóch albo z trzech szkieł, z których jedno jest z kryształu białego (flint-glass) z obu stron wklęsłe, położone między dwoma szkłami z obu stron wypukłemi, wyrobionemi z kryształu angielskiego (crown-glass) (*).

Zaradza się jeszcze kolorowaniu obrazów przez teleskopy zwierciadlane, w których zwierciadła wklęsłe są wprawione, i zastępują mieysce szkieł przedmiotowych. Różne są gatunki takowych teleskopów; jeden wynalazku *Gregorego*, jaki nam wyraża figura 8, złożony jest naprzód ze zwierciadła wklęsłego *BCB'* przedrążonego na osi w *C*, i z drugiego zwierciadła małego *FF'* także wklęsłego; oba zaś te zwierciadła mają oś spólną, przedmiot *PQ* bardzo odległy rzuciwszy swe promienie na zwierciadło *BB'* maluje się w jego ognisku, stamtąd promienie tego obrazu rozchodząc się trafiają na zwierciadło *FF'*, i tu odbite idą zgromadzić się blizko zwierciadła *BB'* w mieyscu *pq*, robiąc na tey samey osi obraz drugi, gdzie przypada ognisko szkła okowego *N*; oku więc patrzącemu przez jedno lub dwa wypukłe szkiełka, obraz ten drugi maluje się tego samego położenia co i przedmiot.

Drugi teleskop zwierciadłowy jest *Newtona*, jaki nam wystawia fig. 9. Ten składa się z jednego zwierciadła wklęsłego *A* mającego swoje ognisko w mieyscu *p*: oprócz tego jest jeszcze zwierciadło małe płaskie *MN* nachylone o 45° do osi; odbite od niego promienie formują w ognisku szkła okowego obraz *p'q'*, który oko widzi z boku przez

(*) Jak się oznaczają *warunki achromatyzmu* (les conditions de l'achromatisme) znaydzie czytelnik w Fizyce Biota (Traité de Ph. Tome III p. 479).

szkło wypukłe *D*. Jeżeli się obraz od zwierciadła przedmiotowego oddala za zbliżeniem się do niego przedmiotu, zwierciadło płaskie *MN* także się odsuwać powinno, aby się zawsze obraz w ognisku szkła okowego malował: dla tego więc, posuwając do oka takowe zwierciadło, szkło też okowe w tę samę stronę posuwać się musi.

Cassaigrain zamiast zwierciadła wklęsłego *FF'* (fig. 8) wprawił zwierciadło wypukłe, na które promienie odbite od zwierciadla wielkiego padają pierwiey nim dóydą do swego ogniska, i stamtąd odbite dążą do szkła okowego, przed którem formują obraz wywrócony. Zwierciadło wypukłe ma lekką bardzo wypukłość tak że nie rozprasza promieni schodzących się, ale tylko punkt ich zeyścia się oddala.

Naywiększy teleskop Herschela 40 stop długi, składa się ze zwierciadła wklęsłego dwoch stóp średnicy, od którego odbite promienie formują w ognisku obraz przewrócony, który obserwator przez szkło powiększające obserwować może. Ten teleskop ma tę korzyść, że promienie raz jeden tylko odbijają się, a przeto jak naymniey ich przez odbicie traci się, lecz z drugiey strony, ponieważ mieysce obserwatora jest między przedmiotem a zwierciadłem, część przeto zwierciadła zakryta jest dla przedmiotu, dla tego teleskopy tego rodzaju przy bardzo wielkich tylko zwierciadłach mają swoję korzyść, tak jak w teleskopie Herschela lub w teleskopie Schrötera, który w obserwatorium Gettyngskiém jest umieszczony. W tych teleskopach oś narzędzia kieruje się nieco ukośnie do przedmiotu, skąd wypada, że się obraz maluje z boku osi i obserwator w położeniu takiém małą tylko część zwierciadła zakrywa, tak że strata promieni tym sposobem może bydź mnieysza, niżby była przez podwóyne odbicie.

Teleskopy katoptryczne tak jak i dioptryczne mają także swoje nieprzyzwoitości: bo naprzód, figura kulista zwierciadeł nie zgromadza doskonale promieni w ognisku, i wiele się ich przez odbicie traci, pozostałe odbite znowu o drugie zwierciadło, podobną stratę ponoszą; obraz więc osłabiony przez dwojakie odbicie się promieni, traci na swojéy jasności; powtóre powietrze i wilgoć psuje źwierciadła, których naprawa nieźmiernie jest trudna.

Chociaż astronomowie używając mocniéy powiększających szkieł okowych, mogą podług upodobania obraz przedmiotu powiększać, w użyciu jednak powiększenie to ma swoje granice. Obraz bowiem w naydoskonalszych lunetach nie jest matematycznie doskonały, co do swego zakończenia: gdyż dla trudności zniesienia kolorowania obrazu, i wybrania doskonale jednorodnego szkła przedmiotowego, promienie jednego punktu przedmiotu nie zbierają się matematycznie w punkt jeden; im bardziéy tedy powiększamy obraz, tym więcéy się odkrywają jego niedoskonałości, nareszcie obraz staje się wprawdzie większym, ale coraz mniéy jasnym, i mniéy wyraźnym. Po bardziéy szczegółowy wykład składu i teoryi teleskopów dioptrycznych i katoptrycznych odsyłam czytelników do traktatów Fizyki.

Żeby za pomocą lunet można było oznaczyć położenie ciał niebieskich, lub ich wielkość pozorną, potrzeba żeby te lunety połączone były z kołami metallowemi, ćwiartkami kół lub ich częściami, nadto, ponieważ ciała niebieskie odnoszą się do pewnych płaszczyzn, należy więc nam mieć pewne znaki w lunetach, któreby nam rysy tych płaszczyzn na kuli niebieskiéy pokazywały; do tego wprawują się w lunetę nici zwane *siatką* (réticule) które są rozmaitego kształtu podług różnego celu, do którego użyte bydź mają, i w szczególności przy każdém narzędziu się opiszą. Że zaś nici te mają bydź razem widziane z przedmiotem, zawsze więc wprawują się w ognisku lunety, gdzie się przedmiot maluje. Nici te w ognisku lunet wprawiane nazywają się jeszcze *drobnomierzami*, albo *mikrometrami* (micromètres).

IX. *Luneta południkowa, jéy osadzenie, ustawienie do południka; mikrometr lunety południkowéy. Parallaxa nici, sposób odkrycia tego błędu, i jego zniszczenia. Ułożenie osi optyczney lunety pionowie do osi obrotu. Sposób ułożenia mikrometru.*

Jednem z nayważniéyszych narzędzi astronomicznych jest tak nazwana *Luneta południkowa* (Lunette méridien-ne), która służy do obserwowania czasu przéyścia gwiazd przez południk, dla tego nazywają ją jeszcze *narzędziem przéyścia* (Instrument des passages); kształt jéy wystawia figura 10). Narzędzie to składa się z lunety astronomicznéy osadzonéy pionowo do osi na któréy się obraca. Oś obrotu zachowuje zawsze położenie poziome, każdy z dwóch jéy końców opiera się na dwóch ścianach schodzących się wyrobionych z metallu, doskonale wypolerowanych, i przytwierdzonych do słupów kamiennych. Słupy te wielkiéy pospolicie massy albo są przytwierdzone do podstawy albo same ciężarem swoim utrzymują się: w obu razach ważną bardzo jest rzeczą aby grunt za posadę służący był mocny, tak iżby słupy żadnéy w położeniu swojém nic doznawały zmiany.

Dla ustawienia lunety południkowéy rysuje się pod nią na posadzce linija południowa, za pomocą *np.* sposobu powszechnie znajomego, szukając równych cieniów jakiego przedmiotu, przed południem i po południu; luneta ustawia się w kierunku téy linii i przytwierdzają się do muru sztuki metallowe, na których narzędzie spoczywa, lecz że tak w rysowaniu linii południowéy, jak i w osadzeniu lunety błąd mógł bydź popełniony, dla tego zawsze są przy osadzie osi śruby, zapomocą których oś, a ztąd i luneta posuwać się może, i tym sposobem doskonaléy ustawić. W ognisku szkła przedmiotowego w lunecie osadza się mikrometr, złożony z kilku nici pionowo do kierunku osi lunety osadzonych, tych może bydź trzy, pięć, siedm, lub więcéy, pospolicie przestaje się na pięciu w równéy od siebie odległości. Nici te wszystkie są przecięte przez środek nicią poziomą, i to stanowi mikrometr lunety południkowéy (fig. 11). Nici do tego użyte są metallowe, albo jedwabne, albo też ciągnione z pajęczey tkaniny; ostatnie są naycieńsze, ale zato bardziey czułe na odmiany stopnia wilgoci w powietrzu, i w obserwacyach nocnych gwiazd małych, kiedy się światła mało wpuszcza do lunety, trudno je widzieć.

Żeby się upewnić czy nici mikrometru są doskonale w ognisku szkła przedmiotowego, wykieruymy lunetę na jaki przedmiot bardzo odległy, tak żeby go nić pozioma mikrometru zakrywała; spuszczając naówczas oko pod środek szkła okowego, a potém go podnosząc, łatwo jest widzieć, azali przedmiot zawsze przez nić jest zakrytym, w tym przypadku nić jest zupełnie w ognisku szkła przedmiotowego, lecz jeśli za zniżeniem oka przedmiot zniża się, a za podwyższeniem podwyższa się, jest to znakiem że nić nie jest dosuniona do ogniska, w przeciwnym wypadku nici mikrometru są za ogniskiem, czego łatwo jest widzieć przyczynę. Błąd ten znany pod nazwiskiem *Parallaxy nici* (Parallaxe des fils), łatwo może bydź poprawionym, posuwając w jednę lub drugą stronę szkło przedmiotowe, albo też sam mikrometr. Linija prowadzona od środka szkła przedmiotowego do przecięcia linii poziomey z nicią środkową, nazywa się osią optyczną. Ponieważ oś optyczna ma w obrocie swoim opisywać płaszczyznę koła, istotną więc jest rzeczą, żeby ta oś była pionową do osi lunety, w przeciwnym bowiem przypadku, luneta zamiast płaszczyzny, opisywałaby powierzchnią ostrokręgu. Dla odkrycia tego błędu, jeśli się znayduje, wykieruymy lunetę na przedmiot odległy, tak aby obraz przedmiotu malował się we środku nici, podjąwszy teraz i przewróciwszy lunetę, tak aby koniec osi jéy obrotu, który był na wschód, ułożył się na zachód, szukaymy przez nię tegoż samego przedmiotu; jeśli przecięcie nici znowu trafi na przedmiot, oś optyczna jest pionową do osi lunety; w przeciwnym razie należy posunąć mikrometr za pomocą śruby w tę stronę w którą się obraz przedmiotu odsunął od nici; ilość posunienia powinna bydź równa połowie odległości między środkiem mikrometru, i obrazem przedmiotu. Jeśli ta ilość dokładnie utrafioną została, oś optyczna jest już pionowa do osi obrotu; pospolicie kilka razy lunetę obracać trzeba w jednę i drugą stronę, aby dobrze oś optyczną ułożyć.

Urządziwszy tym sposobem lunetę należy jeszcze ułożyć mikrometr tak aby oś pozioma przecinająca nici inne, była doskonale pionową do koła wierzchołkowego, czyli żeby nić pionowa leżała na płaszczyźnie koła wierzchołkowego opisywanego przez lunetę. Czy luneta zadosyć czyni temu warunkowi łatwo jest sprawdzić tym sposobem.

Za pomocą libelli układa się oś lunety tak iżby doskonale była poziomą; wykierowawszy potém lunetę na przedmiot jaki nieruchomy, ruszaymy nią w dół i w górę obserwując, azali wszystkie punkta nici przechodzą przez też same punkta przedmiotu, albo też z nich schodzą w jednę lub drugą stronę, w piérwszym razie nic jest na płaszczyźnie koła wierzchołkowego opisywanego przez oś optyczną, w drukim razie błąd się ten naprawuje dając całemu mikrometrowi ruch kołowy niesprowadzając go jednak z płaszczyzny na któréy się wszystkie nici znayduja. Można się jeszcze przekonać czy nić jest doskonale poziomą, uważając czy się zupełnie zgadza z równoleżnikiem gwiazdy w czasie jéy przeyścia przez południk, to jest czy gwiazda idąca po nici doskonale się jéy trzyma lub nie. Do tego wybierać należy gwiazdy nayblizey równika leżące.

X. *Sposób oświecania lunety w obserwacyach nocnych. Obserwacya gwiazd przez lunetę południkową, przykład. Bieg dzienny gwiazd jest doskonale jednostayny. Obserwacya powtórzona pokazuje czyli gwiazda jest stałą lub ruchomą. Oznaczenie dokładne dnia gwiazdowego.*

Urządzona luneta podług podanego w § poprzedzającym sposobu, opisywać będzie płaszczyznę południka, jeżeli niedokładnie, to przynaymniey z dostatecznem do celu, do którego użyć ją teraz chcemy, przybliżeniem. Wykierujmy ją w czasie pogodnéy nocy na niebo, i zaczniymy obserwacye od gwiazd południowych.

Ponieważ w lunetach astronomicznych przedmioty pokazują się wywrotnie, gwiazda weydzie ze strony prawéy i raz wprowadzona na nić poziomą, ciągle będzie się jéy trzymać, przebiegając prędko całe pole lunety, i nareszcie wychodząc ze strony lewéy. W obserwacyach nocnych nici mikrometru są prawie zupełnie niewidzialne, do ich oświecenia służy blacha metallowa posrebrzana, lub tylko papiérem białym naklejona, która się przyczepia do lunety przed szkłem przedmiotowém; światło powinno bydź tak ustawione, i płaszczyzna odbijająca taką mieć pochyłość, aby promienie odbite od niey przechodziły do lunety. Użyta do odbijania światła powierzchnia powinna bydź albo bardzo małą, albo w przeciwnym przypadku wyrzniętą we środku, iżby środkując między przedmiotem a szkłem przedmiotowém jak naymniey przeymowała idących od przedmiotu do lunety promieni. Naówczas pole lunety pokazuje się wkształcie koła lekko oświeconego, przerzniętego przez nici czarne; gwiazdy 8ey do 9tey wielkości dobrze są widzialne razem z niémi, lecz niektóre planety i komety mają częstokroć światło tak słabe, że gasną przy małém nawet lunety oświeceniu, w tym przypadku światło zupełnie usunąć należy, i obserwować moment krycia się planety za nić. Sposób ten obserwacyi dobrze się udaje kiedy nici są metalowe, i mają pewną grubość. Zamiast stawienia światła przy szkle przedmiotowém, pospolicie dzisiay przepuszczają się promienie światła przez oś lunety, i tam odbite od płaszczyzny pod 45 stopniami do osi pochylonéy, oświecają pole lunety, jak taż sama figura pokazuje.

Znaczmy pilnie na dobrze zrobionym zegarze z wahadłem nieodmieniającém swojéy długości, czas dotknięcia gwiazdy do nici środkowéy, to jest godzinę, minutę, sekundę, i dziesiątne sekundy; a jeżeli nici są równoległe doskonale, obserwuymy czas przeyścia gwiazdy przez wszystkie pięć nici, summa tych wszystkich czasów rozdzielona przez pięć, da czas przeyścia gwiazdy przez nić środkową z większą dokładnością niż jedna tylko obserwacya do téyże nici dać może. Nazwiymy bowiem przez T czas przeyścia gwiazdy przez nić środkową, przez t czas którego gwiazda potrzebuje w przechodzie od nici jednéy do drugiey, czas przeyścia koleją przez nici wszystkie wyrazi się następnie przez $T-2t$, $T-t$, T, $T+t$, $T+2t$, z których czas średni jest T.

Obserwując tym sposobem gwiazdę też samę przez kilka nocy, znaydziemy przeciąg czasu między dwóma następnemi przeyściami gwiazdy przez południk tenże sam zawsze; daymy tego przykład:

Obserwacye przeyścia przez południk Syriusza robione przez lunetę Kaniweta w Wilnie 1823 na zegarze Hardego.

Dni miesiąca		Czas średni z obserwacyy do trzech nici.			Spożnienie dzienne zegaru.
Maja	20.	6^g.	30′.	41″,41.	
					— 0″,45.
—	22.	6.	30′.	40,50.	
					— 0″,51.
Czerwca.	3.	6.	30′.	34,33.	
					— 0″,62.
—	5.	6.	30′.	33,08.	
					— 0″,55.
—	10.	6.	30′.	30,33.	

Z tych obserwacyy pokazuje się, że czas między dwóma następnemi przeyściami przez południk Syriusza wskazywany na zegarze jest 24 godzin mniey połowa sekundy, to jest 86399″,5; i że ten czas jest prawie doskonale jednostayny.

Obserwacye gwiazd różnych robione przez różnych obserwatorów, na różnych punktach ziemi, podobne dały wypadki, i lubo te wypadki różnią się zazwyczay w małych częściach sekundy, różnice te jednak są tak małe, iż je błędom obserwacyy i zegaru przypisać można, a jednostayność przeciągu czasu między dwóma następnemi przeyściami uważać za zupełnie dowiedzioną.

Wypadek ten jest fundamentem całey astronomii. Jeżeli zamiast płaszczyzny południka, weźmiemy jakąkolwiek płaszczyznę koła wierzchołkowego, jeszcze powroty następne gwiazdy do tey płaszczyzny będą się odbywać w tych samych przeciągach czasu.

Jeżeli w ciągu podobnych obserwacyy natrafimy na jakiego planetę lub kometę, znaydziemy różnicę znaczną między trwałością ich obrotu dziennego a obrotu gwiazdy; trwałość ta będzie dłuższą, lub krótszą, podług tego, jak bieg własny planety jest ku wschodowi, lub ku zachodowi, i różna dla różnych planet, podług różney szybkości ich biegu własnego; tym to właśnie sposobem astronomowie rozróżniają ciała niebieskie, mające ruchy własne od innych, które się zawsze trzymają jednego mieysca, jakiemi są gwiazdy stałe.

Trwałość obrotu dziennego nieba stwierdzona obserwacyami wielu wieków, i w rozmaitych krajach, służyć nam będzie za jedność w mierzeniu czasu; fenomen ten bowiem wspólny jest całéy ziemi, łatwy do obserwowania, a co nayważnieysza, doskonale nieodmienny. Przeciąg czasu od przeyścia gwiazdy stałéy przez płaszczyznę koła wierzchołkowego do przeyścia tuż następnego przez tęż samę płaszczyznę, nazywa się *dniem gwiazdowym* (jour sidéral) (*). Dzień ten dzieli się zwyczaynie na 24 godzin, godzina na 60′, minuta na 60″.

XI. *Obserwacye gwiazd służą do poznania, czyli bieg zegaru jest jednostayny lub nie, przykład. Mając dobrze urządzony zegar możemy doskonale ustawić lunetę południkową przez obserwacye gwiazd kołobiegunowych.*

Dowiodłszy jednostaynéy trwałości dnia gwiazdowego i wziąwszy go za jedność, bieg zegarów astronomicznych z nim odtąd porównywać będziemy. Jeżeli mamy zegar i dokładność jego wyprobować chcemy, obserwuymy przéchód gwiazdy jakiéykolwiek stałéy przez płaszczyznę koła wierzchołkowego; albo przez południk, jeżeliśmy ułożyli lunetę naszę do południka. Robmy obserwacyą do nici pięciu i wyciągaymy z nich przechód średni przez południk, jakeśmy to piérwéy robili. Jeżeli zegar dnia każdego pokazuje tenże sam moment przechodu, zegar urządzony jest do czasu gwiazdowego, i bieg jego jest jedno-

(*) Dokładnie mówiąc, przeciąg ten czasu powinien bydź poprawiony co do poprzedzenia punktów równonocnych, aberracyi, i nutacyi czyli kołysania się osi ziemskiéy (nutation) o czém w swojém mieyscu mówić będziemy, ale odmiany ztąd wynikające, bylebyśmy gwiazd blizkich bieguna niebrali, na dziesiętne ledwo części sekundy wpływ mieć mogą, jak to, z obserwacyy wyższych wnosić możemy.

stayny. Zegar który pospiesza lub spóźnia jest także dokładnym, byleby ta różnica była zawsze proporcyonalną czasowi: jeżeli ta różnica jest bardzo wielka można ją zmnieyszyć posuwając w górę lub zniżając soczewkę wahadła podług tego jak zegar poźni lub spieszy. Lecz jeżeli różnice między robionemi obserwacyami nie są proporcyonalne czasowi; jeżeli zegar raz spieszy, drugi raz poźni, taki zegar do użycia astronomicznego jest niezdatny. Biorąc pod rozbiór te same obserwacye któreśmy pierwiéy otrzymali, widzimy że bieg zegaru *Hardego* różni się nieco od czasu gwiazdowego, to jest, że w przeciągu dnia gwiazdowego zegar wybija 86399″.5; poźni więc od czasu gwiazdowego codzień o 0″,5; lecz że to spoźnienie jest prawie zupełnie każdego dnia toż samo, dla tego zegar ten za bardzo dokładny uważany bydź może.

Mając dokładnie urządzony zegar, możemy go bardzo dobrze użyć do ustawienia dokładniéy lunety południkowey, następującym sposobem: ponieważ południk dzieli koła przez gwiazdy opisywane, czyli równoleżniki gwiazd, na dwie równe połowy, obserwuymy przeto gwiazdę jaką niezachodzącą nigdy, w przeyściu jey wyższém i niższém przez południk, to jest raz kiedy jest bliżey zenit, drugi raz kiedy zrobiwszy połowę obrotu dziennego przechodzi znowu przez południk, będąc wtenczas między poziomem a biegunem obrotu dziennego; jeżeli przeciąg czasu którego potrzebuje gwiazda na zrobienie jedney i drugiey połowy drogi są sobie równe, luneta opisuje płaszczyznę południka, jeżeli nie, łatwo jest widzieć w którą stronę lunetę skierować, aby temu warunkowi zadosyć uczynić. Inne sposoby ustawienia lunety do południka wyłożą się niżey.

XII. *Łuk równika wyrazić się może przez czas, i wzajemnie. Z czasu zegarowego wynaleźć na moment dany czas gwiazdowy.*

Przypuszczając że obrot dzienny we wszystkich swoich częściach jest jednostayny, jak tego poźnieysze obserwacye zupełnie nam dowiodą, możemy z zegaru sądzić łatwo o łuku, jaki gwiazda na swojém kole w pewnym czasie przebiega; nadto ponieważ we 24ch godzinach gwiazdowych punkt równika przebiega 360°, możemy tedy czas gwiazdowy wyrazić przez łuk równika i wzajemnie. Ponieważ biegun obrotu dziennego nieba o 90° odległy od równika jest jego biegunem, więc miarą kątów zrobionych w biegunie przez koła zboczeń są części równika temi kołami objęte, ztąd czas jeszcze możemy wyrazić przez te kąty, dla tego kąty te nazywają się *Kąty godzinne* (angles horaires). A że wznoszenie się proste gwiazd rachuje się na równiku, przeto wyrazić się może albo przez te kąty, albo przez czas, to jest: $1^g = 15^\circ$ łuku, $1'$ czasu $= 15'$ ł. $1''$ czasu $= 15''$ ł. W takowey rachubie widoczna jest, iż za zero wznoszeń prostych i czasu gwiazdowego wziąć wypada jeden i tenże sam punkt równika. Jakoż czas gwiazdowy rachuje się od czasu przeyścia punktu równonocnego wiosennego czyli zero Barana przez południk, to jest zegar urządzony do czasu gwiazdowego powinien w czasie tego przechodu pokazywać $0^g.\ 0'.\ 0''$. Lecz daymy że czas zegarowy nie zgadza się z gwiazdowym, i tę różnicę dzienną wyraźmy przez $\pm p$, jakże z pewney ilości *np.* t sekund zegarowych, wynaydziemy odpowiadającą liczbę sekund czasu gwiazdowego.

$$\begin{array}{ll} \text{Dzień gwiazdowy} & = 86400'' \\ \text{dzień zegarowy} & = 86400 \pm p \end{array}$$

$$86400 \pm p : 86400 = t : \frac{t\,.\,86400}{86400 \pm p} = t \mp \frac{pt}{86400 \pm p}$$

Znaki wyższe służą, kiedy zegar pośpiesza nad czas gwiazdowy, znaki niższe kiedy spaźnia; t jest czas który się liczy od momentu na który różnica czasu gwiazdowego i zegarowego jest znaną z obserwacyi.

XIII. *Opisanie kwadransa i jego różnych części. Sposób robienia obserwacyi. Ułożenie osi optyczney równolegle do płaszczyzny kwadransa. Wynalezienie błędu kollimacyi.*

Kwadrans jest narzędzie służące do brania wysokości gwiazd czyli kąta między poziomem a liniją prowadzoną od oka do gwiazdy. Jestto czwarta część koła wyrobiona z mosiądzu, podzielona na stopnie i jego części, ten który tu opisujemy jest to kwadrans Ramsdena, ustawiony w zachodniéy wieżyczce obserwatoryum wileńskiego, *brzeg* jego (le limbe) podzielony jest na stopnie z których każdy dzieli się na 6 części; za pomocą Werniera czyli Noniusza przyłączonego do narzędzia, można czytać podziały $20''$ w łuku, noniusz bowiem tak jest podzielony, że kiedy wyrazimy przez N jeden podział jego, a przez B jeden podział brzegu, będzie:

$$29B=30N. \quad \text{Ztąd} \quad N=\frac{29}{30}B$$

$$B-N=\frac{1}{30}\cdot B=\frac{10'}{30}=20''.$$

Nić metallowa AC na któréy ciężar C jest zawieszony oznacza kierunek ciążenia czyli *nić wierzchołkową*, (fil à plomb) przechodzącą przez punkt A' i przez punkt D, który jest punktem zera. Całe narzędzie powinno bydź na płaszczyznie koła wierzchołkowego, co się otrzymuje za pomocą śruby układając płaszczyznę narzędzia równolegle do nici AC. Luneta AL jest ruchomą około środka koła i ma przy sobie śrubę mikrometryczną M, służącą do dania powolnego ruchu lunecie; ilość tego ruchu oznacza się przez małe koło ze skazówką przy śrubie będące. W ognisku lunety jest mikrometr złożony z trzech nici poziomych, przeciętych pośrodku pionowo przez czwartą. Skoro gwiazda weydzie do lunety, należy ją posunąć tak, iżby gwiazda była blizko nici pozioméy, po czém kiedy gwiazda przychodzi do nici wyrażającéy koło wierzchołkowe, przecina się na ówczas nicią środkową poziomą, która za pomocą śruby mikrometryczney razem z lunetą powolnie posuwać się może, i obserwacya jest skończona; przeczytana na brzegu kwadransa liczba stopni minut i sekund daje wysokość gwiazdy nad poziom, albo daje kąt OAZ wyrażający odległość gwiazdy od zenit, która jest dopełnieniem wysokości do $90°$.

Ale nim się to narzędzie do robienia obserwacyi użyje, potrzeba *naprzód* przekonać się czy oś optyczna jest równoległa brzegowi narzędzia, co się wykonywa za pomocą lunety na ten koniec zrobioney, zwaney *lunetą do proby* (lunette d' épreuve). Jestto luneta zwyczayna przechodząca przez dwa równoległościany z mosiądzu, których przeciwne ściany są sobie doskonale równoległe (fig. 13), i mająca w ognisku dwie nici pionowo przecinające się. Kładnie się luneta na poziomey płaszczyźnie i kieruje się na jaki odległy przedmiot; jeżeli po obróceniu lunety na ściany przeciwne przecięcie nici poziomey z wierzchołkową pada jeszcze na przedmiot w tém samém mieyscu, jest to dowodem, że oś optyczna tey lunety jest równoległa do ścian na których luneta kładziona była, w przeciwnym przypadku oś optyczną ułożyć należy posuwając środek mikrometru tak, jakeśmy to w mikrometrze lunety południkowey robili. Połóżmy wyprobowaną już lunetę temiż samemi ścianami na płaszczyznie kwadransa tak, aby jeden jey koniec był na brzegu kwadransą, drugi przy jego środku, wykieruymy ją na przedmiot jaki odległy, i uważaymy jakiemu punktowi nić wierzchołkowa odpowiada, jeżeli nić wierzchołkowa lunety kwadransa nie przerzyna przedmiotu w témże samém miéyscu, wtedy się nań za pomocą śruby naprowadza, i oś optyczna kwadransa jest urządzona.

Powtóre, potrzeba żeby oś optyczna była doskonale liniją wierzchołkową wtenczas, kiedy luneta ustawiona jest na zero. Warunek ten jest jeszcze istotniéyszy od pierwszego, ponieważ błąd ten który astronomowie nazywają *Kollimacyą* (collimation) wpływa w całey swojéy wielkości na wypadek obserwacyi. Do wynalezienia tego błędu daje się zwyczaynie łukowi kwadransa kilka stopni więcéy nad 90°, które występują z drugiey strony zera; oprócz tego kwadrans ma pod sobą koło poziome (cercle azimutal) do brania poziomołuków.

Zróbmy obserwacyą jakiey gwiazdy będącey blizko zenit, to jest, weźmy jey odległość od zenit, obróćmy potém kwadrans około osi wierzchołkowey o 180°, co nam pokaże koło poziomołukowe, i znowu dnia drugiego obserwuymy tę samę gwiazdę w czasie kiedy przechodzi przez toż samo koło wierzchołkowe: jeżeli obserwacya druga da tę samę odległość od zenit, narzędzie nie ma kollimacyi, w przeciwném zdarzeniu połowa różnicy między dwiema obserwacyami jest ilością kollimacyi.

Ustawmy kwadrans dla lepszego wyobrażenia mniéy więcéy do płaszczyzny południka za pomocą lunety południkowéy lub innym sposobem, i daymy że obserwacya gwiazdy na łuku zwyczaynym, to jest między 0° a 90° dała na jéy odległość od zenit ku stronie południowéy 0°.3′.0″. Obserwacya druga na łuku wychodzącym z drugiéy strony zera, dała na tę odległość ku téyże stronie 0°.6′10″. Kąt prawdziwy odległości gwiazdy od zenit będzie:

$$\frac{0^\circ.\,3'.\,0''+0^\circ.\,6'.\,10''}{2}=4'.\,35'';\quad \text{Kollimacya}=1'.\,35''.$$

Ztąd wypada że odległości gwiazd od zenit na łuku zwyczaynym brane, są mniéysze niż prawdziwe, powinny więc bydź powiększone o 1′.35″.

W ogólności jeśli odległość od zenit prawdziwą nazwiemy przez O odległości obserwowane przez O' i O'', kollimacyą przez K, będzie:

$$O'=O-K$$

$$O''=O+K$$

Ztąd $$O=\frac{O'+O''}{2},\qquad K=\frac{O''-O'}{2}$$

Błąd ten kollimacyi można zniszczyć podwyższając lub zniżając nić poziomą w kwadransie, lecz pospolicie astronomowie przestają na wynalezieniu doskonale tego błędu i poprawieniu robionych obserwacyy.

Widoczna jest, iż zamiast czwartéy części można użyć całych kół, które tak jak kwadranse albo są przenośne, albo się nazawsze do płaszczyzny południka utwierdzają, i nazywają się wtenczas *kwadranse* albo *koła murowe* (Quart de cercle mural, Cercle mural). Koła ułożone na zawsze do południka osadzają się albo na jednéy ścianie, jak jest osadzone koło sześciu stóp średnicy w *Greenwich*, robione przez *Trautona* (Troughton) i jak jest to które w 1822 r. w Paryżu zrobione było przez *Fortina* (Fortin); albo między dwa słupy nakształt lunety południkowéy jak je robi Reichenbach w *Munich*. Ponieważ koło murowe jakie jest w *Greenwich* nie może się obrócić około osi wierzchołkowéy, błąd kollimacyi tego koła wynayduje się, porównywając wysokość gwiazdy nad poziomem, z wysokością otrzymaną przez odbicie jéy obrazu w poziomie sztucznym, *np*. w powierzchni żywego srébra w spoczynku zostającego. Koła Ramsdena nie są murowe, mają przy sobie koło poziomołukowe i mogą się w koło osi wierzchołkowéy obracać, takie jest koło w *Palermo* którém obserwował *Piazzi* mające pięć stop średnicy (*).

XIV. *Opisanie* koła powtarzającego. *Sposób jakim się przezeń otrzymują kąty wielokrotne. Użycie jego do brania kątów między przedmiotami ziemskiemi.*

Wielkie te i drogie narzędzia służące do obserwowania wysokości gwiazd, zastąpione bydź mogą częstokroć przez tak nazwane *koła powtarzające* (cercles répétiteurs), które chociaż są daleko mnieyszego promienia, równą jednakże obserwącyom mogą nadadź dokładność, teorya tego narzędzia jest następująca. Na fig. 14. *ABNA* wyraża brzeg koła podzielony na stopnie i ich części. Koło to osadzone jest wierzchołkowie na trzech nogach mogących się za pomocą śrub podnosić lub zniżać. Niech *ZN* wyraża oś wierzchołkową koła, około któréy narzędzie może się obracać, luneta *AS* osadzona jest we środku koła w punkcie *S*. W czasie kiedy jeden obserwator kieruje lunetę na gwiazdę *G* tak żeby się ta znaydowała na nici pozioméy w pośrodku lunety, drugi obserwator powinien uło-

(*) Koło w Dublińskiém obserwatoryum jest jedno z nay większych dotąd robionych, ma ośm stop średnicy; w r. 1820 polecono robić Trautonowi téyże wielkości koło murowe na wzór koła w *Greenwich* dla obserwatoryum w *Kembrydż* (Cambridge).

żyć libellę z bulką powietrza przyczepioną do linii poziomey *LM*. Skoro to się zrobiło, obróćmy narzędzie około linii wierzchołkowéy na 180°, w tym ruchu libella pokazuje czyli narzędzie co do osi wierzchołkowéy zostaje w tém samém położeniu, co pierwiey; jeżeli nie, wtedy nietykając już śruby należącéy do libelli, całe narzędzie za pomocą osobnéy śruby przyprowadza się do pierwszego położenia. Widoczna jest, że luneta która pierwiey była w kierunku *SA* ku stronie *np.* południowéy względem linii wierzchołkowéy, będzie teraz w kierunku *SB* ku stronie północnéy, chcąc ją wrócić do pierwszego jéy położenia, potrzeba ją posunąć o kąt *GSB*. Jeżeli więc posuniemy lunetę tak iżby gwiazda *G* była znowu we środku lunety, i przeczytamy na kole za pomocą Werniera noszonego przez lunetę łuk *AB*, będziemy mieć podwóyną odległość gwiazdy od zenit. Zamiast czytania wypadku obróćmy narzędzie około osi wierzchołkowéy. a luneta znowu weźmie kierunek *SB*. Nietykając teraz lunety daymy bieg kołu całemu po płaszczyźnie wierzchołkowéy, tak żeby luneta wzięła kierunek *SA*, to jest żeby przedmiot znowu się na nici poziomey znalazł; urządziwszy teraz libellę za pomocą śruby do niey należącey, znaydziemy się w tém samém położeniu, jak na początku obserwacyi, obróćmy więc znowu narzędzie na 180° wkoło osi wierzchołkowéy, i przywiodłszy je do pierwszego położenia, co do linii wierzchołkowey, posuńmy lunetę która teraz wzięła położenie *SB*, tak żeby wzięła kierunek *SA*, tym sposobem luneta przebieży znowu łuk podwóyney odległości od zenit. Summa więc dwóch łuków przebieżonych przez lunetę, będzie to cztery razy wzięta odległość gwiazdy od zenit. Tym sposobem postępując otrzymamy kąt który będzie 10, 20, lub 30 razy większy od kąta odległości od zenit, dzieląc więc go przez tę liczbę, otrzymamy odległość gwiazdy od zenit tym prawdziwszą, im więcey razy powtórzyliśmy obserwacyą; tym bowiem sposobem błędy obserwacyi będąc z różnemi znakami, po większey części niszczą się, a pozostały błąd rozdzielony przez liczbę powtórzonych kątów staje się zupełnie nieznacznym.

Nadto ponieważ w obserwacyach tego rodzaju luneta przebiega wciąż całe koło, błędy tedy podziału koła, i te które wynikają ztąd, że oś obrotu lunety może nie przechodzić doskonale przez środek koła, równie z błędami obserwacyi niszczą się lub się przywodzą do ilości bardzo małéy. Do czytania kątów luneta ma przy sobie dwa lub cztéry werniery.

Widoczna jest że w obserwacyach tu rozbiéranych przypuściliśmy, że przedmiot obserwowany w przeciągu czasu użytego na obserwacye, zachowuje zawsze tęż samę wysokość, jak to ma mieysce kiedy obserwujemy przedmioty ziemskie. W obserwacyach na niebie, gwiazdy ciągle wysokości swoje odmieniają, i na tę odmianę wzgląd mieć koniecznie należy, jak o tém niżéy mówić będziemy. Koła powtarzające używane do przedmiotów niebieskich mają jednę tylko lunetę, jakie są w Paryżu i w *Münich*, robione przez Reichenbacha. W zwyczaynych zaś kołach powtarzających, służących do wymiarów ziemi, z drugiey strony koła razem z libellą jest druga luneta: za pomocą tych dwóch lunet biorą się odległości kątowe przedmiotów ziemskich; koło wtedy całe układa się do płaszczyzny na któréy się znaydują przedmioty, których się odległość kątowa wymierza. Niech S (fig. 15) będzie stanowisko z którego chcemy mierzyć kąt OSO' między przedmiotami O i O'. Wykieruymy lunetę wyższą na przedmiot O' niższą na przedmiot O, obróćmy potém całe koło tak, aby luneta niższa SB wzięła kierunek SA do przedmiotu O, luneta wyższa odbieży od swego położenia o kąt $XSA = ASB$, jeśli więc nie ruszając koła przyprowadzimy lunetę wyższą do położenia SB i nakierujemy na przedmiot O', łuk który przebiegła ta luneta przeczytany na kole, da nam podwóyny kąt ASB. Ruszając całém kołem naprowadźmy lunetę wyższą na przedmiot O, a potém lunetę niższą na przedmiot O', nietykając w tym drugim przypadku koła. Dając teraz ruch całemu kołu wykieruymy lunetę niższą na przedmiot O, a przytwierdziwszy koło posuńmy po niém lunetę wyższą do przedmiotu O'. Tym sposobem ilość całkowita przebiczonego na kole przez lunetę wyższą łuku będzie poczwórną odległością kątową przedmiotów *O* i *O'*. Powtarzając obserwacyą otrzymuje się kąt 6, 8, i t. d. razy większy.

Koła powtarzające opatrzone są kołem poziomołukowém, mogącém służyć do brania poziomołuku, to jest kąta między dwoma kołami wierzchołkowemi. Jest jeszcze z drugiey strony brzegu libella osadzona poziomie, pionowo do płaszczyzny narzędzia, za pomocą którey ustawia się narzędzie do płaszczyzny koła wierzchołkowego. Dalsze szczegóły tyczące się użycia i błędów koła powtarzającego, dane są w rozdziale XIX tego dzieła.

Pierwsza myśl otrzymywania wielokrotnych kątów należy się Mayerowi i była podana w Pamiętnikach Gettyngskich na r. 1752: ale koło powtarzające wydoskonalone, jakie się teraz używa, wymyślone było przez *Borda* w roku 1789 i znane jest pod jego nazwiskiem. Naywiększe koła powtarzające jakie dotąd zrobione były, są koła Reichenbacha mające trzy stopy w średnicy. Koła powtarzające tak wielkie, mogą bez wątpienia zastąpić z korzyścią koła murowe dwa razy większego promienia, lecz że w tego rodzaju obserwacyach, i same obserwacye, i rachowanie poprawek wymagają znacznego czasu, dla tego w pospolitych obserwacyach użycie ich nie jest powszechne; używają tylko Astronomowie tych narzędzi do znalezienia naywaźnieyszych elementów astronomicznych, jak *np.* wysokości bieguna, pochyłości ekliptyki do równika i t. p.

Sektor (Secteur), narzędzie służące do brania odległości gwiazd od zenit, jest zazwyczay wielkiego promienia, ale za to łuk jego pospolicie nie wynosi jak 10 lub 20 stopni; co je czyni lekkiém, mniey kosztowném i do użycia wygodném. Całe narzędzie obraca się około osi wierzchołkowey, tak jak kwadrans ruchomy, i tymże samym sposobem wynayduje się w nim błąd kollimacyi. Narzędzie to w obserwatoryach gdzie jest kwadrans murowy służy bardzo dobrze do wynalezienia jego błędu kollimacyi (*).

(*) Sektor w obserwatoryum Wileńskiém stop sześć promienia, ma łuk wynoszący stopni 60 podzielony na części równe

XV. *Machina równikowa. Dowód jednostayności biegu dziennego nieba we wszystkich jego częściach.*

Wyobraźmy sobie pręt metalowy ułożony stale do osi świata którego koniec dolny przechodzi przez środek koła pionowo do osi świata osadzonego: przy górnym zaś końcu jest koło pionowe do równika, czyli koło zboczeń podzielone na stopnie i minuty; utwierdźmy lunetę na téy płaszczyznie, a będziemy mieć narzędzie nazwane *Machiną równikową* (Equatorial, Machine parallactique). Jeżeli wykierujemy lunetę na jaką gwiazdę, gwiazda ta ciągle w lunecie widzianą będzie, bylebyśmy tylko w kierunku obrotu nieba obracali lunetę około osi świata; gdyż luneta raz ustawiona na zboczenie gwiazdy, w obrócie swoim pochyłości do osi świata nie odmienia, a zatem ciągle do równoleżnika opisywanego przez gwiazdę wykierowaną zostanie. Machina ta bardzo dobrze służyć może do przeświadczenia nas o jednostayności biegu dziennego we wszystkich jego częściach; podzielmy bowiem koło równikowe na 360° i naznaczmy czas kiedy gwiazda przeszła przez pewne koło zboczeń, wyobrażone przez nić w ognisku lunety zaciągnioną; daymy że wtenczas skazówka idąca razem z obrotem osi pokazywała zero stopni na ko-

---

20'. Lunety *AB* i *DC* (fig. *α*) są dosiebie pionowe i przytwierdzone nazawsze do narzędzia tak, że ich ruchy całemu narzędziu są wspólne. Luneta *CD* służy do brania odległości od Zenit, od zera do 60°, luneta zaś *AB* do brania wysokości od zera do 60°. Przez tę sztukę można obserwacye robić od Zenit aż do poziomu, chociaż łuk narzędza wynosi tylko stopni 60. Przed obserwacyą narzędzie ustawia się na wysokość gwiazdy tak, żeby nić wierzchołkowa odpowiadała dokładnie podziałowi brzegu, ilość zaś która się ma do wysokości nastawioney dodać lub odciągnąć. otrzymuje się z obserwacyi za pomocą mikrometru, którego nić jedna jest ruchoma i przez śrubę dociąga się na gwiazdę, która weszła pod nicią lub nad nicią środkową. Liczba obrotów śruby mikrometryczney oznacza właśnie różnicę między wysokością gwiazdy obserwowaną, a wysokością na którąśmy narzędzie nastawili; opisanie mikrometru niciowego w tem narzędziu używanego, dane jest w § 17.

le równikowém; po upłynieniu godziny, kiedy nić lunety znowu na tęż samę naprowadzimy gwiazdę, skazówka pokaże stopni 15, po dwóch godzinach stopni 30 i t. d. Co nam widocznie pokazuje że bieg dzienny nieba nie tylko co do trwałości całego obrotu, ale nawet w częściach swoich jest jednostayny, to jest, że ten obrót jest doskonale proporcyonalny upłynionemu czasowi. Skład machin równikowych może bydź rozmaity ale główny, początek na którym się opiéra, zawsze jest taki jakiśmy tu opisali.

XVI. *Mikrometr* Kassyniego, Bradlaja, *i* kołowy. *Sposób znalezienia przezeń różnicy wznoszenia się prostego i zboczenia między gwiazdą znaną i planetą.*

Mikrometra jakie się naypospoliciey do lunety równikowéy używają są następujące: Mikrometr *Kassyniego* jaki nam wystawia fig. 16, gdzie koło *ACBE* zwyczaynie zrobione z metallu i w ognisku lunety osadzone, ma na sobie cztéry nici zaciągnione, z których nić *AB* wyobraża rys równoleżnika, czyli kierunek biegu dziennego gwiazd; nić *EC* do pierwszey pionowa oznacza płaszczyznę koła zboczeń, inne zaś dwie *NO*, *LM* robią z pierwszemi kąty 45°. Dla znalezienia różnicy wznoszenia się prostego między dwiema gwiazdami, z których jedna tylko jest znaną co do położenia, ustawia się nić *AB* tak, aby pierwsza gwiazda jak naydoskonaléy po niey się posuwała, i kiedy ta przychodzi do środka czyli przecięcia się nici, czas ten naznacza się na zegarze. Kiedy poźniéy druga gwiazda lub planeta posuwa się przez lunetę opisując inną liniją *VFDGR* równoległą do *APB* naznacza się czas przyyścia jego do punktu *D*, czyli do tego samego koła zboczeń na którém gwiazda pierwsza obserwowaną była, różnica tych dwóch czasów daje różnicę wznoszeń prostych. Dla znalezienia zaś różnicy w zboczeniu między gwiazdą a planetą, czyli pionowéy *PD* zajętéy między *AB* i *VR*, obserwuymy czas kiedy planeta przechodzi przez nici w punktach *F* i *G*, przeciąg czasu między témi przechodami obrócony na stopnie, minuty i sekundy, daje kąt w biegunie świata; kąt ten rozmnożony przez dostawę zboczenia gwiazdy daje (*), w podziałach koła wielkiego łuk *FDG* którego połowa równa jest *DP*, ponieważ kąt *FPD* z wykreślenia równy jest 45°. Mnożymy zaś kąt w biegunie świata, czyli łuk równika, przez dostawę zboczenia szukając odpowiadającego łuku równoleżnika dla tego, że koła i łuki równoleżników mają się do kół i łuków odpowiadających równika, jak wstawy odległości od bieguna, czyli jak dostawy zboczenia; i tak

$$Ł : ł = 1 : \text{wst}\,\Delta = 1 : \text{dost}\,\beta. \text{ Stąd } ł = Ł\,\text{dost}\,\beta.$$

Ł jest łuk równika; *ł* łuk równoleżnika tyleż stopni co łuk *Ł* zawierający; Δ odległość równoleżnika od bieguna; $\beta = 90^\circ - \Delta =$ zboczeniu gwiazdy.

Drugiego gatunku mikrometr znany pod nazwiskiem *Mikrometru Bradleja* jest częściey od Astronomów używany. Figura 17 wystawia nam ten mikrometr, w którym *BEDF* jest kształtu kwadratu ukośnego; ale tak, że w nim jedna z przekątnych jest dwa razy większa od drugiey: do zrobienia takowego mikrometru bierze się kwadrat *AGHC* którego boki *AC* i *GH* są podzielone na dwie części równe w punktach *D* i *B;* od punktów tych prowadzą się dwie linije do kątów przeciwległych, to jest od *B* linije *BA* i *BC*, a od *D* linije *DG* i *DH;* linije te przez wzajemne przecięcie się uformują kwadrat ukośny *BEDF*, gdzie *EF* jest połową linii *AC*, a zatém i połową linii *BD*, jeżeli więc w jakiémkolwiek mieyscu tego mikrometru poprowadzimy liniją *ef*, równoległą podstawie *EF*, zawsze pionowa *Bd* równą będzie podstawie *ef*.

Porównywając więc planetę lub kometę z gwiazdą jaką stałą, wykieruymy lunetę tak, aby gwiazda stała w biegu dziennym doskonale posuwała się po nici *EF;*

(*) Bierzemy zboczenie gwiazdy znaney zamiast zboczenia planety którego nieznamy, ale błąd ztąd wypadający jest nieznaczny, gdyż w podobnych obserwacyach różnica między zboczeniem planety i gwiazdy zawsze jest bardzo mała. Wreszcie wynalazłszy tym sposobem zboczenie planety, można z niem powtórzyć rachunek i otrzymać poprawnieyszą różnicę zboczeń.

czas strawiony przez gwiazdę na opisanie nici *EF* zamienia się na stopnie, minuty i sekundy dla znalezienia łuku równika czyli kąta w biegunie, któremu odpowiada *EF*; ten zaś łuk mnoży się przez dostawę zboczenia tóy gwiazdy dla otrzymania wartości łuku *EF*. Obserwuymy potém planetę bieżącego w lunecie od punktu *e* do *f*, i podobnym sposobem oznaczmy wielkość *ef* czyli *Bd*. Różnica tych dwóch wynalezionych ilości da nam wielkość *Md* co jest różnicą zboczenia dwóch gwiazd obserwowanych. I tak daymy, żeśmy obserwowali gwiazdę znaną którey zboczenie połnocne jest 3°. 10′. 0″ w punktach *E* i *F*, i że wypadki obserwacyi były następujące:

Gwiazda do punktu *F*... 8g. 12′. 14″ czasu gwiazdowego.
E... — 15′. 16″

przeciąg czasu od *F* do *E* = 3′. 2″ = 45′. 30″ w łuku.

$$l(45'.\ 30'') = l(45',5) = 1{,}65801$$
$$l.\,\text{dost}\,(3^\circ.\ 10'.\ 0'') = 9{,}99934$$
$$1{,}65735.\ \ 45',43.$$

Łuk więc *EF* wyrazi się w częściach koła wielkiego przez 45′,43.

Kometa był obserwowany:

w punkcie *f*... 8g. 22′. 35″
e... — 23′. 36″

1′. 1″ = 15′. 15″ w łuku.

$$l.(15.\ 15'') = l.\,15'25 = 1{,}18327$$
$$l.\,\text{dost}\,(3^\circ.\ 10'.\ 0'') = 9{,}99934$$
$$1{,}18261 = 15',23.$$

łuk *ef* zamieniony na stopnie koła wielkiego wynosi 15′,25. Rożnica w zboczeniu gwiazdy i komety wyrazi się przez

$$EF - ef = 45',43 - 15',23 = 30',2 = 30'.\ 12''$$

Ponieważ kometa przechodził w lunecie nad gwiazdą, a zatém rzeczywiście był niżey gwiazdy, zboczenie więc jego jest mnieysze, odciągając zatém 30′. 12″ od zboczenia gwiazdy otrzymamy zboczenie komety

$$\delta = 2^{\circ}.\ 39'.\ 48''.$$

Zamiast podwóyney zamiany łuków EF i ef na stopnie koła wielkiego, dosyć jest wziąść różnicę między czasami strawionémi na przebieżenie EF i ef, i tę zamienioną na łuk rozmnożyć przez dostawę zboczenia gwiazdy dla znalezienia różnicy między zboczeniem gwiazdy i komety. I tak nazywając przez T i T' czasy na przebieżenie EF i ef strawione, mamy:

$$\begin{aligned} T &= 3'.\ 2'' \\ T' &= 1'.\ 1'' \\ \hline T - T' &= 2'.\ 1'' = 30'.\ 15'' \text{ w łuku} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l.(30'.\ 15'') = l(30',25) &= 1,48073 \\ l.\text{dost}.(3^{\circ}.\ 10'.\ 0'') &= 9.99934 \\ \hline 1,48007.\ 30',2 &= 30'.\ 12''. \end{aligned}$$

Jakož widoczną jest rzeczą że

$$Md = EF - ef = 15.\,T.\text{dost}\,D - 15.\,T'.\text{dost}\,D$$
$$= 15.\text{dost}\,D\,(T - T') \ldots\ldots (\alpha)$$

gdzie D wyraża zboczenie gwiazdy.

Zrównanie (α) daje łatwy sposób znalezienia różnicy między zboczeniem gwiazdy znaney i komety lub w ogólności jakieykolwiek gwiazdy nieznaney. Nadto, w obserwacyach tak przez mikrometr *Kassyniego* jak i przez mikrometr *Bradleia* niekonieczną jest rzeczą żeby gwiazda znana posuwała się po nici, widoczna bowiem jest rzecz że różnica w czasach na opisywanie odpowiadających przestrzeni *np.* ef i $e'f'$ strawionych, rozmnożona przez 15 i przez dostawę zboczenia gwiazdy, wyraża zawsze różnicę zboczeń gwiazd obserwowanych. Co się tycze różnicy wznoszeń prostych, ta się wyciąga następującym sposobem. Z przeyścia gwiazdy przez punkta F i E otrzymuje się czas jey przeyścia przez nić środkową mikrometru, który wypada:

$$8^g.\ 13'.\ 45''.$$

Przechod komety „ $23'.\ 5'',5$

Różnica przechodów $= 0^g.\ 9'.\ 19'',5$

Różnica wznoszeń prostych którą nazwiymy przez a będzie:

$$a = 9'.19'',5 = 2^\circ.19'.52'',5.$$

Różnica ta powinna bydź dodaną do wznoszenia się prostego gwiazdy, dla otrzymania wznoszenia się prostego komety, gdyż kometa poźniey przechodził przez nić środkową mikrometru wyrażającą koło zboczeń, a przeto wznoszenie się jego jest większe; lecz jeśliby po dodaniu różnicy wznoszeń do wznoszenia się gwiazdy wypadek przewyższał 360°, naówczas widoczna jest rzecz że tę przewyżkę uważać należy za wznoszenie się proste komety.

Niedawno wymyślony, wydoskonalony przez P. *Köhler*, a nayprostszy ze wszystkich jest Mikrometr tak zwany *Kołowy* (micromètre circulaire) naywięcey dzisiay w Niemczech używany, jaki nam wystawia figura 18, gdzie *ABCD* i *rbes* są koła wyrobione z metallu jak naydokładniey. Nim gwiazda wchodząca do lunety *np.* w *a* przyydzie do *b*, obserwator ma czas przygotować się do obserwacyi; jeżeli kółko metallowe *rbes* mało jest grube, obserwuje się czas gdzie ono przecina gwiazdę na dwie równe części przy weyściu w *b*, i przy wyyściu w *c*; jeśli pierwszy czas wyrazimy przez t', drugi przez t'', $\frac{t'+t''}{2}$ będzie czas przeyścia gwiazdy przez koło zboczeń przechodzące przez środek mikrometru, czyli przez liniją którą sobie myślą poprowadzić możemy ze środka koła k pionowie do linii opisaney przez gwiazdę *be*. Gdybyśmy obserwowali jaką gwiazdę znaną co do położenia, ktoraby doskonale przeszła przez środek koła k, otrzymalibyśmy ik czyli różnicę zboczeń tym sposobem:

$$\text{wst.}\, ikb = \frac{ib}{kb} = \frac{15.(t''-t')\,\text{dost}.(D \pm ki)}{2.15\tau'.\,\text{dost}\,D} = \frac{t''-t'}{2\tau'}$$

$$ki = kb\,.\,\text{dost}\,ikb = 15\tau'.\text{dost}\,D\,.\,\text{dost}\,ikb.$$

τ' wyraża czas, jakiego gwiazda potrzebowała na opisanie promienia koła, D jest zboczenie gwiazdy znanéy; wzięliśmy tu dla małości łuku ki, dost $(D \pm ki)$ za równą dost D. Lecz nayczęściéy gwiazda użyta do porównania nie przechodzi przez środek koła, jakże więc wyciągniemy różnicę zboczeń wtenczas kiedy obie gwiazdy opisują cięciwy? Do tego potrzeba naypiérwiéy wynaleźć wartość promienia kr w stopniach koła wielkiego. Obserwuymy którąkolwiek z gwiazd na równiku lub blizko bardzo téy płaszczyzny leżących, i oznaczmy czas jakiego potrzebuje gwiazda do przebieżenia średnicy koła rs, któryńazwiymy przez 2τ, promień kr wyrazi się w podziałach koła przez $15.\tau$. Wreszcie z obserwacyi jakieykolwiek bądź gwiazdy któréy zboczenie δ jest znane, można otrzymać łuk koła wielkiego zakryty przez średnicę sr, mnożąc czas na przebieżenie téy średnicy użyty przez $15.$ dost δ. Daymy teraz że gwiazda, z którą porównywamy planetę, ma zboczenie D i opisuje cięciwę mxn w przeciągu czasu $\frac{h''-h'}{2}$, gdzie h' i h'' wyrażają czasy dotknięcia gwiazdy do punktów m i n. Planeta lub gwiazda, któréy położenia szukamy, idzie cięciwą be, i czas na jéy przebieżenie strawiony wyrazi się przez $\frac{t''-t'}{2}$; jakież jest zboczenie gwiazdy nieznanéy?

$$kx = km.\,\text{dost}\,xkm = 15\tau.\,\text{dost}.\,xkm$$

$$\text{wst}\,xkm = \frac{xm}{km} = \frac{15(h''-h')\,\text{dost}\,D}{15.2.\tau} = \frac{(h''-h')\,\text{dost}\,D}{2\tau.}$$

podobnie

$$ki = km.\,\text{dost}\,ikb = 15\tau.\,\text{dost}\,ikb$$

$$\text{wst}\,ikb = \frac{bi}{kb} = \frac{(t''-t')\,\text{dost}\,D}{2\tau}.$$

W tém zrównaniu dla małości łuku xi wzięlismy dost D za dost $(D \pm xi)$

$$xi = ki - kx.$$

Na wynalezienie więc różnicy w zboczeniu służą ostatecznie następujące zrównania:

$$\text{wst}\, xkm = \frac{(h''-h')\,\text{dost}\, D}{2\tau}$$

$$\text{wst}\, ikb = \frac{(t''-t').\,\text{dost}\, D}{2\tau}$$

$$xi - 15\tau(\text{dost}\, ikb - \text{dost}.\, xkm)$$

gdzie wszystkie ilości albo są znane, albo z tych zrównań oznaczyć się mogą.

Zboczenie planety $= D \pm xi$.

W obserwacyi gwiazdy północnéy znak wyższy bierze się wtenczas kiedy planeta w lunecie przechodzi niżey gwiazdy, znak niższy kiedy przechodzi nad gwiazdą; lunety bowiem astronomiczne jak wiemy przewracają położenie przedmiotów. W obserwacyi gwiazdy leżącéy ze strony południowéy równika prawo na znaki wypada odwrotne.

Mikrometr kołowy w tém jest wygodny, że może bydź użytym w rozmaitych położeniach, i niema potrzeby ustawiać go do pewnych kół, jak się ustawiają inne mikrometra, dla tego nie tylko w machinę równikową, ale w każdą lunetę wprawionym i do obserwacyi użytym bydź może. Naywiększą nieprzyzwoitością tego mikrometru jest to, że czasem nie można ocenić, czy gwiazda przeszła pod środkiem czy nad środkiem mikrometru. Jeżeli jedna z gwiazd przechodzi nad środkiem mikrometru opisując cięciwę *mn*, a druga pod środkiem i opisuje cięciwę *pq*, naówczas różnica zboczeń wyraża się przez następujące zrównanie:

$$xo = kx + ko = 15\tau\,(\text{dost}\, okp + \text{dost}\, xkm)$$

jak to łatwo jest widzieć na figurze.

XVII. *Mikrometr* niciowy *i* przedmiotowy *do mierzenia tarczy planet.*

Wystawmy sobie dwie nici równoległe osadzone w ognisku lunety, z których jedna jest statecznie utwierdzona, druga zaś może się posuwać za pomocą śruby mikrometryczney. Tak urządzone nici stanowią *mikrometr niciowy* (micromètre filaire), służący do brania różnicy w zboczeniu, i do mierzenia tarczy planet; na ten koniec ustawia się luneta tak, aby nić stateczna była styczną do jednego brzegu planety, nić zaś ruchoma posuwa się póty, póki się niestanie styczną do drugiego brzegu.

Z liczby obrotów, jaką śruba mikrometryczna odwodząc nić ruchomą od brzegu jednego do drugiego zrobiła, wypada wielkość pozorna mierzonego przedmiotu. Wartość zaś obrotów śruby mikrometryczney i podziałów koła po których skazówka bieży, łatwo się dochodzi, wymierzając przez mikrometr wielkość pozorną jakiego przedmiotu, i liczbę obrótow wypadającą porównywając ze znajomym skądinąd kątem optycznym tegoż przedmiotu; z takiego zrównania wypadnie wartość obrotu, a ztąd i podziałów na kolè śruby mikrometryczney porobionych.

Drugim gatunkiem mikrometru do mierzenia tarczy planet jest tak nazwany *mikrometr przedmiotowy* (micromètre objectif, ou hèliomètre de Bouguer), stanowi go soczewka szklanna przecięta na dwie równe połowy, jak to figura 19 wystawia. Mikrometr tego rodzaju albo wkłada się na koniec lunety, tak, że środkując między szkłem przedmiotowém a przedmiotem, łamie zwolna wchodzące promienie i przez to skraca odległość ogniska szkła przedmiotowego, albo też sam jest szkłem przedmiotowém. Póki środki obu części mikrometru zostają w jednémże mieyscu, formują pojedynczy tylko obraz przedmiotu, lecz jeśli rozsuwając te połowy rozdzielimy ich środki, otrzymamy dwa obrazy przedmiotu, dane przez dwie połowy szkła przedmiotowego. Niech odległość środków dwóch obrazow będzie *CC'*; jeśli ta odległość równa jest obrazowi słońca, będziemy mieć dwa obrazy tey gwiazdy stykające się z sobą brzegami. Między dwiema połowami mikrometru jest linija AB podzielona na części i wskazująca ubieżoną przestrzeń między środkami C i C'; jeżeli wartość jéy podziałów znajoma jest w sekundach łuku koła wielkiego, otrzymamy z obserwacyi mikrometrem wielkość średnicy słońca; wzajemnie, kiedy średnica słońca jest znana, ta porównana z liczbą podziałów mikrometru da nam poznać ich wartość; wreszcie do oznaczenia wartości podziałów mikrometru służyć może każdy przedmiot wyraźnie zakończony, i którego kąt optyczny albo z wiadoméy odległości i wielkości rzetelnéy przedmiotu, albo skądinąd jest znany. Mikrometr ten nayczęściey się używa do mierzenia w czasie zaćmienia słońca *odległości rogów* (distance des cornes).

Te są ważnieysze narzędzia do obserwacyy astronomicznych służące, daliśmy tylko krótkie ich tu opisanie, zostawując resztę ustnemu tłumaczeniu, jedno bowiem spoyrzenie na narzędzie więcéy pospolicie uczy, niż długie jego na figurze opisywanie.

Należałoby nam wyłożyć teraz naukę łamania się światła w powietrzu, czyli *refrakcyi* (réfraction), lecz chcąc nieprzerywać ciągu rozumowań, któreśmy przed wykładem narzędzi astronomicznych zaczęli, i przyyść prędzéy do poznania ziemi i do pewnych wniosków względem obrótu dziennego nieba, wstrzymujemy się na chwilę od wykładu téy nauki; przestaniemy tym czasem na ostrzeżeniu czytelników że wszystkie wysokości gwiazd otrzymane przez obserwacyą powinny bydź zmnieyszone ilością refrakcyi.

XVIII. *Oznaczenie dokładne bieguna świata. Nowy dowód jednostayności biegu dziennego nieba. Ziemia jest nieskończenie małą bryłą w porównaniu odległości gwiazd stałych.*

Poznaliśmy że gwiazdy powracając statecznie do południka mieysca, i do téy saméy wysokości w przeciągu dnia gwiazdowego, opisują koła, a zatém zachowują też samę od bieguna odległość: wyobraziwszy tedy tróykąt

ZPS (fig. 20) gdzie Z jest zenit, P biegun, a S gwiazda, będziemy mieć dwa boki tróykąta ZP i PS stateczne na każdy moment. Jeśli znamy PZ odległość bieguna od zenit, i PS odległość gwiazdy od bieguna, możemy obserwować w różnych czasach odległość gwiazdy od zenit, a z trzech boków tróykąta ZPS rachować na moment obserwacyi kąty godzinne ZPS, i uważać czyli rosną tak jak czasy upłynione po przeyściu gwiazdy przez południk. Trzeba więc nam naprzód oznaczyć odległość zenit od bieguna świata, to jest PZ.

Do tego obierzmy jaką gwiazdę któréy równoleżnik cały znayduje się nad naszym poziomem, a obserwując téy gwiazdy odległość od wierzchołka w czasie wyższego i niższego jéy przeyścia przez południk, otrzymamy:

$$\text{w przeyściu wyższém } N = PZ - \Delta$$
$$\text{w przeyściu niższém } N' = PZ + \Delta$$

gdzie N i N' są odległości gwiazdy od zenit, Δ jest jéy odległość od bieguna świata. Ztąd

$$N + N' = 2PZ. \qquad PZ = \tfrac{1}{2}(N + N')$$

$$2\Delta = N' - N. \qquad \Delta = \frac{N' - N}{2} \text{ albo}$$

$$\Delta = PZ - N = N' - PZ.$$

Wybraliśmy tu gwiazdę między biegunem a zenit; gdyby gwiazda w przeyściu wyższém przechodziła ze strony południowéy zenit, w zrównaniach wyższych potrzebaby brać tę odległość od zenit ze znakiem odjemnym.

Tak tedy mając w troykącie ZPS dwa boki PS i PZ stateczne dla jednéy gwiazdy, i bok trzeci ZS znany na pewny moment przez obserwacyą, łatwo za pomocą zrównania fundamentalnego trygonometryi kulistéy wyciągniemy wartość na kąt godzinny ZPS.

Powtarzane takowe obserwacye i rachunki pokażą nam, że kąt godzinny każdéy gwiazdy stałéy w godzinę po jéy przeyściu przez południk jest 15°, we dwie godziny 30° i t. d. co nam nowy i dostateczny daje dowód, że gwiazdy stałe opisują koła ruchem jednostaynym tak dalece, że kąty w biegunie świata rosną zupełnie proporcyonalnie czasóm. Ponieważ odległości gwiazdy od bieguna świata obserwowane z jednego mieysca są w ciągu całego obrótu gwiazdy też same, wypada koniecznie że oś obrótu nieba przechodzi przez oko obserwatora; od punktów bowiem tylko osi poprowadzone promienie widzenia do równoleżników gwiazd formować mogą powierzchnie ostrokręgów prostych, których osią jest oś obrótu dziennego. Lecz w jakiemkolwiekbądź mieyscu robiono obserwacye, wszędzie postrzegano statecznie, że wszystkie gwiazdy w przeyściu wyższém i niższém przez południk, równo się oddalały od bieguna tak dalece, że oś obrótu wszędzie zdawała się przechodzić przez oko obserwatora.

Ten dziwny fenomen nie może się inaczey wytłumaczyć, tylko przypuszczając, *naprzód*, że oś obrótu nieba przechodzi przez ziemię, *powtóre*, że wielkość ziemi porównana z odległością gwiazd stałych daje stosunek nieskończenie mały. Naówczas promienie widzenia prowadzone z różnych punktów ziemi do teyże samey gwiazdy, powinny nam się wydać równoległemi, czyli że ziemia widziana z odległości takiey jak są gwiazdy, wydawać się musi w przestrzeni świata jak punkt, którego wielkość dla małości oceniona bydź nie może.

XIX *Środek ziemi uważać można za środek pozorney kuli niebieskiey. Równik, południki, i równoleżniki uważane na ziemi jako na doskonałey kuli. Ogólne wyobrażenie tych liniy na jakąkolwiek figurę ziemi.*

Ponieważ ziemia tak jest małą, że jéy wymiary nikną w porównaniu odległości gwiazd stałych, możemy przeto uważać kulę niebieską jako zakreśloną promieniem nieskończenie wielkim, któréy środkiem jest środek ziemi; położenie gwiazd stałych i prawa ich biegu, wyciągnione z obserwacyy wyższych, zostaną dla małości promienia ziemskiego też same na środek ziemi, jakie były na pewny punkt jéy powiérzchni. Pamiętaymy jednak że takie wyobrażenie kuli niebieskiey jest tylko p[illegible]ęciem Astronomów ułatwiającém naukę; gwiazdy bowiem są bez wątpienia w różnéy od nas odległości, lecz gdy my téy odległości nie szukamy, lecz tylko porównywamy kąty rozmaite robione w oku obserwatora przez promienie widzenia, widoczna jest, że takowe przypuszczenie ani stosunku, ani wielkości tych kątow bynaymniey nie odmienia.

Nadto, ponieważ ziemia jest okrągłą, i jak wymiar jéy w różnych mieyscach robiony pokazuje, mało się różni od doskonałéy kuli, nim tedy do odkrycia tych małych nierówności przyydziemy, uważaymy teraz środek ziemi jako środek dwóch kul, prawdziwéy ziemskiey i pozornéy niebieskiéy.

W tém przypuszczeniu oś obrotu dziennego nieba przechodzi przez środek ziemi, a jéy końce uważane na powierzchni są *biegunami ziemi* (pôles de la terre).

Płaszczyzna równika niebieskiego przecinając ziemię przez jey środek, narysuje na jéy powierzchni koło wielkie, które się zowie *Równikiem ziemskim* (Equateur terrestre). Koła godzinne utworzą podobne koła na powierzchni ziemi, które się zowią *Południkami* (méridiens), te wszystkie przechodząc przez bieguny ziemi przecinają się w linii, która jest osią ziemską.

Jeżeli przez oba bieguny ziemskie poprowadzimy płaszczyzny równoległe do równika, obie te płaszczyzny trafią dla małości ziemi na tęż samę gwiazdę i na równik niebieski, płaszczyzny więc równoleżników niebieskich nie przerzynają ziemi, lecz jeśli wyobrazimy sobie ostrokręgi, któreby miały wierzchołek spólny we środku ziemi, a za podstawy rozmaite równoleżniki niebieskie, powierzchnie tych ostrokręgów, przecinając się z powierzchnią ziemi, narysują koła małe, których płaszczyzny będą równoległe do równika, koła te nazywają się *równoleżnikami ziemskiemi* (parallèles terrestres). Gdyby ziemia nie była kulistą, tedybyśmy równikiem ziemskim nazwali liniją na powierzchni ziemi zaymującą te punkta, których linije wierzchołkowe są równoległe do równika czyli pionowe do osi świata, końce liniy wierzchołkowych przedłużone, dla małéy powierzchni ziemi trafią na równik niebieski, ale punkta których linije wierzchołkowe są równoległe do płaszczyzny równika, mogą na powierzchni ziemi formować liniją, która się jedną płaszczyzną zająć nie może, naówczas równikiem ziemskim będzie linija podwóynéy krzywizny. Jeżeli ziemia jest kulą, lub powierzchnią wypadającą z obrotu jakiey linii około osi świata, równik ziemski będzie liniją płaską i kołową.

Podobnie południkiem ziemskim będzie to linija przechodząca przez punkta, których linije wierzchołkowe spotykają południk niebieski, linija ta w ogólności jest liniją podwóynéy krzywizny; w przypadku kiedy powierzchnia ziemi jest obrótową, południki ziemskie będą to linije leżące na jednéy płaszczyźnie, których figura jest taż sama co linii rodzącéy powierzchnią ziemi. Bieguny ziemskie w ogólności są to punkta, których zenit wypada w biegunie świata, a które mogą bydź, lub nie, na jednéy linii równoległéy do osi świata.

Nakoniec równoleżniki ziemskie będą w ogólności uformowane przez punkta, których linije wierzchołkowe padają na tenże sam równoleżnik niebieski, chociaż linija łącząca te punkta na powierzchni ziemi, jest liniją pojedyńczey lub podwóynéy krzywizny. Można tedy rozróżnić równoleżniki ziemskie jedne od drugich, podług zboczeń odpowiadających im równoleżników niebieskich, czyli podług kąta jaki linija wierzchołkowa robi z płaszczyzną równika niebieskiego. Kąt ten nazywa się *szerokością równoleżnika* (latitude du parallèle) i wszystkich mieysc na tym równoleżniku będących. Niech na (fig. 21) OO' wyraża równoleżnik mieysca O, ZO liniją wierzchołkową tegoż punktu. Kąt $ZOE = E'NZ$ jest szerokością mieysca. Jeśli ziemia jest doskonałą kulą punkt N będzie we środku C, gdyż w tym przypadku wszystkie linije wierzchołkowe przecinają się we środku kuli. Jakakolwiek jest figura ziemi, szerokość mieysca na równiku jest zero, ponieważ linija wierzchołkowa znayduje się na płaszczyznie równika niebieskiego jeśli ziemia jest kulą; albo jest równoległą do téy płaszczyzny w przypadku figury jakieykolwiek. Na biegunie, gdzie linija wierzchołkowa *CP* jest równoległą osi swiata, szerokość mieysca jest$=90°$. Granice tedy ubywania i rośnienia szerokości mieysc są: $0°$ i $90°$. Mieysca położone ze strony północnéy równika mają *szerokość północną* (latitude boreale), położone ze strony południowey mają *szerokość południową* (latitude australe). Ponieważ umiemy znachodzić odległość bieguna od zenit podług N. 18, znaydziemy tedy przez obserwacyą jakiey gwiazdy kołobiegunowéy kąt *ZOP*; $90° - ZOP = EOZ =$ wysokości bieguna nad poziom mieysca $=$ szerokości tegoż mieysca.

Równik ziemski przechodzi przez Etyopią, Sumatrę, Borneo, nową Gwineę; przerzyna morze południowe, Peru, wchodzi na ocean Atlantycki, i przechodąc przez wyspę ś. Tomasza kończy swóy obwód na brzegach Etyopii. Biegun południowy leży ku stronie południowéy nowéy Hollandyi; północny, którego okolice nieco lepiey są znane leży między Grenlandyą i Rossyą północną. Oba do tego czasu dla ciągłych lodów żeglarzóm przystępnemi nie były.

XX. *Różny widok nieba podług różnéy pochyłości równika do poziomu. Położenie sfery proste, równoległe i ukośne.*

Ponieważ oś biegu dziennego różną ma pochyłość do poziomu w różnych mieyscach, ztąd też niebo i bieg dzienny gwiazd różnie się dla różnych krajów wydawać powinien. I tak: mieszkaniec znaydujący się na równiku widzi oba bieguny świata na swoim poziomie; gwiazdy wszystkie opisują koła pionowe do poziomu bawiąc tyle nad poziomem ile pod poziomem. Dla mieszkańca położonego między równikiem a biegunem, jeden tylko biegun będzie widziany, podniesiony tyle nad jego poziom, jaka jest szerokość jego równoleżnika; gwiazdy będą jedne dłużéy, drugie krócéy bawić nad poziomem, niektóre z nich będą ciągle widziane inne nigdy nad poziom nie weydą. Nareszcie mieszkaniec będący na biegunie ziemi, widzi ten biegun u zenit, i bieg dzienny gwiazd wszystkich jest równoległy jego poziomowi. Dla tego różnego widoku nieba, Jeografowie nadali nazwiska trojakiemu położeniu równika względem poziomu rozmaitych krajów, i tak mieysce ma *sferę prostą* (sphère droite), *ukośną* (sphère oblique), lub *równoległą* (sphère parallèle), podług tego jak równik jest pionowy, pochyły, lub równoległy do poziomu tego mieysca. (patrz Jeogr. J. Sniadeckiego k. 84).

ROZDZIAŁ III.

Sposoby oznaczania rozmaitych punktów na powierzchni ziemi.

XXI. *Figura ziemi. Długość i szerokość mieysca oznaczają jego położenie na powierzchni ziemi.*

Żeby wiedzieć czyli ziemia jest kulą doskonałą albo nie, należy porównać między sobą długości łuków zawierających też samę liczbę stopni i mierzonych w różnych częściach powierzchni ziemskiey. Rozmiary te, z wielkim kosztem w wielu już uskutecznione krajach, dały poznać, że ziemia jest ellipsoidą spłaszczoną przy biegunach a wydętą przy równiku (*). Różnica między osią większą i mnieyszą ellpsoidy rozdzielona przez oś większą daje spłaszczenie ziemi (applatissement de la terre). Spłaszczenie wyciągnione z łuku mierzonego na równiku przez PP. *Bouguer* i *Lacondamine*, i z łuku mierzonego we Francyi przez *Méchain* i *Delambre* jest $\frac{1}{308,65}$. Wymiary też same dały na wielkość promienia ziemskiego

na równiku $6376984^{\text{metr}} = 1434,8$ } mil fran. (*lieues communes*).
na biegunie $6356324 \quad = 1430,1$ }

(*) Patrz Jeogr. J. Sniadeckiego, tudzież *Delambre Traité d'Astronomie* T. III, k. 512.

Wielkość promienia średnia w szerokości 45° wynosi: 6366745.^{metr} = 1432,4 mil francuz. (*). Inne wymiary łuków porównywane z sobą dają na spłaszczenie ziemi wartość jedne większą drugie mnieyszą od wyżey wymienioney, co pokazuje, że figura ziemi nie jest doskonałą powierzchnią z obrotu ellipsy powstałą. Lecz wymiary wszystkie dają zawsze na spłaszczenie ziemi ilość tak małą, że ją w wielu zagadnieniach astronomicznych i we wszystkich jeograficznych za doskonałą kulę bez znacznego błędu uważać można. I tak: na kuli blizko 12 cali promienia mającey, chcąc wydać figurę ziemi, należałoby zrobić promień przy biegunie krótszy od promienia równikowego o pół linii, ilość którą dokładnie oznaczyć bardzo jest trudno. Dla tego w robieniu kul sztucznych wyobrażających ziemię, spłaszczenie zupełnie się opuszcza, tak jak się opuszcza w rachunkach na morzu gdzie wszystkie stopnie szerokości uważają się za równe, gdyż różnica wypadająca z tego błędu jest bardzo małą i niknie między innémi błędami, które w podobnych robotach są nieuchronne. Nie wchodząc tu w naukę robienia kart jeograficznych, zastanówmy się tylko nad sposobami astronomicznemi oznaczenia położenia mieysca na kuli ziemskiey. Chcąc wiedzieć na ziemi położenie jakiego mieysca, znać potrzeba równoleżnik tego mieysca, i punkt równoleżnika na którym się to mieysce znayduje. Równoleżnik łatwo się wynaydzie przez obserwacyą szerokości mieysca sposobami wyżey podanémi; nadto wysokość południkowa jakieykolwiek gwiazdy znaney co do zboczenia, da nam tę szerokość. Dla znalezienia punktu na tym rownoleżniku trzeba wiedzieć kąt jaki czyni południk tego mieysca z południkiem znanym. Do tego potrzeba obrać południk jakiego mieysca, od któregobyśmy kąty, jakie z nim robią inne południki, rachować mogli. Tak obrany południk nazywa się *południkiem pierwszym* (premier méridien). Obranie południka za pierwszy jest dowolne, francuzi pro-

---

(*) *Astronomie phys. de Biot* T. I. k. 171.

wadzą go przez obserwatoryum Paryskie, Anglicy przez obserwatoryum w *Greenwich*. Poprowadźmy myślą południki przez rozmaite punkta jednego równoleżnika, południki te zrobią różne kąty z południkiem pierwszym; i każdy punkt równoleżnika będzie rozróżniony od innych przez kąt, jaki jego południk robi z południkiem pierwszym. Kąt ten między południkiem pierwszym a południkiem mieysca zawarty, nazywa się *długością mieysca* (longitude du lieu), miarą tego kąta jest łuk równika między południkami zajęty. Długość jest wschodnia lub zachodnia, podług tego jak mieysce jest położone na wschód lub na zachód względem południka pierwszego.

XXII. *Różnica w rachubie czasu na rozmaitych mieyscach jest właśnie różnicą w długości tychże mieysc. Różne sposoby wynalezienia długości mieysca. Wynalezienie czasu na moment obserwacyi. Różnica w długości i szerokości dwóch mieysc daje poznać odległość tychże mieysc od siebie w łuku i w miarach podłużnych.*

Ponieważ łuk równika wyraziliśmy przez czas, więc i długość jeograficzną także przez czas wyrazić możemy, licząc 15° łuku na jednę godzinę gwiazdową. Jeżeli wszyscy mieszkańcy ziemi liczą czas od przeyścia teyże samey gwiazdy przez południk, widoczna jest że mieszkańcy mający różną długość, różną też mieć będą rachubę czasu; i tak mieszkańcy położeni na wschód względem południka pierwszego o 15°, będą mieć przechód jedneyże gwiazdy przez południk o godzinę wcześniey; położeni o 15° na zachód, o godzinę poźniey, niżeli mieszkańcy pod południkiem pierwszym, i różnica w rachubie czasu daje różnicę w długości jeograficzney mieysc.

Gdybyśmy więc mieli jaki fenomen na niebie momentalny i jednoczesny dla różnych mieszkańców ziemi, różnica między czasami tego fenomenu rachowanemi w rozmaitych mieyscach, dałaby ich różnicę w długości. Fenomenami takiemi są zaćmienia xiężyca ziemskiego i xiężyców Jowiszowych. Zaćmienia słońca i zakrycia gwiazd przez xiężyc (occultations) nie są wprawdzie fenomenami jednocześnemi, ale Astronomowie umieją z nich wyciągnąć czas fenomenu jednoczesnego, i ztąd tego gatunku zaćmienia lepiéy jeszcze niż pierwsze do wynalezienia długości służyć mogą; sposoby te wyłożymy wtenczas kiedy poznamy biegi słońca i xiężyca. Obserwacya odległości gwiazd od xiężyca służy także do znalezienia długości jeograficzney. Odległość xiężyca od gwiazd ciągle się odmienia, i ta odmiana w stosunku do czasu jest dosyć znaczną; daymy że w Wilnie obserwowaliśmy dokładnie odległość xiężyca od jakiéy gwiazdy znakomitéy, i zaznaczyliśmy czas téy obserwacyi; jeżeli zkądkolwiek wiemy jaki jest czas w Paryżu, kiedy odległość xiężyca od téy gwiazdy jest właśnie taka, jakąśmy znaleźli, wyciągniemy łatwo różnicę w długości między Wilnem a Paryżem. Dla tego to odległości xiężyca od słońca i gwiazd znacznieyszych, rachowane są w kalendarzach astronomicznych co sześć lub co trzy godzin. W kalendarzach francuzkich (*Connoissanse des tems*) rachuba ta jest na południk paryzki, w angielskich (*Nautical Almanac*) na południk obserwatoryum w *Greenwich*. We wszystkich tych sposobach nayważnieyszą jest rzeczą znać dokładnie w momencie obserwacyi czas jaki się powinien liczyć pod tym południkiem na którym się znaydujemy. Łatwo tego dóydziemy mając znaną szérokość mieysca, i zboczenie słońca lub jakiéy gwiazdy znanéy. Obserwując bowiem odległość od zenit téy gwiazdy; to jest ZS, (fig. 20), w tróykącie ZPS będziemy mieć trzy boki znane, a więc znaydziemy kąt ZPS (*). Kalendarze astronomiczne dają wznoszenie się proste gwiazd czyli czas o ktorym gwiazda jaka przechodzi przez południk; jeżeli ten czas wyrazimy przez τ, a kąt godzinny ZPS zamieniony na czas przez t, będzie $\tau \pm t$ czas jaki zegar wskazywać powinien w czasie obserwacyi wysokości gwiazdy. I tak niech będzie: $AK = 45^\circ$.

(*) Kąt ten wynaydzie się ze zrównania

$$\text{wst } \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\text{wst } \frac{1}{2}(a+b-c) \text{ wst } \frac{1}{2}(a+c-b)}{\text{wst } b \text{ wst } c}}$$ (Tryg. kul. kar. 6).

15′. 0″ = 3^g. 1′. 0″ = wznoszeniu się prostemu gwiazdy *S*, wyrachowany na moment obserwacyi z tróykąta *ŻPS* kąt $P = 16° = 1^g$. 4′. Uważając tedy gwiazdę ku stronie zachodniey od południka, czas gwiazdowy na moment kiedy odległość gwiazdy od zenit była *ZS*, wyrazi się przez $AK + KPZ = 3^g. 1'. + 1^g. 4' = 4^g. 5'$. różnica między tym czasem, a czasem zegarowym jest własnie zrównaniem i poprawą czasu zegarowego.

Znając szerokość jeograficzną i różnicę w długości dwóch mieysc na powierzchni ziemi, łatwo można rachować ich odległość od siebie. I tak niech *A* i *B* (fig. 22) będą te dwa mieysca, *AB* jest łuk koła wielkiego wyrażający ich naykrótszą odległość, w tróykącie *APB* gdzie *P* jest biegunem równika, będą znane *AP* i *PB*, jako dopełnienia szerokości, i kąt *APB*, który jest różnicą w długości: ztąd otrzymamy łuk *AB* za pomocą analogii Nepera lub zrównania (*m*) (Tryg. kul. k. 25). Łuk ten w stopniach zamienia się na miary podłużne i wypadek daje odległość punktu *A* od *B* w milach lub metrach.

XXIII. *Bieg dzienny nieba może się wytłumaczyć przez bieg wirowy ziemi. Fenomena dowodzące biegu wirowego ziemi.*

Nim porzucimy naukę o ziemi zwróćmy jeszcze uwagę na ten powszechny ciał niebieskich obrót około ziemi w przeciągu 24 godzin. Gdyby ziemia, którą dotąd uważaliśmy w spoczynku, była obdarzoną ruchem w stronę przeciwną obrótowi dziennemu gwiazd, to jest od zachodu na wschód, wtenczas widoczna jest że całe niebo zdawałoby się obracać od wschodu na zachód. Obrót więc ten dzienny ciał niebieskich możemy równie wytłumaczyć przez ruch całego nieba jak i przez bieg ziemi około swojey osi w stronę przeciwną. (Jeog. J. Sniadeckiego k. 62). Nie jest że prościey i łatwiey poymować ruch ziemi, która jakeśmy poznali jest tylko punktem w przestrzeni świata, a niżeli ten bieg przypisywać ciałom w nieskończoney prawie odległości od nas położonym? Odmiana wielkości pozorney rozmaitych gwiazd pokazuje że te raz są bliższe drugi raz dalsze od ziemi. Tarcze słońca, xiężyca, planet i komet uważane przez Teleskopy, pokazują się większe, gdy tym czasem gwiazdy przez naymocnieysze Teleskopy widziane, nie pokazują się jak tylko w kształcie punktu bez znacznego rozmiaru, co dowodzi, że gwiazdy stałe bez porównania daléy są położone niż słońce, księżyc, planety i komety, a ztąd sądzić wypada że wszystkie ciała niebieskie chociaż je na powiérzchni jednéyże mieścimy kuli, są rzeczywiście w bardzo różnéy od siebie odległości. Ciała te tak po przestrzeni świata w różnych i tak wielkich od siebie odległościach rozrzucone, muszą w przypuszczeniu biegu nieba opisywać rozmaite koła, z taką każde szybkością, aby w przeciągu 24 godzin obrót ten ukończyć. Możnaż rozsądnie przypuścić tę szczególną szybkości kombinacyą, i naginać, że tak powiem, umysł do pojęcia sposobem trudnym i zawikłanym fenomenu, który przez bieg ziemi z taką się łatwością i prostotą poymuje? Wszelki ruch niedaje się uczuć, tylko porównywając go z innemi ciałami ruchu tego pozbawionemi, i dla tego pozorny spoczynek ziemi nie dowodzi wcale, że ziemia rzeczywiście jest nieruchomą. Zostając na powiérzchni ziemi, podlegli razem z powietrzem spólnemu biegowi, biegu tego nie czujemy, ale bieg ten widocznie pokazują ciała niebieskie zdające się biedz w stronę przeciwną, tak jak biegą brzegi ziemi dla płynącego okrętem. Wiele moglibyśmy przytoczyć przykładów pozornego ruchu i spoczynku które oko widzi, gdy tym czasem rozwaga głębsza oczywiście błąd świadectwa zmysłów wyjawia; ale te przykłady powszechnie są znajome.

Jeżeli ziemia ma bieg wirowy, cząstki jey dla siły odśrodkowéy większey na równiku niż pod biegunami, powinny tak się ułożyć, iżby promień ziemi przy równiku, gdzie ciężkość ciał zmnieysza się przez siłę odśrodkową, był większym od promienia przy biegunie; ziemia tedy, przypuszczając bieg wirowy, powinna bydź spłaszczoną przy biegunach, a wydętą przy równiku. Spłaszczenie więc ziemi odkryte przez dokładne wymiary dowodzi jey biegu wirowego.

Bieg ten okazuje się jeszcze przez zboczenie z kierunku pionowego ciał spadających z wielkich wysokości. Zawieśmy u wierzchołka wysokiéy wieży ciężar na nici, ciężar ten na ziemi wskaże punkt, który jest końcem linii wierzchołkowéy przechodzącéy przez punkt zawieszenia: zaznaczmy dobrze to mieysce, i podniosłszy w górę ciężar, spuśćmy go potém z mieysca zawieszenia nici. Jeśli ziemia jest nieruchomą, ciężar spadnie po linii wierzchołkowéy na punkt zaznaczony, lecz jeśli ziemia ma bieg wirowy, ciało będące u góry mając w momencie spuszczenia szybkość większą niżeli spod wieży, gdyż jest daléy oddalone od osi kręcenia się, spadać będzie w kierunku złożonym z kierunku poziomego, i kierunku ciężkości; trafić więc powinno nieco na wschód od punktu naznaczonego. Doswiadczenia te były probowane w Bolonii przez P. *Gugliemini*, w Niemczech przez P. *Benzenberga*, w Hollandyi przez PP. *Breda* i *Heyneberger*, i chociaż te doświadczenia nie zupełnie tę samę dają wartość oddalenia się jaka była rachowaną podług praw Mechaniki na różną wysokość i szerokość jeograficzną, wypadki jednak wszystkie mówią za biegiem ziemi.

Opuszczamy wiele innych dowodów biegu dziennego ziemi powszechnie dziś przez Astronomów przyjętego. W ciągu dalszym téy nauki napotkamy fenomena, które przez biegi ziemi innego rodzaju łatwo się tłumaczą; inne znowu, które uważając ziemię za nieruchomą, żadną miarą pojętemi bydź nie mogą.

ROZDZIAŁ IV.

Łamanie się promieni światła w atmosferze czyli *Refrakcya.*

XXIV. *Co jest* refrakcya *w ogólności. Prawa jakim podlega promień światła wpadając do środka gęstości różnéy. Wyprowadzenie zrównania na refrakcyą przez funkcyą kąta złamanego, kiedy środek łamiący jest jednostaynéy wszędzie gęstości.*

Wiemy że światło przechodząc ze środka gęstości pewnéy do środka innéy gęstości, odmienia swóy kierunek. I tak wyobraźmy sobie (fig. 23) płaszczyznę *AB*, oddzielającą nam środek rzadszy od środka gęstszego znaydującego się pod płaszczyzną *AB*. Promień *DC* natrafiwszy na środek gęstszy w punkcie *C*, odmieni swóy piérwszy kierunek *DCE* na kierunek *CLG*, zbliżając się do linii *ZCM* pionowéy do płaszczyzny *AB*. W ogólności promienie światła wpadając ze środka rzadszego do gęstszego łamią się do linii pionowéy, przeciwnie zaś oddalają się od téy linii jeżeli przechodzą ze środka gęstszego do rzadszego. Kąt promienia wpadającego z pionową do powiérzchni środka gęstszego w punkcie wpadnienia, zowie się *kątem wpadania* (angle d'incidence), kąt promienia złamanego z tą samą pionową, zowie się *kątem złamanym* (angle rompu); różnica zaś między temi dwóma kątami, zowie się *kątem złamania* (angle de réfraction). I tak kąt *DCZ* jest kątem wpadania, kąt *FCZ* jest to kąt złamany, a kąt *FCD* jest kątem złamania, czyli ilością refracyi. Po Ptolemeuszu, którego optyka była zaginęła, Snelliusz i Karteziusz naypierwsi postrzegli, iż zachodził stosunek stały między wstawą kąta wpadania *DCZ*, a wstawą kąta złamanego *FCZ*. Stosunek ten jest $\frac{4}{3}$ kiedy promień przechodzi z powietrza do wody, jest zaś $\frac{3}{2}$ jesli przechodzi z powietrza do szkła.

Skutek ten łamania się promieni światła zależy od attrakcyi proporcyonalney gęstości środków. Jakož bieg promienia CK možna uwažać jako wypadkowy z dwóch szybkości składających, z jedney w kierunku CH równoległym do płaszczyzny AB, i z drugiey w kierunku CN pionowym do tey płaszczyzny. Szybkość w tym drugim kierunku przyśpieszoną jest przez attrakcyą środka gęstszego wtenczas właśnie, kiedy promień wpadający dotyka się tego środka, i staje się równą CM, ztąd kierunek promienia wypadkowy zamienia się na CL. Ponieważ podług doświadczeń wstawa kąta wpadania do wstawy kąta złamanego jest w stosunku statecznym, nazywając więc ten stosunek przez n będzie:

$$n=\frac{\text{wst}\, ZCD}{\text{wst}\, ZCF}=\frac{\text{wst}\,(ZCF+FCD)}{\text{wst}\, ZCF}=\frac{\text{wst}\,(N+r)}{\text{wst}\, N}$$

gdzie $N=ZCF$, a $r=FCD$

$$n=\frac{\text{wst}\, N.\,\text{dost}\, r+\text{wst}\, r.\,\text{dost}\, N}{\text{wst}\, N}$$

$$=\text{dost}\, r+\text{wst}\, r.\,\text{dosty}\, N.$$

Kładąc w tém zrównaniu za dost r, i wst r, ich wyrażenia przez sty $\frac{1}{2}r$. otrzymamy:

$$n=\frac{1-\text{sty}^2\frac{1}{2}r}{1+\text{sty}^2\frac{1}{2}r}+\frac{2\,\text{sty}\frac{1}{2}r}{1+\text{sty}^2\frac{1}{2}r}.\ \text{dosty}\, N$$

Zkąd:

$$\text{Sty}^2\tfrac{1}{2}r-\frac{2\,\text{sty}\frac{1}{2}r.\,\text{dosty}\, N}{1+n}=\frac{1-n}{1+n}$$

Dopełniając kwadratu i wyciągając pierwiastek wypadnie

$$\text{Sty}\tfrac{1}{2}r=\frac{\text{dosty}\, N}{1+n}\pm\sqrt{\left\{\frac{1-n}{1+n}+\frac{\text{dosty}^2 N}{(1+n)^2}\right\}}$$

Ponieważ wartość na sty $\frac{1}{2}$ r nie może rosnąć nieskończenie, i ta wartość zmnieyszać się musi kiedy się kąt N zmnieysza, czyli kiedy rośnie dosty N, wypada przeto że w wyrażeniu otrzymaném nie można brać summy dwóch wyrazów, z których każdy stać się może bardzo wielkim, ale należy wziąć ich różnicę; z dwóch więc znaków przy pierwiastku będących, znak tylko odjemny przyjętym bydź może. Nadto rozwijając na szereg wyrażenie pierwiastku mieć będziemy:

$$\text{Sty}\,\tfrac{1}{2}r = \frac{\text{dosty}\,N}{n+1} - (1+(1-n^2)\,\text{sty}^2 N)^{\frac{1}{2}}\frac{\text{dosty}\,N}{n+1}$$

$$= \frac{\text{dosty}\,N}{n+1} - \frac{\text{dosty}\,N}{n+1}\left\{1+\tfrac{1}{2}(1-n^2)\,\text{sty}^2 N + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{1\,.\,2.}(1-n^2)^2\,\text{sty}^4 N + \text{i t. d.}\right.$$

$$= -\left\{\tfrac{1}{2}(1-n^2)\frac{\text{sty}\,N}{n+1} - \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{4}(1-n^2)^2\frac{\text{sty}^3 N}{n+1} + \text{i t. d.}\right\}$$

$$= \tfrac{1}{2}(n^2-1)\frac{\text{sty}\,N}{n+1} + \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{4}(n^2-1)^2\frac{\text{sty}^3 N}{n+1} + \text{i t. d.}$$

Wyrażenie więc na refrakcyą jest w ogólności pod tym kształtem:

$$\text{Sty}\,\tfrac{1}{2}r = A\,\text{sty}\,N + B\,\text{sty}^3 N + C\,\text{sty}^5 N + \text{i t. d.}$$

Za pomocą tego zrównania gdzie A, B, C są funkcyami ilosci n moglibyśmy rachować refrakcyą na każdą wielkość kąta złamanego. Szereg ten mógłby służyć na rachowanie refrakcyi atmosferyczney, gdyby atmosfera ziemska zakończona była płaszczyzną i gdyby jednostayney wszędzie była gęstości.

Skutki łamania się światła bardzo już dobrze Ptolomeuszowi znajome były, jakoż na początku dziewiętnastego wieku Delambre z optyki jego w bibliotece znaleziony, krótką treść czytał instytutowi francuzkiemu, gdzie powiada, że Ptolemeusz dokładną posiadał wiadomość o refrakcyach atmosferycznych, i daley w tém postąpił jak Tycho, Kepler i inni Astronomowie przed Kassynim; że równie dokładnie znał, jak znają dzisiay, łamanie się promieni wpadających z powietrza do wody i szkła, podaje nawet tablice takowego łamania się na wszystkie kąty wpadania, co dziesięć stopni wyrachowane, zgadzające się prawie z tablicami jakie z doświadczeń Newtona wypadają.

XXV. *Refrakcya atmosferyczna. Cała linija promienia łamiącego się w Atmosferze leży na płaszczyźnie koła wierzchołkowego.*

Ziemia oblana jest ze wszystkich stron powietrzem rozciągającém się do pewnéy wysokości, które tym jest gęstsze im się bliżéy ziemi znayduje, tak dalece że wynosząc się coraz bardziéy nad powierzchnią ziemi, gęstość powietrza zmnieysza się, nareszcie niknie, lub staje się wcale nieznaczną. Promienie światła idąc od gwiazd do oka naszego, wpadają na wszystkie te stopnie i odmiany atmosfery, i przechodząc zawsze ze środka rzadszego do gęstszego, łamią się, i tak złamane, przyszedłszy do oka odmieniają koniecznie ciał niebieskich położenie. Ponieważ spłaszczenie ziemi jakeśmy widzieli jest bardzo małe, możemy przeto uważać figurę ziemi i atmosfery ją otaczającéy za kulistą. Atmosfera ta składa się z warst współśrodkowych, których gęstość zmnieysza się w miarę ich oddalenia się od ziemi. Promień od gwiazdy idący natrafiając na warsty powietrza coraz większey gęstości, coraz się bardziéy łamie, tak że kierunek tego promienia, wczasie kiedy ostatnią przebywa warstę, robi z kierunkiem linii od oka do gwiazdy wiedzionéy kąt który się *refrakcya* nazywa.

Pomyślmy sobie koło wierzchołkowe przechodzące przez gwiazdę jaką i przez oko obserwatora, przerzynające ziemię i warsty atmosfery na dwie równe połowy. Idące po tém kole od gwazdy promienie przechodząc przez atmosferę z płaszczyzny tego koła nie zeydą, gdyż niema przyczyny dla czegoby w jednę raczéy niż w drugą zbaczać miały stronę; i jeden z tych promieni trafi na oko obserwatora na tey płaszczyznie będące. Ztąd wypada że cały skutek refrakcyi odbywa się na kole wierzchołkowém, czyli że refrakcya odmieniając wysokość gwiazd nie sprowadza ich z koła wierzchołkowego; wznoszenie się więc proste gwiazd w czasie ich przeyścia przez południk; i poziomołuk w jakiémkolwiek bądź położeniu, żadney z przyczyny refrakcyi nie ulegają odmianie. Nadto, ponieważ wstawa kąta złamanego rośnie razem ze wstawą kąta wpadania zachowując zawsze tenże sam stosunek, wypada stąd że różnica między kątem wpadania i kątem złamanym jest tym większa, im kąt wpadania jest większy, i wzajemnie. Że zaś w refrakcyi atmosferyczney dla małey rozległości atmosfery, kąty wpadania nie wiele się różnią od kąta między linią wierzchołkową a promieniami wpadającemi, oraz rosną i zmnieyszają się razem z odległością gwiazdy od zenit; refrakcya więc powiększać się musi idąc od zenit ku poziomowi, gdzie staje się naywiększą, przeciwnie u zenit refrakcya jest żadna, gdyż promień światła wpadając pionowo do powierzchni warst atmosferycznych, kierunku swego niezmienia. Prawdy te wypadną nam jeszcze ze zrównania wyrażającego refrakcyą przez funkcyą odległości gwiazdy od zenit jak to wkrótce widzieć będziemy.

Promień światła przebywając atmosferę ziemską, którą uważać można jako złożoną z nieskończoney liczby warst różney gęstości, w każdym punkcie drogi kierunek swóy odmienia; i tym sposobem formuje liniją krzywą, króréy styczna prowadzona przy weyściu promienia do oka jest właśnie kierunkiem, podług którego przedmiot widzimy. Chcąc poznać liniją krzywą po którey rzucona cząstka światła przechodzi przez atmosferę, potrzeba wiedzieć prawo podług którego odmienia się gęstość atmosfery. Nim przyydziemy do zrównań dających nam na każdą wysokość ilość refrakcyi, wyłożmy pierwiéy sposoby jakiemi się dochodzi refrakcya przez obserwacyą, na jakąkolwiek wysokość ciała niebieskiego.

XXVI. *Sposoby dochodzenia ilości refrakcyi:* naprzód *przez obserwacyą wysokości gwiazdy i jéy poziomołuku lub kąta godzinnego*; powtóre *przez obserwacye gwiazd kołobiegunowych.*

Dawniéy kiedy wymiar czasu niemógł bydź robionym z taką jak dzisiay dokładnością, szukano ilości refrakcyi przez obserwacyą poziomołuku czyli kąta Z (fig. 20), który służył do rozwiązania tróykąta PZS, i oznaczenia prawdziwéy wysokości gwiazdy. Kąt ten *PZS* niépodlega skutkóm refrakcyi, ponieważ mieysce prawdziwe i pozorne znayduje się na tém samém kole wierzchołkowém *ZS*. W troykącie *PZS* mając na moment dany znane boki *PZ* i *PS*, z kątem *Z* jednemu z nich przeciwległym, łatwo otrzymamy łuk *ZS* (*) dopełnienie prawdziwéy wysokości gwiazdy, która porównana z wysokością obserwowaną w tymże samym czasie co i poziomołuk daje ilość refrakcyi.

Za pomocą kątów godzinnych dokładniey można oznaczyć ilość refrakcyi, gdyż obserwacya tych kątów z większą może bydź zrobiona dokładnością niż obserwacya poziomołuku. W tróykącie *PZS* (fig. 20) mając znaną *PZ* odległość bieguna od zenit i *PS* odległość słońca lub gwiazdy od bieguna północnego świata, wynaydziemy na pewny moment, za pomocą kąta godzinnego, ktory nam zegar oznaczy, bok trzeci *ZS*. Bok ten może się otrzymać za pomocą analogii Nepera i zrównania pierwszego głównego, albo wprost ze zrównania fundamentalnego, wprowadzając w to zrównanie kąt posiłkowy sposobem w trygonometryi kulistéy wyłożonym. Otrzymana tym sposobem wartość na *ZS* prawdziwa, porównana z wartością wypadającą ze zrobionéy w tymże momencie obserwacyi wysokości gwiazdy, daje różnicę która jest ilością refrakcyi. Uważaliśmy tu *PZ* i *PS* jako ilości prawdziwe niezawisłe od refrakcyi, tym czasem obserwowane położenie bieguna świata i zboczenie gwiazdy odmienione są przez refrakcyą, jeżeli jednak oznaczyliśmy zboczenie gwiazdy wtenczas kiedy się blizko zenit znayduje, ilość błędu jest małą w porównaniu szukanych refrakcyi większych. i po wynalezieniu prawa refrakcyi może bydź oceniona.

(*) Rozwiązując troykąt *ZPS* potrzeba naprzód wynaleść kąt *S* przez zrównanie piérwsze głowne, a potém wynayduje się bok *ZS* przez analogiją Nepera

$$\text{Sty}\,\tfrac{1}{2}\,ZS = \text{Sty}.\tfrac{1}{2}\,(PS + PZ)\,\frac{\text{dost}\,\frac{1}{2}\,(Z+S)}{\text{dost}\,\frac{1}{2}\,(Z-S)}$$

W wyłożonym tu sposobie kąt godzinny wyraża się przez czas upłyniony po przeyściu gwiazdy przez południk, do obserwacyi więc tego przeyścia mieć potrzeba dokładnie ustawioną lunetę południkową. Zamiast obserwacyi przez lunetę południkową można do tego celu użyć wysokości gwiazdy jakiéy, któréy zboczenie prawdziwe, jest znane kilku godzinami przed przeyściem przez południk i w tyleż po jéy przeyściu, kiedy do téyże saméy znowu przychodzi wysokości, będziemy ztąd mieć dwa tróykąty *PZS* i *PZS'* (fig. 20) z jedney i z drugiéy strony południka *PZ*, w każdym z nich znany jest bok wyrażający odległość gwiazdy od bieguna, bok *PZ*, i kąt godzinny, jako równy połowie czasu między dwiema obserwacyami upłynionego. Wyrachować więc możemy odległość gwiazdy od wiérzchołka, a ztąd znaydziemy wysokość prawdziwą, która daymy wynosi $8^\circ.54'$ gdy tym czasem wysokość obserwowana na tenże sam moment wypada stopni 9; wniesiemy więc ztąd, że gwiazda znayduiąca się w odległości pozorney 9° stopni od poziomu, podniesiona jest o minut 6, czyli że refrakcya na wysokość 9° wynosi sześć minut.

Jest jeszcze inny sposób otrzymania ilości refrakcyi na pewną wysokość bez użycia kąta godzinnego. Sposób ten zależy na obserwacyi gwiazdy kołobiegunowéy, która w przeyściu wyższém przez południk przechodzi przez zenit mieysca albo bardzo blizko zenit, i która potém we 12 godzin przechodzi przez południk pod biegunem. W przeyściu wyższém téy gwiazdy, ponieważ refrakcya u zenit jest żadna, znaydujemy odległość gwiazdy od bieguna z refrakcyą tylko wysokości bieguna, w przeyściu zaś niższém, gwiazda przechodząc przez południk pod biegunem, i znaydując się blizko poziomu, znacznie jest przez refrakcyą podniesiona; odległość więc jéy od bieguna będzie znacznie mnieysza niż w obserwacyi przeyścia wyższego, i różnica tych dwóch odległości będzie blizko równa refrakcyi gwiazdy na tę wysokość.

XXVII. *Przypuszczenie Kassyniego i z niego wyciągnione zrównanie na refrakcyą. Zrównanie Bradleja.*

Za pomocą wyłożonych tu sposobów możemy przez obserwacyą otrzymać ilość refrakcyi na pewne wysokości, lecz żeby te wypadki poprawić, bo jakeśmy widzieli refrakcye otrzymane nie są zupełnie dokładne, i żeby mieć zrównanie dające nam refrakcyą na każdą wysokość gwiazdy, potrzeba poznać prawo podług jakiego za odmianą wysokości odmienia się refrakcya. Oddawna już uczeni nad ułożeniem tablic refrakcyi pracują; obaczmy jak się to im udało, i na czém trudność tego dzieła zawisła.

Tycho uważając że wysokość równika wyprowadzona z obserwacyi wysokości słońca w czasie przesilenia letniego i zimowego, nie była zupełném dopełnieniem do 90° wysokości bieguna wyciągnionéy z obserwacyi gwiazdy biegunowéy, probował oznaczyć refrakcyą na każdą odległość od zenit. Tablice jego nie mają żadnéy formuły, refrakcya pozioma jest 34′, na 45° nie wynosi więcéy jak 5″, a daléy od poziomu zupełnie niknie.

Kassyni przypuszczając że atmosfera otaczająca ziemię jest równéy wszędzie gęstości, wyprowadził z obserwacyi że w tém przypuszczeniu wysokość jéy 2000 sążni wynosić powinna; przypuszczenie to dosyć dobrze zgadza się z obserwacyami. Niech będzie CO (fig. 24) promień ziemi, OB' wysokość atmosfery, $CB=CB'$ promień ostatniéy warsty atmosfery, D gwiazda widziana na poziomie mieysca O gdzie się obserwacya robi. Mieysce D gdzie się gwiazda pokazuje jest tylko jéy mieyscem pozorném, gwiazda bowiem rzetelnie znayduje się niżéy *np.* w punkcie A. Kąt ABE jaki robi promień idący od gwiazdy z pionową BE jest kątem wpadania; kąt zaś DBE jest kątem złamanym. Podług tego więc cośmy wyżéy mówili

$$n=\frac{\text{wst}\,ABE}{\text{wst}\,DBE}=\frac{\text{wst}(DBE+R)}{\text{wst}\,DBE}=\frac{\text{wst}(OBC+R)}{\text{wst}\,OBC}$$

$$=\text{dost}\,R+\text{wst}\,R.\text{dosty}\,OBC$$

$$n=\text{dost}\,R+\text{wst}\,R.\text{sty}\,u \quad \ldots . \; (1)$$

R jest refrakcyą poziomą, kąt zaś u równy jest $OCB = ZOD - EBD =$ odległości zenit E od zenit Z.

Weźmy teraz pod uwagę bieg innego promienia FG łamiącego się w punkcie S, tak że gwiazda daje się widzieć w kierunku HGO; FGI jest kątem wpadania, kąt zaś HGI jestto kąt złamany.

$$n = \frac{\text{wst}\,(HGI + r)}{\text{wst}\,HGI} = \frac{\text{wst}\,(y + r)}{\text{wst}\,y}$$

$$\frac{CG}{CO} = \frac{\text{wst}\,COG}{\text{wst}\,OGC}$$

$$\text{wst}\,OGC = \frac{CO}{CG}\,\text{wst}\,COG = \frac{CO}{CG}\,\text{wst}\,GOZ = \frac{CO}{CB}\,\text{wst}\,N = \text{wst}\,y$$

$$\text{wst}\,y = \text{wst}\,CBO\,\text{wst}\,N = \text{dost}\,u\,\text{wst}\,N \ldots \quad (2)$$

Włóżmy w zrównanie

$$\text{wst}\,(y + r) = n\,\text{wst}\,y$$

za n i wst$y$ ich wartości dane przez zrównanie (1) i (2)

$$\text{wst}\,(y + r) = (\text{dost}\,R + \text{wst}\,R\,\text{sty}\,u)\,\text{dost}\,u\,\text{wst}\,N$$

$$= (\text{dost}\,R\,\text{dost}\,u + \text{wst}\,R\,\text{wst}\,u)\,\text{wst}\,N$$

$$\text{wst}(y + r) = \text{dost}\,(u - R)\,\text{wst}\,N \ldots \quad (3)$$

Ze zrównań (2) i (3) jeżeli w nich są dane R i N otrzymalibyśmy r czyli refrakcyą na odległość od zenit N gdybyśmy znali kąt u. Kąt ten wynayduje się z danych przez obserwacyą dwóch refrakcyy, jak to poźniey zobaczymy. Mając u, odległość od zenit N, i refrakcyą poziomą R wynalezlibyśmy naprzód $y + r$.

$$(y + r) - y = r.$$

y jest wiadome ze zrównania (2).

Zrównanie (3) daje nam wyrażenie refrakcyi przez wstawę, wyraźmy ją przez styczną

$$n = \frac{\text{wst}\,(y + r)}{\text{wst}\,y} = \frac{\text{wst}\,(y + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}r)}{\text{wst}\,(y + \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}r)} =$$

$$= \frac{\text{wst}\,(y + \frac{1}{2}r)\,\text{dost}\,\frac{1}{2}r + \text{dost}\,(y + \frac{1}{2}r)\,\text{wst}\,\frac{1}{2}r}{\text{wst}\,(y + \frac{1}{2}r)\,\text{dost}\,\frac{1}{2}r - \text{dost}\,(y + \frac{1}{2}r)\,\text{wst}\,\frac{1}{2}r}$$

Dzieląc licznik i mianownik przez $\text{wst}\,(y + \frac{1}{2}r)\,\text{dost}\,\frac{1}{2}r$ będzie

$$n = \frac{1 + \text{sty}\,\frac{1}{2}r\,\text{dosty}\,(y + \frac{1}{2}r)}{1 - \text{sty}\,\frac{1}{2}r\,\text{dosty}\,(y + \frac{1}{2}r)}.$$

Stąd

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}r.\,\text{dosty}\,(y + \tfrac{1}{2}r) = \frac{n - 1}{n + 1}.$$

$$= \frac{\text{wst}\,R.\,\text{sty}\,u + \text{dost}\,R - 1}{\text{wst}\,R.\,\text{sty}\,u + \text{dost}\,R + 1}$$

$$= \frac{2\,\text{wst}\,\frac{1}{2}R.\,\text{dost}\,\frac{1}{2}R.\,\text{sty}\,u - 2\,\text{wst}^2\,\frac{1}{2}R}{2\,\text{wst}\,\frac{1}{2}R.\,\text{dost}\,\frac{1}{2}R.\,\text{sty}\,u + 2\,\text{dost}^2\,\frac{1}{2}R}$$

Dzieląc licznik i mianownik przez $\text{wst}\,\frac{1}{2}R.\,\text{dost}\,\frac{1}{2}R$ otrzymamy:

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}r.\,\text{dosty}\,(y + \tfrac{1}{2}r) = \frac{\text{sty}\,u - \text{sty}\,\frac{1}{2}R}{\text{sty}\,u + \text{dosty}\,\frac{1}{2}R} = \frac{\text{sty}\,u - \text{sty}\,\frac{1}{2}R}{\text{sty}\,u + \dfrac{1}{\text{sty}\,\frac{1}{2}R}}$$

$$= \text{sty}\,\tfrac{1}{2}R\left(\frac{\text{sty}\,u - \text{sty}\,\frac{1}{2}R}{1 + \text{sty}\,u\,\text{sty}\,\frac{1}{2}R}\right)$$

$$= \text{sty}\,\tfrac{1}{2}R\,\text{sty}\,(u - \tfrac{1}{2}R).$$

Zatém

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}r = \text{sty}\,\tfrac{1}{2}R.\,\text{sty}\,(u - \tfrac{1}{2}R)\,\text{sty}\,(y + \tfrac{1}{2}r) \,\ldots\ldots\, (a)$$

Biorąc małe łuki za styczne im odpowiadające mamy:

$$r = R.\,\text{sty}\,(u - \tfrac{1}{2}R)\,\text{sty}\,(y + \tfrac{1}{2}r) \,\ldots\ldots\ldots\, (a')$$

Żeby z tego zrównania można było otrzymać refrakcyą na wszelką odległość od zenit, potrzeba naprzód oznaczyć ilości stałe R i u, powtóre, trzeba y wyrazić przez funkcyą N. Co się tycze ilości stałych, te mogą bydź otrzymane tym porządkiem. Szukaymy podług sposobów wyżéy padanych refrakcyi poziomey i refrakcyi wysokości na pewną odległość od zenit równą N; w zrównaniu przeto (a) będą znane N, R i r, nieznanemi więc są tylko u i y; lecz że $y+\frac{1}{2}r$ mało się różni od N, położmy więc w zrów. (a) sty N za sty $(y+\frac{1}{2}r)$, tym sposobem otrzymamy wartość przybliżoną na u; z tą wartością weydźmy do zrównania (2)

$$\text{wst}\,y=\text{wst}\,N\,\text{dost}\,u.$$

rozwiązanie tego zrównania da nam wartość na y blizką prawdy. Włóżmy tę wartość w zrównanie (a) i rozwiążmy je znowu, a tak otrzymana wartość na u mało się już od prawdziwéy różnić będzie. Powtarzając ten rachunek póty póki wartości wypadające na u różnią się od siebie, przychodzimy nareszcie do wartości na u zupełnie prawdziwéy.

Delambre przypuściwszy podług Kassyniego że $R=32'.20''$ a $r=5'.28''$ na 80° odległości od zenit, i postępując sposobem tu opisanym znalazł

$$u=2^\circ.\ 0'.\ 12''$$

kładąc w zrów. (a) za R i u znalezione wartości otrzymamy:

$$r=58'',7265\ \text{sty}\,(y+\tfrac{1}{2}r).$$

Położmy

$$N-(y+\tfrac{1}{2}r)=x$$

gdzie x jest ilością małą zależącą od refrakcyi r

$$r=58''7265\ \text{sty}\,(N-x).$$

Teorya zatém Kassyniego prowadzi do zrównania, w którém widzimy że refrakcya jest proporcyonalna ilości stałéy mnożonéy przez styczną odległości pozornéy od zenit, zmnieyszonéy ilością zmienną zależącą od wysokości gwiazdy i od refrakcyi, któréy szukamy. Formuła więc jaka z przypuszczenia Kassyniego wypada jest pod tym kształtem

$$r = 58'',7265 \text{ sty}(N - qr)$$

$$= p \text{ sty}(N - qr)$$

gdzie p i q są ilości stałe które przez obserwacyą otrzymane bydź powinny, a naówczas zrównanie wyższe da nam refrakcyą na każdą odległość od zenit. Wartość na q nie jest zupełnie ilością stałą, wyraża się bowiem przez ilość stateczną mnożoną przez $f(N, x)$, ale funkcya ta w ogólności mało się bardzo od jedności różni (*Delambre* Astronomie T. I k. 300).

Mając kąt u łatwo jest znaleźć w przypuszczeniu Kassyniego wysokość atmosfery:

$$OB' = \text{siecz } u - 1 = \frac{1 - \text{dost } u}{\text{dost } u} = \frac{2 \text{ wst } \tfrac{1}{2} u \text{ wst } \tfrac{1}{2} u}{\text{dost } u}$$

$$= \text{sty } u \text{ sty } \tfrac{1}{2} u$$

$$\text{gdyż } 2 \text{ wst } \tfrac{1}{2} u = \frac{\text{wst } u}{\text{dost } \tfrac{1}{2} u}$$

$$OB' = 0,00061158$$

gdzieśmy wzięli promień ziemski CO za jedność, biorąc ten promień równy 3271200 prętów paryzkich, otrzymamy:

$$OB' = 2000,4 \text{ pręt.}$$

Nie wątpliwą jest rzeczą że atmosfera nasza daléy się nierównie rozciąga niż 2,000 sążni, bo na wierzchołkach gór wyższych na które wstępowano, można było oddychać, a wyniesienie się balonem P. Gay-Lussac było więcey niż na 3000 sążni. Lecz uważając że powietrze jest płynem sprężystym, a ztąd że jego gęstość w miarę oddalenia się od ziemi coraz musi bydź mnieyszą, bydź może że skutek łamania się promieni światła w atmosferze rzeczywistéy, jest taki sam jaki jest w atmosferze przypuszczonéy przez Kassyniego. Jakoż zrównanie Kassyniego bardzo dobrze refrakcye obserwowane wystawia. Przypuszczenie Kassyniego jest oczywiście błędne ale prowadzi do zrównań tych samych które poźniéy na wynalezienie refrakcyi podane były, i dla tegośmy je tu wyłożyli w sposobie analitycznym w jakim tę teoryą wystawił Delambre.

Bradley podał formułę

$$r = 57'' \operatorname{sty}(N - 3r)$$

zupełnie podobną do tey jakąśmy wyciągnęli z przypuszczenia Kassyniego, wyjąwszy że współczynnik ilości r jest stały, gdy tym czasem współczynnik ten w zrównaniu Kassyniego nie jest zupełnie ilością stałą. Szukając bowiem wyrażenia na x ze zrównania (3) podług sposobu danego w T. I Astron. Delambra znaydziemy: $x = 1{,}6081 . r$, nadto współczynnik ten 1,6081 powinien bydź mnożony przez ilość zależącą od wysokości gwiazdy jakeśmy to wyżey mówili, ilość ta będąc prawie równą jedności opuszcza się jeżeli gwiazda nie jest bardzo blizko poziomu, i zrównanie pozostaje takie:

$$r = 58'',7265 \operatorname{sty}(N - 1{,}6081 . r)$$

XXVIII. *Zrównanie* Simpsona *przywieść się daje do kształtu zrównania Kassyniego; wyprowadzenie z niego łatwych do rozwiązania i dokładnych wzorów na refrakcyą. Jakim się sposobem oznaczają ilości stałe w tych wzorach?*

Simpson Boscowich i du Sejour podali wzór

$$m \operatorname{wst} N = \operatorname{wst}(N - nr)$$

który się do wzoru Kassyniego przywieść daje, i z którego proste bardzo i łatwe do rozwiązania otrzymać można zrównania.

Uczyńmy $N = 90^\circ$; refrakcya wysokości r zamieni się na refrakcyą poziomą R, ztąd

$$m = \operatorname{wst}(90^\circ - nR) = \operatorname{dost} nR$$

kładąc to wyrażenie na m w zrównanie ogólne mieć będziemy:

$$\operatorname{dost} nR . \operatorname{wst} N = \operatorname{wst}(N - nr)$$

$$\operatorname{dost} nR = \frac{\operatorname{wst}(N - nr)}{\operatorname{wst} N}$$

$$1 + \operatorname{dost} nR = \frac{\operatorname{wst} N + \operatorname{wst}(N - nr)}{\operatorname{wst} N}$$

$$1 - \operatorname{dost} nR = \frac{\operatorname{wst} N - \operatorname{wst}(N - nr)}{\operatorname{wst} N}$$

$$\operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nR = \frac{\operatorname{wst} N - \operatorname{wst}(N - nr)}{\operatorname{wst} N + \operatorname{wst}(N - nr)}$$

$$= \frac{\operatorname{dost} \frac{1}{2}(2N - nr) \operatorname{wst} \frac{1}{2} nr}{\operatorname{wst} \frac{1}{2}(2N - nr) \operatorname{dost} \frac{1}{2} nr}$$

$$= \operatorname{dosty} \tfrac{1}{2}(2N - nr) \operatorname{sty} \tfrac{1}{2} nr$$

$$\operatorname{sty} \tfrac{1}{2} nr = \operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nR \operatorname{sty}(N - \tfrac{1}{2} nr) \; \ldots\ldots \; (b)$$

Zrównanie to jest zupełnie kształtu zrównania (a) biorąc bowiem w niém małe łuki za styczne i czyniąc

$$\tfrac{1}{2} n = a, \qquad R \operatorname{sty} \tfrac{1}{2} nr = b$$

mamy:

$$r = a \operatorname{sty}(N - br)$$

Staraymy się teraz w zrównaniu (b) odosobnić wyrazy zawierające w sobie refrakcyą r, tak iżbyśmy mogli tę ilość wyrazić przez funkcyą samych ilości znanych.

Rozwijając $\operatorname{sty}(N - \frac{1}{2} nr)$ w zrów. (b) otrzymamy.

$$\operatorname{sty} \tfrac{1}{2} nr = \operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nR \left(\frac{\operatorname{sty} N - \operatorname{sty} \frac{1}{2} nr}{1 + \operatorname{sty} \frac{1}{2} nr \operatorname{sty} N} \right)$$

$$\operatorname{sty} \tfrac{1}{2} nr + \operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nr \operatorname{sty} N = \operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nR \operatorname{sty} N - \operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nR \operatorname{sty} \tfrac{1}{2} nr$$

$$\operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nr + \frac{(1 + \operatorname{sty}^2 \frac{1}{2} nR)}{\operatorname{sty} N} \operatorname{sty} \tfrac{1}{2} nr = \operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nR$$

$$\operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nr + \frac{\operatorname{dosty} N}{\operatorname{dost}^2 \frac{1}{2} nR} \operatorname{sty} \tfrac{1}{2} nr = \operatorname{sty}^2 \tfrac{1}{2} nR$$

dopełniając potęgi drugiey i wyciągając pierwiastek mieć będziemy;

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,nr = -\frac{\text{dosty}\,N}{2\,\text{dost}^2\,\tfrac{1}{2}\,nR} + \left(\frac{\text{dosty}^2 N}{4\,\text{dost}^4\,\tfrac{1}{2}\,nR} + \text{sty}^2\,\tfrac{1}{2}\,nR\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\text{dosty}\,N}{2\,\text{dost}^2\,\tfrac{1}{2}\,nR}\left\{(1 + \text{wst}^2 nR\,\text{sty}^2 N)^{\frac{1}{2}} - 1\right\}$$

Połóżmy

$$\text{sty}\,x = \text{wst}\,nR\,\text{sty}\,N.$$

Zrównanie wyższe zamieni się na następujące

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,nr = \frac{\text{dosty}\,N}{2\,\text{dost}^2\,\tfrac{1}{2}\,nR}(\text{siecz}\,x - 1) =$$

$$= \frac{\text{dosty}\,N\,\text{sty}\,x\,\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,x}{2\,\text{dost}^2\,\tfrac{1}{2}\,nR}$$

$$= \frac{\text{dosty}\,N\,\text{wst}\,nR\,\text{sty}\,N\,\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,x}{2\,\text{dost}^2\,\tfrac{1}{2}\,nR}$$

$$= \frac{\text{wst}\,nR\,\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,x}{2\,\text{dost}^2\,\tfrac{1}{2}\,nR} = \frac{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}\,nR\,\text{dost}\,\tfrac{1}{2}\,nR\,\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,x}{2\,\text{dost}^2\,\tfrac{1}{2}\,nR}$$

więc

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,nr = \text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,nR\,\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,x \qquad r = R\,\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,x$$

Rachunek więc kończy się ostatecznie na tych dwóch zrównaniach:

$$\text{sty}\,x = \text{wst}\,nR\,\text{sty}\,N \ldots\ldots\ldots r = R\,\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,x \ldots (\beta).$$

Jeżeli $N = 90^\circ$, wypada $x = 90^\circ$, $r = R$.

Kiedy gwiazda widziana jest pod poziomem, jak się to na wyniosłych wydarza mieyscach, odległość jey od zenit większa jest niż 90°, stąd sty x odjemna

$$x > 90^\circ, \quad \tfrac{1}{2}\,x > 45^\circ, \quad \text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,x > 1. \quad r > R.$$

Widzimy z tych uwag że refrakcya gwiazdy widzianey pod poziomem większa jest od refrakcyi poziomey.

Zrównanie (β) łatwe jest do rozwiązania przez logarytmy i bardzo dobrze zgadza się z obserwacyami. Na oznaczenie dwóch ilości statecznych n i R potrzeba znać dwie refrakcye wysokości które wprowadzając w zrównanie (β)

potrafimy z niego wyciągnąć obie ilości szukane. I tak daymy że mamy znane przez obseswacyą dwie refrakcye r i r' odpowiadające odległościom od zenit N i N', będziemy mieć następujące zrównania:

$$r = R \,\text{sty}\, \tfrac{1}{2}x, \quad \text{sty}\, x = \text{wst}\, nR \,\text{sty}\, N$$

$$r' = R \,\text{sty}\, \tfrac{1}{2}x' \quad \text{sty}\, x' = \text{wst}\, nR \,\text{sty}\, N'$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{\text{sty}\, \frac{1}{2}x'}{\text{sty}\, \frac{1}{2}x} = \frac{\text{sty}\, x'(1 - \text{sty}^2 \frac{1}{2}x')}{\text{sty}\, x(1 - \text{sty}^2 \frac{1}{2}x)}$$

gdyż jak wiemy

$$\text{sty}\, x = \frac{2\,\text{sty}\, \frac{1}{2}x}{1 - \text{sty}^2 \frac{1}{2}x}$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{\text{sty}\, N'}{\text{sty}\, N} \left(\frac{1 - \text{sty}^2 \frac{1}{2}x'}{1 - \text{sty}^2 \frac{1}{2}x}\right)$$

Wyrażając w tém zrównaniu x przez funkcyą x' za pomocą zrównania

$$\text{sty}\, \tfrac{1}{2}x = \frac{r}{r'}\, \text{sty}\, \tfrac{1}{2}x'.$$

otrzymamy

$$\frac{r'}{r} = \frac{\text{sty}\, N'(1 - \text{sty}^2 \frac{1}{2}x')}{\left\{1 - \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \text{sty}^2 \frac{1}{2}x'\right\} \text{sty}\, N}$$

$$\frac{r'}{r}\left\{1 - \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \text{sty}^2 \tfrac{1}{2}x'\right\} \text{sty}\, N = \text{sty}\, N' - \text{sty}\, N'\, \text{sty}^2 \tfrac{1}{2}x'$$

$$\text{sty}\, N. \frac{r'}{r} - \frac{r}{r'}\, \text{sty}^2 \tfrac{1}{2}x'\, \text{sty}\, N + \text{sty}\, N'\, \text{sty}^2 \tfrac{1}{2}x' = \text{sty}\, N'$$

$$\text{sty}^2 \tfrac{1}{2}x'(\text{sty}\, N' - \frac{r}{r'}\, \text{sty}\, N) = \text{sty}\, N' - \frac{r'}{r}\, \text{sty}\, N$$

$$\text{sty}^2 \tfrac{1}{2}x' = \frac{\text{sty}\, N' - \frac{r'}{r}\, \text{sty}\, N}{\text{sty}\, N' - \frac{r}{r'}\, \text{sty}\, N} = \frac{\text{sty}\, N'\, \text{dosty}\, N - \frac{r'}{r}}{\text{sty}\, N'\, \text{dosty}\, N - \frac{r}{r'}}$$

Znając tym sposobem x' mieć będziemy:

$$\text{sty}\tfrac{1}{2}x = \frac{r}{r'}\,\text{sty}\tfrac{1}{2}x' \quad , R = r'\,\text{dosty}\tfrac{1}{2}x' = r\,\text{dosty}\tfrac{1}{2}x$$

Co się tycze n otrzymamy tę ilość ze zrównania

$$\text{wst}\,nR = \text{sty}\,x\,\text{dosty}\,N = \text{sty}\,x'\,\text{dosty}\,N'$$

mając bowiem wiadome z tego zrównania nR, znaydziemy:

$$n = \frac{nR}{R}$$

Zadanie więc co do wynalezienia ilości stałych z danych dwóch refrakcyy jest zupełnie rozwiązane. Jeśli z danych dwóch refrakcyy jedna jest refrakcyą poziomą *np.* $r' = R$; naówczas

$$\text{sty}\tfrac{1}{2}x' = 1 \,, \qquad \text{sty}\tfrac{1}{2}x = \frac{r}{R}$$

$$\text{wst}\,nR = \text{sty}\,x\,\text{dosty}\,N = \frac{2\,\text{sty}\tfrac{1}{2}x\,\text{dosty}\,N}{1 - \text{sty}^2\tfrac{1}{2}x}$$

$$= \frac{2\left(\frac{r}{R}\right)\text{dosty}\,N}{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2} = \frac{2rR\,\text{dosty}\,N}{(R+r)(R-r)}$$

Biorąc podług Kassyniego $R = 32'.20''$, $r = 5'.28''$ na odległość od zenit $N = 80°$, wypada

$$\text{wst}\,nR = \text{wst}(3°.31'.8'')$$

$$n = \frac{nR}{R} = \frac{3°.31'.8''}{32'.20''} = 6{,}53$$

Podług więc tego oznaczenia mamy następujące zrównania do rachowania refrakcyi.

$$r = (32'.20''\,\text{sty}\tfrac{1}{2}x)$$

$$\text{sty}\,x = 0{,}061377\,\text{sty}\,N.$$

XXIX. *Uwagi nad wyrażeniem refrakcyi w zrównaniach Kassyniego i Simpsona, i nad oznaczeniem w tych zrównaniach ilości stałych.*

Zastanawiając się nad kształtem otrzymanych na refrakcyą zrównań i nad sposobem oznaczenia w nich ilości stałych, widzimy naprzód że w zrównaniu wyciągnionêm z przypuszczenia Kassyniego, w wyrażenie ilości niewiadoméy wchodzi po drugiey stronie taż sama niewiadoma to jest refrakcya szukana, którą przeto mniey więcéy znać potrzeba, żeby otrzymać wartość dokładną na refrakcyą szukaną. Do jéy oznaczenia przez przybliżenie służyć mogą refrakcye przybliżone do prawdy, jakie mieć możemy robiąc prostą proporcyą między refrakcyami wyciągnionemi z obserwacyi na różne wysokości; refrakcye te chociaż niezupełnie prawdziwe użyte jednak bydź mogą w drugiey stronie zrównania. Gdybyśmy zaś zupełnie refrakcyi szukanéy nie znali, naówczas wypada ją opuścić w drugiey stronie zrównania, uważając ją za małą w porównaniu odległości gwiazdy od zenit, z którą się kombinuje, tym sposobem możemy rozwiązać zrównanie i otrzymać refrakcyą błędną wprawdzie, ale się nie wiele od prawdziwey różniącą, kładąc ją teraz w drugą stronę zrównania i rozwiązując je powtórnie, przychodzimy do wynalezienia refrakcyi bliższey prawdy. Rachunek ten należałoby powtarzać póty, póki wartości na refrakcyą nie będą wypadać te same. Wzory wywiedzione ze zrównań Simpsona dają zaraz ilość refrakcyi przez pojedyncze rozwiązania dwóch zrównań.

Powtóre, współczynniki niewiadome do otrzymanych zrównań wchodzące, oznaczyliśmy za pomocą refrakcyi obserwowanych; sposoby zaś które znamy na wynalezienie refrakcyi przez obserwacyą opiérają się na znajomości zboczenia gwiazdy i szerokości jeograficznéy mieysca; w jednym i drugim przypadku znać musimy refrakcyą wchodzącą w poprawę wysokości bieguna, która ze zrównania tylko na refrakcyą wyciągniona bydź może, ale wtenczas tylko kiedy w tych zrównaniach oznaczone zostaną piérwiey ilości stałe. W takowey trudności należy postąpić następującym sposobem. Ponieważ refrakcya gwiazdy biegunowéy, z którey wysokość bieguna otrzymaliśmy, jest małą w porównaniu refrakcyi gwiazd bliższych poziomu, opuszczając więc ją w pierwszym rachunku znaydziemy współczynniki blizkie prawdy, które użyte do wzorów dadzą nam poznać poprawę co do refrakcyi wysokości bieguna, a ztąd otrzymamy także poprawnieysze refrakcye obserwowane, których znowu do oznaczenia mnożników stałych użyć powinniśmy. Rachunek ten kilkakrotnie powtórzony przywiedzie nas nareszcie do wynalezienia dokładnie ilości statecznych, w zrównania na refrakcyą wchodzących. Wszystkie tym sposobem otrzymane wzory jako opierające się na doświadczeniu, uważać należy jako wypadki tyle tylko zbliżone do prawdy, ile się do niéy zbliżają robione dla oznaczenia ilości stałych obserwacye, i ile te wzory dają refrakcye zgodne z obserwacyami w różnych wysokościach robionemi (*).

XXX. *Odmiana refrakcyi z przyczyny odmian gęstości powietrza wskazywanych przez barometr i termometr. Oznaczenie ilości stałey w poprawie refrakcyi co do odmian termometru. Jak się układają tablice refrakcyi na różne odległości od zenit, łącząc razem odmianę co do barometru i termometru. Trudność wynalezienia dokładnych zrównań na refrakcyą.*

Mówiliśmy dotąd o refrakcyi średniéy, uważając ją za nieodmienną na tęż samę wysokość gwiazdy. Tym czasem wiémy że refrakcya zależy od gęstości środka łamiącego, to jest powietrza; gęstość ta ustawicznym uległa odmianom ilość refrakcyi odmienia. Wypada więc koniecznie mieć wzgląd na narzędzia okazujące nam odmiany gęstości powietrza, to jest na barometr i termometr; gęstość bowiem powietrza nie tylko przez odmianę ciężaru warst naciskających, ale jeszcze i przez odmianę temperatury od-

---

(*) *Brinkley* Astronom w Dublinie daje formułę

$$r = 56''{,}9 \text{ sty } (N - 3{,}32.\ r)$$

Groombridge Astronom w *Blackheath* (blisko Greenwich) z obserwacyi 25 gwiazd kołobiegunowych znalazł

$$r = 58''{,}1193 \text{ sty } (N - 3{,}36.\ r).$$

Tablice francuzkie ułożone są podług zrównania podanego przez Hrabiego *Laplace*, które, jeżeli w niém opuścimy wyrazy bardzo małe, zamienia się na zrównanie następujące:

mieniać się musi. Refrakcye atmosferyczne są zawsze proporcyonalne gęstości powietrza, jak to licznemi stwierdzono obserwacyami, wypada więc ztąd, że odmiana refrakcyi tak się ma do refrakcyi średniey, jak odmiana wysokości barometru do wysokości jego średniey.

Niech B wyraża wysokość barometru wziętą za średnią, r odpowiadającą tey wysokości refrakcyą, dB odmianę wysokości barometru, dr odmianę ztąd wynikającą w refrakcyi średniey r. Podług tego cośmy wyżey mówili mieć będziemy:

$$dr : r = dB : B$$

albo

$$r + dr : r = B + dB : B$$

$$r + dr = \frac{(B + dB)r}{B} = r\left(1 + \frac{dB}{B}\right)$$

takie jest zrównanie dające nam refrakcyą odmienioną z przyczyny powiększonego ciężaru powietrza przez funkcyą refrakcyi średniey i odmian wysokości barometru.

Gęstość powietrza zmnieysza się kiedy się ciepło powiększa i przeciwnie. Daymy że refrakcya średnia była obserwowaną kiedy termometr pokazywał nad zero stopni t, jeśli się teraz podniósł do $t + dt$, refrakcya r zamieni się na r, i będzie się mieć do pierwszey w stosunku odwrotnym rozrzadzenia powietrza. I tak: wyraźmy pewną objętość powietrza w temperaturze t przez jedność; objętosć ta za odmianą temperatury na stopień jeden od-

---

$$r = \alpha \operatorname{sty} N \left\{ 1 + \frac{\frac{1}{2}\alpha(2 \operatorname{dost}^2 N + 1) - \frac{l}{a}}{\operatorname{dost}^2 N} \right\} \ldots \text{Mec. cel. T. IV. p. 268.}$$

gdzie $\alpha = 0{,}000294$ w częściach promienia

$= 60'',6$

$$\frac{l}{a} = 0{,}00125254.$$

Szukając wartości naywiększego wyrazu opuszczonego znachodzi *Laplace*, że ten na wartość $N = 79°$, wynosi $1'',1$ w mnieyszych zaś odległościach od zenit błąd stąd wynikający jest prawie żaden.

mieni się o pewną ilość, którą wyraźmy przez m, i którą odnosimy do pierwiastkowéy objętości wziętéy za jedność; w temperaturze $t + dt$ objętość uważana stanie się równą $1 + mdt$. Gęstość powietrza w objętości jedność i w objętości $1 + mdt$ i refrakcye im odpowiadające są w stosunku odwrotnym tychże objętości. Refrakcya więc r w powietrzu temperatury t, którą uważamy za średnią tak się mieć będzie do refrakcyi $r + dr$ w temperaturze $t + dt$ jak się ma $1 + mdt$ do jedności. Ztąd

$$r + dr = \frac{r}{1 + mdt}$$

m jest współczynnik stateczny który się z obserwacyi wyciągnąć powinien. Do wynalezienia jego potrzeba mieć dwie refrakcye obserwowane na różny stopień termometru, a na tęż samę odległość gwiazdy od zenit i tę samę jeśli można wysokość barometru. I tak: niech będzie na pewny stopień t' termometru

$$r' = \frac{r\left(1 + \frac{dB}{B}\right)}{1 + mdt'}$$

na temperaturę t''

$$r'' = \frac{r\left(1 + \frac{Bd}{B}\right)}{1 + mdt''}$$

gdzie dt' i dt'' oznaczają różnicę temperatur rzeczywistych od temperatury wziętéy za średnią. Dzieląc te dwa zrównania jedno przez drugie, otrzymamy zrównanie niezależne ani od refrakcyi średnicy r, ani od stanu barometru

$$\frac{r'}{r''} = \frac{1 + mdt''}{1 + mdt'}$$

$$r' + r'mdt' = r'' + r''mdt''$$

$$m(r'dt' - r''dt'') = r'' - r'$$

$$m = \frac{r'' - r'}{r'dt' - r''dt''}.$$

Dosyć więc jest mieć dwie refrakcye r'' i r' znane z obserwacyi w temperaturach znacznie od siebie różnych, żeby oznaczyć ilość m. Biorąc za dt' i dt'' liczbę stopni Réaumura wypada

$$m = 0{,}005.$$

Jestto właśnie ilość o którą się powiększa na każdy stopień termometru objętość powietrza, wyrażona przez jedność (*).

Łącząc odmiany obie wynikające z odmian barometru i termometru otrzymamy zrównanie na refrakcyą prawdziwą

$$r + dr = \frac{\left(1+\frac{dB}{B}\right)r}{1+mdt} \dots\dots (\alpha).$$

Dla łatwieyszego rozwiązywania tego zrównania należy ułożyć tablicę logarytmów $\left(1+\frac{dB}{B}\right)$ i dopełnień arytmetycznych logarytmów $(1+mdt)$ na każdą wielkość ilości dB i dt. Dwa te logarytmy dodane do logarytmu r dadzą logarytm refrakcyi prawdziwéy $(r+dr)$.

Tym sposobem ułożone są tablice francuzkie wydane przez Komissyą długości (Bureau des longitudes Tables Astr. Tabl. IV, VI, VII, VIII); dajemy tu przykład rachowania refrakcyi z tych tablic

$$N = 86°.\ 14'.\ 42'' = 86°.\ 14',7$$

Bar. 27 $4^{l},5 = 0^{m},7411$ w częściach metru
Term. Ré. $+7{,}0 = 8{,}750$ w stop. term. podziel. na 100 części.

86°. 10′	2,86100
4′	56,8
0,7	9,9
0,740	9,9889,0
0,0011	0,6
+8,75	20,0
$l(r+dr) =$	2,8616,3

(*) Podług doświadczeń P. Gay-Lussac ilość ta wynosi 0,00375 na jeden stopień termometru na sto części dzielonego.

2,86	. . . .	12′. 4″,4
0,001	. . . .	1″,7
0,0006	. . . .	1″,0

Refrakcya prawdziwa $= 12'. 7'',1 = r + dr$.

Chcąc mieć wartość na dr, można ją otrzymać ze zrównania (α), wykonywając bowiem dzielenie w wyrazie $\frac{1 + \frac{dB}{B}}{1 + mdt}$ otrzymamy

$$dr = r\left\{\frac{dB}{B} - \frac{mdt}{1 + mdt} - \frac{dB}{B} \cdot \frac{mdt}{1 + mdt}\right\}.$$

Do użycia tego zrównania układają się dwie tablice, z których jedna zamyka wartość $\frac{dB}{B}$, druga wartość $\frac{mdt}{1 + mdt}$ na różne wielkości dB i dt; trzeci wyraz jest mnogością dwóch pierwszych, i jeżeli stan atmosfery nie jest bardzo różny od średniego, i refrakcya nie nadto wielka, naówczas można go bez błędu opuścić. Tym sposobem otrzymany wypadek mnożony przez refrakcyą średnią, daje odmianę refrakcyi dr, którą należy dodać do refrakcyi średniey dla otrzymania refrakcyi prawdziwey.

W zrównaniach na refrakcyą i podług nich ułożonych tablicach, wchodzi wysokość gwiazdy pozorna, przez co łatwo możemy obserwacye nasze poprawiać i pozorne zamienić na rzetelne. Lecz gdybyśmy mieli wysokość prawdziwą i chcieli z niey wyciągnąć refrakcyą, należałoby nam formuły otrzymane odmienić, wprowadzając w nie wysokości prawdziwe; dokazalibyśmy tego kładąc w te zrównania $V - r$ zamiast N, gdzie V wyraża odległość od wierzchołka prawdziwą.

Z tego wykładu nauki refrakcyi widzieć można porządek, jakim Astronomowie przyszli do ułożenia tablic refrakcyi. Tablice ułożone podług wzorów Simpsona, Kassyniego, Bradleja i innych, zupełnie się prawie z sobą zgadzają, jeżeli bierzemy wysokości gwiazd większe nad 10°, zgoda ta coraz się staje mnieyszą im odległość od zenit rośnie i przy poziomie refrakcye są bardzo niepewne. Jakoż Delambre obserwując w różnych czasach gwiazdę w odległości jéy od zenit 90° znachodził różnice do czterech minut wynoszące, chociaż barometr i termometr ten sam stan atmosfery ukazywały; na 89° różnice wynosiły 45″ na 88°, 35″ i t. d. Zdaje się więc rzeczą niepodobną mieć tablice doskonale dobre, szczęściem ta niepewność refrakcyi ma mieysce na małą tylko liczbę stopni przy poziomie, refrakcye zaś w wysokościach większych można uważać za dobrze znane. Ztąd wypada, że ile razy nam idzie o położenie ciała niebieskiego, potrzeba unikać ile można obserwacyi przy poziomie, od których prawie zawsze w krajach oddalonych od biegunów uwolnić się można, planety bowiem w tych krajach w czasie przeyścia przez południk, pospolicie w znaczney jeszcze są nad poziomem wysokości. Niepewność refrakcyi przy poziomie ztąd pochodzi, że barometr i termometr pokazują nam stan atmosfery w tém tylko mieyscu gdzie są postawione, ale te narzędzia nie uczą nas stanu różnych warst atmosfery które promień światła przebywa. Refrakcya gwiazdy którą obserwujemy, jest summą tych załamań jakim uległ promień światła w różnych atmosfery warstach, a któreby znać należało chcąc ocenić refrakcyą wypadkową; widoczna jest rzecz, że tych refrakcyy cząstkowych nigdy znać nie będziemy. *Oriani*, *Borda* i *Laplace* uznali tę nieprzyzwoitość za nieznaczną od 0° aż do 74° i sądzą że w tych granicach odległości gwiazdy od zenit, można uważać refrakcyą jako zależącą od stanu atmosfery otaczającey obserwatora.

Ponieważ refrakcya podwyższa ciała niebieskie, należy więc wszystkie obserwowane wysokości gwiazd zmnieyszyć ilością refrakcyi, a przeciwnie odległości od zenit powiększyć żeby otrzymać wysokość lub odległość od zenit prawdziwą, a ztąd znaleźć zboczenie prawdziwe gwiazdy, albo mając zboczenie wiadome wynaleźć szerokość mieysca. Weźmy za przykład obserwacyą słońca robioną w kwadransie Ramsdena w Wilnie 1814 stycznia 15.

Brzeg niższy. odl. od Z. Obserw.	$=76^\circ\ 5'.$	$25''$	
Refr. . . .	$+\ 4'.$	$6''$	
Koll. . . .	$+$	$8''$	
Odl. od Z. poprawna	$=76^\circ\ 9'$	$39''$	
Połowa średnicy ⊙	$-\ 16'\ 18'',57$		
Parallaxa	$-$	$8,55$	(*)
Odległ. od Z. praw. środ. ⊙	$=75^\circ.\ 53'.\ 11'',88$		
Zbocze. połud. ⊙ w Wilnie...	$21.\ 12'.\ 9'',11$	z Efem. Be.	
Szerokość Wilna	$=54^\circ\ 41'\ 2'',77$		

XXXI. *Tłumaczenie mroków. Wysokość ostatniey warsty atmosfery zdolney odbijać światło słoneczne. Trwałość zorzy od czego zależy. Znalesdź czas zorzy całonocney. Iskrzenie się gwiazd. Odmiana przez refrakcyą figury słońca i xiężyca przy poziomie.*

Chociaż powietrze w małey massie jest niewidzialne; zebrane jednak w znaczną warst liczbę odbija promienie światła i pokazuje się w kolorze błękitnym, nadając ten sam kolor przedmiotom odległym, znaczną massą powietrza od nas oddzielonym. To piękne lazurowe sklepienie które się niebem nazywa, i do którego gwiazdy zdają się bydź przyczepione, nie jest czém innem tylko atmosferą ziemską, od którey gwiazdy w niezmierney zostają odległości.

Łamaniu się i odbijaniu światła od warst górnych atmosfery winniśmy mroki (crépuscule) to jest, to po zachodzie słońca, nieznacznie malejące światło i znowu przed jego wschodem podobnemiż rosnące stopniami, a które zorzą wieczorną i ranną nazywają. Gdyby atmosfery ziemskiey nie było, przestrzeń nieba wydawałaby się nam w kształcie dna ciemnego na którém słońce i gwiazdy są osadzone. Słońce zachodzące zostawiałoby nas nagle w grubey ciemności z którey potém naglebyśmy się znowu wydobyli

(*) Odjęliśmy tu ilość 8",55 wyrażającą parallaxe słońca, o tey poprawie wkrótce mówić będziemy.

na światło wschodzącego słońca. Mroki więc wielka nam czynią przysługę, zamieniając ten przechod nagły z ciemności do światła, i znowu ze światła do ciemności, na przechod powolny i stopniowany, przez co oko przywyka nieznacznie do wzrastającego zwolna lub ubywającego światła. Po zachodzie słońca promienie jego lubo wprost nie dochodzą do nas dla kulistości ziemi, przechodząc jednak przez warsty atmosfery nad naszym poziomem będące, odbijają się w części od nich i przychodzą jeszcze do oka naszego. Ponieważ w miarę jak się słońce zniża pod poziom, promienie które do nas dochodzą coraz się od wyższych warst odbijają, dla tego też to światło staje się coraz zmnieysze, i nareszcie kiedy promienie słońca albo już zaczynają mijać warsty atmosfery nad naszym poziomem będące, albo trafiają na warsty powietrza tak rzadkie iż światło od nich odbite nie czyni żadnego na oko nasze wrażenia, naówczas ciemność się powiększa, i mrok się kończy. Chociaż trudno jest z pewnością oznaczyć chwilę kiedy się zaczyna zorza ranna lub kończy wieczorna, astronomowie jednak obserwując ją często i z wielką uwagą, i rachując na moment fenomenu mieysce słońca, zgadzają się że się to trafia wtenczas kiedy słońce blizko o 18° znayduje się pod poziomem. Ztąd można wynaleźć wysokość atmosfery, a przynaymniey wysokość warsty zdolney odbijać tyle światła, iżby się to odbicie uczuć dla nas dało.

Wystawmy sobie na fig. (*a*) punkt C jako środek spólny ziemi i otaczającey ją atmosfery; promień słońca SA jest ostatnim, który odbity od naywyższey warsty atmosfery w punkcie A, przychodzi jeszcze do oka obserwatora w punkcie D czyniąc z promieniem AC kąt

$$DAC = CAB, \quad ACD = u, \quad DAB = 180° - 2u = 180° - DAK,$$

ztąd $DAK = 2u = 18°$, gdyż promienie słońca AS i DS' dla wielkiey jego bardzo odległości uważać się mogą za równoległe. Lecz że słońce które się prawdziwie znayduje na 18° pod poziomem, zbliżone jest do niego o 33′, dla tego $2u = 18° - 33$, $u = 8°.\ 43'$. Delambre bierze $u = 8°.$ [illegible]′ i ztąd wyciąga wysokość atmosfery.

$$AM = AC - CM = CD \,.\, \text{sty}\, u \,.\, \text{sty}\, \tfrac{1}{2}\, u =$$
$$3271200.\ \text{sąż.}\ \text{sty}\,(8^\circ.30')\ \text{sty}\,(4^\circ.15') = 36330.\ \text{sąż.}$$

Nie można jednak z pewnością sądzić że wyciągniona tym sposobem wysokość ostatniey warsty atmosfery zdolnéy odbijać promienie światła jest blizka prawdy, nie wiemy albowiem czyli światło zorzy rannéy i wieczornéy zależy od pojedynczego tylko odbicia się promieni światła od jednéy warsty atmosfery, albo od odbicia się kilkakrotnego od różnych w massy zebranych atmosferycznych waporów. W tym ostatnim przypadku daleko mnieysza wysokość powietrza byłaby dostateczna do zrobienia mroków równie długich jakich teraz doświadczamy.

Ponieważ zorze ranne i wieczorne trwają póty póki słońce o 18° nie zniży się pod poziom, widoczna więc, że długość zorzy zależy od czasu jakiego potrzebuje słońce do zniżenia się o 18° pod poziom. Czas ten zawisł od szerokości jeograficznéy mieysca, i zboczenia słońca. Ztąd urosło zagadnienie, jak znaleźć na każdą szerokość jeograficzną czas, w którym łuk odpowiadający 18tu stopniom na kole wierzchołkowém, nayprędzéy przez słońce w biegu dziennym jest opisany, czyli kiedy długość zorzy jest naykrótsza. Zadanie to nie będąc żadnego w Astronomii użycia zaymować nas tu nie może.

W czasie północy, zanurzenie się słońca pod poziom jest naywiększe, jeżeli więc to zanurzenie się nie wynosi więcey nad 18°, zorza trwać będzie przez noc całą, jak się to u nas zdarza około przesilenia letniego. Mając szerokość jeograficzną mieysca i zboczenie słońca na dzień każdy, łatwo jest bardzo wyrachować przez jak długi czas nocy letnie zamieniają się na ciągłą zorzę. Na fig. (*b*) RO znaczy równik, MN poziom, SS' równoleżnik słońca, $RM = NO$ jest dopełnienie szerokości mieysca, $RS = OS'$ jest zboczenie słońca; jeżeli $NO - OS' = 18^\circ$, zorza trwać będzie noc całą. Dopełnienie szerokości jeograficznéy Wilna jest 35°. 19'; żeby więc zorza noc całą trwała, zboczenie słońca OS' takie bydź powinno, żeby 35°. 19' zmnieyszone tém zboczeniem było 18°

$$35^\circ.\,19' - OS = 18^\circ$$
$$OS = 17^\circ.\,19'$$

Kiedy więc słońce ma zboczenie północne 17°. 19'. zorza zaczyna u nas zaymować noc całą, i staje się coraz jaśnieyszą im się bardziey zboczenie słońca powiększa. Trwałość zorzy całonocnéy, która w Wilnie jest od 9 maja do 4 sierpnia, powiększa się z rosnącą szerokością jeograficzną i przeciwnie, tak że dla mieszkańców, ktorych szerokość jeograficzna mnieysza jest od 48°½ nigdy zorza przez noc całą nie jaśnieje, gdyż dopełnienie takiey szerokości zmnieyszone naywiększém jakie bydź może zboczeniem słońca, to jest 23°. 28' zawsze jest większa od 18°.

Nieskończenie mała wielkość średnicy gwiazd stałych i odmiana co moment refrakcyi, przyczyną jest iskrzenia się czyli trzęsienia się gwiazd stałych. Ponieważ atmosfera nasza jest w ustawicznym mniey więcéy ruchu, rozmaite jéy cząstki doświadczają momentalnego ściskania się i rozszerzania się, przez co się nieustannie odmienia kierunek promieni światła. Ztąd pochodzi że gwiazdy stałe zdają się ciągle drżeć, który to skutek, podług stanu atmosfery, raz jest większy drugi raz mnieyszy. Jeśli w czasie obserwacyi umieścimy gwiazdę na nici, postrzeżemy ją ciągle przebiegającą z jednéy strony nici na drugą z taką szybkością, iżby się zdawało że średnica gwiazdy przewyższa znacznie grubość nici. Drżenie to gwiazd tak jest czasem wielkie iż obserwacya staje się niepodobną. Trzęsienie się planet nie jest tak widoczne jak gwiazd stałych, co pochodzi ztąd, iż ich wielkość pozorna daleko jest większa od wielkości gwiazd stałych, małe więc zboczenia promieni przez odmianę refrakcyi sprawione, nie są dostateczne do odmiany zupełnie tarczy planety; trzęsienie się ich światła w obserwacyach postrzegamy tylko na brzegach ich tarczy.

Przez refrakcyą widzimy gwiazdy przed ich weyściem nad poziom, widzimy je jeszcze kiedy się pod poziom skryją. Dla téyże przyczyny można widzieć xiężyc zanurzony w cieniu ziemi, chociaż xiężyc i słońce widziane są razem nad poziomem. Do tego potrzeba aby te gwiazdy będąc w przeciwległości były razem niedalekie od poziomu. Daymy że jedno z nich *np.* słońce mało co jest podniesione nad poziom, będący naówczas pod poziomem xiężyc, podnosząc się przez skutek refrakcyi może się z pod poziomu wydobydź i stać się dla nas widzialnym. Fenomen ten obserwowany był w Paryżu 19 lipca 1750. Słońce i xiężyc lubo znaydowały się w przeciwległości, były jednak o jeden stopień zbliżone do siebie przez skutek dwóch refrakcyi, i razem widziane na poziomie.

Skutkiem jest jeszcze refrakcyi że słońce przy poziomie pokazuje się nam spłaszczone w srednicy wiérzchołkowey. Wszystkie wprawdzie punkta jego tarczy są podniesione przez refrakcyą, ale nie wszystkie o tęż samę ilość. Brzeg niższy, gdzie refrakcya jako bliższa poziomu jest większą, bardziey jest podniesiony niż brzeg wyższy; ztąd tarcza słońca lub xiężyca przy poziomie powinna się nam wydać spłaszczoną. Spłaszczenie to coraz się zmnieysza w miarę jak się powiększa wysokość. Średnice naówczas téy tarczy różnią się między sobą w wielkości; dla tego Astronomowie wyciągnęli zrównanie i ułożyli tablicę dającą, przez funkcyą odległości gwiazdy od zenit, poprawkę wielkości różnych średnic, podług różnego tychże średnic do poziomu pochylenia. (Tables Astr. *Bureau des Longit.* T. V). Poprawa ta jest w obserwacyach delikatnych bardzo potrzebna, jak się to trafia w mierzeniu za pomocą mikrometrów odległości Wenusa lub Merkuryusza, wtenczas kiedy się te planety na tarczy jego znachodzą. Srednica pozioma zmnieyszona jest także przez refrakcyą, gdyż słońce jest posunione ku wiérzchołkowi, znaydując się między temiż samemi kołami wiérzchołkowemi, lecz skutek ten jako daleko mnieyszy od pierwszego czuć się nie daje.

Pomimo tego że kąt optyczny słońca i xiężyca mnieyszy jest przy poziomie jak kiedy się te gwiazdy zbliżają do zenit, jednakże ciała te daleko się nam wydają większemi w pierwszym jak w drugim przypadku. Złudzenie to pochodzi ztąd, że porównywamy w myśli odległość ciał niebieskich z odległością przedmiotów ziemskich, znaydujących się na poziomie za któremi ciała niebieskie wschodzą i zachodzą, i widząc wyraźnie że są dalszemi niżeli wszystkie środkujące przedmioty ziemskie, sądzimy że są daley odległemi kiedy są przy poziomie niżeli kiedy są przy zenit, gdzie ich odległości z niczem porównać nie możemy. Wyobrażenie to o ich większey odległości wpływa na sąd o ich rozmiarze, i dla tego wydają się nam większemi przy poziomie jak przy zenit, co jedynie jest skutkiem złudzenia, gdyż mierzony narzędziem kąt optyczny ciał niebieskich jest mnieyszy w położeniu pierwszém jak w drugiém.

ROZDZIAŁ V.

Katalog gwiazd.

XXXII. *Podział nieba co do gwiazd stałych. Jak się robi katalog tych gwiazd.*

Ponieważ gwiazdy stałe nie odmieniają położenia swego na niebie, użyć więc ich możemy do oznaczenia biegu różnych ciał ruchomych, porównywając ciągle ich położenie z położeniem jakiey gwiazdy stałey; dla tego potrzeba nam poznać niebo co do gwiazd stałych, abyśmy jednę od drugiey rozróżnić mogli. Dawni jeszcze Astronomowie podzielili niebo na rozmaite gromady gwiazd nazwane *Konstellacyami* (Constellations), którym nadali nazwiska osób, zwierząt i t. d. Bayer pierwszy wprowadził zwyczay nazywania literami greckiemi znaczniey- szych w konstellacyi gwiazd, nadając nayjaśnieyszym litery początkowe alfabetu. Gwiazdy nadto nayjaśnieysze nazywają się gwiazdami pierwszey wielkości, takich mamy jedenaście widzianych dla nas jakoto: *Aldebaran*, *Kapella*, *Rigel*, *α Oriona*, *Syriusz*, *Regulus*, *Kłos Panny*, *Arktur*, *Antares*, *α Lyry* i *Fomalho*; mniey świetne zowią się gwiazdami wielkości drugiey, trzeciey, i t. d. Gwiazdy od 1ey do szóstéy wielkości są widziane gołém okiem, inne których liczba jest bez porównania większa, dają się widzieć za pomocą teleskopów aż do szesnastéy wielkości.

Żebyśmy mogli zrobić katalog pewnéy liczby gwiazd, gdzieby położenie ich względne było oznaczone tak, iżby je na kuli sztucznéy w tym samym porządku wystawić było można, obrać nam naprzód należy gwiazdę jaką za punkt do którego inne gwiazdy odnosić będziemy. Astronomowie wzięli za ten punkt, jeden z punktów przecięcia się równika niebieskiego z drogą roczną słońca, przeniesioną na kulę niebieską, poznamy ten punkt kiedy teoryą słońca wykładać będziemy, tym czasem obierzmy sobie jaką gwiazdę i do niéy położenia gwiazd innych odnośmy.

Obrana do porównania gwiazda powinna bydź blisko równika, aby przez to czas przeyścia jéy przez nić z większą mógł bydź oznaczony dokładnością, gwiazdy bowiem blisko równika będące, opisując koła większe, mają bieg chyższy, a ztąd obserwacya czasu ich przeyścia przez nić mnieyszemu podległa jest błędowi. Urządziwszy zegaru skazówki tak, aby, gdy obrana za pierwszą gwiazda przechodzi przez południk, zegar pokazywał $0^g. 0^m. 0^s$, przystąpmy do obserwacyi przechodu przez południk gwiazd innych: czas między ich przeyściem a przeyściem gwiazdy pierwszey jest różnicą ich wznoszeń prostych, albo kiedy pierwszą gwiazdę wzięliśmy za zero wznoszenia się prostego, i jeżeli zegar doskonale idzie podług czasu gwiazdowego, czas przeyścia przez południk rozmaitych gwiazd wskazywany na zegarze, będzie właśnie ich wznoszeniem się prostém. Obserwuymy teraz tychże gwiazd odległość od zenit w kwadransie lub w innych narzędziach do tego służących, w czasie ich przeyścia przez południk, odległość ta poprawiona co do refrakcyi i porównana z szerokością mieysca da nam zboczenie tych gwiazd.

Tym sposobem znając wznoszenie się proste i zboczenie znaczney liczby gwiazd możemy ułożyć katalog. W katalogach wszystkich wznoszenie się proste rachuje się od punktu równonocnego wiosennego, punktu gdzie słońce wiosną przechodzi przez równik. W katalogach tych pierwsza kolumna zawiera nazwisko gwiazdy i liczbę oznaczającą stopień jéy wielkości, druga daje wznoszenie się proste gwiazdy w czasie lub w łuku, w trzeciey są zboczenia gwiazd lub ich odległości od bieguna równika. Przydają się jeszcze dwie kolumny gdzie się kładą odmiany roczne gwiazd co do wznoszenia się prostego i zboczenia, a które od cofania się punktów równonocnych zależą, jak to poźniey poznamy.

Przyłączamy tutay tablicę zawierającą położenie gwiazd znakomitszych.

Z wielkiey liczby katalogów znakomitsze są Ptolemeusza, Tycho-Brahe, Heweliusza, Flamsteda, Lemonniera, Lakaila, Mayera, Bradleia, Maskelina, Kaniolego, Piacego, Ponda, Orianiego, Brinkleja, i Bessela.

XXXIII. *Uwagi w robieniu katalogu gwiazd. Poprawka przeyścia gwiazdy przez południk wyciągnionego z obserwacyi do kilku nici, w przypadku kiedy nici nie są doskonale w równey od siebie odległości.*

W robocie katalogu gwiazd, potrzeba *naprzód* żeby bieg zegaru był zupełnie jednostayny; o sposobach dochodzenia jego błędu mówiliśmy wyżéy; *powtóre* żeby luneta doskonale opisywała płaszczyznę południka, gdyż istotnym jest warunkiem aby obserwacya była robiona na południku. Do ustanowienia lunety do południka podaliśmy sposób przez obserwacye gwiazd kołobiegunowych, a gdy raz będzie ułożona, stawią się na północ i na południe słupy na których są pewne znaki i do nich przed każdą obserwacyą luneta się ustawia. Nareszcie potrzeba aby sama obserwacya była dokładną tym bardziey, że jedna sekunda w czasie przeyścia przez nić chybiona, ciągnie za sobą błąd 15″ w łuku. Dla zmnieyszenia ile można błędów obserwacyi, obserwuje się przeyście gwiazd przez kilka nici umieszczonych w ognisku w równey od siebie odległości, i bierze się wypadek średni, jakeśmy o tém już mówili. Lecz jeśli nici nie są w równéy od siebie odległości, naówczas możemy jeszcze brać wypadek średni z pięciu obserwacyy, ale błąd stąd wynikający należy odjąć od wypadku. Poprawa ta dochodzi się następującym sposobem.

Niech S wyraża czas dokładny przeyścia gwiazdy przez nić środkową, p, q, r, s odległości nici pobocznych od nici średniey, czyli czas, jakiego gwiazda będąca na równiku, potrzebuje do przebieżenia przestrzeni między nicią średnią a czterema innémi; obserwacye do pięciu nici gwiazdy równikowéy będą następne:

$$\begin{array}{l} S-p \\ S-q \\ S \\ S+r \\ S+s. \end{array}$$

Jeżeli więc bierzemy średnią z tych wszystkich obserwacyy mamy $S-\left(\frac{p+q-r-s}{5}\right)$ wypadek błędny o ilość $-\left(\frac{p+q-r-s}{5}\right)$, chcąc więc ten wypadek poprawić należy odjąć tę ilość, czyli dodać do wypadku ilość $\left(\frac{p+q-r-s}{5}\right)$ jeżeli obserwacya jest na równiku. Lecz jeśli obserwujemy nie na równiku wtedy poprawka wyrazi się przez

$$\left(\frac{p+q-r-s}{5 \operatorname{wst} \Delta}\right)$$

gdzie Δ znaczy odległość gwiazdy od bieguna.

Kiedy bowiem luneta jest wykierowana na równik, nić pozioma zajęta między dwiema niciami wierzchołkowemi zakrywa cięciwę i sam łuk równika; kiedy zaś jest wykierowana na równoleżnik, nić téyże saméy długości zakrywa cięciwę łuku koła mnieyszego. Biorąc więc małe cięciwy za łuki, taż sama nić zaymie na równoleżniku łuk koła większéy liczby stopni niż na równiku. Zmnieyszenie to kół idzie w stosunku zmnieyszenia ich promieni; promieniami zaś równoleżników są wstawy ich odległości od bieguna; wypada więc że liczba stopni zajęta przez jednéyże długości nić na równoleżniku i na równiku, będzie w stosunku 1:wstΔ; aże czas jest proporcyonalny stopniom przebieżonym równika lub równoleżnika, więc wypada że czasy na przebieżenie téyże samey nici na równoleżniku i na równiku są jak 1:wstΔ.

Wyraziwszy ten czas równikowy przez t, a czas na równoleżniku jakimkolwiek przez t' będzie:

$$t':t=1:\text{wst}\Delta$$

$$t'=\frac{t}{\text{wst}\Delta}\ \cdots\cdots\cdots\ (\beta)$$

Dla tego chcąc znaleźć przeciąg czasu między niciami na równoleżniku z przeciągu czasu na równiku, trzeba ten ostatni dzielić przez wstawę odległości od bieguna tego równoleżnika. I ta jest przyczyna dla czegośmy poprawę równikową wyżéy znalezioną, chcąc ją zastosować do jakieykolwiek gwiazdy, dzielili przez wstawę odległości od bieguna téyże gwiazdy.

Wzięliśmy wyżéy łuki za cięciwy małe, lecz jeśli gwiazda jest blizko bieguna, przestrzeń wtedy między niciami zaymować może cięciwę łuku wielkiey liczby stopni, wtedy formuła (β) byłaby błędną. W tym razie zamiast stosunku cięciw, można wziąć stosunek wstaw połowy łuków, i formuła będzie:

$$\text{wst}\tfrac{1}{2}(15.t')=\frac{\text{wst}\tfrac{1}{2}(15.t)}{\text{wst}\Delta}\ \cdots\cdots\ (\beta).\quad (*)$$

(*) Jeżeli nić zaymuje znaczną część łuku, wtenczas łuk *AKB* (fig. 25) wyciągniony na równiku zaymie więcey stopni niż cięciwa *AB* przeniesiona na cięciwę łuku wielkiego. W tym przypadku chcąc wiedzieć jakiego czasu na równiku potrzebuje gwiazda do przebieżenia cięciwy *AB* wypada szukać łuku równika któregoby cięciwą była nić *AB*.

Daymy w ogólności że równoleżnika *AKB* promień jest r', a r promieniem równoleżnika *CmD*. Przenieśmy cięciwę *AB* na łuk *CmD* czyniąc $ef=AB$.

$$AB=2\text{wst}\tfrac{1}{2}AKB\,.\,r' \qquad ef=2\text{wst}\tfrac{1}{2}emf\,.\,r$$

$$r'\,.\,\text{wst}\tfrac{1}{2}AKB=r\,.\,\text{wst}\tfrac{1}{2}emf.$$

XXXIV. *Sposób Delambra wynalezienia zboczenia lunety od płaszczyzny południka. 1ód Obserwując różnicę w przeyściu między dwiema gwiazdami których wznoszenia się proste różnią się mało, a różnice zboczenia są wielkie. 2re Za pomocą gwiazdy kołobiegunowey. 3cie Przez obserwacye dwóch gwiazd niezachodzących, których różnica wznoszeń prostych albo jest bardzo mała, albo blizka* 180°.

Mając dobry katalóg pewnéy liczby gwiazd, i lunetę ustawioną do południka, nayłatwiey jest poznać bieg zegaru co do czasu gwiazdowego. Obserwuymy bowiem gwiazdy jakiey przeyście przez południk, i wyrachuymy z katalogu jéy wznoszenie się proste na moment obserwacyi, wznoszenie się to proste zamienione na czas i porównane z obserwacyą, da nam różnicę między czasem gwiazdowym a czasem zegaru.

Katalog jeszcze dobry gwiazd służyć nam może do wynalezienia zboczenia lunety z kierunku południka. Na fig. (26) niech *PZH* oznacza południk mieysca *Z;* daymy że luneta nie opisuje tego południka, ale opisuje tylko koło wierzchołkowe *ZAO.* W tym przypadku jedna tylko gwiazda przechodząca przez zenit może bydź obserwowaną w czasie swego przechodu przez południk; każda inna obserwowana *np.* w *A*, miałaby kąt godzinny *ZPA* którego $\frac{1}{15}$ byłaby błędem w czasie co do przeyścia gwiazdy

---

Jeżeli łuk *CmD* jest łukiem równika, naówczas $r = 1$

$$r'.\text{wst}\ \tfrac{1}{2}\ AKB = \text{wst}\ \tfrac{1}{2}\ emf$$

$$r'.\text{wst}\ \tfrac{1}{2}\ (15.t') = \text{wst}\ \tfrac{1}{2}\ emf$$

$$\text{wst}\ \tfrac{1}{2}\ emf = \text{wst}\ \tfrac{1}{2}\ (15.t')\ \text{wst}\ \Delta$$

albo

$$\text{wst}\ \tfrac{1}{2}\ 15\ .\ t' = \frac{\text{wst}\ \frac{1}{2}\ emf}{\text{wst}\ \Delta} = \frac{\text{wst}\ \frac{1}{2}\ 15\ .\ t}{\text{wst}\ \Delta} \ldots\ldots (\beta')$$

Zrównanie β' jest ogólne, którego zrównanie β jest przypadkiem szczególnym kiedy łuki są bardzo małe. Ze zrównania β' wyciągamy łatwo łuk $15\ .\ t'$ jakiby nić zakrywająca łuk pewny na równiku zakryła na równoleżniku, albo mając ten ostatni, dochodzimy wielkości łuku równika mogącego się zakryć nicią teyże samey długości.

przez południk. Łuk poziomu HO nazywa się zboczeniem poziomém lunety (déviation hirizontale de la lunette) W tróykącie ZPA,

$$\text{wst}\, ZPA = \frac{\text{wst}\, Z.\,\text{wst}\, ZA}{\text{wst}\, PA} = \frac{\text{wst}\, HO.\,\text{wst}\, ZA}{\text{wst}\, \Delta} =$$

$$= \frac{\text{wst}\, HO.\,\text{wst}\,(\Delta - PZ)}{\text{wst}\, \Delta},$$

biorąc odległość od zenit ZA w czasie obserwacyi przéyścia za równą odległości południkowéy ZA'.

$$\text{wst}\, ZPA = \text{wst}\, HO \frac{\text{wst}\,(\Delta - 90^\circ + H)}{\text{wst}\, \Delta}$$

H jest szerokość jeograficzna mieysca

$$\text{wst}\, ZPA = -\frac{\text{wst}\, x\, \text{wst}\,[90^\circ - (H + \Delta)]}{\text{wst}\, \Delta} = -\frac{\text{wst}\, x.\text{dost}(H + \Delta)}{\text{wst}\, \Delta}$$

$$= -\frac{\text{wst}\, x}{\text{wst}\, \Delta}(\text{dost}\, H\, \text{dost}\, \Delta - \text{wst}\, H\, \text{wst}\, \Delta)$$

$$= -\text{wst}\, x(\text{dost}\, H\, \text{dosty}\, \Delta - \text{wst}\, H)$$

$$\text{wst}\, ZPA = dp = x(\text{wst}\, H - \text{dost}\, H\, \text{dosty}\, \Delta) =$$

$$= x.\text{dost}\, H(\text{sty}\, H - \text{dosty}\, \Delta) = nx$$

Tu zboczenie lunety uważa się na wschód, i poprawka dp jest dodatna od Z do poziomu ku stronie południowéy.

Poprawka obserwacyi przeyścia przez południk drugiey gwiazdy będzie

$$dp' = x\, \text{dost}\, H(\text{sty}\, H - \text{dosty}\, \Delta') = n'x$$

$$dp - dp' = (n - n')x, \qquad x = \left(\frac{dp - dp'}{n - n'}\right).$$

Można ułożyć na pewną szerokość jeograficzną tablicę wartości na n na rozmaite gwiazdy, a mając $dp' - dp$, można wynaleśdź x czyli zboczenie poziome lunety. Niech P wyraża przeyście przez południk wyciągnione z katalogu piérwszey gwiazdy, to jest wznoszenie się jéy proste zamienione na czas; p przeyście obserwowane

$$\left.\begin{array}{l} dp = P - p = nx \\ dp' = P' - p' = n'x \end{array}\right\} dp - dp' = (P - P') - (p - p')$$

$$(P - p) - (P' - p') = (n - n')\,x$$

$$x = \frac{(P - P') - (p - p')}{n - n'} = \frac{(P - P') - (p - p')}{\text{dost}\,H\,(\text{dosty}\,\Delta' - \text{dosty}\,\Delta)}$$

$$= \frac{[(P - P') - (p - p')]\,\text{wst}\,\Delta\,\text{wst}\,\Delta'}{\text{dost}\,H\,\text{wst}\,(\Delta - \Delta')} \ldots\ldots\ldots (*)$$

Wzięliśmy tu za czas przechodu gwiazdy przez południk jéy wznoszenie się proste zamienione na czas, przypuszczając że zegar nie różni się od czasu gwiazdowego; w przeciwnym przypadku za P i P' trzeba wziąć $P \pm r$, $P' \pm r$, wyrażając przez r różnicę między zegarem a czasem gwiazdowym. W tym przypadku formuła zostanie zupełnie taż sama, gdyż r w odciąganiu zginie. Bierzemy zaś r toż samo dla gwiazd obu, przypuszczając że dzień zegaru jest zupełnie równy dniowi gwiazdowemu, a przynaymniey że odmiana zrównania czasu w przeciągu między dwiema obserwacyami jest nieznaczną. Dla téy właśnie przyczyny wybierać należy gwiazdy mało się różniące co do wznoszenia się prostego. Gdyby jednak zegar znacznie *np.* spieszył, naówczas od różnicy $(p - p')$ ilość pośpiechu w przeciągu między obserwacyami odjącby należało, i tym sposobem różnicę obserwowaną na zegarze w przeyściu dwóch gwiazd, zamienić na różnicę wyrażoną w czasie gwiazdowym. Dla oznaczenia więc zboczenia lunety południkowéy, opisującéy koło wierzchołkowe, potrzeba obserwować dwie gwiazdy, których różnicę wznoszeń $(P - P')$ można dokładnie mieć z katalogu, odciągając od téy różnicy różnicę obserwowaną w przeyściu przez południk, i mnożąc wypadek przez $\frac{\text{wst}\,\Delta\,\text{wst}\,\Delta'}{\text{dost}\,H\,\text{wst}\,(\Delta - \Delta')}$ otrzymamy zboczenie poziome x, zboczenie to będzie na wschód, jeśli x wypadnie dodatne, w przeciwnym przypadku na zachód. Ztąd można wiedzieć ile potrzeba posunąć lunetę po płaszczyznie poziomu, aby ją do południka skierować.

Mając znane x tudzież P i P' można otrzymać zrównanie czasu zegarowego dh ze zrównań

$$p+nx+dh=P$$

$$p'+n'x+dh=P'$$

Stąd

$$dh=(P-p)-nx=(P'-p')-n'x$$

gdzie uważamy zrównanie czasu dh za nieodmienne w przeciągu krótkiego bardzo czasu upłynionego między dwiema obserwacyami.

W zrównaniu na poprawę przeyścia przez południk

$$dp=nx=x\,(\text{wst}\,H-\text{dost}\,H\,\text{dosty}\,\Delta)$$

dopóki wst $H>$ dost H dosty Δ, n będzie dodatne i poprawka dp tegoż samego znaku co x; poprawka jest zero kiedy wst $H=$ dost H dosty Δ, i naówczas gwiazda przechodzi przez zenit; nareszcie poprawka będzie ze znakiem różnym od znaku x, jeśli wst $H<$ dost H dosty Δ; co się tycze wartości na x uważamy tu ją za dodatną jeśli luneta będąc obróconą ku południowi zbacza ku stronie wschodniey od południka. Jeżeli bowiem luneta zbacza ku wschodowi wtenczas kiedy jest wykierowana ku stronie południowey zenit, obserwacya gwiazdy ma mieysce pierwiey niż przeyście jey przez południk, p więc jest mnieysze od P, a stąd dp jest dodatne, zboczenie więc poziome x, które w tem położeniu jest w tęż samę stronę to jest ku wschodowi, uważać będziemy w naszey formule za dodatne. Kiedy więc z rachunku otrzymamy wartość na x odjemną, znakiem to będzie że zboczenie poziome lunety jest od południa ku zachodowi. Sposób ten jeden z naylepszych do ustawienia doskonale lunety południkowey, podany był naypierwiey od Delambra w *Connaissance des tems* na rok 1792.

W wyborze gwiazd do oznaczenia zboczenia lunety przez sposób tu wyłożony, należy mieć tę uwagę, iż wypadek będzie tym dokładnieyszy, im zboczenia dwóch gwiazd obranych bardziey się między sobą różnią, w wyrażeniu bowiem na x, które w ogólności jest ilością małą wchodzą w liczniku nieuchronne błędy obserwacyi, żeby więc ich wpływ na wypadek był jak naymnieyszy, potrzeba iżby one były małemi w porównaniu innych ilości licznika (*); starać się więc potrzeba iżby licznik nie był ilością bardzo małą, co wtenczas nastąpi, kiedy mianownik będzie wielkim, wartość bowiem ilości x jest stateczną. Z czego wypada, iż gwiazdy mające odległość od bieguna świata blisko też samę, wcale nie są zdatne do dania dokładnéy wartości na x, gdyż wtenczas $(\Delta - \Delta')$ jest ułamkiem bardzo małym, a ztąd i mianownik i licznik ułamku małym także bydź musi. Dla tego w użyciu tego sposobu brać potrzeba takie gwiazdy, z którychby jedna przechodziła przez południk blisko zenit, druga blisko poziomu.

Jeśli gwiazda przechodzi przez południk pod biegunem, odległość jéy od bieguna uważać należy za odjemną.

Zamiast obserwowania dwóch gwiazd różnych, można obserwować jednę z gwiazd kołobiegunowych w przeyściu jéy wyższém i niższém przez południk. Wtenczas odległości jey od bieguna we dwóch przeyściach są ze znakami przeciwnemi $\Delta' = -\Delta$

$$x = -\frac{[(P-P')-(p-p')]\,\mathrm{wst}^2\Delta}{\mathrm{dost}\,H\,\mathrm{wst}\,2\Delta} = -\frac{[(P-P')-(p-p')]\,\mathrm{sty}\,\Delta}{2\,\mathrm{dost}\,H}$$

$$= \frac{(p-p') + 12^{g}}{2\,\mathrm{dost}\,H\,\mathrm{dosty}\,\Delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (l)$$

uważamy tu przechód wyższy p jako obserwowany naypierwiey. Sposób ten ma wielką zaletę, że wartość na x jest niezawisłą od wznoszenia się prostego gwiazdy.

Zamiast obserwowania jednéy gwiazdy kołobiegunowéy,

(*) Nazywamy tu licznikiem ilość $(P-P')-(p-p')$, uważając mnożnika tey ilości jako przeniesionego do mianownika.

można obserwować dwie takie, których wznoszenia się proste mało się różnią. Obserwacye tych gwiazd dadzą nam dwa zrównania:

$$2x \operatorname{dost} H \operatorname{dosty} \Delta = (p - p') + 12^g \ldots\ldots (1)$$

$$2x \operatorname{dost} H \operatorname{dosty} \Delta' = (\pi - \pi') + 12^g \ldots\ldots (2)$$

$$x = \frac{[(p-\pi) - (p'-\pi')] \operatorname{wst} \Delta \operatorname{wst} \Delta'}{2 \operatorname{dost} H \operatorname{wst} (\Delta' - \Delta)} \ldots\ldots\ldots (\gamma)$$

p i π są dwa przeyścia wyższe obserwowane naprzód.

Sposób ten łączy korzyści pierwiey wyłożonych sposobów, gdyż nie jest zawisły ani od wznoszenia się prostego gwiazd, ani od dokładności zegaru. Korzyści te jeszcze mają mieysce w obserwacyach dwóch gwiazd różniących się od siebie o 180° we wznoszeniu się prostém. Nazwiymy przechody wyższe tych gwiazd przez południk, tak jak i wyżey, przez p i π, niższe zaś przez p' i π'; mieć będziemy naprzód

$$(1) \qquad 2x \operatorname{dost} H \operatorname{dosty} \Delta = (p - p') + 12^g.$$

Co się tycze drugiey gwiazdy któréy przechód niższy π' piérwiey był obserwowany, a potém przechód wyższy π, a stąd $\pi > \pi'$, będzie

$$2x \operatorname{dost} H \operatorname{dosty} \Delta' = (\pi - \pi') - 12^g \ldots (k)$$

gdyż zamiast przechodu niższego obserwowanego, można uważać przechód następujący niższy, przypadający we 24^g, a stąd π' powiększyć o 24 godzin gwiazdowych.

Dodając do siebie zrównania (1) i (k) otrzymujemy

$$x = \frac{\{(p - p') + (\pi - \pi')\}}{2 \operatorname{dost} H (\operatorname{dosty} \Delta' + \operatorname{dosty} \Delta)}$$

albo

$$x = \frac{\{(p - \pi') - (p' - \pi)\} \operatorname{wst} \Delta \operatorname{wst} \Delta'}{2 \operatorname{dost} H \operatorname{wst} (\Delta + \Delta')} \ldots\ldots (\delta)$$

Zrównanie (δ) oprócz niezależenia od czasu ma jeszcze tę korzyść nad zrównaniem (β) że jego mianownik jest w ogólności większy od mianownika w zrównaniu (β). Biorąc szczególny przypadek że $\Delta=\Delta'$, mamy

$$x=\frac{\{(p-\pi')-(p'-\pi)\}\,\mathrm{sty}\,\Delta}{4\,\mathrm{dost}\,H}$$

gdzie mianownik właśnie jest dwa razy większy, a stąd współczynnik mnożący ilość $(p-\pi')-(p'-\pi)$ dwa razy mnieyszy niż w zrównaniu (β). Ilość więc $(p-\pi')-(p'-\pi)$ a stąd i dokładność wypadku, jest dwa razy większa, gdyż, jakeśmy to już uważali, błędy nieuchronne obserwacyi mnieyszy w tym przypadku mają wpływ na wypadek. Uważając pod tym względem zrównanie (β), (γ), i (δ), wyraźna jest rzecz że błędy obserwacyi w ogólności tym mniey na wypadek wpływają, im odległość gwiazd od bieguna jest mnieysza; stąd wypadałoby w obserwacyach dawać pierwszeństwo gwiazdom bardzo bliskim bieguna, korzyść jednak stąd wypadająca nie jest tak wielka jak się zdaje, gdyż gwiazdy blisko bieguna będące mają bieg bardzo powolny, a stąd ich obserwacye mniey są dokładne niż obserwacye gwiazd daley od bieguna położonych.

Myśl sprawdzania położenia lunety południkowey przez obserwacye dwóch gwiazd różniących się blisko o 180° we wznoszeniu się prostém, naprzód była podana przez P. *Butt*, lecz sposób rachowania stąd ilości zboczenia lunety nie był przez autora wyłożony; jest to jak widzimy szczególny przypadek wypadający ze zrównania ogólnego (α).

ROZDZIAŁ VI.

Parallaxa ciał niebieskich (parallaxe).

XXXV. *Co jest parallaxa? Parallaxa pozioma, parallaxa wysokości.*

Zatrudnialiśmy się dotąd obserwacyami samych gwiazd stałych, które będąc w nieskończenie wielkiey od nas odległości odsyłane są do jednych i tychże samych punktów kuli niebieskiey przez różnych obserwatorów. Ale jeżeli jakie ciała niebieskie znaydują się blizko ziemi jak są: słońce, xiężyc, planety i komety, tak że promień kuli ziemskiey może bydź porównany z ich odległością od ziemi, ciała te z różnych punktów ziemi widziane, różnym punktóm nieba odpowiadać będą. Chcąc porównać z sobą obserwacye w różnych mieyscach ziemi robione, zgodzili się Astronomowie odnosić je wszystkie do punktu jednego, to jest do środka ziemi. Kąt między dwiema linijami ze środka i z powierzchni ziemi do jedney prowadzonemi gwiazdy nazywa się *parallaxą* tey gwiazdy (Parallaxe). Na fig. 27 niech O oznacza mieysce obserwatora na powierzchni ziemi, G ciało niebieskie, S środek ziemi. Patrząc z punktu O na G odnosić je będziemy do mieysca g' kuli niebieskiey, patrząc zaś ze środka ziemi S, widzieć będziemy to samo ciało w mieyscu g. Kąt $gGg' = OGS$, jest to cośmy nazwali parallaxą.

Gdyby gwiazda G była gwiazdą stałą, kąt OGS dla małości swojey zniknąłby, i dwie linije OG, SG, trafiłyby na tenże sam punkt nieba. Ale dla wszystkich ciał układu słonecznego kąt ten jest dosyć znaczny, chcąc więc te ciała w obserwacyach odnosić do środka ziemi, należy nam znać ten kąt OGS, abyśmy go od obserwowaney odległości od zenit odjęli; widzimy bowiem że jak refrakcya podwyższa nam gwiazdy, tak przeciwnie parallaxa je zniża. W troykącie OGS

$$\text{wst}\, OGS = \frac{OS}{SG} \cdot \text{wst}\, ZOG \ldots\ldots (a).$$

Jeżeli $ZOG = 0$, $\text{wst}\, OGS = 0$, to jest parallaxa u zenit jest żadna. Jeżeli ciało niebieskie zostaje w jedneyże od ziemi odległości, stosunek $\frac{OS}{SG}$ jest statecznym, i parallaxa zależy od kąta ZOG; naywiększa będzie kiedy $ZOG = 90°$ to jest kiedy ciało znayduje się na poziomie w mieyscu *np.* G'. Kąt $OG'S$ czyli parallaxa gwiazdy będącey na poziomie, zowie się *parallaxą poziomą* (parallaxe horizontale). Parallaxa zaś gwiazdy będącéy między poziomem, a zenit, zowie się *parallaxą wysokości* (parallaxe de hauteur). W różnych zaś gwiazdach parallaxa zależy od stosunku $\frac{OS}{SG}$ i rośnie, kiedy odległość ciała od ziemi zmnieysza się. Ponieważ mieysce pozorne i prawdziwe gwiazdy znayduje się na płaszczyznie tróykąta OGS, która jest płaszczyzną koła wierzchołkowego, ztąd wypada że parallaxa tak jak i refrakcya, odmieniając położenie gwiazdy, nie sprowadza jéy z koła wierzchołkowego, a stąd nic wpływa na wartość poziomołuku, ani na wznoszenie się proste gwiazdy w czasie jéy przeyścia przez południk.

XXXVI. *Sposoby wynachodzenia parallaxy przez obserwacyą.*

Gdybyśmy znali odległość ciał niebieskich od ziemi, zrównanie (a) dałoby ich parallaxę na każdą odległość od zenit, i wzajemnie, mając parallaxę jakiey gwiazdy łatwobyśmy otrzymali jéy odległość. Widzimy nadto że dosyć jest mieć parallaxę poziomą $OGS=\pi$ żeby znaleźć parallaxę wysokości, gdyż

$$\text{wst}\,\omega = \text{wst}\,\pi\,.\,\text{wst}\,Z\;.\,.\,.\,(b)$$

gdzie ω znaczy parallaxę wysokości, Z odległość gwiazdy od zenit; wzajemnie z parallaxy wysokości możemy wyciągnąć parallaxę poziomą. Obaczmy teraz jakie są sposoby wynalezienia przez obserwacyą parallaxy różnych ciał niebieskich. *Aristarch* Astronom w Alexandryi podał sposób znalezienia parallaxy słońca, obserwując kąt między linijami od ziemi do słońca i xiężyca wiedzionemi, w czasie gdy xiężyc doskonale jest w połowie swojéy oświecony. Naówczas mielibyśmy w xiężycu kąt prosty i znalezlibyśmy kąt pod którym się pokazuje ze słońca promień drogi xiężycowéy, a mając skąd inąd stosunek tego promienia do promienia ziemi, moglibyśmy otrzymać kąt, pod ktorym promień ziemi widziany jest ze słońca, czyli parallaxę poziomą słońca. Sposób ten dla wielkiey bardzo słońca odległości, zupełnie jest niedokładny i oddawna nieużywany. Parallaxę xiężyca moglibyśmy znaleźć obserwując jego naywiększe oddalenie się od ekliptyki czyli drogi słońca, ku północy i ku południowi. Wreszcie wiele jest innych sposobów znalezienia parallaxy ciał niebieskich, lecz że jedne z porządku jeszcze wyłożyć się tu nie mogą, inne są mniey dokładne, dla tego zastanowimy się tu nad jednym tylko, który i do wszystkich ciał niebieskich zastosować się może, i jest jeden z naywprostszych i naydokładnieyszych; zależy zaś na obserwacyi zboczeń planety przez dwóch obserwatorów znacznym łukiem południka od siebie oddalonych. Wystawmy sobie na fig. (28) planetę P, obserwowanego w przechodzie przez południk przez dwóch obserwatorów na różnych mieyscach ziemi pod jednym południkiem będących. Dla dokładności obserwacyi przybierzmy jaką gwiazdę stałą do porównania, będącą prawie na tym samym równoleżniku co i planeta, i obserwuymy w czasie przeyścia przez południk ich odległości od zenit. Wyraźmy odległości od zenit gwiazdy dla dwóch obserwatorów przez kąty ZCG i $Z'C'G'$, odległości od zenit planety przez PCZ i $P'C'Z'$.

Gdyby planeta nie miał żadney parallaxy, summa dwóch jego odległości od zenit byłaby równa summie odległości od zenit gwiazdy; różnica więc tych odległości, to jest $PCZ - ZCG + P'C'Z' - Z'C'G' = CPC' = P$, jest właśnie skutkiem parallaxy. Należy nam stąd wynaleśdź parallaxę poziomą, a potém parallaxę wysokości, to jest $CPS = \omega$ i $C'PS = \omega'$. Zrównanie (b), kładąc w niém dla małości kąta, π za wstπ daje

$$\omega = \pi \,\text{wst}\, PCZ = \pi \,\text{wst}\, Z$$

$$\omega' = \pi \,\text{wst}\, P'C'Z' = \pi \,\text{wst}\, Z'$$

$$P = \omega + \omega' = \pi(\text{wst}\, Z + \text{wst}\, Z')$$

$$\pi = \frac{\omega + \omega'}{\text{wst}\, Z + \text{wst}\, Z'} = \frac{P}{\text{wst}\, Z + \text{wst}\, Z'} = \frac{z + z' - (H \pm H')}{\text{wst}\, Z + \text{wst}\, Z'} =$$

$$= \frac{z + z' - (H \pm H')}{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(Z - Z')\,\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(z + z')} \cdots (y)$$

H i H' są szerokości jeograficzne mieysca.

Zrównanie to jest niezależne od obserwacyi gwiazdy stałéy, chcąc tę obserwacyą wprowadzić, wyrazilibyśmy π przez następujące zrównanie

$$\pi = \frac{P}{\text{wst}\, Z + \text{wst} Z'} = \frac{\beta + \beta'}{\text{wst}\, Z + \text{wst}\, Z'}$$

gdzie $\beta = PCG, \qquad \beta' = P'C'G'$

Mając π łatwo się otrzymuje ω i ω'.

Weźmy za przykład obserwacye parallaxy Marsa robione przez *Wargentina*, i *Lacailla*. Lacaille w roku 1751 6 października obserwował Marsa na przylądku Dobréy nadziei pod szerokością południową 33°.55′ w odległości od zenit 25°.2′, porównywając go z λ *Wodnika*; i znalazł, że brzeg północny tarczy marsa był oddalony ku północy od gwiazdy na 26″,7. W tym samym czasie Wargentin w Sztokolmie pod szerokością północną 59°.21 obserwował tegoż planetę w odległości od zenit 68°.14′, i znalazł brzeg tenże sam odsuniony od gwiazdy ku południowi na 6″,6. Ztąd.

$$P = \omega + \omega' = 33'',3$$

$$\pi = \frac{33'',3}{\text{wst}(25^\circ.2') + \text{wst}(68^\circ.14')} = \frac{33'',3}{0,4231 + 0,9287} = \frac{33'',3}{1,3518}$$

$$\begin{aligned} &\log.\ 33'',3 = 1,522442 \\ &\log.\ 1,3518 = 0,130912 \\ &\log.\ \pi = \quad 1,391530 \ldots \pi = 24'',64. \end{aligned}$$

Jeśliby obadwa obserwatorowie nie byli zupełnie pod tym samym południkiem; naówczas trzebaby mieć uwagę na odmianę zboczenia planety w czasie, w którym ten od jednego południka przechodzi do drugiego. Gdyby planeta znaydował się z jednéyże strony zenit obu obserwatorów *np.* w mieyscu P', naówczas kąt $C'P'S$ byłby różnicą dwóch parallax.

$$\text{Ztąd } \pi = \frac{\omega' - \omega}{\text{wst}\, Z' - \text{wst}\, Z} = \frac{P}{\text{wst}\, Z' - \text{wst}\, Z}$$

Sposób ten wynaydowania parallaxy może się zastosować do wszystkich ciał niebieskich. Porównywając tego rodzaju obserwacye Lakailla na przylądku Dobrey Nadziei, i Lalanda w Berlinie, oznaczono parallaxę xiężyca. Wreszcie używano go do wynalezienia parallaxy słońca i Wenusa; lecz że słońce i planety inne, jak Jowisz, Saturn, i Uranus, są bardzo odległe od ziemi, dla tego parallaxy tych ciał z większą oznaczają się trudnością. Fenomen przeyścia Wenusa przez tarczę słońca naylepiey służy do wynalezienia parallaxy słońca która wynosi 8″,8; teoryą tego sposobu w swojém wyłożymy mieyscu.

XXXVII. *Parallaxa służy do wyrażenia promienia planety w częściach promienia ziemskiego, a stąd do wynalezienia stosunku jego bryłowatości do bryłowatości ziemi.*

Ze zrównania (a) mamy:

$$\text{wst}\,\pi = \frac{OS}{SG} \cdots (\text{fig. } 27), \quad SG = \frac{OS}{\text{wst}\,\pi}.$$

Mając tedy parallaxę poziomą planety możemy znaleźć jego odległość od ziemi wyrażoną w promieniach ziemskich. Nadto możemy jeszcze otrzymać stosunek objętości planety do objętości ziemi następującym sposobem. Niech S na fig. 29, oznacza środek ziemi, S' środek planety, kąt $AS'S$ jest parallaxą poziomą planety $= \pi$, jest to kąt pod którym się widzi z planety połowa tarczy ziemskiey.

$$\text{wst}\,\pi = \frac{AS}{S'S} = \frac{r}{o}.$$

Kąt $A'SS'$ jest to parallaxa ziemi, czyli jest to promień pozorney tarczy planety, nazwąwszy średnicę pozorną planety przez δ będzie:

$$\text{wst}\,\tfrac{1}{2}\delta = \frac{A'S'}{SS'} = \frac{r'}{o}.$$

Porównywając to zrównanie z poprzedzającém wypada

$$\frac{\text{wst}\,\frac{1}{2}\delta}{\text{wst}\,\pi} = \frac{r'}{r} \ \text{ albo } \ \frac{\delta}{2\pi} = \frac{r'}{r}.$$

Promień więc planety wyrazi się w promieniach ziemi, dzieląc średnicę pozorną planety przez dwa razy wziętą parallaxę jego poziomą. Mając stosunek promieni łatwo się dochodzi stosunek objętości, gdyż stosunek ten $=\frac{r'^3}{r^3}$, ztąd bryłowatość planety $=$ (brył. ziemi) $\left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^3$.

Srednice planet łatwo się mierzą za pomocą opisanych w swojém mieyscu narzędzi; przyłączamy tu tablice dające *naprzód* kąt pod którym promień ziemi widziany jest z różnych planet, czyli poziomą parallaxę planet; *powtóre* średnice pozorne tychże planet.

Parallaxa planet w naybliższey ich od ziemi odległości.

Słońce	9″
Merkuryusz	14″
Venus	31″
Mars	21
Ceres, Pallas, Juno, Westa	4″,½
Jowisz	2″
Saturn	1″
Uranus	0″,½
Xiężyc	1°. 1′.

Średnice pozorné planet obserwowane w naymnieyszey od ziemi odległości.

Słońce	31′. 36″
Merkuryusz	11″
Venus	59″
Mars	17″
Jowisz	44″
Saturn	20″
Uranus	4″
Xiężyc	33′. 30″.

Nowych czterech planet średnice dla małości nie mogą bydź dokładnie wymierzone; podług obserwacyi Herschela średnice pozorne tych planet są tylko małym ułamkiem sekundy.

Chociaż naywalnieysze użycie parallaxy jest do wynalezienia odległości planet od ziemi, tu jednak wykładając ten przedmiot szczególniey mieliśmy na celu wynalezienie poprawki na przyprowadzenie wysokości planet obserwowanych z powierzchni ziemi do wysokości odniesionych do jéy środka.

Ponieważ parallaxa zniża gwiazdy, a refrakcya je podwyższa, wysokość więc prawdziwa planety równa jest wysokości obserwowanéy zmnieyszonéy refrakcyą, a powiększonéy ilością parallaxy.

Parallaxa odmieniając wysokość planety odmienia także jego położenie odnoszone do innych płaszczyzn, to jest wznoszenie się proste i zboczenie, wpływ parallaxy na te i na inne ilości, i jéy znajomość jest niezmiernie ważną w zaćmieniach słońca i zakryciu gwiazd przez xiężyc, dla tego zastanowimy się nad sposobem otrzymania parallaxy we wznoszeniu się prostem i zboczeniu.

XXXVIII. *Zrównania dające parallaxę we wznoszeniu się prostem i zboczeniu.*

Niech PZM (fig. (c)) wyraża południk mieysca Z, G mieysce prawdziwe gwiazdy, G' mieysce jéy zniżone przez parallaxę. Punkt P jest biegunem północnym równika, kąt przeto ZPG jest kątem godzinnym prawdziwym, który nazwiymy przez P, kąt zaś ZPG' jest kątem odmienionym przez parallaxę, który nazwiymy przez P'. W troykącie ZPG podług zrównań trzecich głównych (tr. k. § 5) mamy

$$\text{dosty}\, P = \frac{\text{dosty}\, ZG \,\text{wst}\, PZ - \text{dost}\, PZ \,\text{dost}\, PZG}{\text{wst}\, PZG}$$

czyniąc

$$ZG = N, \quad PZG = Z, \quad PZ = 90 - H$$

będzie

$$\text{dosty}\,P = \frac{\text{dosty}\,N\,\text{dost}\,H - \text{wst}\,H\,\text{dost}\,Z}{\text{wst}\,Z}$$

gdzie H wyraża szerokość jeograficzną mieysca. W troykącie $ZP'G'$

$$\text{dosty}\,P' = \frac{\text{dosty}\,N'\,\text{dost}\,H - \text{wst}\,H\,\text{dost}\,Z}{\text{wst}\,Z}$$

gdzie N' wyraża pozorną odległość gwiazdy od zenit.

$$\text{dosty}\,P - \text{dosty}\,P' = \frac{\text{dost}\,H}{\text{wst}\,Z}\left\{\text{dosty}\,N - \text{dosty}\,N'\right\}$$

$$= \frac{\text{dost}\,H}{\text{wst}\,Z} \cdot \frac{\text{wst}\,(N'-N)}{\text{wst}\,N\,\text{wst}\,N'}.$$

$$\text{wst}\,(P'-P) = \frac{\text{dost}\,H}{\text{wst}\,Z} \cdot \frac{\text{wst}(N'-N)\,\text{wst}\,P\,\text{wst}\,P'}{\text{wst}\,N.\,\text{wst}\,N'.}.$$

W tém zrównaniu $N'-N$ wyraża parallaxę wysokości, która może się wyrazić przez parallaxę poziomą; jakoż nazywając tę ostatnią przez π, mamy:

$$N'-N = \pi\,\text{wst}\,N'$$

$$\text{wst}\,(P'-P) = \frac{\pi\,\text{wst}\,N'\,\text{dost}\,H\,\text{wst}\,P\,\text{wst}\,P'}{\text{wst}\,N\,\text{wst}\,N'\,\text{wst}\,Z}$$

$$= \frac{\pi\,\text{dost}\,H\,\text{wst}\,P\,\text{wst}\,P'}{\text{wst}\,N\,\text{wst}\,Z}.$$

Dla wyrzucenia z tego wyrażenia, poziomołuku Z, jako ilości, którey tablice astronomiczne niedają, użyjemy zrównania

$$\frac{\text{wst}\,P}{\text{wst}\,Z} = \frac{\text{wst}\,N}{\text{wst}\,\Delta}$$

gdzie $\Delta = PG$

Biorąc z tego zrównania wartość na $\text{wst}\,Z$, i kładąc ją w zrównanie na $\text{wst}\,(P'-P)$ otrzymamy:

$$\text{wst}\,(P'-P) = \frac{\pi\,\text{dost}\,H\,\text{wst}\,P'}{\text{wst}\,\Delta}.$$

Odmiana wznoszenia się prostego *mn* jest ta sama co i kąta godzinnego, nazywając więc parallaxę wznoszenia się prostego $P'-P$ przez da i biorąc małe łuki za ich wstawy będzie

$$da = \frac{\pi \, \text{dost}\, H \text{wst}\, P'}{\text{wst}\, \Delta} \dots\dots (h)$$

W tém zrównaniu za P i Δ można brać P' i Δ' i wzajemnie, podług tego jak jedne z tych ilości lub drugie są znane, byleby Δ nie było ilością bardzo małą, co w planetach dotąd znanych zdarzyć się nie może.

Dla znalezienia parallaxy zboczenia uważaymy tróykąty też same to jest PZG i PZG' w których mamy podług zrównań trzecich głównych:

$$\text{dosty}\, \Delta \, \text{wst}\, PZ = \text{dost}\, PZ \, \text{dost}\, P + \text{wst}\, P \, \text{dosty}\, Z$$

$$\text{dosty}\, \Delta = \frac{\text{wst} H.\text{dost}\, P + \text{wst}\, P \, \text{dosty}\, Z}{\text{dost}\, H}$$

$$\text{dost}\, PG' = \text{dosty}\, \Delta' = \frac{\text{wst}\, H.\, \text{dost}\, P' + \text{wst}\, P' \, \text{dosty}\, Z}{\text{dost}\, H}$$

$$\text{dosy}\Delta - \text{dosty}\Delta' = \frac{\text{wst}\, H(\text{dost} P - \text{dost} P') + \text{dosty} Z(\text{wst} P - \text{wst} P')}{\text{dost}\, H}$$

$$\text{wst}(\Delta' - \Delta) = \frac{\text{wst}\Delta \text{wst}\Delta'}{\text{dost}\, H} \{(\text{dost} P - \text{dost} P')\text{wst} H + (\text{wst} P - \text{wst} P')\text{dosty} Z\}$$

Do wyrzucenia poziomołuku Z użyjemy zrównania któreśmy teraz z tróykąta PZG wyciągnęli, to jest:

$$\text{dosty}\, Z = \frac{\text{dosty}\, \Delta \, \text{dost}\, H - \text{wst}\, H \text{dost}\, P}{\text{wst}\, P}$$

Jakož kładąc tę wartość na dosty Z w zrównanie poprzedzające, otrzymamy:

$$\text{wst}\,(\Delta' - \Delta) = \frac{\text{wst}\, \Delta.\ \text{wst}\, \Delta'}{\text{dost}\, H} \Big\{(\text{dost}\, P - \text{dost}\, P')\, \text{wst}\, H +$$

$$+ (\text{wst} P - \text{wst} P') \frac{(\text{dosty}\Delta \text{dost}\, H - \text{wst}\, H \text{dost}\, P)}{\text{wst}\, P}\Big\}$$

$$=\text{wst}\,\Delta'\left\{\frac{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P+P')\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{wst}\,\Delta\,\text{wst}\,H}{\text{dost}\,H}-\right.$$

$$\left.-\,2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(P'+P)\frac{(\text{dost}\,\Delta\,\text{dost}\,H-\text{wst}\,H\,\text{wst}\,\Delta\,\text{dost}\,P)}{\text{dost}\,H\,\text{wst}\,P.}\right\}$$

$$=\text{wst}\,\Delta'\left\{\frac{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'+P)\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{wst}\,\Delta\,\text{wst}\,H\,\text{wst}\,P}{\text{dost}\,H\,\text{wst}\,P}+\right.$$

$$+\frac{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(P'+P)\,\text{wst}\,H\,\text{dost}\,P\,\text{wst}\,\Delta}{\text{wst}\,P\,\text{dost}\,H}$$

$$\left.-\frac{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(P'+P)\,\text{dost}\,\Delta}{\text{wst}\,P}\right\}$$

Biorąc $2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{wst}\,\Delta\,\text{wst}\,H$ za wspólnego mnożnika i czyniąc $\text{wst}\tfrac{1}{2}(P'+P)\text{wst}P+\text{dost}\tfrac{1}{2}(P'+P)\text{dost}P=\text{dost}\tfrac{1}{2}(P'-P)$ będzie:

$$\text{wst}(\Delta'-\Delta)=\text{wst}\,\Delta'\left\{\frac{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{wst}\,\Delta\,\text{wst}\,H.\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)}{\text{wst}\,P\,\text{dost}\,H}-\right.$$

$$\left.-\frac{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(P'+P)\,\text{dost}\,\Delta}{\text{wst}\,P}\right\}$$

$$=\text{wst}\,\Delta'\left\{\frac{\text{wst}\,\Delta\,\text{wst}\,H\,\text{wst}(P'-P)}{\text{wst}\,P\,\text{dost}\,H}-\right.$$

$$\left.-\frac{2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(P'-P)\,\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(P'+P)\,\text{dost}\,\Delta}{\text{wst}\,P}\right\}$$

Biorąc małe łuki za wstawy i kładąc za $P'-P=da$ wartość wyrażoną przez zrównanie (h), otrzymujemy:

$$\Delta'-\Delta=d\Delta=\text{wst}\,\Delta'\left\{\frac{\pi\,\text{wst}\,P'\,\text{wst}\,H-2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}da\,\text{dost}(P+\tfrac{1}{2}da)\,\text{dost}\,\Delta}{\text{wst}\,P.}\right\}$$

gdyż $P'+P=2P+da$

$$d\Delta=\frac{\text{wst}\,\Delta'}{\text{wst}\,P}\left\{\pi\,\text{wst}\,P'\,\text{wst}\,H-\frac{\pi\,\text{dost}\,H\,\text{wst}\,P'\,\text{dost}\,\Delta\,\text{dost}(P+\tfrac{1}{2}da)}{\text{wst}\,\Delta}\right\}$$

gdzieśmy wzięli $2\,\text{wst}\,\tfrac{1}{2}\,da=\text{wst}\,da$.

Jeżeli w otrzymanem zrównaniu opuścimy $\tfrac{1}{2}\,da$, a tém samem uczynimy $P=P'$, będziemy mieć następujące wyrażenie na parallaxę zboczenia:

$$d\Delta = \pi(\text{wst}\,\Delta\,\text{wst}\,H - \text{dost}\,\Delta\,\text{dost}\,H\,\text{dost}\,P) \ldots\ldots (k)$$

wzięliśmy w drugiey stronie zrównania odległość od bieguna prawdziwą za pozorną.

Zrównania (h) i (k) dają nam z dostateczném do prawdy przybliżeniem wartość na parallaxę we wznoszeniu się prostém i w zboczeniu. Zrównania te pod innym kształtem jako też wiele innych, znaydują się w *Przystosowaniu Tryg. kul.*; wyciągnąłem je tu dla tego, że właśnie z tego kształtu zrównań, gdzie parallaxa pozioma jest wspólnym mnożnikiem wszystkich innych wyrazów, otrzymują się łatwo inne zrównania na parallaxę, które nam w rozbiorze fenomenu przeyścia Wenusa przez tarczę słońca potrzebne będą.

XXXIX. *Wpływ figury ziemi na odmianę parallaxy planet. Wyrażenie szerokości poprawney mieysca przez funkcyą szerokości pozornéy. Zrównanie dające promień ziemi w częściach jednéy z osi ellipsoidy ziemskiey, wyrażony przez funkcyą szerokości pozornéy i poprawnéy.*

Uważaliśmy dotąd ziemię jako kulę; stąd parallaxa pozioma na pewną odległość planety jest taż sama dla wszystkich mieszkańców ziemi. Lecz że ziemia, jakeśmy mówili, nie jest doskonałą kulą, promienie więc jéy nie są wszędzie równe, że zaś parallaxa pozioma jestto właśnie kąt pod którym widziany jest promień ziemi z planety, widoczna więc że ta parallaxa odmieniać się musi z odmianą wielkości tegoż promienia. Parallaxa tedy na biegunie jest naymnieysza, naywiększa zaś na równiku i nazywa się *parallaxą równikową* (Parallaxe équatoriale). Ztąd rodzą się dwa ważne pytania: *Naprzód:* jak wielki ma wpływ nierówność promieni ziemskich na odmianę parallaxy różnych ciał? *Powtóre:* jakim sposobem mieć wzgląd na tę odmianę?

Nazwiymy parallaxę równikową przez π', parallaxę na pewną szerokość H przez π'', podług zrownania (a) § 55 mieć będziemy:

$$\text{wst}\,\pi' = \pi' = \frac{r'}{o}$$

$$\text{wst}\,\pi'' = \pi'' = \frac{r''}{o}$$

$$\pi'' = \pi' . \frac{r''}{r'}$$

Porównaymy parallaxę równikową xiężyca z jego parallaxą na biegunie. Wziąwszy spłaszczenie ziemi $= \frac{1}{309}$ będzie

$$\pi'' = \pi' \left(1 - \frac{1}{309}\right)$$

wyrażając bowiem przez r'' i r' promienie na biegunie i na równiku, wypada:

$$\frac{r''}{r'} = 1 - \frac{1}{309}.$$

Różnica więc parallaxy poziomey równikowey od parallaxy poziomey na biegunie wynosi $\frac{1}{309}$ parallaxy równikowey. Na xiężyc $\pi' = 1^\circ = 3600''$. Ztąd

$$\pi'' = 3600'' \left(1 - \frac{1}{309}\right) = 3600'' - \frac{3600''}{309} = 3600'' - 11'',6$$

Parallaxa tedy równikowa xiężyca większa jest od parallaxy pod biegunem o 11″,6 ; różnica ta jest mnieysza w punktach środkujących między biegunem a równikiem. Gdybyśmy podobny rachunek zrobili na parallaxę innych planet, znaleźlibyśmy wpływ na jéy odmianę z przyczyny figury ziemi zupełnie nieznaczny; w szukaniu więc tylko parallaxy xiężyca wzgląd na tę figurę mieć powinniśmy.

Wystawmy sobie na fig. 30 łuk *BOR* ellipsoidy ziemskiey spłaszczonéy przy biegunie *B* a wyniesionéy przy równiku *R*. Widzimy naprzód że promienie ziemi dla rozmaitych punktów jéy powierzchni nie są równe, powtóre że przedłużenie promienia *SO* robi z liniją wierzchołkową OW kąt ZOW różny podług różney szerokości jeograficzney mieysca: kąt ten niknie tylko na biegunie i na równiku, gdzie kierunek linii wierzchołkowey zgadza się z kierunkiem promienia ziemskiego. Ciała bowiem ciążą w kierunku pionowym do powierzchni ziemi, w ellipsie zas węgielne nie przechodzą przez środek ellipsy tylko w naymnieyszych i naywiększych ellipsy od tego środka odległościach. W obserwacyach nić wierzchołkowa oznacza nam liniją ZO, i odległości od zenit biorą się co do téy linii; chcąc je więc odnieść do promienia ziemskiego trzeba je odnieść do linii WOS. Jeżeli gwiazda obserwuje się na południku, różnica między jéy odległością od zenit obserwowaną i odniesioną do kierunku promienia ziemskiego, iest właśnie kąt ZOW, należy więc nam mieć jego wyrażenie. Kąt $ONR=\varphi$ jest szerokością mieysca, kąt $OSR=\varphi'=\varphi-ZOW$ zowie się *szerokością mieysca poprawną;* potrzeba nam naprzód znaleźć kąt φ' wyrażony przez funkcyą kąta φ; powtóre umieć znaleźć promień ziemski odpowiadający daney szerokości jeograficzney mieysca.

Wyraźmy oś większą ellipsoidy przez $2a$, oś mnieyszą przez $2b$, będzie:

$$SR=a,\quad SB=b,\quad SP=x,\quad PO=y$$

Zrównanie ellipsy jest $\quad y=\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$

Podwęgielna $\quad PN=\frac{b^2x}{a^2}$

$$\text{sty}\, ONP=\text{sty}\,\varphi=\frac{y}{PN}=\frac{a^2y}{b^2x}\,\ldots\ldots\ (1)$$

$$\text{sty}\,\varphi'=\frac{y}{x},\qquad \frac{\text{sty}\,\varphi'}{\text{sty}\,\varphi}=\frac{b^2}{a^2}$$

$$\text{sty}\,\varphi'=\frac{b^2}{a^2}\,\text{sty}\,\varphi\,\ldots\ldots\ (\alpha)$$

$$SO^2=r^2=x^2+y^2=x^2+x^2\,\text{sty}^2\varphi'=\frac{x^2}{\text{dost}^2\varphi'}$$

Ze zrównania (1) .... $y = \frac{xb^2 \operatorname{sty} \varphi}{a^2}$

Zrów. ellipsy .... $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$.

Stąd

$$\frac{xb^2 \operatorname{sty}\varphi}{a^2} = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$x^2 b^2 \operatorname{sty}^2\varphi = a^2(a^2 - x^2)$$

$$x = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sty}^2\varphi}}$$

Kładąc to wyrażenie na x w zrównanie na r będzie

$$r^2 = \frac{a^4}{\operatorname{dost}^2\varphi' (a^2 + b^2 \operatorname{sty}^2\varphi)}$$

Wyrzucając z tego zrównania raz a, drugi raz b, za pomocą zrównania (α), otrzymamy dwa następne na r wyrażenia:

$$r = a\sqrt{\left(\frac{\operatorname{dost}\varphi}{\operatorname{dost}\varphi' \operatorname{dost}(\varphi - \varphi')}\right)} = b\sqrt{\left(\frac{\operatorname{wst}\varphi}{\operatorname{wst}\varphi' \operatorname{dost}(\varphi - \varphi')}\right)} \cdots (\gamma)$$

Zrównanie (α) daje nam szerokość poprawną mieysca przez szerokość pozorną; a stąd się wyciąga zboczenie linii ciążenia od kierunku promienia ziemskiego czyli kąt $\varphi - \varphi'$; zrównanie (γ) daje nam promień ziemski na każdą szerokość jeograficzną mieysca.

Znalazłszy wartość na $\varphi - \varphi'$, wartość tę odciągnąć należy od odległości od zenit obserwowaney na południku, jeśli gwiazda była z téyże strony zenit co i równik, odległość ta zmnieyszona parallaxą wysokości daje odległość od zenit prawdziwego jaka byłaby widzianą ze środka ziemi.

Parallaxa wysokości wyciąga się ze zrównania

$$\omega = \pi \operatorname{wst} Z$$

gdzie za Z trzeba wziąć odległość od zenit poprawną co do kąta $\varphi - \varphi'$, a za π parallaxę poziomą, biorąc w niey promień ziemski stosowny do szerokości jeograficzney mieysca, wyciągniony ze zrównań (γ). Jeżeli obserwacya gwiazdy nie jest na południku, ale w mieyscu *np.* G (fig. 51) naówczas mamy tróykąt GWZ w którym WZ, GZ i poziomołuk WZG są znane, otrzymamy więc wartość na WG, to jest na odległość pozorną gwiazdy od prawdziwego wierzchołka.

Z wyrażenia tego moglibyśmy wyrzucić poziomołuk jakeśmy to we wzorach na parallaxę wznoszenia się prostego i zboczenia zrobili, a natomiast wprowadzilibyśmy kąt godzinny, szerokość jeograficzną mieysca, i odległość gwiazdy od bieguna świata. Wszakże rachunek tego rodzaju prawie nigdy nie wypada w zastosowaniach Astronomii, dla tegośmy tylko o nim krótko wspomnieli. Odnosimy bowiem ciała niebieskie do równika, jak powszechny jest zwyczay, a naówczas zboczenie prawdziwego zenit od wierzchołka wskazywanego przez nić wierzchołkową nie wchodzi ani we wznoszenie się proste gwiazdy ani w jéy zboczenie, bo te ilości zostają zupełnie też same, czy to porównywamy gwiazdę z zenit prawdziwym, a ten potém z biegunem świata, czy porównywamy z zenit pozornym odnosząc go do tegoż samego bieguna świata, dla tego parallaxa wznoszenia się prostego i zboczenia z tego względu nieodmienną zostanie, cała w niey odmiana zależy tylko na odmianie szerokości jeograficznéy mieysca. To jest, ponieważ parallaxa wznoszenia się prostego i zboczenia zależy, jak to widzimy we wzorach (h) i (k) § 58, od szerokości jeograficzney mieysca, dla tego w szukaniu parallaxy xiężyca przez te wzory należy zamiast szerokości pozorney H czyli φ, wziąść szerokość poprawną φ', i dla téy jedynie przyczyny wyprowadziliśmy zrównanie (α) dającą nam szerokość jeograficzną poprawną przez funkcyą szerokości pozornéy.

ROZDZIAŁ VII.

Bieg roczny słońca.

XL. *Fenomena okazujące bieg słońca od zachodu na wschód. Obserwacye tego biegu. Droga słońca jest kolem wielkiem.*

Uważając położenie słońca w ciągu roku, łatwo jest widzieć, że punkt jego wschodu i zachodu coraz się odmienia, poziomołuk tey gwiazdy daleko jest mnicyszy w czasie zimy jak latem, wreszcie nie równa wysokość południkowa słońca a stąd odmienna długość dni i nocy, pokazywanie się coraz nowych gwiazd poprzedzających wschod słońca, a gaśnienie tych które po niém zachodzą, a stąd różny widok nieba w rozmaitych porach roku, są fenomena, które wyraźnie dowodzą, że słońce ma bieg rzetelny lub pozorny od zachodu na wschód. Chcąc poznać ten bieg i oznaczyć drogę słońca potrzeba nam na każdy dzień umieć znaleźć położenie jego na kuli niebieskiey, co otrzymamy obserwując każdego dnia jego przechód przez południk i wysokość w czasie tego przeyścia. Przechód przez południk da nam wznoszenie się proste słońca odniesione do pewnego punktu równika wziętego za początek; z wysokości zaś południkowéy otrzymamy zboczenie słońca. Mając wznoszenie się proste i zboczenie jakiey gwiazdy, mamy znane jéy położenie na kuli niebieskiey.

Wznoszenie się proste słońca otrzymuje się, biorąc czas dotknięcia do nici południkowéy w lunecie brzegu jednego i drugiego, i summę dwóch obserwacyy dzieląc przez dwa. Porównaymy tym sposobem otrzymywane każdego dnia przeyścia środka słońca przez południk z przeyściem gwiazdy jakiey stałey, znaydziemy, że jeżeli gwiazda przechodziła wczora przez południk o minut a przed słońcem, dzisiay przechodzić będzie o minut $a+4'$, po upłynieniu pewnéy liczby dni *np.* n różnica między przeyściem gwiazdy a słońca będzie $a+4'.n$ blisko; słońce więc zdaje się posuwać codzień o minut 4 czasu czyli o stopień jeden co do wznoszenia się prostego od zachodu na wschód.

Połowa summy wysokości dwóch brzegów słońca zmnieyszona refrakcyą, a powiększona parallaxą daje wysokość środka słońca z któréy mając znaną szerokość jeograficzną mieysca, łatwo się wyciąga zboczenie. Jeżeli obserwacye wznoszeń prostych i zboczeń słońca, robimy ciągle przez długi czasu przeciąg, i porównywamy je z jaką gwiazdą, znaydziemy, że słońce coraz się oddalając od téy gwiazdy, obiega całe niebo, i znowu do teyże saméy gwiazdy powraca, tak że po upłynieniu pewnéy liczby dni, różnica między wznoszeniem się prostém słońca i gwiazdy do porównania wziętéy, znowu będzie minut *a*. W czasie tego obrotu, słońce dwa razy znayduje się na płaszczyźnie równika, potém przechodzi na stronę *np.* północną. Zboczenie jego co raz rośnie, dochodzi swéy naywiększey wartości, po czém się zmnieysza, i przechodzi na stronę południową równika; wzrost i ubywanie zboczeń na stronie południowéy jest zupełnie takie jak i na stronie północnéy. Wreszcie słońce przychodząc do tego samego równoleżnika na którym zaczęliśmy obserwacye, przychodzi razem do tego samego koła zboczeń, a stąd do tego samego wznoszenia się prostego; tak że odmiany zboczenia i wznoszenia się prostego słońca razem się kończą, po czém słońce zaczyna drugi obrót i znowu przez podobnež, co do położenia swego, przechodzi odmiany.

Wziąwszy kulę sztuczną na któréy narysowany jest równik, jego bieguny, i koła zboczeń, znaczmy dnia każdego, podług znalezionego zboczenia i wznoszenia się prostego słońca, jego położenie na téy kuli; połączywszy potém te punkta z sobą, znaydziemy, że linija krzywa tym sposobem uformowana, będzie kołem wilkiém przecinającém się z równikiem we dwóch punktach odległych od siebie na 180°, i pochylonem do równika kątem przeszło 23° wynoszącym. Ponieważ sposób ten mechaniczny dla nieuchronnych błędów wiele co do wypadków zostawuje wątpliwości, staraymy się je wyciągnąć sposobem dokładnieyszym z obserwacyi i rachunku.

XLI. *Oznaczenie pochyłości drogi słoneczney czyli ekliptyki do równika, i punktów gdzie się ekliptyka z równikiem przecina. Rachunek zastosowany do obserwacyi potwierdza, że droga słoneczna leży na płaszczyznie przechodzącéy przez środek ziemi. Punkta równonocne i przesileń. Zwrotniki, koła biegunowe, koła wrębne. Gromady gwiazd przez które przechodzi ekliptyka.*

Niech na (fig. 32) RO wyraża nam koło równika, $RACO$ drogę słońca, B biegun świata, G punkt od którego rachujemy wznoszenie się proste.

W tróykącie ARS, AS jest zboczeniem słońca, które nazwiymy przez β, RS jest różnicą wznoszeń prostych słońca i punktu R, $RS = GS - RG = (\alpha' - \alpha)$; kąt $ARS = \omega$ jest pochyłością drogi słońca do równika.

$$\text{sty}\,\beta = \text{wst}(\alpha' - \alpha)\,\text{sty}\,\omega \ldots\ldots (\text{zr. f. Tr. k.})$$

W tém zrównaniu mamy związek między dwiema nieznanemi α i ω, zboczenie bowiem β i wznoszenie się proste słońca mieć możemy przez obserwacyą. Jeśli to zboczenie i wznoszenie się proste znamy, kiedy słońce znayduje się w innym punkcie drogi swojéy, otrzymamy podobne zrównanie

$$\text{sty}\,\beta' = \text{wst}(\alpha'' - \alpha)\,\text{sty}\,\omega$$

Za pomocą tych dwóch zrównań możemy oznaczyć dwie nieznane α i ω, w przypuszczeniu że się te dwie ilości w przeciągu między dwiema obserwacyami nie odmieniły.

Możemy jeszcze postąpić tym sposobem: daymy żeśmy obserwowali wznoszenie się proste i zboczenie słońca w punktach A i C; w tróykącie zatem ABC znamy kąt B i dwa boki AB i BC, możemy przeto wynaleźć kąt A za pomocą analogii Nepera, albo zrównań (4) Tr. k.

$$\text{dosty}\,A = \frac{\text{wst}\,B}{\text{dosty}\,BC\,\text{wst}\,AB - \text{dost}\,AB\,\text{dost}\,B}$$

W tróykącie ARS

$$\left.\begin{array}{l} \text{sty}\, RS = \text{sty}\, A \,\text{wst}\, AS \\ \text{sty}\; R = \text{sty}\, \omega = \dfrac{\text{sty}\, \beta}{\text{wst}\, RS} \end{array}\right\} \ldots\ldots \text{(Zr. f. Tr. k.)}$$

$GS - RS = GR =$ wznoszeniu się prostemu punktu R.

Znając z poprzedzających zrównań wznoszenie się proste punktu R, szukaymy podobnym sposobem wznoszenia się prostego punktu O, a znaydziemy że te dwa punkta różnią się we wznoszeniu się prostém o 180°. Owszem jakiekolwiek dwa mieysca słońca uważane będą z jedney i z drugiey strony równika, mające toż samo zboczenie, różnica ich wznoszeń prostych jest zawsze 180°. Rachując na moment dany obserwacyi ze wznoszenia się prostego i kąta ω zboczenie słońca, i nawzajem wznoszenie się proste ze znanego zboczenia, i porównywając wyciągnione z rachunku iłości z danemi przez obserwacyą, znaydziemy zupełną między niemi zgodność; co pokazuje że droga słońca leży na płaszczyznie przechodzącéy przez środek ziemi i przecinającéy się z płaszczyzną równika pod kątem ω. Ta pozorna droga słońca na niebie zowie się *Ekliptyką* (Ecliptique), dla tego, że w czasie zaćmień słońca i xiężyca, xiężyc znayduje się na téy płaszczyznie lub w małéy bardzo od niéy odległości. Dwa przecięcia téy płaszczyzny z płaszczyzną równika, to jest punkta R i O, zowią się *punktami równonocnemi* (Points equinoxiaux, ou Equinoxes), gdyż słońce znaydując się w tych punktach, znayduje się razem na płaszczyznie równika, a stąd dzień na całéy ziemi równy jest nocy, poziom bowiem każdego mieysca przecina się z równikiem na dwie równe części.

Punkt od którego słońce zaczyna wznosić się nad równik przechodząc na stronę północną, nazywa się *punktem równonocnym wiosennym* (équinoxe du printems); oznaczają go pospolicie przez znak ♈. Drugi punkt równonocny od którego słońce zaczyna mieć zboczenie południowe, zowie się *punktem równonocnym jesiennym* (équinoxe d' automne), oznaczają go przez znak ♎.

Poprowadźmy łuk BEM tak, aby podzielił odległość punktów *R* i *O* na dwie równe części, punkta *R* i *O* będą biegunami tego łuku, łuk więc ten jest miarą kąta *R*, i *O*. Punkta ekliptyki gdzie słońce dochodzi naywiększego zboczenia północnego lub południowego, zowią się *punktami przesileń* (points solstitiaux, ou solstices); punkt przesileń ze strony północnéy równika zowie się *przesileniem letniém* (solstice d' été), drugi ze strony południowéy nazywa się *przesileniem zimowém* (solstice d' hiver); oba są odległe od punktów równonocnych na 90°.

Kąt między równikiem a ekliptyką zowie się *pochyłością ekliptyki* (obliquité de l' Ecliptique); pochyłość ta wynosi 23° 28'. Punkta stanowisk opisują w biegu dziennym koła małe odległe od równika na 23°.28'. Koła te zowią się *zwrótnikami* (tropiques).

Linija prosta prowadzona przez środek ziemi pionowo do ekliptyki jest osią ekliptyki, a jéy końce na kuli niebieskiey zowią się biegunami ekliptyki, odległość bieguna ekliptyki od bieguna równika jest równa pochyłości ekliptyki, to jest 23°.28'. Biegun północny ekliptyki pada w konstellacyi Smoka między dwiema gwiazdami ζ i δ teyże konstellacyi; bieguna południowego w naszém położeniu widzieć nie możemy. Koła małe opisywane w biegu dziennym przez bieguny ekliptyki nazywają się *koła biegunowe* (cercles polaires). Koła przechodzące jedno przez bieguny równika i punkta równonocne, drugie przez bieguny równika i punkta stanowisk, nazywają się *koła wrębne* (colures); pierwsze *kołem wrębném porównań* (colure des équinoxes), drugie *kołem wrębném przesileń* (colure des solstices). Astronomowie podzielili gwiazdy. między któremi leży droga słońca, na dwanaście gromad. Znaki ich i nazwiska są następujące:

♈ Baran (Aries)	♎ Waga (Libra)
♉ Byk (Taurus)	♏ Niedzwiadek (Scorpius)
♊ Bliźnięta (Gemini)	♐ Strzelec (Arcitenens)
♋ Rak (Cancer)	♑ Koziorożec (Caper)
♌ Lew (Leo)	♒ Wodnik (Amphora)
♍ Panna (Virgo)	♓ Ryby (Pisces).

Z tych pierwsze sześć są znaki północne, ostatnie sześć południowe.

Punkta przesileń są w znakach Raka i Koziorożca, dla tego zwrotnik północny nazywa się jeszcze *zwrotnikiem raka* (tropique de l'écrivisse, ou du Cancer). Zwrotnik południowy *zwrotnikiem Kozierożca* (trapique du Capricorne).

XLII. *Wynalezienie pochyłości ekliptyki za pomocą obserwacyi naywiększey lub naymnieyszey wysokości południkowey słońca. Oznaczenie położenia punktów równonocnych z dwóch obserwacyy słońca na jednymże równoleżniku. Długość i szerokość gwiazdy.*

Podaliśmy wyżey sposób znalezienia pochyłości ekliptyki; można ją jeszcze wynaleśdź tym sposobem: Obserwuymy wysokość południkową słońca w dzień, kiedy przychodzi do przesilenia któregokolwiek, i wyciągniymy z tey obserwacyi jego zboczenie, jeżeli słońce znaydowało się zupełnie w punkcie przesilenia w czasie przeyścia przez południk, zboczenie tak otrzymane będzie właśnie pochyłością ekliptyki; jeżeli nie, potrzeba mieć za pomocą obserwacyy albo z tablic znany bieg słońca co do zboczenia, i ilością proporcyonalną powiększyć zboczenie otrzymane z obserwacyi na południku. Albo tak jak wyżey uważać w troykącie REM $\text{sty}\,\omega = \frac{\text{sty}\,\beta}{\text{wst}\,RM}$, gdzie jeżeli $RM = 90^\circ$, $\omega = \beta$; jeżeli $RM = 90 \pm \alpha$ gdzie α znaczy pewną liczbę minut, naówczas $\text{sty}\,\omega = \frac{\text{sty}\,\beta}{1 - da}$ gdzie da jest ilością małą bardzo, wyrażającą różnicę między jednością a wstawą RM.

Jak skoro pochyłość ekliptyki jest znana, jedna obserwacya wznoszenia się i zboczenia słońca dostateczną jest do oznaczenia położenia punktu równonocnego: albowiem naówczas w troykącie ARS

$$\text{wst}\,RS = \frac{\text{sty}\,\beta}{\text{sty}\,\omega}$$

$GS - RS = RS =$ wznoszeniu się prostemu punktu R.

Do oznaczenia tego punktu używają pospolicie Astronomowie następującego sposobu. Obserwuymy różnicę wznoszeń prostych między gwiazdą jaką stałą a słońcem, w czasie kiedy to po przeyściu przez równik ma zboczenie rosnące małe. Jeżeli za gwiazdę do porównania wzięliśmy tę samę od którey zgodziliśmy się rachować wznoszenia się proste, różnica wznoszeń będzie właśnie wznoszeniem się prostém słońca $= GS$ (fig. 32). Obserwuymy potém toż wznoszenie się proste słońca, gdy przeszedłszy punkt przesilenia E i zbliżając się do równika, przyyydzie znowu do tegoż samego równoleżnika, tak że zboczenie $CS' = AS$; wznoszenie się to naówczas będzie GS'.

$$GS' - \tfrac{1}{2} SS' = GS + \tfrac{1}{2} SS' = GM$$

$$GM - 90^\circ = GR.$$

Tym sposobem otrzymamy odległość na równiku punktu R, od punktu wziętego za zero. Jeżeli punkt ten R chcemy wziąść za początek wznoszeń prostych, dosyć jest wszystkie wznoszenia się proste, rachowane od punktu G, zmnieyszyć o ilość GR. Astronomowie punkt porównania wiosennego obrali za zero wznoszeń prostych, i we wszystkich katalogach położenie gwiazd do tego punktu jest odniesione. Dla tego położenie tego punktu jest bardzo ważną rzeczą, i Astronomowie starają się co rok oznaczać je z jak naywiększą dokładnością.

Możnaby jeszcze obserwować słońce przed przeyściem jego przez punkt równonocny kiedy się znayduje w punkcie m i ma zboczenie mn, a potém po przeyściu przez ten punkt kiedy zboczenie północne oq równe jest zboczeniu południowemu mn. Mielibyśmy naówczas Gn i Gq,

a stąd $$GR = \frac{Gn + Gq}{2}$$

Wreszcie można jeszcze z obserwacyi poprzedzającey przeyście słońca przez równik, i z obserwacyi drugiey tuż następującey po tém przeyściu, wyciągnąć czas *np.* T, kiedy zboczenie słońca jest $0^\circ.\ 0'.\ 0''.$ czyli czas kiedy słońce było w punkcie *R*. Rachując potém ze znanego z obserwacyi biegu w odległości słońca od gwiazdy *G*, odległość tę na czas *T*, otrzymujemy tém samém odległość punktu *R* od gwiazdy *G*, czyli wznoszenie się proste téy gwiazdy.

Położenie ciał niebieskich co do ekliptyki uważa się podobnież jak i względem równika. Niech będzie na (fig. 33) gwiazda *X*, którey zboczenie jest *XA*, a wznoszenie się proste *AD*. Poprowadźmy przez biegun ekliptyki *E*, koło *EXFC* pionowe do ekliptyki; koło to nazywa się *kołem szerokości*. Łuk tego koła *XC* zawarty między ekliptyką a gwiazdą zowie się *szerokością* gwiazdy (latitude) północną lub południową, podług tego, jak gwiazda jest ze strony północnéy lub południowéy ekliptyki. Łuk ekliptyki *DC* zajęty między kołem szérokości a punktem równonocnym wiosennym, zowie się *długością* gwiazdy (longitude). Długość więc i szerokość dają położenie gwiazd względem ekliptyki, tak jak wznoszenie się proste i zboczenie względem równika. Ustawiczném prawie w nauce Astronomii jest zadaniem, jak mając dane wznoszenie się proste i zboczenie gwiazdy wynaleść jéy długość i szerokość, i wzajemnie, jak z danéy długości i szerokości przyyść do wznoszenia się prostego i zboczenia.

Na rozwiązanie pierwszego zagadnienia służą formuły.

$$\text{sty}\,\varphi = \frac{\text{wst}\,\alpha}{\text{sty}\,\beta}$$

$$\text{wst}\,\gamma = \frac{\text{wst}\,\beta\,\text{dost}\,(\varphi + \omega)}{\text{dost}\,\varphi}$$

$$\text{sty}\,\lambda = \frac{\text{sty}\,\alpha\,\text{wst}\,(\varphi + \omega)}{\text{wst}\,\varphi}.$$

Zagadnienie odwrótne rozwiązuje się przez zrównania

$$\text{sty}\,\varphi' = \frac{\text{wst}\,\lambda}{\text{sty}\,\gamma}$$

$$\text{wst}\,\beta = \frac{\text{wst}\,\gamma\,\text{dost}\,(\varphi' - \omega)}{\text{dost}\,\varphi'}$$

$$\text{sty}\,\alpha = \frac{\text{sty}\,\lambda\,\text{wst}\,(\varphi' - \omega)}{\text{wst}\,\varphi},$$

φ i φ' są kąty posiłkowe, γ wyraża szerokość gwiazdy, β zboczenie, λ długość, α wznoszenie się proste. Wywod trygonometryczny tych zrównań dany jest w przystosowaniu Tr. k. § 27 i 28; łatwo jest je otrzymać przez uwagę troykąta EBG (fig. γ), gdzie $EB=\omega=$ poch. Ekl. $EG=90^\circ-\gamma$, $BG=90^\circ-\beta$, $E=90^\circ-\lambda$, $B=90^\circ+\alpha$.

XLIII. *Bieg słońca po ekliptyce przyczyną jest różnych por roku. Bieg ten pozorny jest skutkiem rzeczywistego biegu ziemi około słońca.*

Łatwo jest widzieć, że bieg słońca po ekliptyce jest właśnie przyczyną różnych por roku: słońce bowiem znayduję się w znakach Barana i Wagi jest wtenczas na równiku, i mieszkańcy ziemi mają dzień równy nocy. Gdy słońce przyydzie do przesilenia zimowego, to jest do znaku Koziorożca, wtenczas dla mieszkańców półkuli północney dzień jest naykrótszy, a noc naydłuższa, gdyż równoleżnik słońca przecięty jest przez poziomy mieysc na półkuli północney będących, tak, iż część ich większa jest pod poziomem, mnieysza nad poziomem. Wtenczas mamy zimę, a mieszkańcy półkuli południowey mają lato. Przeciwną porę roku mamy. gdy słońce w sześć miesięcy przeydzie w naywiększe ku stronie północney zboczenie, i zrobi dla mieszkańców półkuli północney dni długie i ciepłe; nazywamy to latem, mieszkańcy półkuli południowey mają wtenczas zimę.

Zastanówmy się teraz azali ten bieg słońca jest rzeczywistym lub pozornym tylko. Mówiliśmy że promień ziemi widziany ze słońca nie wynosi 9″, gdy tym czasem promień tarczy słoneczney daje się widzieć z ziemi pod kątem przeszło 15′. Ztąd wypada że bryłowatość słońca jest milion razy większa od bryłowatości ziemi. Możnaż tedy pomyśleć, ażeby tak ogromna massa jak jest słońce, miała krążyć około tak małey bryłki? Nie rozsądnieyże jest uważać bieg ten pozorny słońca jako skutek optyczny biegu rzetelnego ziemi w tę samę stronę, zwłaszcza żeśmy już przestali uważać ziemię za będącą w spoczynku, owszem widzieliśmy, że ziemia jest bryłą okrągłą odosobnioną w przestrzeni, mającą bieg wirowy około swojey osi i mogącą przyjąc wszelki inny ruch przez jakąkolwiek siłę jéy udzielony. Fenomena z biegu ziemi wypadające zupełnie są też same jakie nam bieg słońca zdaje się sprawować. Niech na (fig. 34) słońce będzie w punkcie *S*, a ziemia w znaku Barana; widzieć będziemy słońce w kierunku ♈*S*♎, to jest w znaku ♎; jeżeli ziemia przechodzi od znaku ♈ do znaków ♉, ♊, ♋, podnosząc się nad równik, zdawać się nam będzie że słońce spadając pod równik idzie od znaku ♎ do znaków ♏, ♐, ♑. Nie czując więc biegu własnego przypisujemy ten bieg słońcu, tak jakeśmy przypisywali biegowi dziennemu nieba skutek obrotu ziemi około swojéy osi.

Kopernik pierwszy był twórcą układu świata, w którym słońce uważa za środek i ognisko świata słonecznego, około którego ziemia z innemi krąży planetami; i dla tego ten układ nosi nazwisko układu Kopernika. Uważając oś obrotu dziennego ziemi w ciągu roku samey sobie równoległą, z łatwością się tłumaczą rozmaite fenomena dla różnych mieszkańców ziemi z odmian por roku wynikające. Do tego dosyć jest pomyśleć sobie płaszczyznę przechodzącą przez środek ziemi i pionową do linii łączącéy środki słońca i ziemi. Płaszczyzna ta w różnych położeniach ziemi przecinając nierównie równoleżnik ziemski, jest przyczyną różnéy w różnych porach roku długości dni i nocy. (Wyłożenie dokładne i jasne tych fenomenów znaydzie czytelnik w Jeogr. J. Sniadeckiego k. 103 i następujące).

Między zarzutami przeciwko układowi Kopernika robionemi, było to pytanie: dla czego oś ziemi w ciągu roku odpowiada jednymże punktom nieba, i dla czego odległości kątowe gwiazd zostają też same, chociaż ziemia krążąc wkoło słońca do jednych się gwiazd zbliża, a od drugich oddala? Dzisiay zarzut ten żadnéy nie ma wagi, z niego bowiem to się tylko dowodzi, że cała wielkość drogi ziemskiey wkoło słońca niknie w porównaniu odległości gwiazd stałych.

ROZDZIAŁ VIII.

Poprzedzanie punktów równonocnych (précession des equinoxes), i kołysanie się osi ziemskiey (Nutation).

XLIV. *Rok gwiazdowy. Odmiana w położeniu gwiazd stałych. Jak się dochodzi jey ilość? Przez kogo odkryta. Uwaga nad obserwacyami Ptolemeusza. Znaki zwierzyńcowe nie odpowiadają już gromadom zwierzyńcowym.*

Czas którego potrzebuje słońce do przyyścia powtórnego do téy samey gwiazdy od którey bieg jego uważać zaczęliśmy, zowie się *rokiem gwiazdowym* (année sidérale). Łatwo go jest oznaczyć, rachując czas kiedy różnica w długości między słońcem a gwiazdą jest *np.* A, po upłynieniu pewney liczby lat szukaymy czasu kiedy różnica w długości między słońcem a gwiazdą była znowu A; liczba dni upłyniona przedzielona przez liczbę lat, da nam długość roku gwiazdowego. I tak 1669 kwietnia 1°, o $0^{g}.3'.47''$ różnica między długością słońca i Procyona była $3^{z}.8^{o}.59'.36''$, w 1745 kwietnia 2, o $11^{g}.10'.45''$ różnica w długości była znowu taż sama.

Czas upłyniony między dwiema obserwacyami jest

$$27759^{\text{dni}}.11^{g}.6'.58''. \quad \text{Stąd}$$

$$\text{Rok gwiazdowy} = \frac{27759^{d}.11^{g}.6'.58''}{76} = 365^{d}.6^{g}.8'.47''. \quad (*)$$

Lecz jeżeli będziemy szukać czasu jakiego potrzebuje słońce do przeyścia od punktu równonocnego znowu do tegoż samego punktu, znaydziemy że czas ten nie jest równy ro-

(*) Są to dni średnie słoneczne, które się mierzą przeciągiem czasu między dwoma następnemi przeyściami słońca przez południk, jak o tém niżey mówić będziemy.

kowi gwiazdowemu. Długość gwiazdy i słońca rachowana po skończeniu roku gwiazdowego okaże się większa przeszło o 50″.

Jużeśmy mówili jakim sposobem oznaczyć można położenie punktu równonocnego względem gwiazd stałych; do tego punktu odnieśliśmy wznoszenia się proste i długości gwiazd. Porównywając tak ułożone katalogi gwiazd w różnych czasach robione, znaydziemy, że położenie gwiazd w tych katalogach tym bardziey jest różne, im bardziey epoki katalogów są od siebie odległe.

Odmiany te gwiazd co do położenia są różne dla różnych gwiazd, jeżeli te odmiany uważamy co do wznoszenia się prostego i zboczenia; lecz jeżeli odniesiemy położenie gwiazd do ekliptyki, znaydziemy *naprzód*: że odmiana w szerokości jest żadna lub bardzo mała, odmiana zaś w długości zawsze dodatna i taż sama dla wszystkich gwiazd. Stąd więc wypada, że albo niebo całe z gwiazdami stałemi ma bieg powolny około osi ekliptyki od zachodu na wschód, albo że przecięcie ekliptyki z równikiem ma bieg przeciwny po ekliptyce od wschodu na zachód. Chcąc oznaczyć ilość tego biegu dosyć jest porównać długości gwiazd w różnych czasach obserwowane; lecz że bieg ten jest bardzo powolny, należy wziąść obserwacye ile można od siebie odległe, dla zmnieyszenia błędów obserwacyi; jeżeli bowiem porównamy obserwacye długości jakiey gwiazdy między któremi upłynęło lat 100, wtenczas błąd obserwacyi zmnieyszy się sto razy w ilości biegu rocznego. Laland porównał obserwacye gwiazdy tak nazwaney *kłos Panny*, robione przez Hypparcha na 128 lat przed erą chrześciańską z obserwacyą teyże gwiazdy w 1750.

Na 128 lat przed erą chrześc. Długość α ♍	$= 5^s.\ 24^\circ.0'$
W 1750	$6.\ 20.\ 21'$.
	$0^s.26^\circ.21'$.

Powiększenie się tedy w długości α ♍ jest $26^\circ.\ 21'$. w przeciągu 1878 lat. Stąd jeżeli bieg ten jest jednostayny, ilość tego biegu w przeciągu roku będzie

$$\frac{26^\circ.21'}{1878}=50'',5$$

Z tego biegu wypada że punkta równonocne nie odpowiadają zawsze jednymże punktóm kuli niebieskiey, i słońce potrzebuje nieco mniey czasu do powrócenia do równika jak do przyyścia znowu do tychże samych gwiazd. Punkta tedy równonocne zdają się cofać w stronę przeciwną biegowi słońca, to jest od wschodu na zachod, i bieg ten nazwano *poprzedzaniem* albo *cofaniem się punktów równonocnych* (précession ou retrogradation des équinoxes).

Hypparch Astronom w Alexandryi był piérwszy który odkrył poprzedzanie punktów równonocnych; przed nim sądzono że słońce powracając do porównania wiosennego powraca także do tychże samych gwiazd. Ilość tego biegu podług Ptolemeusza wynosiła 36", obserwacye jego porównane z dzisieyszemi dają na ten bieg 52" lub 53", tym czasem obserwacye Hypparcha dają 50"; ilość zaś na którą się dziś powszechnie Astronomowie zgadzają, jest 50",1. Z czego wniesiono, że Ptolemeusz nie robił sam katalogu gwiazd, ale go z obserwacyy Hypparcha wyciągnął, dodając 2°. 40' do długości gwiazd wszystkich przez Hypparcha obserwowanych, podług przypuszczonego cofania się punktów równonocnych 36" na rok. Kopernik z dawnieyszych naybliżey przystąpił do dokładnego oznaczenia ilości poprzedzania punktów równonocnych naznaczając jeden stopień w przeciągu lat 72, co daje 50" na rok. Znając bieg ten roczny łatwo jest wyrachować czas jakiego potrzebuje punkt równonocny do obieżenia całey ekliptyki, czas ten jest:

$$\frac{360^\circ}{50'',1}=25868 \text{ lat.}$$

Ponieważ znaydowanie się słońca w rozmaitych gromadach gwiazd, wskazywało czas rozmaitych prac rolniczych, podzielono, jakeśmy mówili, ekliptykę na dwanaście gromad, które nazwano *znakami* (signes). Od czasu tego podziału, punkta równonocne znacznie położenie swoje odmieniły, i punkta porównań i przesileń nie padają więcey na te same gromady. Astronomowie jednak zostawili dawny podział ekliptyki i imiona dwunastu znaków, ale znaki te już nieodpowiadają gromadom którym dawniey odpowiadały. I tak pierwszy punkt znaku Barana odpowiada zawsze porównaniu wiosennemu, Wagi porównaniu jesiennemu, znaki Koziorożca i Raka odpowiadają punktom przesilenia zimowego i letniego: ale konstellacye Barana, Wagi, Koziorożca i Raka, które za czasów Hypparcha znaydywały się w tych czterech punktach ekliptyki, teraz przez cofanie się punktów równonocnych odległe są od nich na wschód około 30°. Pas nieba zaymujący 12 gromad, w pośrodku którego leży ekliptyka, nazwano *Zwierzyńcem* (zodiaque) dla tego, że większa liczba gromad miała nazwiska źwierząt. Potrzeba więc dzisiay rozróżnić, jakeśmy widzieli, znaki źwierzyńcowe które są też same co dawniey i stałe co do punktów porównań i przesileń, od konstellacyi które się coraz bardziey od tych punktów oddalają.

Z biegu punktów równonocnych wypada jeszcze że widok nieba w nocy w czasie tychże samych por roku, różny jest w różnych wiekach. I tak kiedy na początku wiosny słońce znaydowało się w gromadzie Barana, widzieć można było w pośrodku nocy konstellacyą Wagi przechodzącą przez południk, i otaczające ją gromady gwiazd innych. Kiedy z przeciągiem przeszło stu wieków punkt równonocny wiosenny przyydzie do gromady Wagi, naówczas już tey gromady na wiosnę widzieć nie można będzie; gromada Barana i blizkie jey konstellacye pokryją w nocy sklepienie nieba.

XLV. *Cofanie się punktów równonocnych tłumaczy się przez bieg osi ziemskiey około osi ekliptyki. Poprawa katalogów co do poprzedzania punktów równonocnych. Długość roku zwrotnikowego w różnych wiekach jest różna z przyczyny małey odmiany w ilości cofania się punktów równonocnych.*

Powiedzieliśmy że poprzedzanie punktów równonocnych może się równie wytłumaczyć przez bieg gwiazd od zachodu na wschód, jak i przez posuwanie się punktów równonocnych w stronę przeciwną. Przypuszczenie drugie jest nierównie prostsze zostawując w spoczynku tyle milionow gwiazd, które w przeciwnym przypadku musiałyby mieć bieg tak stosowny do ich odległości od ziemi, iżby ich długość równą zawsze powiększała się ilością.

Niech na (fig. 35) punkt *E* będzie biegunem ekliptyki, *B* biegunem świata, *R* punkt porównania wiosennego, *P* punkt przesilenia, daymy że oś ziemi zachowując zawsze tęż samę do osi ekliptyki pochyłość, ma bieg około teyże osi od wschodu na zachód opisując powierzchnią ostrokręgu, którego wierzchołek jest we środku ziemi; wypada stąd, że biegun równika będzie opisywał koło małe około bieguna ekliptyki; daymy że przez ten ruch biegun równika *B* przeydzie w ciągu roku z punktu *B* na *B'*, koło wrębne przesileń *EBP* weźmie położenie *EB'P'*, stąd punkt przesilenia cofnie się o łuk *PP'*; za biegiem tego punktu idzie bieg punktu równonocnego, który zawsze od pierwszego jest na 90° odległy, dla tego punkt *R* przeydzie na *R'*. Wszystkie więc długości gwiazd będą rachowane teraz od punktu *R'* i powiększą się o ilość *RR'*. Łuczek ten więc *RR'* jest właśnie cofnieniem się punktów równonocnych w przeciągu roku jednego. Następnie gdy biegun świata ciągle kołem małém w koło bieguna ekliptyki postępować będzie, przecięcie ekliptyki z równikiem posuwając się także w tę samę stronę w przeciągu lat blizko dwudziestu sześciu tysięcy całą ekliptykę przebieży. Tym sposobem, podanym naprzód przez Kopernika, bieg ziemi tłumaczy z równą prostotą posuwanie się gwiazd od zachodu na wschód, z jaką pojęliśmy fenomena zależące od biegu jéy wirowego około osi i postępującego wkoło słońca.

Ponieważ biegun świata odmienia położenie swoje, stąd nie tylko długości ale wznoszenia się proste i zboczenia odmieniać się muszą. I tak na (fig. 35) wznoszenie się proste gwiazdy *G*, to jest *Rm*, zamieni się na *R'm'*, zboczenie *Gm* na *Gm'*. Stąd rodzi się zagadnienie: jak z odmiany długości wynaleźć odmianę na wznoszenie się proste i zboczenie. Zagadnienie to rozwiązuje się przez następujące zrównania.

$$d\alpha = d\lambda\,(\mathrm{dost}\,\omega + \mathrm{wst}\,\omega\ \mathrm{wst}\,\alpha\ \mathrm{sty}\,\beta)$$

$$d\beta = d\lambda\ \mathrm{dost}\,\alpha\ \mathrm{wst}\,\omega,$$

$d\lambda$ znaczy odmianę w długości, $d\alpha$ i $d\beta$ odmianę odpowiednią we wznoszeniu się prostém i zboczeniu (Przyst. Tr. k. § 29). Ponieważ odmiana w położeniu gwiazd jest jedną z nayważnieyszych w Astronomii odmian, którą jak naydoskonaléy poznać i ocenić należy, dla tego rozbiór szczegółowy takowych odmian do osobnego odsyłamy paragrafu.

Wszystkie katalogi gwiazd oprócz położenia gwiazdy dają jeszcze odmianę roczną położenia co do wznoszenia się prostego i zboczenia, tak, że mnożąc tę odmianę przez liczbę lat upłynionych od epoki na którą katalog jest zrobiony, otrzymujemy odmianę całkowitą jaka zaszła w położeniu gwiazdy, a stąd otrzymać możemy to położenie na czas na jaki zechcemy.

Przeciąg czasu między dwóma następnemi przeyściami słońca przez punkt Barana, zowie się *rokiem zwrotnikowym* (année tropique), który krótszy jest od roku gwiazdowego o tyle, ile słońce potrzebuje w biegu pozornym do przebieżenia 50″,1. Rok ten wynosi 365^{d}. 5^{g} 48′. 51″. Ale ilość poprzedzania punktów równonocnych nie jest taż sama dzasiay co kilku wiekami pierwiey, różnica ta mała wprawdzie, w wielkich jednak przeciągach czasu uważana dostrzedz się daje. Poprzedzanie średnie punktów równonocnych jest teraz o 0″,45 większe jak za czasów Hypparcha, stąd długość średnia roku zwrotnikowego mnieysza jest o 11″, to jest o czas jakiego potrzebuje słońce do przebieżenia blisko połowy sekundy łuku.

XLVI. *Kołysanie się osi ziemskiéy czyli* nutacya. *Odmiana w pochyłości płaszczyzny ekliptyki do płaszczyzny równika.*

Bradley po odkryciu aberracyi, o któréy niżéy mówić będziemy, robiąc ciągły szereg obserwacyy gwiazd stałych i porównywając je z sobą, postrzegł nareszcie, że oprócz poprzedzania punktów równonocnych jest jeszcze inny bieg w gwiazdach, który odmienia ich położenie; gwiazdy raz się zdają zbliżać do bieguna równika, drugi raz oddalają się, i znowu po upłynieniu lat 18 do pierwszego przychodzą położenia. Odmiany te małe wytłumaczył przypuszczając, że biegun świata oprócz biegu około bieguna ekliptyki ma jeszcze bieg powolny koło swego średniego położenia. I tak na figurze 36, *E* niech wyraża biegun ekliptyki, *B* średnie położenie bieguna świata. W czasie gdy punkt *B* krąży około bieguna ekliptyki, biegun prawdziwy krąży po kole $bb'b''$ w tę samę stronę, czyli, co na jedno wychodzi, oś ziemska nie opisuje doskonale powierzchni ostrokręgu około osi ekliptyki, ale ma pewny bieg, raz zbliżając się do tey osi, drugi raz od niey się oddalając. Bieg ten nazwano *kołysaniem się osi ziemskiey* (nutation). Period nutacyi jest lat 18. Promień koła *Bb* jest $9''$. Poźnieysze jednak obserwacye pokazały że położenie gwiazdy lepiey się zgadza z obserwacyami, przypuszając że biegun świata w nutacyi nie opisuje koła, ale ellipsę, którey oś wielka $bb''=19''$, oś zaś mnieysza $b'b'''=15''$. Z takowego biegu wypada, że pochyłość ekliptyki, wznoszenie się proste i zboczenie gwiazd odmieniają się, szerokości zaś nie doznają odmiany, gdyż biegun ekliptyki zostaje na mieyscu. Podamy zaraz sposoby rachowania odmian we wznoszeniu się prostém i zboczeniu gwiazd, z kołysania się osi ziemskiey wypadających. Oprócz zmnieyszania się pochyłości ekliptyki z przyczyny nutacyi, jeszcze ta pochyłość doznaje odmiany, którą postrzedz można porównywając kąty pochyłości oznaczone przez dawnych astronomow z pochyłością teraźnieyszą.

Czas obserwacyi.	*Imie Obserwatora.*	*Pochyłość Ekliptyki*
140 lat przed Erą C.	Hypparch.	23°. 51′. 20″.
140 lat po Chr. .	Ptolemeusz.	23°. 51′. 10″.
1500 po Chr. .	Kopernik.	23°. 28. 24.
1587	Tycho.	23°. 29. 30.
1656	Kassyni.	23°. 29. 2.
1750	Dela Caille.	23°. 28. 19.
1750	Bradley.	23°. 28. 18.
1750	Mayer.	23°. 28. 18.
1769	Maskelyne.	23°. 28. 8,5.
1786	Lalande.	23°. 28. 0″.
1815	Bessel.	23°. 27. 47″,5.

Z tych obserwacyy widzimy wyraźnie, że pochyłość ekliptyki do równika ciągle się zmnieysza; ilość tego zmnieyszania się wyciągniona z porównania dawnych obserwacyy z nowemi, i nowych między sobą jest różna; co przypisać należy niedoskonałości dawnych obserwacyy. Z porównania obserwacyi Bradleja, Mayera, Maskelyna i Lalanda, ilość zmnieyszania się pochyłości ekliptyki wypada 50″ na lat 100, czyli 0″,5 na rok jeden. Odmiana ta pochyłości wypadająca z odmiany położenia płaszczyzny ekliptyki, nazywa się *odmianą wiekową* (inégalité séculaire). W astronomii dają nazwisko *odmian peryodycznych* (inégalités périodiques) odmianom, których periody są dobrze znane, jak *np.* period kołysania się osi ziemskiey, odmiany zaś powolne, które ciągle zdają się w jedną postępować stronę, zowią się odmiany wiekowe, chociaż i te są peryodyczne, ale ich periody wieki w sobie zamykają, i nie są doskonale znajome. Period odmiany pochyłości ekliptyki nie jest wiadomy, to się tylko z teoryi ciężkości wyciąga, że są granice tego zmnieyszania się i z czasem pochyłość ta powiększać się zacznie tak, że z pewnością sądzić można, że płaszczyzna ekliptyki nigdy się z płaszczyzną równika nie zeydzie (*). Weydźmy w szczegó-

(*) Mec. cel. N. 57 et 59 livre II.

łowy rozbiór odmian w położeniu gwiazd stałych, wynikających z biegu w przestrzeni świata płaszczyzn ekliptyki i równika.

XLVII. *Wyciągają się zrównania za pomocą których ze znanego położenia gwiazdy na pewną epokę, otrzymać można jey położenie co do wznoszenia się prostego i zboczenia na inną epokę daną.*

Odmiany w położeniu gwiazd zależą od odmiany położenia płaszczyzny równika i płaszczyzny ekliptyki; odmiany te nie są zupełnie proporcyonalne czasowi i różny wpływ mają na odmianę w położeniu gwiazdy. Długiegoby jeszcze potrzeba było czasu do oddzielenia od siebie tych różnych skutków, i do wyznaczenia ich na każdy czas dany. Teorya ciężkości zastosowana do układu świata słonecznego potrafiła naydokładniey te ilości rozróżnić jedne od drugich, ocenić, i każdą przez właściwe wyrazić zrównanie. Nie mogąc tu wyłożyć prowadzących do wypadku sposobów, weźmiemy podane przez nie oznaczenie tych małych odmian, i stąd szukać będziemy wynikających odmian we wznoszeniu się prostém i zboczeniu gwiazd, podług różnego tych gwiazd położenia.

Niech EK (fig. β) wyobraża ekliptykę, OB płaszczyznę równika. Przez działanie słońca i xiężyca na bryłę ziemską wypukłą przy równiku a spłaszczoną przy biegunach, równik OB posuwa się po ekliptyce, tak że w przeciągu pewnego czasu bierze położenie $O'B'$, i przecięcie się jego z ekliptyką przypadające pierwiey w punkcie O przypada teraz w punkcie O', łuk ekliptyki OO' zowie się *poprzedzaniem xiężycowo-słonecznem* (la précession luni-solaire), które wyraźmy przez ψ. Działanie planet na ziemię odmienia położenie ekliptyki w przestrzeni świata, która w pewnym przeciągu czasu t bierze położenie EK', tak, że przecięcie się równika z ekliptyką, któreby przypadało w punkcie O', przypada teraz w punkcie Υ; i kąt φ jaki teraz robi płaszczyzna równika z ekliptyką, różny jest od kąta EOB pod którym się pierwiey te płaszczczyzny przecinały. Długości i wznoszenia się proste rachowane od

O ku E i B rachować się teraz będą od Υ ku E i B'. Odetniymy na nowey ekliptyce $En = EO$, a punkt n wyrażać będzie punkt równonocny dawny, przeniesiony na nową ekliptykę, poprzedzanie więc całkowite w długości wyrazi się przez $n\Upsilon = \psi'$. Odmiana punktu równonocnego we wznoszeniu się prostém z przyczyny biegu ekliptyki jest $\Upsilon O'$, wszystkie więc gwiazdy wznoszenie się swoje o tę ilość zmnieyszą, gdyż ta odmiana jest w kierunku od zachodu na wschód; zboczenia zaś gwiazd z przyczyny tey ilości wcale się nie odmienią. Ale tak wznoszenia się proste jak i zboczenia odmienić się koniecznie muszą z przyczyny, że równik OB wziął położenie $O'B'$ i z przyczyny wynikającey stąd małey odmiany w pochyłości tegoż równika do ekliptyki; kąt bowiem ten nie zostaje stałecznym, ale się odmienia z przyczyny odmiany płaszczyzny równika: wyrażenie tey małey odmiany wkrótce widzieć będziemy. Biorąc $E\Upsilon = Em$ otrzymamy ilość bm na poprzedzanie całkowite punktu równonocnego w długości, któreśmy nazwali przez ψ'. Nazwaliśmy wyżey przez ψ poprzedzenie punktu równonocnego w długości z przyczyny odmiany samey tylko płaszczyzny równika, uważając ekliptykę za stałeczną;

$$Om = \psi' = OO' - mO'$$

$$O'm = OO' - \psi' = \psi - \psi'.$$

Dla małości kąta E możemy uważać łuk koła wielkiego przechodzący przez punkt Υ i m za pionowy do EK przy punkcie m, stąd biorąc troykąt $mO'\Upsilon$ dla małości boków za prostokreślny, mamy

$$O'\Upsilon = \frac{mO'}{\text{dost}\,\omega} = \frac{\psi - \psi'}{\text{dost}\,\omega} = \mu.$$

Wszystkie więc wznoszenia się proste gwiazd powinny bydź naprzód zmnieyszone z przyczyny ilości μ zależącey od odmiany ekliptyki, a potém należy szukać, jaką odmianę we wznoszeniu się prostém i zboczeniu robi odmiana ψ zależąca od odmiany równika.

Wystawmy sobie na fig.^{a} (γ) przez E biegun ekliptyki OC', przez B biegun równika Oab, a przez G mieysce gwiazdy. Położenie jéy względem równika i ekliptyki wyrazi się przez

Wznoszenie się proste $=\alpha=90^\circ-B$
Zboczenie . . . . $=\beta=90\ -EG$
Długość . . . . $=\lambda=90\ -E$
Szerokość . . . . $=\gamma=90\ -EG$.

W troykącie EBG mamy podług zrównania fundamentalnego tryg. kul.

$$\text{dost}\,E=\frac{\text{dost}\,BG-\text{dost}\,EB\,\text{dost}\,EG}{\text{wst}\,EB\,\text{wst}\,EG}$$

czyli

$$\text{wst}\,\lambda=\frac{\text{wst}\,\beta-\text{dost}\,\omega\,\text{wst}\,\gamma}{\text{wst}\,\omega\,\text{dost}\,\gamma}$$

$$\text{wst}\,\beta=\text{dost}\,\omega\,\text{wst}\,\gamma+\text{wst}\,\omega\,\text{dost}\,\gamma\,\text{wst}\,\lambda\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (1)$$

$$\text{dost}\,EBG=\text{dost}\,(90^\circ+\alpha)=-\text{wst}\,\alpha=$$

$$=\frac{\text{wst}\,\gamma-\text{dost}\,\omega\,\text{wst}\,\beta}{\text{wst}\,\omega\,\text{dost}\,\beta}.$$

Stąd

$$\text{wst}\,\gamma=\text{dost}\,\omega\,\text{wst}\,\beta-\text{wst}\,\omega\,\text{dost}\,\beta\,\text{wst}\,\alpha\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

W tymże troykącie EBG podług zrównania piérwszego głównego

$$\frac{\text{wst}\,B}{\text{wst}\,E}=\frac{\text{wst}\,EG}{\text{wst}\,BG}$$

$$\frac{\text{dost}\,\alpha}{\text{dost}\,\lambda}=\frac{\text{dost}\,\gamma}{\text{dost}\,\beta}$$

$$\text{dost}\,\alpha\,\text{dost}\,\beta=\text{dost}\,\gamma\,\text{dost}\,\lambda\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (3)$$

Różniczkuymy zrównanie (1) uważając w niém λ, ω, i β za zmienne, szerokość zaś γ bierzemy za stateczną, gdyż szukamy odmian wznoszenia się prostego i zboczenia, pochodzących jedynie z biegu równika, uważając ekliptykę za stateczną. W biegu tym odmieniają się wznoszenia się proste, zboczenia, długości, i pochyłość równika do ekliptyki, szerokości zaś gwiazd zostają nieodmienne. Tym sposobem mieć będziemy:

$$d\beta = \frac{d\omega\,(\text{dost}\,\omega\,\text{dost}\,\gamma\,\text{wst}\,\lambda - \text{wst}\,\omega\,\text{wst}\,\gamma) + d\lambda\,\text{dost}\,\lambda\,\text{wst}\,\omega\,\text{dost}\,\gamma}{\text{dost}\,\beta}.$$

W tém zrównaniu jeżeli włożymy za $d\omega$ i $d\lambda$ ich wartości, będziemy mieć odpowiadającą im odmianę w zboczeniu, ale uczyńmy pierwiey tę odmianę niezależną od długości λ i szerokości γ, ilości które się przez obserwacyą nie otrzymają. Ze zrównania (1) mamy

$$\text{dost}\,\gamma\,\text{wst}\,\lambda = \frac{\text{wst}\,\beta - \text{dost}\,\omega\,\text{wst}\,\gamma}{\text{wst}\,\omega}.$$

Kładąc w tém zrównaniu za wstγ wartość jéy daną przez zrównanie (2) otrzymamy:

$$\text{dost}\,\gamma\,\text{wst}\,\lambda = \text{wst}\,\omega\,\text{wst}\,\beta + \text{dost}\,\omega\,\text{dost}\,\beta\,\text{wst}\,\alpha.$$

Za pomocą tego zrównania i zrównania (3) wyrzucimy z wyrażenia na $d\beta$ ilości λ i γ i przyydziemy do wypadku następującego:

$$d\beta = d\omega\,\text{wst}\,\alpha + d\lambda\,\text{wst}\,\omega\,\text{dost}\,\alpha \;\ldots\ldots\ldots\; (\alpha)$$

Zrównanie (3) różniczkowane co do α, β, i λ daje

$$d\alpha = \frac{d\lambda\,\text{dost}\,\gamma\,\text{wst}\,\lambda - d\beta\,\text{wst}\,\beta\,\text{dost}\,\alpha}{\text{wst}\,\alpha\,\text{dost}\,\beta}.$$

Podstawując w tém zrównaniu za dostγ wstλ i za $d\beta$ otrzymane pierwiey wartości, mieć będziemy następujące wyrażenie na odmianę wznoszenia się prostego

$$d\alpha = -d\omega\,\text{dost}\,\alpha\,\text{sty}\,\beta + d\lambda(\text{dost}\,\omega + \text{wst}\,\omega\,\text{wst}\,\alpha\,\text{sty}\,\beta) \;\ldots\; (\beta)$$

W rachunkach które nie wymagają wielkiey bardzo dokładności można uważać $d\lambda$ jako rosnące proporcyonalnie czasowi, i odmianę $d\omega$ uważać za zero przez co wpadamy na zrównanie położone w § 45. Lecz w dokładném rachowaniu położenia gwiazd, odmiany te oznaczają się za pomocą zrównań podanych w mechanice niebieskiey. Odmiany te są różne na różne epoki; jeżeli za epokę weźmiemy *np.* rok 1750, naówczas rozwijając podług potęg czasu t, zrównanie dane w T. III. Mech. nieb. k. 158, i biorąc za jedność sekundę sześćdziesiątkową, otrzymamy poprzedzanie xiężycowo-słoneczne.

$$\psi = t.50'',2876 - t^2.0'',00012179$$

Poprzedzanie całkowite wyraża się przez

$$\psi' = t.50'',0992 + t^2.0'',00012215.$$

Bieg zatém postępujący punktu równonocnego w długości od zachodu na wschód w przeciągu czasu t wyrazi się przez

$$\psi - \psi' = t.0'',1884 - t^2.0'',00024394.$$

Dzieląc tę ilość przez dostawę pochyłości ekliptyki która w roku 1750 była 23°. 28'. 23''. otrzymamy bieg postępujący punktu równonocnego we wznoszeniu się prostém w przeciągu czasu t.

$$\frac{\psi - \psi'}{\mathrm{dost}\,\omega} = \mu = t.0'',2054o - t^2.0'',00026595.$$

Chcąc tę ilość wyciągnąć na jeden rok tylko, na rok *np.* oddzielony od epoki liczbą lat t, potrzeba w tém zrównaniu położyć zamiast t, $t+1$, tym sposobem mieć będziemy:

$$\mu = (t+1)0'',20540 - (t+1)^2 0'',00026595.$$

Odciągając μ od μ' otrzymamy odmianę μ na rok jeden tylko, która się wyrazi przez

$$0'',20513 - t.0'',0005319.$$

Skąd widzimy, że ta odmiana roczna nie jest taż sama na każdy rok, złożona bowiem jest z dwóch wyrazów, z których pierwszy jest stateczným, drugi się zaś odmienia z odmianą liczby lat oddzielających rok na który się rachunek robi od epoki, to jest od r. 1750.

Odmiana pochyłości ekliptyki do równika z przyczyny biegu równika jest

$$d\omega' = + t^2 . 0'',000009842.$$

Odmiana kąta pochyłości z przyczyny biegu ekliptyki czyli $d\omega$ ma wartość nastapującą:

$$d\omega = -t . 0'',521154 - t^2 . 0'',000002723.$$

Poprzedzanie roczne na epokę pewną otrzyma się kładąc w zrównaniu na ψ zamiast t, $t+1$, i biorąc potém różnicę dwóch stanów tey ilości, tym sposobem mieć będziemy:

Poprzedzanie roczne ☾ ⊙ $= \psi = 50'',28748 - t . 0'',00024358.$
Poprzedz. rocz. całkowite $= \psi' = 50'',09927 + t . 0'',0002443.$
Odmiana roczna $= d\omega' = + 2t . 0'',000009842.$

Kładąc w tych wyrażeniach $t = 50$, otrzymamy poprzedzanie roczne na rok 1800.

$$\psi = 50'',27531$$
$$\psi' = 50'',11148$$
$$\mu = 0'',17854$$

Mając te ilości na épokę roku 1800, jeżeli je chcemy mieć na czas t upłyniony po tym roku, użyjemy zrównań podobnych jak wyżey, to jest ilości te na rok $1800 + t$ wyrażą się następnie:

$$\psi = 50'',27531 - t . 0'',00024358$$
$$\psi' = 50'',11148 + t . 0,0002443$$
$$\mu = 0'',17854 - t . 0'',0005319.$$

Podstawmy te ilości w zrównania (α) i (β) a otrzymamy zrównania z których rachować można odmiany zboczenia i wznoszenia się prostego na każdą gwiazdę. Tu uważać potrzeba naprzód, że odmiana pochyłości ekliptyki do równika z przyczyny biegu ekliptyki, wcale zboczenia gwiazd nie odmienia, potrzebaby wziąść tylko odmianę, którąśmy wyrazili przez $d\omega$; lecz uważając że ta ilość jest niezmiernie małą, tak że w przeciągu nawet kilku wieków odmiana ta roczna nie może urosnąć do jednéy setnéy sekundy, dla tego ilość tę i wyraz ją mnożący, jeżeli odmiany na jedèn tylko rok szukamy, bez żadnego błędu opuścić możemy. Powtóre, wyrażenie przez zrównanie (β) daje wartość na odmianę wznoszenia się prostego, zależącego od bieguna równika czyli od ilości ψ, wartość więc tę, podług tego cośmy mówili, zmnieyszyć należy o ilość μ. Zrównania więc dające odmianę roczną wznoszenia się prostego i zboczenia będą następujące:

$$d\beta = \psi \,\mathrm{wst}\,\omega . \mathrm{dost}\,\alpha$$

$$d\alpha = -\mu + \psi (\mathrm{dost}\,\omega + \mathrm{wst}\,\omega . \mathrm{wst}\,\alpha \,\mathrm{sty}\,\beta)$$

czyli

$$d\beta = (50'',27531 - t . 0'',00024358)\,\mathrm{wst}\,\omega . \mathrm{dost}\,\alpha \ldots\ldots\ldots (\alpha')$$

$$d\alpha = -0'',17854 + t . 0''0005519$$
$$+ (50'',27531 - t . 0'',00024358)(\mathrm{dost}\,\omega + \mathrm{wst}\,\omega . \mathrm{wst}\,\alpha . \mathrm{sty}\,\beta) \ldots (\beta').$$

Opuściliśmy tu wyrazy zawierające mnożnika $d\omega'$ jako bardzo małe z przyczyny małéy bardzo wartości na $d\omega'$. Wszakże, gdybyśmy chcieli rachować poprzedzanie punktów równonocnych między dwiema epokami na kilka wieków od siebie odległemi, naówczas wyrazów tych opuszczać nie godzi się. Jeżeli zboczenie jest południowe, sty β jest odjemna, nadto należy jeszcze odmienić znak ilości $d\beta$, poczém ilość ta dodaje się do zboczenia β uważanego za dodatne.

Czyniąc w tych zrównaniach $t = 20$, otrzymalibyśmy odmianę roczną na rok 1820, którą mnożąc przez 10, mielibyśmy odmianę w przeciągu lat 10, to jest od 1810 do 1820, albo od 1820 do 1830 uważając w małym przeciągu czasu odmiany te za proporcyonalne upłynionemu czasowi. Lecz jeślibyśmy chcieli znaleść odmianę na dłuższy przeciąg czasu *np.* od 1800 roku do 1900, naówczas trzebaby tę rozległość czasu rozdzielić na epok kilka, na pięć lub na dziesięć, i na każdą z nich odmianę roczną wyrachować, która w różnych czasach będzie różną, ale w małych przedziałach epok może bydź uważaną za tęż samę. Znalazłszy tym sposobem odmiany od 1800 do 1810, od 1810 do 1820........ od 1890 do 1900, weźmiymy summę tych odmian cząstkowych, a ta wyrażać nam będzie odmianę w zboczeniu i we wznoszeniu się prostém od 1800 do 1900. W takowych rachunkach należy wziąść pochyłość ekliptyki, wznoszenie się proste, i zboczenie, odpowiadające epoce na którą rachujemy, uważając tym czasem ich odmiany jako proporcyonalne czasowi. W rachunku odmian gwiazd blisko biegnua będących, i dla tego że odmiana we wznoszeniu się prostém jest bardzo wielka, i z przyczyny wielkich i nieproporcyonalnych czasowi odmian styczney β, odmianę roczną zaledwo przez lat dwa lub trzy za tęż samę uważać można.

Czyniąc w zrównaniach (α') i (β)

$$(50'',27531 - t.\,0'',00024358)\ \text{wst}\,\omega = n.$$
$$(50'',27531 - t.\,0'',00024358)\,\text{dost}\,\omega - \mu = m.$$

mamy:

$$\left.\begin{array}{l} d\beta = n\,\text{dost}\,\alpha \\ d\alpha = m + n\,\text{wst}\,\alpha\,\text{sty}\,\beta \end{array}\right\}\cdots(a)$$

Ponieważ wzięliśmy za epokę rok 1800, biorąc więc odpowiadającą jey pochyłość ekliptyki $\omega = 23^\circ.27'.57''$ otrzymamy:

$$m = 45'',9501 + t.\,0'',00030847$$
$$n = 20'',0246 - t.\,0'',000096993$$

Z tych właśnie zrównań rachują się odmiany roczne w położeniu gwiazd, do których się dodaje bieg własny gwiazdy, jeśli ten jest oznaczony; odmiany wypadkowe kładą się w znaydujących się przy katalogach gwiazd kolumnach, i służą do znalezienia położenia gwiazdy na pewną liczbę lat upłynionych od epoki katalogu. Podług naynowszych rachunków Bessela (Fundamenta Astronomiae k. 297) wypada (fig. β).

$\psi = OO' =$ poprzed.☉☾ $= t.50'',340499 - t^2.0'',0001217945.$

$\psi' = n\Upsilon =$ poprze. całk. $= t.50'',176068 + t^2.0'',0001221483.$

$\omega =$ Pochył. Row. do Ekl. 1750 $= 23^\circ.28'.18'' - t^2.0'',00000984233.$

$\varphi =$ Pochył. do Ekl. odmienioney $= 23^\circ.28'.18''. - t.0'',48368 - t^2.0'',00000272295.$

$\mu = O\Upsilon = \ldots\ldots t.0'',17926 - t^2.0''0002660391.$

Poprzed. rocz. ☾ ⊙ $= 50'',340499 - t.\,0''000243589o.$

.... całkowite $= 50'',176068 + t.0'',0002442966.$

$m = 45'',99592 + t.\,0'',000308645o$

$n = 20,05039 - t.\,0'',0000970204.$

W tych wszystkich zrównaniach t znaczy liczbę lat upłynionych od roku 1750.

W rachunku odmian gwiazd bliskich bieguna równika należałoby, jakośmy wyżey mówili, rachować odmianę roczną na każdy rok w szczególności, gdyż odmiana ta roku jednego nie jest taż sama co roku następującego. Summa takowych odmian szczególnych da odmianę całkowitą w peryodzie lat uważanym. Dla uniknienia tego długiego rachunku dosyć jest przez różniczkowanie zrównań (a) wynaleśdź odmiany biegów rocznych jakie zachodzą od jednego roku do drugiego. Jakoż różniczkując zrównanie (a) co do α i β otrzymujemy:

$$d^2\beta = -n\,\text{wst}\,\alpha.\,d\alpha.\,\text{wst}\,1''$$

$$d^2\alpha = n\,\text{wst}\,\alpha\,\frac{d\beta}{\text{dost}^2\beta}\,\text{wst}\,1'' + n\,\text{sty}\,\beta\,\text{dost}\,\alpha.\,d\alpha\,\text{wst}\,1''.$$

$$= n.\text{wst}\alpha.\frac{d\beta}{\text{dost}^2\beta}\,\text{wst}\,1'' + d\beta\,\text{sty}\,\beta\,d\alpha\,\text{wst}\,1''$$

Położyliśmy w tych zrównaniach wst $1''$ za jedność dzieloną przez promień, i uważaliśmy m i n za stateczne przez małą lat liczbę. Różniczki drugie $d^2\alpha$ i $d^2\beta$ wyrażają różnicę odmian rocznych we wznoszeniu się prostém i zboczeniu pochodzącą z odmiennych każdego roku wartości na α i β od których te odmiany zależą; dodając tę różnicę koleyno do odmian roku poprzedzającego, otrzymujemy odmiany lat następujących. I tak: dla gwiazdy biegunowéy w r. 1810

$$d\beta = 19'',459 \qquad d\alpha = 204'',567$$

$$d^2\beta = -0'',005 \qquad d^2\alpha = +1'',151$$

Odmiana więc zboczenia staje się corocznie mnieyszą o 0'',005, a odmiana wznoszenia się prostego powiększa się co rok o 1″,151. Odmiana przeto we wznoszeniu się prostém przez lat trzy zaczynając od roku 1810 wyrazi się przez

$$3.204'',567+(1+2)\,1'',151=617'',154$$

Odmiana w zboczeniu jest

$$3.19'',459-(1+2).0'',005=58'',362.$$

Gdyż na rok 1810 przyrostek w odmianie wznoszenia się prostego jest zero, na rok 1811 przybyt ten jest 1″,151; na rok zaś 1812 równy jest 2.1″,151. Podobnie przyrostek odmiany zboczenia jako corocznie powiększający się uważać należy.

Jeśliby tym sposobem chciano rachować odmianę na wielką lat liczbę, potrzebaby mieć wzgląd na różniczki trzeciego porządku, albo przynaymniey oznaczyć bieg roczny odpowiadający rokowi środkującemu między granicami periodu, na który odmianę rachować chcemy.

XLVIII. *Wyciągają się zrównania za pomocą których poprawuje się położenie gwiazd co do wznoszenia się prostego i zboczenia, z przyczyny odmian przez nutacyą słoneczną i nutacyą xiężycową sprawionych.*

Jeżeli nam wypada znaleśdź odmianę na pewny dzień roku, naówczas moglibyśmy odmianę roczną mnożyć przez liczbę dni upłynionych od 1° stycznia, i wypadek dzielić przez liczbę dni zawartych w roku, albo użyć do tego celu tablicy dający w ułamkach dziesiętnych liczbę dni upłynionych od 1° stycznia. Lecz że odmiany położenia gwiazd, jak zaraz widzieć będziemy, nie są doskonale proporcyonalne czasowi, dla tego, kiedy idzie o odmianę we wznoszeniu się prostem, można lepiey użyć tablicy (*) daney przez Maskelyna, gdzie w kolumnach odpowiadających

(*) Tablicę tę znaydzie czytelnik w T. II. Geod. Puissana i między tablicami danemi przez Wollastona w dziele jego (Fasciculus Astronomicus etc).

dniom roku są już wyrachowane ułamki, przez które mnożyć potrzeba odmianę roczną, żeby otrzymać odmianę żądaną na pewny dzień roku, pamiętać tylko potrzeba, że otrzymane tym sposobem położenie nie jest położeniem średniém, gdzie poprzedzanie uważa się w ciągu roku za proporcyonalne czasowi, ale jest położeniem zawierającém w sobie poprawę co do *półrocznego zrównania* czyli co do *nutacyi słoneczney* (nutation solaire). Na rachowanie tey odmiany służyć mogą też same zrównania, któreśmy na poprzedzanie wyciągnęli, to jest zrównania (α) i (β) byłebyśmy w nich podstawili wartości następujące na $d\omega$ i $d\lambda$

$$d\omega = 0'',4345 \operatorname{dost.} 2\odot$$

$$d\lambda = -\frac{0'',4345 \operatorname{wst.} 2\odot}{\operatorname{sty}\omega} = -1'',001. \operatorname{wst.} 2\odot$$

gdzie $\odot$ wyraża długość słońca.

Zrównania przeto na poprawę zboczenia i wznoszenia się prostego, powstające ze zrównań (α) i (β) będą:

$$\left.\begin{aligned} \delta\beta &= 0'',4345 \operatorname{dost} 2\odot \operatorname{wst}\alpha - 1'',001 \operatorname{wst.} 2\odot \operatorname{dost}\alpha \operatorname{wst}\omega \\ \delta\alpha &= -0'',4345 \operatorname{dost} 2\odot \operatorname{dost}\alpha . \operatorname{sty}\beta - \\ &\quad - 1'',001 \operatorname{wst.} 2\odot (\operatorname{dost}\omega + \operatorname{wst}\omega \operatorname{wst}\alpha \operatorname{sty}\beta \end{aligned}\right\} (c)$$

Zrównania tu otrzymane wypadają z niejednostaynego w ciągu roku położenia słońca względem płaszczyzny równika, i dla tego poprawa zależy zupełnie od mieysca słońca jak to w zrównaniach (c) widzimy. Jeśli więc bierzemy poprzedzanie za proporcyonalne liczbie dni upłynionych od pewney epoki, naówczas do wypadku dodać potrzeba wyrażenia na $\delta\beta$ i $\delta\alpha$ wyciągnione ze zrównań (c). Łatwo jest widzieć, że peryod odmian $\delta\alpha$ i $\delta\beta$ jest równy połowie roku i dla tego właśnie zrównanie to nazywa się zrównaniem półroczném. Co się tycze tablicy podług którey rachuje się poprzedzanie na pewną liczbę dni zaymując w niey zrównanie półroczne, ostrzedz wypada czytelników, że tablica ta do ułożenia z dokładnością jest nie podobna. Jakoż mamy

$$d\alpha = -\mu + \psi (\operatorname{dost}\omega + \operatorname{wst}\omega \operatorname{wst}\alpha \operatorname{sty}\beta)$$

$$\delta\alpha = -0'',43 \operatorname{dost} 2\odot \operatorname{dost}\alpha \operatorname{sty}\beta - 1''. \operatorname{wst} 2\odot (\operatorname{dost}\omega + \operatorname{wst}\omega \operatorname{wst}\alpha \operatorname{sty}\beta)$$

Nazwiymy przez x ułamek oznaczający stosunek liczby dni upłynionych od 1° stycznia do liczby dni składającéy rok cały, mnożąc więc przez $x\,d\alpha$ i dodając $\delta\alpha$, otrzymamy ilość poprzedzania na dzień dany, którą uczyńmy $= d\alpha . y$; będzie

$$d\alpha . x + \delta\alpha = d\alpha . y$$

gdzie y wyraża oczywiście liczbę, przez którą mnożąc $d\alpha$ otrzymujemy ilość poprzedzania razem ze zrównaniem półrocznem; idzie o ułożenie tablicy na różne w ciągu roku wartości y.

$$y = x + \frac{\delta\alpha}{d\alpha} = x +$$

$$+ \left\{ \frac{-0'',43 \,\text{dost}\, 2\odot \,\text{dost}\,\alpha \,\text{sty}\,\beta - 1''.\text{wst}\, 2\odot (\text{dost}\,\omega + \text{wst}\,\omega \,\text{wst}\,\alpha \,\text{sty}\,\beta)}{-\mu + \psi (\text{dost}\,\omega + \text{wst}\,\omega \,\text{wst}\,\alpha \,\text{sty}\,\beta)} \right\}$$

widzimy tu, że ilość dodająca się do x oprócz długości słońca, zależy jeszcze od wznoszenia się prostego i zboczenia gwiazdy, a zatém dla różnych gwiazd jest różna. Lecz jeżeli opuścimy wyraz piérwszy jako zawsze mały dla gwiazd mających zboczenie mnieysze niż 45°, a w mianowniku ilość μ, jako ilość niewynoszącą więcéy nad 0'',2, a zatém w ogólności małą w porównaniu drugiego wyrazu, otrzymamy wyrażenie na y

$$y = x - \frac{1''.\text{wst}\, 2\odot}{\psi}$$

wyrażenie to zależąc tylko od długości słońca, może bydź łatwo na dzień każdy wyrachowane, i tym sposobem wyda mnożniką przez który mnożone $d\alpha$, to jest poprzedzanie roczne, da ilość poprzedzania od początku roku do dnia danego, i w wypadku zrównanie półroczne zajęte będzie. Ta jest właśnie teorya układania tablicy dającéy na dzień każdy takowego mnożnika. Wszakże widoczna jest rzecz, że tablica ta póty tylko jest dobra póki wartość na β nie jest wielką; w przeciwnym przypadku kiedy rachujemy położenie gwiazd odległych bardzo od równika, na ówczas wyrazu $0'',45$ dost 2☉ dost α sty β w ogólności opuścić nie można, i dla tych gwiazd zrównanie połroczne ze wzoru wyrachowane bydź powinno. Co się tycze wartości na $\delta\beta$ ta z tablicy osobnéy ułożonéy podług ilości ☉, i α otrzymuje się (*).

Oprócz małych odmian z położenia słońca w poprzedzaniu zachodzących, są jeszcze odmiany także peryodyczne, ale daleko większe, zależące od odmieniającego się położenia węzłów xiężyca, to jest przecięć jego drogi z płaszczyzną ekliptyki. Skutkiem tego jest odmiana w pochyłości równika do ekliptyki i w położeniu punktów równonocnych. Odmiany te podobne nutacyi słońcowéy, są od niéy daleko większe i ich period znacznie jest dłuższy. Nazywając przez ☊ długość średnią węzła górnego xiężyca, to jest punktu od którego przechodzi na stronę północną ekliptyki, mamy następujące zrównania na odmianę pochyłości ekliptyki i długości punktu równonocnego (*Mec. celeste* t. II. k. 351), (*Tabulae speciales aberrat. et nutat.* T. I. k. 115 i dalsze. *Zach*)

$$d\omega = \quad 9'',648 \text{ dost } ☊$$

$$d\lambda = -9'',648.\,2 \text{ dosty } 2\omega.\text{ wst } ☊$$

Biorąc w tych zrównaniach za pochyłość ekliptyki pochyłość odpowiadającą rokowi 1810 to jest $\omega = 23^\circ.27'.52''$, otrzymamy.

$$d\omega = \quad 9'',648 \text{ dost } ☊$$

$$d\lambda = -18'',038 \text{ wst } ☊$$

Dla znalezienia odmian stąd wypadających w zboczeniu i wznoszeniu się prostém gwiazd różnych, dosyć jest w zrównaniach (α) i (β) § 47 położyć otrzymane teraz wartości na $d\omega$ i $d\lambda$; stąd

Nutacya w zbocz. $= -7'',182 \text{ dost}\alpha \text{ wst}☊ + 9'',648 \text{ wst}\alpha \text{ dost}☊$

Nut. we wzn. prost. $= -16'',544 \text{ wst.}☊$

$-\text{sty}\beta(7'',182 \text{ wst}\alpha \text{ wst}☊ + 9'',648 \text{ dost}\alpha \text{ dost}☊)$.

(*) Fasciculus Astronomicus etc *Vollaston*. appendix p. 54.

Uważamy tu zboczenie β za północne, w przeciwnym przypadku należy wziąść styβ za odjemną, i odmienić znak wartości na odmianę w zboczeniu wypadającey, która się potém z pozostałym znakiem dodaje do zboczenia południowego uważanego za dodatne; albo co na jedno wychodzi, należy uważać zboczenie i nutacyą w zboczeniu za odjemne.

Jeżeli przez β i α oznaczymy zboczenie i wznoszenie się proste średnie, a przez β' i α' zboczenie i wznoszenie się proste odniesione do równika prawdziwego, czyli zawierające w sobie nutacyą, naówczas mieć będziemy

$$\beta' = \beta + \text{nutacya w zboczeniu.}$$

$$\alpha' = \alpha + \text{nutacya we wznoszeniu się prostem.}$$

Formuły nutacyi wyżéy otrzymane zamienić można na inne łatwieysze do ułożenia w tablice; jakoż czyniąc

$$m = 9'',648\,, \qquad n = 18'',038$$

mamy

$$d\omega = m \operatorname{dost} \Omega, \qquad d\lambda = -n \operatorname{wst} \Omega$$

kładąc te wyrażenia w zrównania (α) i (β) i nazywając $d\beta'$, $d\alpha'$ odmiany przez nutacyą sprawione, otrzymamy

$$d\beta' = m \operatorname{wst}\alpha \operatorname{dost}\Omega - n \operatorname{wst}\omega \operatorname{dost}\alpha \operatorname{wst}\Omega$$

$$d\alpha' = -m \operatorname{dost}\alpha \operatorname{dost}\Omega \operatorname{sty} D -- \operatorname{wst}\omega \operatorname{wst}\alpha \operatorname{wst}\Omega \operatorname{sty} D -- n \operatorname{dost}\omega \operatorname{wst}\Omega$$

Położywszy w tych zrównaniach zamiast mnogości liniy trygonometrycznych, to jest zamiast wstαdostΩ, wstΩdostα, wstαwstΩ, wyrażenia ich przez wstawy i dostawy summy i różnicy dwóch łuków α i Ω, przyydziemy łatwo do następującego wyrażenia:

$$d\beta' = \tfrac{1}{2}(m - n \operatorname{wst}\omega) \operatorname{wst}(\alpha + \Omega) + \tfrac{1}{2}(m + n \operatorname{wst}\omega) \operatorname{wst}(\alpha - \Omega)$$

$$d\alpha' = -n \operatorname{dost}\omega \operatorname{wst}\Omega - \{\tfrac{1}{2}(m - n \operatorname{wst}\omega) \operatorname{dost}(\alpha + \Omega) +$$

$$+ \tfrac{1}{2}(m + n \operatorname{wst}\omega) \operatorname{dost}(\alpha - \Omega)\} \operatorname{sty}\beta$$

czyli:

$$d\beta' = 8'',415 \,\mathrm{wst}(\alpha - ☊) + 1'',233 \,\mathrm{wst}(\alpha + ☊)$$

$$d\alpha' = -16'',544 \,\mathrm{wst}\, ☊ - \{8'',415 \,\mathrm{dost}(\alpha - ☊) + 1'',233 \,\mathrm{dost}(\alpha + ♈)\} \,\mathrm{sty}\,\beta. \;(*)$$

Chcąc uczynić tablice nutacyi wznoszenia się prostego, zależącemi od tablicy nutacyi na zboczenie, dosyć jest w wyrażeniu $d\alpha'$ położyć

$$-\mathrm{dost}(\alpha - ☊) = \mathrm{wst}(\alpha - ☊ - 3^s)$$

$$-\mathrm{dost}(\alpha - ☊) = \mathrm{wst}(\alpha + ☊ + 3^s)$$

tym sposobem tablice nutacyi we wznoszeniu się prostém będą mogły bydź zajęte w tablicach nutacyi na zboczenie podług zrównań następujących:

$$\left.\begin{array}{l} d\beta' = 8'',415 \,\mathrm{wst}(\alpha - ☊) + 1'',233 \,\mathrm{wst}(\alpha + ☊) \\ d\alpha' = -16'',544 \,\mathrm{wst}\, ☊ + \{8'',415 \,\mathrm{wst}(\alpha - ☊ - 3^s) + 1'',233 \,\mathrm{wst}(\alpha + ☊ - 3^s)\} \,\mathrm{sty}\,\beta \end{array}\right\} (n)$$

Zrównania te łatwo jest ułożyć w tablice podług ilości $(\alpha - ☊)$ i $(\alpha + ☊)$ na zboczenie; na wznoszenie się zaś proste podług tychże samych ilości zmnieyszonych o 90°. Tablice na zboczenie składać się będą z dwóch części, na wznoszenie się proste z dwóch tychże samych części i z tablicy trzeciey zależącey od długości węzła górnego ☊. Tablice te ułożone tym sposobem znaydzie czytelnik na końcu drugiego tomu Geodezyi Puissana (wydanie drugie). Odmiany w położeniu osi ziemskiey zależące od położenia węzłów xiężyca nazwano, jakeśmy mówili, nutacyą; odmiana podobna zależąca od różnego w ciągu roku położenia słońca, zowie się nutacyą słońcową; złączone zaś razem te dwie odmiany nazwano *nutacyą xiężycowo-słoneczną* (nutation luni-solaire). Przez nutacyą odmieniają się, jak widzimy, długości, wznoszenia się proste, i zboczenia gwiazd. Odmiana w długości jest wspólna wszystkim

(*) Podobnym sposobem postępując ze zrównaniami (c) otrzymalibyśmy na nutacyą słońcową następujące zrównania

$$\delta\beta = 0'',417 \,\mathrm{wst}\,(\alpha - 2\odot) + 0''018 \,\mathrm{wst}\,(\alpha + 2\odot)$$

$$\delta\alpha = -0''918. \,\mathrm{wst}\, 2\odot - \{0'',417 \,\mathrm{dost}\,(\alpha - 2\odot) + 0'',018 \,\mathrm{dost}(\alpha + 2\odot)\} \,\mathrm{sty}\,\beta.$$

gwiazdom, i łatwo do jéy znalezienia układa się tablica, zależąca tylko od długości węzła; tablicę tę widzieć można w tablicach astronomicznych (Tables Astron. Bureau des longitudes. Table XIII nutation).

ROZDZIAŁ IX.

Bieg słońca elliptyczny.

XLIX. *Bieg jednostayny ziemi po kole nie zgadza się z obserwacyami, czy to uważamy słońce we środku lub za środkiem tego koła.*

Przekonaliśmy się że droga pozorna słońca (*) leży na jednéy płaszczyznie przechodzącéy przez środek ziemi i przecinającéy się z równikiem pod kątem 23°, 28′, ale jakaż jest figura téy drogi na płaszczyznie ekliptyki? nad tém się nam zastanowić wypada.

Gdyby ziemia miała bieg jednostayny po kole, w którego środku jest słońce, dzienne przybyty długosci słońca byłyby równe; znając wtenczas długość słońca na pewną epokę łatwoby nam było wynaleźdź tę długość na czas dany i ułożyć tablice słońca, gdyż przybyty długości byłyby proporcyonalne czasom; nadto każdego roku na tenże sam czas upłyniony po porównaniu wiosennem, słońce tęż samę miałoby długość, i to samo wznoszenie się proste i zboczenie, uważając pochyłość ekliptyki za nieodmienną. W tym przypadku nayważnieyszą tylko byłoby

(*) Używamy tu w tłumaczeniu się często biegu pozornego słońca zamiast biegu ziemi, a tak uważamy fenomena pozorne zamiast rzetelnych, ale stąd żaden błąd wypaśdź nie może, droga bowiem pozorna słońca jest zupełnie to samo, co droga rzetelna ziemi, i drogę ziemi przez obserwacye tylko słońca poznać możemy.

rzeczą oznaczyć dokładnie czas porównan. Ale długość słońca nie rośnie proporcyonalnie do czasu, czyli bieg słońca w długości każdego dnia nie jest tenże sam, jak się o tem łatwo przekonać można. Obserwujmy bowiem *np.* w miesiącu lipcu wznoszenie się proste i zboczenie słońca, i wyciągnioną stąd odmianę dzienną w długości słońca porównajmy z odmianą, jaką dają obserwacye w miesiącu styczniu robione.

1807 lipca	1° długość słońca	98°. 38′. 44″.	
	2°	99. 35. 57	
	Odmiana dzienna	0°. 57′. 13″.	
1807 stycz.	1° długość ⊙	280°. 13′. 56″.	
	2°	281. 15. 7	
	Odmiana dzienna	=1°. 1′. 11″.	

Biegi więc dzienne słońca w długości w lipcu i styczniu są do siebie w stosunku $\frac{1^\circ.\ 1'.\ 11''}{57'.\ 13''} = \frac{3671}{3433} = \frac{1,0693}{1}$. Nadto oznaczmy przez sposoby wyżéy podane czas dwóch porównań i przesileń słońca, znaydziemy, że czas upłyniony

Od porównania wiosennego do przesilenia let.	$=92^d.\ 21^g.\ 36'$.
Od przesilenia letniego do porównania jesien.	$=93.\ 13.\ 44.$
Od porównania jesiennego do przesilenia zim.	$=89.\ 16.\ 56.$
Od przesilenia zimowego do porównania wios.	$=89.\ 1.\ 33.$
Długość roku	$=365^d.\ 5^g.\ 49'$.

Ponieważ zaś porównania i przesilenia dzielą drogę pozorną słońca na cztery łuki, z których każdy $=90^\circ$, bieg więc słońca musi bydź nierówny, gdyż dla przeyścia od porównania wiosennego do jesiennego siedm dni i pół więcey potrzebuje czasu, niżeli od porównania jesiennego do wiosennego.

Wszakże bydź może, że słońce nie jest we środku koła opisywanego przez ziemię, natenczas chociażby bieg ziemi po ekliptyce był jednostayny, odmiana w długości słońca byłaby różna. Odmiany bowiem dzienne długości słońca, są to odmiany kątowe, i mogą w różnych odległościach odpowiadać równym przestrzeniom, chociaż same nie są równe. W tym przypadku, na (fig. 37) gdzie T wyraża mieysce słońca, a S środek koła opisywanego przez ziemię ruchem jednostaynym, mamy

$$Bb = TB \,\text{wst}\, O$$

$$Cc = CT \,\text{wst}\, O'$$

Jeśli łuk dzienny AB równy jest łukowi dziennemu CD, będzie $Bb = Cc$ a stąd

$$TB \,\text{wst}\, O = CT \,\text{wst}\, O'$$

$$\frac{TB}{CT} = \frac{r}{r'} = \frac{\text{wst}\, O'}{\text{wst}\, O} = \frac{O'}{O}$$

Sprawdzić więc nam wypada, czyli w rzeczy samey w punktach naywiększey i naymnieyszey słońca od ziemi odległości, odmiany dzienne długości słońca są w stosunku odwrotnym tych odległości. Naywiększe i naymnieysze odmiany w długości słońca, oraz naywiększa i naymnieysza średnica słońca, są właśnie wtenczas, gdy ziemia znayduje się w naymnieyszey i naywiększey od słońca odległości. Za pomocą kwadransa albo mikrometru niciowego lub przedmiotowego możemy, podług wyżey podanych sposobów, mierzyć tarczę pozorną słońca. Porównywając tak otrzymane wielkości pozorne słońca w różnych punktach ekliptyki, otrzymujemy łatwo stosunki odległości jego od ziemi, gdyż $\frac{r}{r'} = \frac{d'}{d}$, oznaczając przez d tarczę pozorną słońca w odległości r, a przez d' tę samę tarczę widzianą w odległości r'. Średnice pozorne słońca, mierzone w lipcu i w styczniu mają się do siebie jak $31'.31'' : 32'.35'',6$ czyli jak $1 : 1,0339$. Tym czasem odmiany dzienne w długości były do siebie jakeśmy widzieli w stosunku innym, to jest jak $3433 : 3671 = 1 : 1,0693$. Stąd wypada, że łuki opisywane przez ziemię w czasach równych nie są równe, bieg więc ziemi kołowy ruchem jednostanym nie zgadza się z obserwacyami, czy to uważamy słońce we środku albo za środkiem drogi ziemskiey.

L. *Jak się dochodzi figura drogi ziemskiéy? Obserwacye potwierdzają, że ta droga jest ellipsą; jéy mimośrod. Punkta przysłoneczny i odsłoneczny. Wyprowadza się z obserwacyi drugie prawo Keplera, że wycinki elliptyczne są proporcyonalne czasom na ich przebieżenie strawionym. Wypada stąd sposób mierzenia względnych odległości słońca od ziemi doskonalszy niż za pomocą wymiarów tarczy pozornéy słońca.*

Żebyśmy mogli odkryć figurę drogi ziemskiéy około słońca, obserwuymy długości słońca w przeciągu roku i z punktu *np.* S (fig. 38) prowadźmy linije, którychby odległości kątowe były równe biegowi dziennemu słońca w długości, linije te wyobrażać nam będą promienie widzenia, prowadzone dnia każdego do słońca. Rachuymy teraz podług obserwowanych wielkości pozornych słońca, odległość względną jego od ziemi, biorąc którąkolwiek za jedność. Weźmy *np*: za tę jedność odległość naymnieyszą. Wyrachowane tym sposobem odległości odetniymy z punktu S na linijach prowadzonych; a punkta D, C, E, F i t. d. tak wskazane, oznaczą właśnie mieysca słońca na różną epokę; linija łącząca z sobą te punkta będzie drogą pozorną słońca. Linija ta jest ellipsą, w któréy ognisku jest ziemia, osią większą ellipsy jest AB, GH jest osią mnieyszą. Obserwacye dają, $AS = 1$. $SB = 1,034$, średnia odległ. $= \frac{AS + SB}{2} = 1,017$, mimośrod $\frac{SB - AS}{2} = 0,017$.

Chcąc ten mimośrod mieć wyrażony w częściach połowy osi większéy, biorąc ją za jedność, trzeba go podzielić przez $1,017$ i mielibyśmy $e = \frac{0,017}{1,017} = 0,0165$.

Punkt A nazywa się *punktem przyziemnym* (perigeé) B *punktem odziemnym* (apogeé); lecz uważając bieg rzetelny ziemi około słońca, punkta te nazywają się jeden *przysłonecznym* (perihelie) drugi *odsłonecznym* (aphelie). Żeby się przekonać czyli droga ziemska jest w rzeczy saméy ellipsą, weźmy jéy zrównanie:

$$\varrho = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \operatorname{dost} v} \dots (\alpha)$$

gdzie v jest kąt, jaki czyni promień wodzący z odległością punktu przysłonecznego od słońca; i włóżmy w to zrównanie za v wartości wypadające z obserwacyi, a tak rachowane promienie wodzące z formuły (α) porównaymy z wyciągnionemi z obserwacyi średnic słońca. Na fig. 39. ASV jest długością punktu przysłonecznego, którą nazwiymy przez ψ, $\odot SV =$ długości słońca $= \lambda$, $AS\odot = \lambda - \psi = v$,

Kąt ψ otrzymuje się szukając czasu kiedy odmiany dzienne długości słońca są naywiększe, albo kiedy naywiększa jest średnica słońca; długość słońca natenczas otrzymana, jest właśnie kątem ψ czyli długością punktu przysłonecznego. Tak więc mając v na każdą obserwacyą, możemy porównać wartości na ϱ rachowane z obserwowanemi. Z tego porównania znaydziemy różnice dosyć małe, które po części błędom obserwacyi, po części niedokładnemu oznaczeniu ilości stałych, w zrownanie ellipsy wchodzących przypisać można; ta więc zgoda między obserwacyami i rachunkiem opartym na przypuszczeniu biegu elliptycznego ziemi w koło słońca, pokazuje że to przypuszczenie jest prawdziwe, i to jest pierwsze prawo dostrzeżone przez Keplera, że *ziemia i wszystkie planety opisują w biegu swoim ellipsy, których spólném ogniskiem jest słońce.*

Jeżeli ułożymy sobie na każdy dzień dwie tablice, jednę dającą odmianę dzienną w długości a, a', a''.... drugą na promień wodzący r, r', r'',.... znaydziemy że mnogość $r^2.a$ zawsze jest taż sama, tojest $r^2.a = r'^2.a' = r''^2.a'' =$ etc $=$ stałey $= C$, tak *np.* biorąc przytoczone wyżey obserwacye w miesiącu styczniu i lipcu mamy:

$$r = 1, \quad r' = 1{,}034. \quad a = 1{,}0693, \quad a' = 1$$

$$r^2 a = 1{,}0693, \quad r'^2 a' = (1{,}034)^2 = 1{,}0692.$$

Na fig. (39) niech mSm' będzie wycinek elliptyczny opisany w przeciągu dnia jednego, wycinek kołowy $Smn = \dfrac{r^2 a}{2}$ nazywając przez a kąt mSn, a przez r promień wodzący mS.

$Sm' = r(1-\alpha)$, gdzie α jest ilością bardzo małą.

$$\text{Wycinek } pSm' = \frac{r^2 a}{2}(1-\alpha)^2 = \frac{ar^2}{2}(1-2\alpha+\alpha^2)$$

$$\text{Wycinek } pSm' = \text{wycin. } Smn.(1-2\alpha+\alpha^2).$$

$$pSm' - Smn = Smn(\alpha^2 - 2\alpha)$$

Różnica między odległością punktu przysłonecznego i odsłonecznego jest 0,034, zkąd na różnicę promieni wodzących w dwóch dniach następnych, biorąc jéy odmianę proporcyonalną czasowi, wypada zaledwo 0,00019$=\alpha$. Stąd $Smn(\alpha^2-2\alpha) = -Smn.0{,}00038$, ilość tak mała że możemy wziąść $W.pSm' = W.Smn =$ wycinkowi elliptycznemu Smm', jako środkującemu między dwóma wycinkami kołowemi. Stąd wypada, że wycinki elliptyczne opisane dnia każdego są sobie, co do powiérzchni, równe. Wreszcie jeżeli oznaczymy dokładnie powierzchnie wycinków elliptycznych opisywanych przez promień wodzący, znaydziemy z większą dokładnością, że powierzchnie te opisane w czasach równych są sobie równe. I to jest drugie prawo Keplera dostrzeżone, nie tylko w biegu ziemi ale i we wszystkich planetach wkoło słońca krążących, że *wycinki elliptyczne opisywane przez promień wodzący są proporcyonalne czasóm na ich przebieżenie strawionym.*

Trzecie prawo Keplera jest, że kwadraty z czasów peryodycznych rozmaitych planet, tak się mają do siebie jak trzecie potęgi ze średnich odległości od słońca tychże planet, jak to w teoryi planet widzieć będziemy.

Zrównanie $r^2 a = r'^2 a'$ daje $\frac{r}{r'} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a'}}$. Można więc z tego zrównania rachować względne odległości słońca od ziemi, bez mierzenia pozornéy tarczy słońca; dosyć jest do tego znać odmianę dzienną w długości słońca w mieysćach, na które promienie wodzące otrzymać chcemy. I tak biorąc za jedność odległość naymnieyszą, odległość naywiększa wyrazi się przez

$$\frac{\sqrt{1^\circ.1'.11''}}{\sqrt{0^\circ.57'.13''}} = 1{,}034.$$

Sposób ten otrzymywania odległości względnych jest pewnieyszy od sposobu, za pomocą wymiarów tarczy pozorney słońca: bo naprzód obserwacye długości słońca są w ogólności dokładnieysze, niż obserwacye tarczy słońca, powtore, różnice biegu w długości są daleko większe niż różnice odpowiednie wielkości pozornych słońca.

LI. *Anomalia średnia, prawdziwa, i mimośrodkowa. Wyprowadzenie zrównań: 1° między anomalią średnią i mimośrodkową. 2° między anomalią mimośrodkową i promieniem wodzącym. 3° między anomalią prawdziwą a mimośrodkową. Szeregi dające anomalią prawdziwą i promień wodzący przez funkcyą mimośrodu i anomalii średniey.*

Znając już drogę jaką ziemia opisuje wkoło słońca, jakimże sposobem przyydziemy do oznaczenia mieysca słońca na czas dany, czyli do ułożenia tablic słońca? tak *np.* wiedząc że słońce było w punkcie odziemnym pierwszego lipca, jak znaleźć jego mieysce na koniec tego miesiąca.

Podług drugiego prawa Keplera, powierzchnie wycinków elliptycznych są proporcyonalne czasóm; zagadnienie więc będzie rozwiązane, odcinając część ellipsy proporcyonalną czasowi; ponieważ zaś ellipsa cała jest opisana w dniach $365\frac{1}{4}$, prowadząc tedy OP (fig. 40) tak aby powierzchnia BOP była równa całey powierzchni ellipsy rozmnożoney przez $\frac{30}{365\frac{1}{4}}$, otrzymamy położenie słońca na koniec miesiąca lipca. Stąd się urodziło sławne zagadnienie, znane pod nazwiskiem zagadnienia Keplera, jak odciąć powierzchnią ellipsy proporcyonalnie czasowi?

Niech P wyraża mieysce rzetelne słońca, kąt BOP zowie się *anomalią prawdziwą* (anomalie vraie). Wystawmy teraz sobie w myśli słońce drugie kończące bieg swóy w tymże samym czasie co słońce prawdziwe, ale idące po kole BPA ruchem jednostaynym; oba te słońca znaydują się razem w punkcie odziemnym B, skąd z różną szybkością bieg swóy odbywają, ponieważ zaś słońce prawdziwe w tem mieyscu ellipsy będąc nayodleglejsze od ziemi, idzie biegiem powolnym, słońce umysłowe wyprzedzi go i znaydować się będzie w punkcie *np.* P'; kąt $P'SB$ zowie się *anomalią średnią* (anomalie moyenne). Gdybyśmy więc mogli wyrazić anomalią prawdziwą przez funkcyą anomalii średniey, zagadnienie byłoby rozwiązane, albowiem anomalia średnia, będąc proporcyonalną czasowi, zawsze jest wiadoma, byleby tylko czas przechodu słońca przez punkt odziemny był znany. Idzie więc o to jak znaleśdź zrównanie między anomalią średnią i prawdziwą?

Kąt $P''SB$ zowie się *anomalią mimośrodkową* (anomalie excentrique); kąt ten jest właśnie ilością wiążącą anomalią prawdziwą z anomalią średnią, jak to zaraz widzieć będziemy.

Niech t oznacza czas na przebieżenie BP,

T czas na przebieżenie całey ellipsy,

$SA=$ połowie osi większey $=a$

$$e=\frac{OS}{SA}=\frac{OS}{a}$$

$v=$ kąt. $POB=$ anom. prawdz.

$u=P''SB=$ anom. mimośrodkowey

$z=P'SB=$ anom. średniey.

Podług drugiego prawa Keplera mamy

$$\frac{t}{T}=\frac{\text{pow.}\,POB}{\text{pow. ellipsy}}=\frac{\text{pow.}\,P''OB}{\text{pow. koła}}$$

$$\frac{t}{T}=\frac{\text{pow.}\,P''OS+\text{pow.}\,P''SB}{\pi a^2}$$

$$t=\frac{T}{\pi a^2}\left\{\frac{OM.a}{2}+\frac{BP''.a^2}{2}\right\}$$

$$t\cdot\frac{\pi a^2}{T}=\frac{a.\,OS\,\text{wst}\,u+a^2u}{2}=\frac{a^2e\,\text{wst}\,u+a^2u}{2}$$

$$t\cdot\frac{2\pi}{T}=e\,\text{wst}\,u+u$$

$$z=nt=e\,\text{wst}\,u+u\;....\;(1)$$

gdzie $\frac{2\pi}{T}=n$ oznacza kąt przebieżony w jedności czasu, to jest w jednym dniu lub w jedney godzinie etc; t znaczy liczbę takowych jedności. Ilość więc nt jest to kąt rosnący proporcyonalnie czasowi t, jest to więc ten sam kąt, któryśmy nazwali anomalią średnią z.

W tróykącie OPN

$$\begin{aligned}\varrho^2 = OP^2 &= ON^2 + PN^2 \\ &= ON^2 + b^2 . P'N^2 \\ &= (e + \text{dost}\, u)^2 + (1 - e^2)\,\text{wst}^2 u\end{aligned}$$

gdyż biorąc $a = 1$ będzie $\dfrac{P'N}{PN} = \dfrac{1}{b}$ gdzie $b =$ połowie osi mnieyszéy, $b^2 = 1 - e^2$.

$$\begin{aligned}\varrho^2 &= e^2 + 2e\,\text{dost}\, u + \text{dost}^2 u + \text{wst}^2 u - e^2\,\text{wst}^2 u \\ &= 1 + 2e\,\text{dost}\, u + e^2 (1 - \text{wst}^2 u) \\ \varrho &= 1 + e\,\text{dost}\, u.\end{aligned}$$

Porównaymy to wyrażenie na ϱ ze zrównaniem

$$\varrho = \frac{1 - e^2}{1 - e\,\text{dost}\, v}$$

(liczymy kąt v od punktu B)

$$1 + e\,\text{dost}\, u = \frac{1 - e^2}{1 - e\,\text{dost}\, v}$$

$$\begin{aligned}1 - e^2 &= (1 + e\,\text{dost.}\, u)(1 - e\,\text{dost.}\, v) \\ &= 1 - e\,\text{dost}\, v + e\,\text{dost}\, u - e^2\,\text{dost}\, u\,\text{dost}\, v\end{aligned}$$

$$\text{dost}\, v = \frac{e + \text{dost}\, u}{1 - e\,\text{dost}\, u}.$$

Zrównanie dające anomalią prawdziwą przez funkcyą anomalii mimośrodkowéy. Zamieńmy to zrównanie na wygodnieysze do rozwiązania przez logarytmy

$$\text{sty}^2 \tfrac{1}{2} v = \frac{1 - \text{dost}\, v}{1 + \text{dost}\, v} = \frac{1 - e}{1 + e}\,\frac{(1 - \text{dost}\, u)}{(1 + \text{dost}\, u)}$$

$$\text{sty}\, \tfrac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}} \cdot \text{sty}\, \tfrac{1}{2} u \;.\;.\;.\;.\;.\; (2)$$

Dla otrzymania tedy v potrzeba ze zrównania (1) wyciągnąć u przez anomalią znajomą nt, a potém rozwiązać zrównanie (2). Promień zaś wodzący mieć możemy ze zrównania

$$\varrho = 1 + e\,\mathrm{dost}\,u \ldots\ldots (3)$$

Zagadnienie więc jest rozwiązane, ale chcąc z tych zrównań otrzymać v i ϱ przez funkcyą nt, trafiamy na rachunek długi i wyrażenie otrzymujemy przez szeregi (*).

LII. *Z danéy anomalii średniéy dochodzi się anomalia prawdziwa i promień wodzący, bez użycia szeregów. Przykłady.*

Zamiast szukania tych szeregów podaymy sposób rozwiązania zagadnienia wprawdzie przez przybliżenie tylko,

(*) Szeregi te są następujące:

$$A)\quad v = nt + \left\{2e - \frac{1}{4}e^3 + \frac{5}{96}e^5 \ldots\right\} \mathrm{wst}\, nt$$

$$+ \left\{\frac{5}{4}e^2 - \frac{11}{24}e^4 + \frac{17}{192}e^6 - \ldots\right\} \mathrm{wst}\, 2nt$$

$$+ \left\{\frac{13}{12}e^3 - \frac{43}{64}e^5 + \ldots\right\} \mathrm{wst} 3nt + \left\{\frac{103}{98}e^4 - \frac{451}{480}e^6\right\} \mathrm{wst}\, 4nt$$

$$+ \frac{1097}{960}e^5\, \mathrm{wst}\, 5nt + \ldots + \frac{1223}{960}e^6\, \mathrm{wst}\, 6nt + \ldots.$$

(Mecan. cel. liv. II. p. 181).

$$(B)\quad \varrho = 1 + \frac{e^2}{2} - e\,\mathrm{dost}\, nt - \frac{e^2}{2}\,\mathrm{dost}\, 2nt$$

$$- \frac{e^3}{1.2.2^2}\left\{3\mathrm{dost}3nt - 3\mathrm{dost}nt\right\}$$

$$- \frac{e^4}{1.2.3.2^3}\left\{4^2\mathrm{dost}4nt - 4.2^2\mathrm{dost}2nt\right\}$$

$$- \frac{e^5}{1.2.3.4.2^4}\left\{5\mathrm{dost}5nt - 5.3^3\mathrm{dost}3nt + \frac{5.4}{1.2.}\mathrm{dost}nt\right\}$$

(Mecan. cel. liv. II. p. 179).

Kąty v i nt są rachowane od punktu przysłonecznego, jak to łatwo widzieć można z wyrażenia na ϱ, czyniąc bowiem $nt = 0$ otrzymujemy:

$$\varrho = 1 - e = \text{odległości naymnieyszey.}$$

ale sposób daleko łatwieyszy i dający wypadek tak blizki prawdy jak sami zechcemy.

Poprowadźmy Pm równoległą do $P'M$. W troykącie $P'OS$, czyniąc $SOP'=O$, $SP'O=P'$ mamy:

$$\frac{\text{sty}\,\frac{1}{2}(O+P')}{\text{sty}\,\frac{1}{2}(O-P')}=\frac{SP'+OS}{SP'-OS}=\frac{1+e}{1-e}$$

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}(O-P')=\text{sty}\,\tfrac{1}{2}\,(O+P')\left(\frac{1-e}{1+e}\right)\cdot\cdot\cdot(a)$$

Otrzymamy z tego zrównania $\frac{1}{2}(O-P')$, gdyż $BSP=O+P'=Z$, jest to anomalia średnia która jest znana.

$$O=\tfrac{1}{2}(O+P')+\tfrac{1}{2}(O-P')\ldots\ldots(b)$$

Kąt ten można będzie wziąść za równy kątowi $BSP'=$ anomalii mimośrodkowéy, opuszczając w pierwszém przybliženiu kąt $OP'm=r$

$$\frac{t}{T}=\frac{\text{pow. }P'SB}{\text{pow. koła}},$$

A że z praw Keplera

$$\frac{t}{T}=\frac{\text{pow. }POB}{\text{pow. Ellip.}}=\frac{\text{pow. }P''OB}{\text{pow. koła}}$$

Stąd

$$\text{pow. }P''OB=\text{pow. }P'SB$$
$$\text{pow. }P''OS=\text{pow. }P'SP''$$
$$\frac{P''S.OM}{2}=\frac{P''S.P''P'}{2}$$

Łuk $P''P'=OM=e\,\text{wst}\,P''SB=e\,\text{wst}\,O$ przez przybliženie.

$$mO=\text{ Łuk. }P''P'-\text{wst}\,P''P'\ldots\ldots\ldots(c).$$

Mając Om' szukaymy kąta $OP'm$ który nazwiymy przez r. Do tego znaydźmy pierwiéy bok OP'.

$$\frac{\text{wst.}OP'S}{\text{wst.}OSP'}=\frac{OS}{OP'}.$$

$$OP'=\frac{e\,\text{wst}\,z}{\text{wst}(z-O)}$$

$$Om = OP'.\text{wst}\,r. \qquad \text{wst}\,r = \frac{Om}{OP'} \ldots (d).$$

Znaleziony kąt $OP'm$ dodaymy do kąta SOP', a otrzymamy kąt $P''SB$ poprawny.

Jeśliby wartość na kąt r wypadała dosyć wielka, wtedy należałoby powtórzyć cały rachunek, używając już do niego anomalii mimośrodkowéy poprawnéy, i z téy szukając znowu OM, Om i kąta r.

Otrzymawszy tym sposobem wartość na anomalią mimośrodkową u znaydziemy anomalią prawdziwą ze zrównania $\text{sty}\,\frac{1}{2}v = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\cdot \text{sty}\,\frac{1}{2}u \ldots (2)$ a promień wodzący ze zrównania (3).

Przykład I. Mając dany mimośrod drogi ziemskiéy $e = 0{,}01691$ i średnią anomalią $Z = nt = 30°$, znaleśdź anomalią środkową i prawdziwą.

$a) \ldots$ log. sty $\frac{1}{2}$ 30° 9,4280525
$l.\ (1-e) = l(0{,}98309)$ 9,9925933
dopełn. $l.(1+e=1{,}01691)$ 9,9927218

$l.\ \text{sty}\,\frac{1}{2}(O-P') =$ 9,4133676
$= l.\ \text{sty}\,(14°.\ 31'.\ 22'')$

$b) \ldots \frac{1}{2}(O-P') = 14°.\ 31'.\ 22''$
$\frac{1}{2}(O+P') = 15°.\ 0'.\ 0''$

$O = 29°.\ 31'.\ 22''$

$c) \ldots$ log. wst $(29°.\ 31'.\ 22'') = 9{,}6926438$
$l.\ e = l\ (0{,}01691) = 8{,}2281436$

7,9207874..=log. OM w czę. pr.
log. $R'' = l$(łuku = promien:) = 5,3144251

$l.\ OM$ w sekundach $= 3{,}2352125 = \log.\ 1718'',7$
$OM = P''P' = 28'.\ 38'',7$
$Om = 28'.\ 38'',7 - \text{wst}(28'.\ 38'',7)$

Wartość na Om stąd wyciągniona nie wynosi połowy sekundy, i opuszczoną bydź może. Kąt więc SOP' znaleziony wyżéy $= 29°.\ 31'.\ 22''$ niepotrzebuje żadnéy poprawki, Zr. 2) $l.\,\mathrm{sty}\,\frac{1}{2}u = l.\,\mathrm{sty}\,(14^\circ.\ 45'.\ 41'') = 9{,}4207651$

$\frac{1}{2}\log.(1-e) = \frac{1}{2}l.\ 0{,}98309\ \ldots\ldots\ 4{,}9962966$

$\frac{1}{2}\mathrm{dopeł.}\{l.(1+e) = \frac{1}{2}l.\ 1{,}01691\}\ \ldots\ldots\ 4{,}9963608$

$\log.\,\mathrm{sty}\,\frac{1}{2}v\ \ldots\ldots\ldots\ = 9{,}4134225$
$= l.\,\mathrm{sty}(14^\circ.31'.28'')$.

Anomalia prawdziwa $= v = 29^\circ.\ \ 2'.\ 56''$.
Anomalia średnia $= z = 30^\circ.\ \ 0'.\ \ 0''$.

$z - v\ = 0^\circ.\ 57'.\ \ 4''$.

Różnica ta między z i v czyli między anomalią średnią i prawdziwą nazywa się *zrównaniem środka* (Equation du centre).

Przykład II. Mając dany mimośrod drogi Pallady $= 0{,}259$ i średnią anomalią $= 45^\circ$, znaleśdź anomalią środkową, i prawdziwą.

$a)\ldots l.\,\mathrm{sty.}(22^\circ.\ 30')\ \ldots\ldots\ 9{,}6172243$
$l.\ 0{,}741\ \ldots\ldots\ldots\ 9{,}8698182$
$\mathrm{dopeł.}\ l.\ 1{,}259\ \ldots\ldots\ldots\ 9{,}8999743$

$l.\,\mathrm{sty}\,\frac{1}{2}(O-P) = \ldots\ 9{,}3870168 = l.\,\mathrm{sty.}\ 13^\circ.\ 42'.\ 3'',3$

$b)\ldots\frac{1}{2}(O-P)\ \ldots = 13^\circ.\ 42'.\ 3'',3$
$\frac{1}{2}(O+P)\ \ldots = 22^\circ.\ 30'.\ \ 0''$

$O = 36^\circ.\ 12'.\ 3'',3 =$ przybl. wart. $P''SB$.

$c)\ldots l.\,\mathrm{wst}\,(36^\circ.\ 12'.\ 3'',3)\ \ldots\ldots\ 9{,}7713071$
$l.\ 0{,}259\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ 9{,}4132998$
$l.\ (R'' =$ prom. w sekund.$)\ \ldots = 5{,}3144251$

$l.\ OM$ w sekund.$)\ \ldots\ 4{,}4990320 = l.\ 31552{,}4$

$OM = 31552'',4 = P''P'$.

$\log.\,\mathrm{wst}\ 31552'',4\ \ldots\ldots\ 9{,}1829067\ \ldots$ w częśc. prom.
$l.\ R''\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ 5{,}3144251$

$l.\,\mathrm{wst.}\ P''P' = :\ \ldots\ 4{,}4973318 = l.\ 31429$.

Łuk $P''P' = \ldots\ 31552'',4$
wst $P''P' = Mm = 31429$.

$Om = \quad 123{,}4$.

d)... wst $P'SO = l.$ wst $45^\circ = \ldots 9{,}8494850$
$l.\ 0{,}259 \ldots\ldots\ldots\ 9{,}4132998$
$9{,}2627848$
$l.$wst.$OP'S = l.$wst.$(8^\circ.47'.56'',7) = 9{,}1845968$
$0{,}0781880 = l.OP'$ w czę. pr.
$5{,}3144251$
$5{,}3926131 = l.OP'$ w sekun.

$l.\ Om = l.\ 123{,}4 \ldots\ldots\ 2{,}0913152$
$l.\ OP' \ldots\ldots\ldots\ldots\ 5{,}3926131$
$6{,}6987021 = l.$ wst $OP'm.$
$OPm = 1'.43'',1$

$SOP' = 36^\circ.\ 12'.\ \ 3'',3$
$OPm = \qquad\ \ 1'.\ 43'',1$
$u = 36^\circ.\ 13'.\ 46'',4 = P''SB$ ... anom. mimośrod. popr.

Zr. 3)... $l.$ sty. $18^\circ.\ 6'.\ 53'',2 = 9{,}5147282$
$\frac{1}{2}$ log. $0{,}741 \ldots\ldots\ 4{,}9349091$
$\frac{1}{2}$ dopełn. $l.\ 1{,}259 \ldots\ 4{,}9499871$

$$l.\ \text{sty}\ \frac{v}{2} = 9{,}3996244 = l.\ \text{sty}\ (14^\circ.5'.19'')$$

$v =$ anom. prawd. $28^\circ.10'.38''$.

Mając anomalią środkową i prawdziwą możemy otrzymać promień wodzący ze zrównania

$$\varrho = 1 + e\ \text{dost.}\ u \ldots\ldots (3)$$

albo ze zrównania: $\varrho = \dfrac{1 - e^2}{1 - e\ \text{dost}\ v}$.

W naszym przykładzie mamy

$l.$ dost $u = l.$ dost $36^\circ.\ 13'.\ 46'',4 = 9{,}9066881$
$l.\ e = l.\ 0{,}259 \ldots\ldots\ldots\ldots\ 9{,}4132998$
$l.\ e$ dost $u = \ldots\ldots\ 9{,}3199879 = l.\ 0{,}20892.$

$$\varrho = 1 + 0{,}20892 = 1{,}20892$$

Zadanie odwrótne, to jest jak z anomalii prawdziwey wynaleśdź średnią, łatwe jest bardzo do rozwiązania. Ze zrównania (2) wynaleziona anomalia mimośrodkowa wkłada się w zrów. (1), i otrzymuje się anomalia średnia, ale rozwiązanie tego zadania, rzadkiego jest w Astronomii użycia.

LIII. *Zrównanie naywiększe środka kiedy przypada? Wyprowadzone wzory na wynalezienie anomalii prawdziwey i promienia wodzącego, w których anomalie liczyły się od punktu odsłonecznego, zamieniają się na inne w których za zero anomalii uważa się punkt przysłoneczny.*

Różnica naywiększa między anomalią prawdziwą i średnią zowie się *naywiększém zrównaniem środka* (la plus grande équation du centre), która jest wtenczas, kiedy ciało *P* (fig. 40) ma szybkość kątową średnią; wystawmy bowiem punkt *P'* idący w koło środka *S* biegiem jednostaynym, tak jednak, iż zacząwszy razem z ciałem *P* bieg od linii *AB*, razem z niém znowu do téyże samey przychodzi linii. Na początku biegu ciało *P* idąc od punktu *B* biegiem kątowym naymnieyszym, musi zostać się od punktu *P'*, dnia drugiego opisuje kąt nieco większy ale jeszcze mnieyszy od kąta opisanego przez *P'*, po upłynieniu więc pewnéy liczby dni odległość kątowa punktu *P* od linii *SB* będzie większa niż odległość punktu *P'*; różnica ta coraz rosnąć będzie aż póki szybkość kątowa *P* nie stanie się równą szybkości ciała *P'*, czyli szybkości średniey; w tym dniu już bieg względny kątowy ciała *P* i *P'* jest zero, przeszedłszy ten punkt ciało *P* zaczyna mieć szybkość kątową większą niż średnią, i zbliżać się będzie do *P'*, tak że razem przyydą do linii *AO*. Moment więc gdy ciało *P* idzie biegiem średnim jest właśnie chwilą kiedy zrównanie środka jest naywiększe. Ponieważ zrównanie środka jestto różnica między biegiem po kole i po ellipsie, zależy więc zupełnie od wielkości mimośrodu. Wyprowadzimy wkrótce wzory dające nam związek między mimośrodem i naywiększém zrównaniem środka.

W zrównaniach (1) (2) i (3) uważaliśmy anomalie rachowane od punktu odsłonecznego; jeżeli je chcemy rachować od punktu przysłonecznego, jak to teraz jest zwyczay, dla tego, aby początek anomalii był tenże sam, dla komet jak i dla planet, dosyć w zrównaniach (1), (2) i (3) położyć $180^\circ + nt$ za nt, $180 + u$ za u, $180 + v$ za v.... a zrównania te zamienią się na następujące

$$(1) \ldots nt = u - e \text{ wst } u, \qquad (3) \ldots \varrho = 1 - e \text{ dost } u$$

$$\text{dosty } \tfrac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \text{ dosty } \tfrac{1}{2} u$$

$$(2) \ldots \text{sty } \tfrac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \text{ sty } \tfrac{1}{2} u$$

albo $$\text{sty } \tfrac{1}{2} (\odot - l) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \text{ sty } \tfrac{1}{2} u$$

gdzie $\odot$ znaczy długość prawdziwą słońca, l długość punktu przysłonecznego.

Formuły (1) (2) i (3) rozwinione na szeregi dają nam sposób wynalezienia promienia wodzącego, i długości słońca prawdziwéy, jeżeli znamy anomalią średnią nt. Ale do tego potrzeba nam znać położenie punktu przysłonecznego lub odsłonecznego, i mimośród e. Zastanówmy się więc nad sposobami dokładnego oznaczenia tych ważnych elementów drogi ziemskiey.

LIV. *Odmiana w położeniu punktu przysłonecznego. Rok anomalistyczny. Sposób Lakailla oznaczenia dokładnie położenia punktów przysłonecznego i odsłonecznego. Przykład. Epoka kiedy oś ellipsy ziem ... była pionowa do linii punktów równonocnych i kiedy się ... nią zgadzała. Odmiana długości por roku z przyczyny odmiany w położeniu osi wielkiéy ellipsy co do linii punktów równo-nocnych.*

Ponieważ tarcza pozorna słońca naywiększa jest wtenczas, kiedy ziemia znayduje się w punkcie odsłonecznym, jeśli tedy za pomocą narzędzi mierząc tę tarczę znaydziemy czas kiedy tarcza pozorna słońca jest naymnieysza, długość słońca natenczas rachowana, jest właśnie długością punktu odsłonecznego. Nadto ponieważ bieg słońca w długości naymnieyszy jest w punkcie odsłonecznym, a naywiększy w punkcie przysłonecznym, to nam daje sposób dokładniey oznaczenia tych punktów, dla tego, że odmiany w długości słońca różnią się bardziey od siebie niż wielkości pozorne słońca.

Porównaymy z sobą długości punktu odsłonecznego obserwowane w różnych czasach.

Długość punktu odsłon. obserwowana przez Waltera w Nurembergu w 1496	$3^s. 3^\circ. 57'. 57''$
przez Lacailla w 1749	$3. 8. 39. 0$
Bieg punktu odsłon. w przec. 253 lat	$4^\circ. 41'. 3''$.

Stąd średni bieg w długości punktu odsłonecznego wypada $1'. 6''$. na rok jeden. Podług jednak obserwacyy Landa bieg ten wynosi tylko $1' 2''$. Odtrąciwszy bieg roczny punktów równonocnych $50'',1$ pozostaje na bieg wierzchołków ellipsy ziemskiey $11'',9$ od zachodu na wschód. Podług nowszych obserwacyy bieg ten jest tylko $11'',8$ na rok.

Słońce więc potrzebuje więcey czasu do powrotu do punktu przysłonecznego lub odsłonecznego, niżeli do przyyścia znowu do punktów równonocnych. Czas powrotu słońca do tegoż samego położenia co do osi większéy ellipsy, zowie się rokiem *anomalistycznym* (année anomalistique), ponieważ słońce wtenczas powraca razem do téyże samey anomalii. Nazwawszy trwałość tego roku przez R będziemy mieć

$$R = \left(\frac{360^\circ + 0'. 11'',8}{360^\circ - 50'',1}\right). 365^{\text{dni}}. 5^g. 49'. 51'',6$$
$$= 365^d. 6^g. 13'. 58'',8.$$

Dokładnieyszy sposób oznaczenia położenia osi wielkiey drogi ziemskiey jest następujący. Niech na (fig 41) punkta S i S' wyrażają mieysca słońca o 180° odległe. Czas na przebieżenie $SArS'$ będzie mnieyszy niż czas na przebieżenie $S'BRS$, ponieważ powierzchnia $SArS' < S'BRS$; każda bowiem linija prowadzona przez ognisko ellipsy, dzieli ellipsę na dwie połowy nierówne, wyjąwszy oś wielką ellipsy AB. Jeśli więc porównywamy obserwacye długości słońca w punktach B i A, kiedy różnica długości $=180^o+31''$, przeciąg czasu między obserwacyami powinien bydź równy $\frac{1}{2}R$, i jeżeli ta równość mieysca nie ma, jest to dowodem, że obserwacye słońca nie były robione doskonale w punktach A i B; idzie więc o to jak z obserwacyy blizkich punktów A i B wyciągnąć czas kiedy się słońce znaydowało w tych punktach, a stąd długość tychże punktów otrzymać.

$$\text{Czas od } S \text{ do } S' = \text{czasowi od } S \text{ do } A + \\ + \text{czas od } A \text{ do } B - \text{czas od } S' \text{ do } B$$

$$\text{Czas od } A \text{ do } B - \text{czas od } S \text{ do } S' = \\ = \text{czas od } S' \text{ do } B - \text{czas od } S \text{ do } A.$$

$$\tfrac{1}{2}R - \alpha = \text{czas od } S' \text{ do } B - \text{czas od } S \text{ do } A \ldots\ldots (a)$$

gdzie α znaczy czas między dwiema obserwacyami w punktach S i S'. Podług prawa Keplera

$$\text{Czas od } S \text{ do } A = \text{czas od } S' \text{ do } B \times \frac{\text{Pow. } SEA}{\text{Pow. } SEB}$$

$$= t.\frac{EA^2}{BE^2} = t.\frac{\text{szybkość kątową przy } B}{\text{szyb. kąt. przy } A}$$

gdzie $t=$ czas od S' do B.

Bierzemy tu wycinki SEA i SEB dla małości, za wycinki kołowe należące do promieni AE i BE. Podstawując znalezioną wartość na czas od S do A przez $f.(t)$ w zrównaniu (a) otrzymamy zrównanie w którém jedno t będzie nie znaném, gdyż chyżości kątowe przez obserwacye mogą bydź znane.

$$t = (\tfrac{1}{2}R - \alpha)\frac{v}{v - v'}$$

nazywając przez v i v' chyżości kątowe przy A i B.

Przykład. 1743 grud. 30 0 $0^g.3^m.7''$. dł. sł. $=278^o.29'.12'',5$.
1744 czerw. 30 0 $0^g.5'.0''$ . . . . . . 98. 51. 1,5.

180. 21. 49″.

W tym przeciągu czasu punkt B oddalił się od zero ♈ na $31''$. Chcąc więc znaleśdź czas kiedy różnica w położeniu słońca na ekliptyce co do osi większéy ellipsy była $=180^\circ$, należy zmnieyszyć 21'. 49". o 31", i szukać w jakim czasie słońce pozostałą resztę minut przebiega. Czas ten odciągniony od czasu obserwacyi 1744 roku, da moment szukany.

Bieg dzienny słońca 30 czerwca $=57',12''$.

$$\frac{24^g(21'.18'')}{57'.12''}=8^g.56'.13''.$$

Stąd wypada, że we dwóch obserwacyach 30 grudnia 1743 r. o $0^g.3'.7''$ i 29 czerwca 1744 r. o $15^g.6'.47''$, słońce znaydowało się na jedney linii prostéy, przechodzącey przez ognisko ellipsy, czyli różnica w długości słońca była naówczas $180^\circ.0'.31''$. Czas przedzielający ten fenomen jest $182^d.15^g.3'.40''=\alpha$.

$$\tfrac{1}{2}R=182^d.\ 15^g.\ 7'.\ 0''$$
$$\alpha=182.\ 15^g.\ 3'.\ 40''$$
$$\tfrac{1}{2}R-\alpha=3'.\ 20''$$

$$t=3'.20''\times\frac{61'.12''}{(61'.12'')-(57'.12'')}=(3'.20'')\left(\frac{61'.12''}{4'}\right)=51'.0''.$$

jest to czas od S' do B, który dodany do obserwacyi w punkcie S' 29 czerwca, da czas kiedy słońce było w punkcie B. Czas ten jest 29 czerwca o $15^g.57'47''$. Wynaleśdź potrzeba teraz długość słońca na ten moment.

Długość ⊙ czerwca	30 ...	$0^g.3'.0''$ ...	$98^\circ.51'.1'',5$
Czas przech. ⊙ przez punkt B ...	29 ...	$15.57.47''$	
różnica ...		$8^g.5'.13''$	

$$24^h : 57'.12''=8^g.5'.13'' : \frac{8\ .5'.13''(57'.12'')}{24^h}=19'.16''.$$

$$\text{Długość punktu } B=(98^\circ.51'.1'',5)-19'.16''=98^\circ.31'.45'',5.$$
$$=\text{Długości punktu odsłonecznego.}$$

Sposób tu wyłożony oznaczenia punktu odsłonecznego jest Lacailla. W tablicach Delambra długość punktu przysłonecznego

na rok 1750 jest	....	278°. 37'. 28"
1800	....	279. 29. 3
1810	....	279. 39. 22.

Stąd odmiana roczna w długości tego punktu wypada 61",9.

Mając znane położenie punktu przysłonecznego na pewną epokę, i odmianę jego roczną, łatwo jest znaleśdź położenie osi ellipsy na jakąkolwiek inną epokę. Gdybyśmy chcieli wiedzieć, kiedy oś ellipsy była pionową do linii punktów równonocnych, szukalibyśmy czasu, kiedy długość punktu przysłonecznego była$=270°$.

w 1750 r. Długość punktu przysłon.$=278°. 37'. 28''$

$$\frac{8°. 37'. 28''}{62''} = 500 \text{ lat}$$

Czas więc ten był w 1250 roku. Szukaymy czasu kiedy oś ellipsy schodziła się z liniją punktów równonocnych

$$\frac{98°. 37'. 28''}{62''} = 5720 \text{ lat.}$$

Na lat więc blizko 4,000 przed erą chrześcijańską linija punktów równonocnych była razem osią wielką drogi ziemskiey.

Odmienne coraz położenie osi wielkiey ellipsy z liniją punktów równonocnych jest przyczyną coraz odmienney długości por roku. Na (fig. 42) punkta *L* i *Z* oznaczają przesilenia letnie i zimowe, *W* i *I* porównania wiosenne i jesienne. W 1250 roku wierzchołek ellipsy *B* padał na *Z* i czas od porównania jesiennego do przesilenia zimowego był równy czasowi od przesilenia zimowego do porównania wiosennego; po roku 1250 punkt *B* zaczął się oddalać od *Z* i w 1800 kąt *BEZ* był$=9°. 29'. 3''$. Tym sposobem punkta drogi ziemskiey gdzie ziemia bliżey będąc słońca ma bieg chyższy, przeszły w porę roku zimową między *Z* i *W*, w porę zaś jesienną między *I* i *Z* wszedł z kolei łuk ellipsy, gdzie ziemia ma bieg powolnieyszy, a stąd dzisiay trwałość jesieni jest nieco większa niż trwałość zimy.

LV. *Wyrażenie mimośrodu ellipsy drogi ziemskiey przez funkcyą naywiększego zrównania środka. Odmiana wiekowa wielkości mimośrodu.*

Oznaczyliśmy mimośrod ellipsy ziemskiey obserwując wielkości pozorne słońca w punktach nayświększey i naymnieyszey jego od ziemi odległości, ale że odmiany te nie są znaczne, mimośród tym sposobem wyprowadzony może nie bydź dokładnym. Zrównanie środka daje nam dokładnieyszy sposób oznaczenia tego elementu.

Mówiliśmy że zrównanie środka naywiększe jest wtenczas kiedy bieg słońca w długości staje się średnim. Na (fig. 43) kąt $pES = p'ES'$ niech wyraża naywiększe zrównanie środka, które dla symetryczney figury ellipsy, teyże jest wielkości z obu stron linii AB. Ponieważ od punktu A słońce prawdziwe idzie biegiem chyższym jak słońce średnie, w czasie więc naywiększego zrównania środka odległość kątowa słońca prawdziwego p i p' od linii EA, większa będzie jak słońca średniego m i m'. Obserwnymy długość słońca $pE\Upsilon$ i $p'E\Upsilon$, ich różnica da nam kąt pEp'. Kąt $SES' = mCm'$, jest to bieg średni słońca w długości w czasie upłynionym między obserwacyami

$$SES' - pEp' = 2Z$$

gdzie Z wyraża naywiększe zrównanie środka. Wyprowadźmy teraz związek między zrównaniem naywiększem środka i mimośrodem e. Niech ϱ wyraża promień wodzący słońca, wycinek elliptyczny opisany w małym przeciągu czasu t przez promień ϱ, będzie $\varrho^2 \frac{E}{2}$, gdzie E znaczy mały kąt przez promień ϱ przebieżony

$$\frac{\varrho^2}{2} E : P = t : T, \qquad E = \frac{2Pt}{\varrho^2 T}$$

P wyraża powierzchnią całą ellipsy, T czas na jey przebieżenie łożony.

Kładąc $P = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$ otrzymujemy

$$E = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{\varrho^2 T} \cdot t.$$

Bieg kątowy słońca idącego chyżością średnią w przeciągu czasu t wyraża się przez $K = 2\pi . \frac{t}{T}$.

Ponieważ w czasie naywiększego zrównania środka, bieg kątowy prawdziwy $E = K =$ biegowi średniemu, stąd

$$2\pi . \frac{t}{T} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{\varrho^2 T} . t$$

$$\varrho = a(1-e^2)^{\frac{1}{4}}$$

Jest to wyrażenie promienia wodzącego słońca w czasie, kiedy zrównanie środka jest naywiększe. Ponieważ w to wyrażenie t niewchodzi, możemy więc w szukaniu elliptycznego wycinka $\frac{\varrho^2 E}{2}$ uważać t za nieskończenie małe, wartość na ϱ pozostaje taż sama; wartość więc ta nie jest tylko przybliżoną do prawdy, ale jest wartością zupełnie prawdziwą.

Zrównania ellipsy biegunowe przez funkcyą v i funkcyą u są:

$$\varrho = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \operatorname{dost} v} \qquad \varrho = (1 - e \operatorname{dost} u) a$$

$$1 + e \operatorname{dost} v = \frac{a(1-e^2)}{\varrho} = (1-e^2)^{\frac{3}{4}}$$

$$1 - e \operatorname{dost} u = \frac{\varrho}{a} = (1-e^2)^{\frac{1}{4}}$$

$$\operatorname{dost} v = -\frac{\{1-(1-e^2)^{\frac{3}{4}}\}}{e}$$

$$\operatorname{dost} u = \frac{1-(1-e^2)^{\frac{1}{4}}}{e}.$$

Rozwijając te wyrażenia na szeregi, widzimy naprzód że mimośród e znaydować się będzie w licznikach wszystkich wyrazów, stąd dostν, i dost$u$, są ilości bardzo małe, powtóre dostν jest odjemna, a dost$u$ dodatna. Uczyńmy więc

$$\nu = 90^0 + \nu' \qquad u = 90^0 - u'$$

$$-\text{dost}\nu = \text{wst}\nu' = \frac{1-(1-e^2)^{\frac{3}{4}}}{e}$$

$$\text{dost}u = \text{wst}u' = \frac{1-(1-e^2)^{\frac{1}{4}}}{e}$$

Rozwińmy te wyrażenia opuszczając potęgi ilości e wyższe nad trzecią, otrzymamy:

$$\text{wst}\nu' = \frac{3}{4}e + \frac{3}{32}e^3. \qquad \text{wst}u' = \frac{1}{4}e + \frac{3}{32}e^3$$

$$\nu' = R\left(\text{wst.}\nu' + \frac{1}{6}\text{wst}^3\nu' + \text{etc}\right)$$

$$u' = R\left(\text{wst.}u' + \frac{1}{6}\text{wst}^3u' + \text{etc}\right)$$

$$\nu' = R\left\{\frac{3}{4}e + \frac{3}{32}e^3 + \frac{1}{6}\cdot\frac{27}{64}e^3\right\} = R\left\{\frac{3}{4}e + \frac{21}{128}e^3\right\}$$

$$u' = R\left\{\frac{1}{4}e + \frac{3}{32}e^3 + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{64}e^3\right\} = R\left\{\frac{1}{4}e + \frac{37}{384}e^3\right\}$$

R znaczy liczbę sekund zawartą w promieniu koła. Zrównanie naywiększe środka wyraża się przez

$$Z = \nu - nt = \nu - u + e\,\text{wst}\,u = \nu' + u' + e\,\text{dost}\,u'.$$

Gdzie dost u' wyrażona jest w częściach promienia wziętego za jedność, chcąc ją mieć w sekundach łuku tak jak są ν' i u', należy ją przemnożyć przez R.

$$Z = \nu' + u' + Re.\,\text{dost.}\,u'.$$

$$= \nu' + u' + Re - 2Re\,\text{wst}^2\tfrac{1}{2}u'$$

$\text{wst}\tfrac{1}{2}u' = \tfrac{1}{2}\,\text{wst}\,u' = \tfrac{1}{2}\left\{\frac{1}{4}e + \frac{3}{32}e^3\right\}$ gdzie łuk u jest bardzo mały.

$$Z = R\left\{e + \frac{100}{384}e^3\right\} + R\left\{e - 2e\cdot\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}e + \frac{3}{32}e^3\right)^2\right\}$$

$$= R\left\{2e + \frac{88}{384}e^3\right\}$$

Wyciągając z tego zrównania e będzie

$$\frac{Z}{R} = Z' = 2e + \frac{88}{384}e^3$$

$$e = \tfrac{1}{2}Z' - \tfrac{1}{2}\cdot\frac{88}{384}e^3$$

Kładąc w drugiéy stronie zrównania za e^3 wartość jego przybliżoną $(\frac{1}{2}Z')^3$ otrzymujemy:

$$e = \tfrac{1}{2}Z' - \frac{11}{768}\cdot Z'^3 \ldots\ldots (\beta)$$

Takie jest wyrażenie dające nam mimośród przez funkcyą naywiększego zrównania środka.

Anomalią średnią odpowiadającą naywiększemu zrównaniu środka otrzymamy uważając, że $Z = v - nt$, stąd

$$nt = v - Z = 90^\circ + v' - Z$$

$$= 90^\circ + R\left\{\frac{3}{4}e + \frac{21}{128}e^3\right\} - R\left\{2e + \frac{88}{384}e^3\right\}$$

$$= 90^\circ - R\left\{\frac{5e}{4} + \frac{25}{384}e^3\right\}.$$

Wyrażenie na e przez $f(Z')$ da wartość mimośrodu, jeżeli zrównanie naywiększe środka dobrze jest znane. Jeżeli obserwacya słońca nie była zupełnie wzięta w czasie naywiększego zrównania środka, wtenczas mając znany bieg słońca w długości, można wyrachować tę poprawkę na czas naywiększego zrównania, czas zaś tego fenomenu da nam zrównanie

$$nt = 90^\circ - R\left\{\frac{5e}{4} + \frac{25}{384}e^3\right\}$$

gdzie wprawdzie wchodzi e, ale do rozwiązania tego zrównania możemy użyć wartości na e przybliżoney tylko, naprzykład téy jaką nam daje porównanie naymnieyszéy i naywiększéy pozornéy tarczy słońca. Jeżeli chcemy mieć zrównanie środka na każdy moment, łatwo go otrzymujemy z szeregu (A) albowiem

$$Z = v - nt = \left\{2e - \frac{1}{4}e^3 + \cdots\right\} \text{wst}\, nt + \text{etc.}$$

Porównaymy teraz z sobą wielkości naywiększego zrównania środka i mimośrodu ellipsy ziemskiéy, oznaczonych ze zrównania (β) w czasach od siebie odległych.

W 1750	$Z = 1^\circ.55'.36'',5$	$e = 0,016814$
1800	$1.\ 55'.26'',8$	$e = 0,016791$
	$9'',7$	$0,000023.$

Stąd zmnieyszenie się zrównania środka wypada $19'',4$ na lat sto, zmnieyszenie się odpowiednie mimośrodu $= 0,00046$ biorąc połowę osi większéy $= 1$. Delambre w swych tablicach czyni na rok 1810

$$Z = 1^\circ.55'.26'', \text{ odmianę zaś wiekową } = 17'',2$$

Wziąwszy wiekowe zmnieyszanie się mimośrodu $= 0,00042$ otrzymujemy na tę ilość 1416 mil francuz. (lieues), na odległość średnią ziemi od słońca $= 34000000$ mil fran.; stąd zmnieyszanie się roczne mimośrodu wypada mil fran. 14.

Gdyby to zmnieyszanie się mimośrodu szło ciągle, ellipsa ziemska zamieniłaby się nakoniec na koło. Ale rachunek pokazuje, że to zmnieyszanie się jest peryodyczne i że doszedłszy do pewnego stopnia małości, mimośrod powiększać się zacznie; peryod jednak téy odmiany nie jest znajomy.

LVI. *Tablice słońca daiące długość średnią słońca, długość punktu przysłonecznego i zrównanie środka na czas dany. Przykład rachunku mieysca słońca z takowych tablic. Mieysce słońca tak otrzymane nie zgadza się zupełnie z dobremi obserwacyami, ziemia więc nie idzie doskonale po ellipsie podług praw Keplera.*

Maiąc znane położenie osi ellipsy ziemskiéy i jéy mimiśrod, możemy znaleśdź mieysce słońca na czas dany i ułożyć tablice słońca. Chcąc bowiem znaleśdź mieysce słońca na czas dany, rachowalibyśmy naprzód jego anomalią średnią na ten czas, co łatwo wykonamy, jeżeli znamy czas przéyścia słońca przez punkt przysłoneczny; mnożąc bowiem czas upłyniony między tém przéyściem a czasem danym przez n, tojest przez bieg średni słońca, otrzymujemy nt czyli anomalią średnią. Szeregi potém A i B (§ 51) dałyby nam anomalią prawdziwą i promień wodzący. Stąd maiąc długość punktu przysłonecznego otrzymamy długość prawdziwą słońca. Ale Astronomowie chcąc oszczędzić pracy rozwiązywania szeregów, ułożyli tablice z których sposobem bardzo łatwym mieysce słońca na czas dany znalezione bydź może.

Kładniemy tu niektóre wyjątki z tablic Delambra.

Z TABLICY III.

Lata.	*Długość średnia ☉ 1° stycznia o północy w Paryżu.*				*Długość punktu przysłonecznego 1° stycz. o północy.*			
1813.	9^s.	$10°$.	$14'$.	$42'',4$.	9^s.	$9°$.	$42'$.	$28''$.
1814.	9.	10.	0.	22,8.	9.	9.	43.	30.
1815.	9.	9.	46.	3,1.	9	9.	44.	32.
1816.	9.	9.	31.	43,5.	9.	9.	45.	34.

Z TABLICY IV.
Bieg na dni miesiąca sierpnia.

Lata. Zwyczayne	*Lata.* Przybyszowe	Długość średnia ☉.	Długość punktu przysłonecznego.
Dni.			
7	6.	$7^s. 4^\circ. 52'. 16'',0.$	. . . . 37″,0
8.	7.	7. 5. 51. 24,3.	. . . . 37″,2
9.	8.	7. 6. 50. 32,6.	. . . . 37″,3

Z TABLICY X.
Bieg słońca na godziny, minuty i sekundy.

$21^g.$	. . . 51′. 44″,8	52′.	. . . . 2′. 8″,1.	24″.	. . . 1″,0.
22.	54. 12,6	53.	2. 10,6.	25.	1″,0.
23.	56. 40,5	54.	2. 13,1.	26.	1″,1.

Z TABLICY XII.
Zrównanie środka na rok 1810.

Anomalie średnie.	*Zrówn. środka* (*)	*Różnice.*	*Odmiana wiekowa.*
$7^s. 7^\circ. 30'.$	$11^s. 28^\circ. 50'. 7'',9.$	15,8.	—10″,11.
7. 7. 40.	11. 28. 49. 52,1	15,9.	10,15.
7. 7. 50.	11. 28. 49. 36,2		10,19.

Daymy że chcemy mieć położenie słońca na dzień 8 sierpnia 1816 roku na $22^g. 54'. 26''$ czasu śred. cywil. w Paryżu. Tablica III daje nam długość słońca i punktu przysłonecznego na początek każdego roku.

(*) Tu dodać należy, że każde zrównanie środka w tablicach Delambra, z których tu wyciąg robimy, zmnieyszone jest o 45″, żeby przez to odmianę z przyczyny działania planet uczynić zawsze ilością dodatną.

Tab. III... Długość ⊙ 1° stycznia 1816. .		$9^s.\ 9^\circ.\ 31'.\ 43'',5$
Tab. IV. sierpnia 8		$7.\ 6.\ 50.\ 32,6$
Tab. X.	22^g.	$54.\ 12,6$
	$54'$.	$2.\ 13,1$
	26.	$1,1$
	Długość śred. ⊙ na czas dany. .	$4^s.\ 17^\circ.\ 18'.\ 42'',9$
Tab. III... Długość punktu przysł. 1816. .		$9^s.\ 9^\circ.\ 45'.\ 34'',0$
Tab. IV. sierpnia 8.		$37,3$
Długość punktu przysł. na czas dany.		$9^s.\ 9^\circ.\ 46'.\ 11'',3$

Odciągając tę długość od długości słońca otrzymuje się Anomalia średnia ⊙. . . . . . $7^s.\ 7^\circ.\ 32'.\ 31'',6 = 7^s.\ 7^\circ.\ 32,5$. Mając znaną anomalią średnią słońca wyciągniemy z tablicy XII zrównanie środka.

$7^s.\ 7^\circ.\ 30'$	$11^s.\ 28^\circ.\ 50'.\ 7'',9.$
$2,5$.	$-3.9.$
Odmiana wiekowa	$+0'',6.$
Zrównanie środka na czas dany . . .	$= 11^s.\ 28^\circ.\ 50'.\ 4'',6.$
Długość średnia słonca	$= 4.\ 17.\ 18.\ 42,9.$
Długość słońca prawdziwa	$= 4^s.\ 16^\circ.\ 8'.\ 47'',5.$

Długość słońca tak otrzymana, jest to długość rachowana od porównania wiosennego średniego, to jest niepoprawionego co do kołysania się osi ziemskiey; jeżeli wypadek poprawiony, z tego względu i powiększony o 45″ odjęte od zrównania środka, porównamy z długością słońca wyciągnioną z obserwacyi na tęż samę godzinę, minutę i sekundę, znaydziemy różnicę kilkudziesięciu sekund.

Ziemia tedy nie idzie po ellipsie doskonale podług praw Keplera; rachując bowiem mieysce słońca podług tych praw, otrzymujemy je nieco błędne. Zastanówmy się nad przyczyną i sposobami poprawy takowego błędu.

LVII. *Przyczyna wyżéy znalezionéy różnicy między położeniem słońca obserwowanem, a wyciągnionem z tablic. Siła ciężkości uważana jako przyczyna biegu ziemi około słońca, poprzedzania punktów równonocnych, kołysania się osi ziemskiéy, i innych odmian w biegu ziemi dostrzeganych.*

Newton wziąwszy pod uwagę prawa biegów ciał niebieskich wkoło słońca przez Keplera odkryte, zadał sobie to pytanie: jakie bydź musi prawo działania siły słońca, mocą któréy ciała rzucone w przestrzeń bieg swóy w koło niego podług praw Keplera odbywać powinny? Rachunek zastosowany do praw mechaniki pokazał mu, że siła ta, którą, siłą ciążenia nazwał, działać musi w stosunku odwrotnym kwadratów odległości. I na odwrót szukając biegu planet poddanych sile ciążenia, znalazł, że ten bieg nie inny bydź musi jak tylko podług praw Keplera. Ziemia rzucona w przestrzeń siłą nieprzechodzącą przez jéy środek ma bieg podwóyny, jeden bieg dzienny w koło swojey osi, drugi bieg roczny wkoło słońca. Wystawmy sobie na (fig. 39) słońce *S* i ziemię mającą w punkcie *B* kierunek rzutu pionowy do *AB*. Ziemia będąc uległa sile rzutu i sile ciężkości wywieranéy przez słońce, opisywać będzie ellipsę w któréy ognisku znayduje się słońce. Wyobraźmy na przedłużeniu linii *AB* w punkcie *np.* *S'* drugie ciało téyże massy co słońce i w téyże od ziemi będące odległości. Siły wtenczas ciał *S* i *S'* zniszczą się, i ziemia nie będzie opisywała ellipsy, ale póydzie w kierunku prostym pionowym do linii *AB*. Lecz jeżeli ciało *S'* będzie massy daleko mnieyszéy niż słońce, albo odległość jego od ziemi będzie znacznie większa niż odległość słońca, naówczas ziemia nie będzie opisywać ellipsy doskonałéy, ale opisze liniją krzywą obróconą wklęsłością do słońca, będącą lub nie, na jednéy płaszczyznie, podług tego, jak kierunek rzutu i linija *SS'* leżą na jednéy lub na różnych płaszczyznach, i tym bardziey zbliżającą się do doskonałéy ellipsy, im ciało *S'* jest mnieysze, a jego odległość większa. Gdyby tedy w przestrzeni świata nie było więcéy ciał jak słońce i jeden planeta, planeta ten krążyłby wkoło słońca doskonale po jednéyże płaszczyznie opisując ellipsę, parabolę lub hyperbolę, co zależy od szybkości i odległości planety od słońca na początku ruchu. W układzie słonecznym oprócz ziemi znaydują się jeszcze inne planety, które podobnie jak ziemia bieg swóy wkoło słońca odbywają. Działanie tych ciał na ziemię musi robić odmiany w jéy biegu, które się nazywają *przeszkodami* (perturbations). Gdyby te ciała były bardzo bliskie ziemi, albo gdyby ich massa była znaczna, odmiany w biegu ziemi byłyby tak wielkie, iż prawa Keplera nie mogłyby wcale służyć do oznaczenia jéy mieysca. Ale ponieważ massa słońca jest daleko większa, aniżeli massa wszystkich planet, ponieważ znakomitsze planety są w wielkiéy od ziemi odległości, a massa xiężyca, który będąc planetą nayblizszym ziemi, ma na jéy bieg wpływ z tego względu naywiększy, jest bardzo mała; dla tego uważać możemy ziemię jako opisującą doskonałą ellipsę, i w têm przypuszczeniu używać tablic z praw Keplera wywiedzionych na znalezienie mieysca ziemi, które to mieysce poprawić potêm należy ilością, z działania planet na ziemię wypadającą. Tu zachodzi sławne zagadnienie (problema trium corporum): jak mając dwa ciała w koło słońca krążące, wynaleśdź odmiany biegu, wypadające z wzajemnego na siebie tych planet działania. Uwaga trzech ciał tylko jest dostateczna, wyprowadziwszy bowiem formułę dającą odmianę w położeniu ziemi wynikłą z działania planety, dosyć jest w téy formule podstawić zamiast massy i odległości tego planety, massę i odległość xiężyca, Jowisza etc. Otrzymawszy tym sposobem odmiany wynikłe z działania każdego planety, dodaymy je do siebie ze znakami przyzwoitemi, a otrzymamy całkowitą poprawkę jaką uczynić mamy w mieyscu ziemi z praw Keplera oznaczonêm.

Planety, których działanie na ziemię jest znaczne, i w tablicach słońca wyrachowane, są: Xiężyc, Wenus, Mars, Jowisz i Saturn; wpływ innych planet jak Merkuryusza, Cerery, Pallady, Junony, Westy i Urana jest tak nieznaczny, iż prawie bez błędu opuścić się może; pierwsze bowiem pięć planet są bardzo małe, ostatni bardzo od ziemi odległy.

Dodaymy w naszym przykładzie odmiany w długości słońca wynikłe z działania planet.

Długość ☉ (podług § 56) . . .	$4^s. 16^\circ. 8'. 47'',5$
Odmiana sprawiona przez ☽	$+ 6'',2$
♀	$17,5$
♂	$11,3$
♃	$7,2$
♄	$1,3$
Długość słońca $=$	$4^s. 16^\circ. 9'. 31'',0$ od o ♈ średn.
Poprawa punktu o ♈	$+ 7'',0$
Dług. prawdziwa słońca rachowana od porów. wios. praw. $=$	$4^s. 16^\circ. 9'. 38''$.

Tu opuściliśmy ilość odmienną aberracyi, wynoszącą blizko $+ 0'',3$, ilość zaś $+ 7''$, którąsmy dodali, jest skutkiem nutacyi, która nie będąc proporcyonalną czasowi w tablicach biegu słońca zajętą bydź nie może, ale osobno na każdy moment rachowaną bydź musi.

Podobnym sposobem szukając promienia wodzącego słońca otrzymujemy naprzód ten promień niepoprawny, potém dodajemy ilość odmiany jakiéy doświadcza z działania planet, a tak otrzymujemy odległość słońca od ziemi prawdziwą. Porównywając tym sposobem wynalezione mieysce słońca z mieyscem jego wyciągnioném z dobréy obserwacyi, znaydujemy prawie doskonałą zgodę. A tak małe nierówności w biegu ziemi, które z początku zdają się niezgadzać z siłą ciężkości, po dokładnieyszém obrachowaniu jey skutków w układzie słonecznym, stają się tey siły i jéy praw nayoczywistszym i niezaprzeczonym dowodem. Wyrachowanie dokładne odmian, jakich planeta jeden z przyczyny innych planet doświadcza, jest trudném w Astronomii zadaniem, i przez przybliżenie tylko rozwiązać się dającém.

Wszystkie biegi i nierówności jakie w biegu ciał niebieskich zachodzą, zależą od siły ciężkości. I tak, działanie słońca i xiężyca na wypukłość pod równikiem ziemi maiącey bieg wirowy, jest przyczyną poprzedzania punktów równonocnych, których bieg oznaczyliśmy na 51″,1. Ale wypadek ten należy uważać jako wypadek średni, który powinien bydź poprawiony podług szczególnego słońca i xiężyca położenia. Uważaiąc bowiem jedno słońce, to znayduje się raz na równiku, kiedy skutek jego działania w cofaniu się punktów równonocnych jest żaden; drugi raz w naywiększey od równika odległości, kiedy wpływ jego na to cofanie się jest naywiększy; stąd cofanie się to w ciągu roku nie jest proporcyonalne liczbie dni upłynionych, i tak od marca 1° do maja 1° ilość cofania się jest tylko 6″,5 kiedy od maja 1° do lipca 1° ilość ta wynosi 10″ (*). Stąd to właśnie wypada mała poprawa poprzedzania punktu równonocnego, którąśmy w § 48 wyłożyli, zowiąca się *zrównaniem półroczném słońcowém* albo *nutacyą słońcową* (nutation solaire), którey peryodem jest połowa roku zwrotnikowego. Działanie xiężyca na ziemię ma także nierówny wpływ na odmianę w położeniu osi ziemskiey o któreyśmy mówili, a którey peryod jest lat 18. Działanie nareszcie planet na siebie i na słońce, odmienia położenie płaszczyzny ekliptyki w przestrzeni, odmieniaiąc i kąt pochyłości tey płaszczyzny do równika i razem mieysce punktów równonocnych. Ta ostatnia odmiana chociaż bardzo mała, nie będąc jednak proporcyonalną czasowi, robi poprzedzanie punktów równonocnych różne w różnych wiekach, i ta jest właśnie przyczyna dla którey lata zwrotnikowe średnie są teraz krótsze jak za czasów Hypparcha (patrz § 44). Odmiany te tak są małe, iżby ich niepodobna było dostrzedz przez obserwacyą, zwłaszcza że obserwacye dawne były bardzo niedokładne. Wyciągnione one są z praw powszechnego ciążenia, dla tego namieniliśmy tu tylko o tym fenomenie, odsyłaiąc ciekawych czytelników do Mechaniki niebieskiey Laplasa po

---

(*) Vince's Astronomy (T. II. k. 312).

dokładny wywód tego i innych z prawa cięžkości wypadających fenomenów, które tutay z samych tylko obserwacyy staramy się wyciągnąć.

ROZDZIAŁ X.

Rozmaite sposoby uważania czasu, oraz zrównania dające związek między czasami róžnego rodzaju.

LVIII. *Z obserwacyi przeyścia przez południk gwiazdy znanéy, otrzymuje się zrównanie między czasem zegaru a czasem gwiazdowym. Przykład.*

Poznawszy prawa biegu pozornego słońca, zaymiymy się rozbiorem rozmaitych sposobów rachowania czasu, jednéy z naywažnieyszych w Astronomii nauki, któréy dotąd nie znając ściśle, biegu słońca wyłożyć dokładnie nie mogliśmy.

Powrót gwiazdy do tegož samego południka mieysca, oznacza dzień téy gwiazdy, który nie jest jednak tém, co Astronomowie nazywają dniem gwiazdowym, albowiem nierówność poprzedzania punktów równonocnych, odmieniając nie równie w przestrzeni świata oś ziemi i płaszczyzny od jéy położenia zależące, czyni powrót gwiazdy do południka nie jednostaynym; aberracya światła niejednostayność tę powiększa. To, co Astronomowie nazywają dniem gwiazdowym, jest to powrót gwiazdy poprawiony co do skutków aberracyi do południka średniego, to jest poprawionego co do kołysania się osi ziemskiey. Albo ježeli tę odmianę chcemy uważać w gwiazdach, poprawmy ich położenie co do aberracyi światła i nutacyi, a przeciąg czasu między dwoma tak poprawionemi przeyściami gwiazdy przez południk jest właśnie dniem gwiazdowym. Ježeli mamy obserwacyą przeyścia przez południk gwiazdy jakiéy, możemy łatwo wynaleśdz na ten moment rožnicę między czasem zegarowym, a czasem gwiazdowym, który się liczy od przeyścia przez południk punktu równonocnego wiosennego średniego, to jest poprawionego co do nutacyi. Wyrachuymy na ten moment wznoszenie się proste średnie gwiazdy i zamieńmy je na czas; czas ten porównany z czasem obserwacyi poprawionym co do aberracyi i nutacyi, da nam różnicę czyli zrównanie między czasem zegaru a czasem gwiazdowym. I tak w r. 1822 24 maja obserwowano w Wilnie gwiazdę ι♍ i czas jéy przechodu przez południk obserwowany na zegarze Hardego urządzonym do czasu gwiazdowego, wypadł 12^g.49'.50",3, jakiż jest czas gwiazdowy na ten moment; czyli o wiele się różni czas zegaru od czasu gwiazdowego? Nazywając przez *A* średnie wznoszenie się proste téy gwiazdy, rachowane z katalogu Piacego na moment obserwacyi, mamy:

A	$=193°.20'.\ 3'',44$
Aberracya	$+\ 12,47$
Nutacya	$+\ 11,79$
Wznoszenie się proste pozor.(*)	$=193°.20'.27'',7=12^g.53'.21'',85$
Czas przeyścia obserwowany	$=12.\ 49.\ 50'',30$
Zrównanie czasu	$=-\ \ 3'.31'',55$

Stąd widzimy, że zegar w czasie obserwacyi pokazuje czas o 3'. 31",55 mnieyszy, niżby pokazywać powinien gdyby się doskonale z czasem gwiazdowym zgadzał. O sposobie znalezienia zrównania czasu z wysokości bezwzględnéy gwiazdy mówiliśmy w § 22.

LIX. *Czas prawdziwy słoneczny. Czas ten nie jest jednostayny. Czas średni słoneczny, zrównanie między czasem średnim i prawdziwym. Jak z obserwacyi słońca lub gwiazdy znaleźć różnicę między czasem zegaru a czasem prawdziwym lub średnim, i z tych ostatnich otrzymać czas gwiazdowy, i wzajemnie.*

Przeciąg czasu między dwóma następnemi przeyściami

(*) To jest rachowane od punktu równonocnego prawdziwego i odmienione przez aberracyą; wznoszeniem się prostem srzedniém zowie słońca przez południk, stanowi *dzień słoneczny prawdziwy*. Dla biegu słońca od zachodu na wschód dzień ten dłuższy jest zawsze od dnia gwiazdowego; dzień ten byłby krótszym, gdyby własny bieg słońca był od wschodu na zachód. Ponieważ bieg pozorny słońca, jakeśmy widzieli, nie jest jednostayny, różnica między dniem gwiazdowym a słonecznym prawdziwym różna jest w różnych porach roku; stąd wypada, że dzień prawdziwy słoneczny nie jest teyże samey zawsze długości. Różnice między temi dniami tak są małe, iż je w użyciu cywilném można opuścić i rachować czas oznaczony przeyściem słońca przez południk; tym bardziey, że wszystkie czynności towarzystwa podług tego przeyścia naylepiey urządzić się dają. Ale w Astronomii czas ten jako niejednostayny, nie jest użyty za miarę porównania, nadto żadne zegary, których bieg na jednostayności ruchu zależy wskazywać tego czasu nie mogą. Wypadało tedy szukać takiego sposobu rachowania czasu słonecznego, żeby *naprzód* czas ten mało się różnił od czasu cywilnego, *powtóre* żeby go łatwo z obserwacyi słońca można było wyciągniąć. Żebyśmy bardziey uczuli na czém teorya tego sposobu zależy, zastanówmy się lepiey nad wszystkiemi przyczynami, które dzień słoneczny prawdziwy nierównym czynią.

Daymy, że słońce i gwiazda razem przechodzą przez południk mieysca *PB* (fig. 44); w przeyściu następném słońca przez tenże południk, koło zboczeń *PDB* przechodzące przez gwiazdę, na którém się wczora znaydowało słońce w punkcie *D*, czynić będzie z południkiem mieysca kąt *APB*. Łuk *CD* jest to bieg właściwy słońca na ekliptyce w przeciągu dnia prawdziwego. Południk więc mieysca obiegł 360° i nadto łuk równika *BA*, nim trafił na słońce w punkcie *C*. Widoczna więc, że dzień praw-

---

się wznoszenie się proste, rachowane od punktu równonocnego średniego, którego mieysce różni się od mieysca prawdziwego o ilość nutacyi. Mając więc wznoszenie się proste prawdziwe łatwo jest otrzymać średnie przez odjęcie ilości nutacyi wyciągnioney ze zrównań wyżey podanych, i wzajemnie dziwy słoneczny składa się z dnia gwiazdowego i łuku *AB* zamienionego na czas, licząc 15° na jedną godzinę; różnica ta *AB* między dniem gwiazdowym a słonecznym nie jest zawsze równa dla dwóch przyczyn: *naprzód*; że łuk *CD* w biegu dziennym opisany przez słońce w różnych porach roku, jest różny, *powtóre* koło zboczeń obéymujące łuki małe ekliptyki téyże saméy długości, odcinają na rowniku łuki nie równéy wielkości. I tak: przy punktach porównania łuki równika są mnieysze niżeli łuki ekliptyki między temiż samemi kołami zboczeń zajęte; przy punktach zaś przesileń, mnieysze są łuki ekliptyki od odpowiednich łuków równika (*), różnica więc w wielkości łuku *AB*, a stąd i w długości dnia słonecznego prawdziwego, rodzi się z nierównego biegu słońca po ekliptyce, i z pochyłości ekliptyki do równika.

W nauce biegu słońca wyobrazilismy sobie słońce średnie, które zacząwszy bieg swóy razem ze słońcem prawdziwém od punktu przyziemnego, posuwało się po kole ekliptyki ruchem jednostaynym. Łuki dzienne w długości

---

(*) Rachunek analityczny dokładnie nam pokazuje, że przybyty dzienne słońca we wznoszeniu się prostém nie są równe, chociażby słońce biegło ruchem jednostaynym po ekliptyce.

Na figurze 44 mamy

$$\text{dost } E = \text{dost } \omega = \frac{\text{sty } AE}{\text{sty } EC} = \frac{\text{sty } \alpha}{\text{sty } \lambda} \ldots\ldots \text{ tryg. k. zr. } (e)$$

$$\text{dost } \omega \text{ sty } \lambda = \text{sty } \alpha$$

$$\text{dost } \omega \frac{d\lambda}{\text{dost}^2 \lambda} = \frac{d\alpha}{\text{dost}^2 \alpha},$$

a że $\text{dost } \lambda = \text{dost } \alpha \text{ dost } BD = \text{dost } \alpha \text{ dost } \beta \ldots$ zr. (a) Tr. k.

Stąd $d\lambda \text{ dost } \omega = d\alpha \text{ dost}^2 \beta$

$$d\alpha = d\lambda \text{ dost } \omega.\ \text{siecz}^2\ \beta.$$

Widzimy więc, że odmiany α zależąc od odmian λ, zależą jeszcze od odmiany zboczenia β.

W czasie porównań $\beta = o$, $d\alpha = d\lambda \text{ dost } \omega$

wczasie przesileń $\beta = \omega$, $d\alpha = \dfrac{d\lambda}{\text{dost } \omega}$

$$\frac{d\alpha \text{ (w porów.)}}{d\alpha \text{ (w przesil.)}} = \text{dost}^2\omega : 1 = \text{dost}^2\,(23°.\ 28') : 1 = 0{,}8414 : 1.$$

tego słońca są równe, powróty jednak jego następne do południka mieysca dla pochyłości ekliptyki do kierunku biegu dziennego ziemi nie będą teyże samey zawsze długości.

Wyobraźmy sobie teraz trzecie słońce, idące ruchem jednostaynym po równiku, i opisujące koło równika, w tymże samym czasie w jakim słońce średnie na ekliptyce opisuje koło ekliptyki. Za początek biegu weźmy punkt porównania wiosennego średniego i przypuśćmy, że w tym punkcie słońce równikowe i słońce średnie na ekliptyce, w jednymże się znaydują momencie. Otoż właśnie to trzecie w taki sposób w myśli wystawione słońce, służy Astronomom do mierzenia czasu, który nazwano *czasem średnim słonecznym* (tems solaire moyen). Powróty tego słońca do porównania wiosennego średniego, mierzą rok zwrotnikowy średni, wynoszący $365^d. 5^g. 48'. 51''$.

Rozdzieliwszy $360°$. przez długość roku zwrotnikowego znaydziemy łuk równika opisany biegiem średnim słońca w przeciągu jednego dnia średniego.

$$\frac{360°.\ 1^d}{365^d.\ 5^g.\ 48'.\ 51''} = \frac{360°}{365,242264} = 59'.\ 8'',3.$$

Przeciąg więc czasu między dwoma następnemi przeyściami słońca średniego przez południk składać się będzie z 24 godzin gwiazdowych, i z czasu jakiego potrzebuje łuk równika $59'. 8'',3$ na przesunienie się przez południk. Przeciąg taki czasu nazwano *dniem słonecznym średnim* (jour solaire moyen).

$$\text{Dzień słoneczny średni} = 24 \text{ godz. gwiaz.} + \frac{59'.\ 8'',3}{15}$$
$$= 24^g.\ 3'.\ 56'',56. \text{ czas gwiazd.}$$

Oczywistą jest że czas ten średni jest zupełnie jednostayny i zegary do niego urządzane bydź mogą. Ale czasu tego żaden w naturze fenomen nie pokazuje, tak jak *np.* przechód słońca rzetelnego przez południk daje nam czas prawdziwy. Idzie więc o wynalezienie związku między czasem średnim a prawdziwym tak, żeby mając z obserwacyi słońca czas prawdziwy, można było wynaleśdź czas średni, i tym sposobem otrzymac różnicę między tym czasem a zegarem do czasu średniego urządzonym. Daymy że w czasie przechodu słońca przez południk w punkcie D (fig. 44), słońce równikowe znayduje się w punkcie B'. Różnica między rachubą czasu podług słońca prawdziwego i słońca średniego na równiku, będzie to łuk BB' zamieniony na czas to jest $\frac{BB'}{15}$. Łuk ten BB' jest właśnie to co się zowie *zrównaniem czasu* (l' equation du tems), mając tę wartość łatwo czas prawdziwy zamienić na średni. W naszym przykładzie czas średni równy jest $12^g + \frac{BB'}{15}$. Ale jakże otrzymany łuk BB'?

Wznoszenie się proste punktu B' łatwo się otrzymuje, mnożąc bieg dzienny słońca w długości $59'.8'',3$ przez liczbę dni upłynionych po porównaniu średniém wiosenném, gdyż wznoszenie się proste słońca równikowego, zawsze jest równe, podług przyjętych warunków, długości średniéy słońca; wznoszenie się to nazwiymy przez M. Lecz że wznoszenie się proste słońca prawdziwego rachuje się od punktu równonocnego prawdziwego, w wynalezieniu więc łuku BB' na to uwagę mieć powinnismy, i wznoszenie się średnie słońca rachować także od tegoż samego punktu równonocnego. Na (fig. 44) S znaczy punkt równonocny średni, E prawdziwy. Odmiana we wznoszeniu się prostém jest $ES' = ES \operatorname{dost} \omega = n \operatorname{dost} \omega$, nazywając przez n odmianę długości z przyczyny nutacyi

$$EB' = B'S' + ES' = M + n . \operatorname{dost} \omega.$$

Wynalezienie EB jest nieco trudnieysze. Rachować naprzód powinniśmy z tablic długość prawdziwą słońca podług sposobu wyżéy wyłożonego

$$ED = SD + n = M + E + P + n$$

gdzie E wyraża zrównanie środka, P odmianę długości średniéy z przyczyny działania planet.

Mając ED w troykącie EDB łatwo wyciągniemy EB, to jest wznoszenie się prawdziwe słońca, albo przez rozwiązanie tróykąta prostokątnego *EBD*, albo też szukając różnicy między długością daną i wznoszeniem się prostém odpowiadającém. Dla wygody Astronomów ułożona jest tablica dająca na każdą długość słońca odpowiedne wznoszenie się proste (*Wince's Astro.* T. II. k. 341) (*).

Nazwiymy tę rożnicę przez Δ;

$$EB = ED + \Delta = M + E + P + n + \Delta$$
$$EB - EB' = E + P + \Delta + n - n \operatorname{dost} \omega$$
$$= E + P + \Delta + 2n \operatorname{wst}^2 \tfrac{1}{2} \omega$$

Nazwiymy czas średni przez T' czas prawdziwy przez T; kąty godzinne jakie koła zboczeń przechodzące przez punkta B i B' robią z południkiem mieysca, wyrażą się przez $15\,T$ i $15\,T'$. Przypuszczamy teraz że koło zboczeń PB, na którém się znayduje słońce prawdziwe, nie jest południkiem mieysca, ale w ogólności robi z nim pewny kąt $15\,T$, rachowany od południka ku zachodowi. Odległość punktu E od południka mieysca czyli wznoszenie się proste zenit, wyrazić się może albo przez $EB + 15\,T$, albo przez $EB' + 15\,T'$. Stąd:

$$EB + 15\,T = EB' + 15\,T'$$

$$\frac{EB - EB'}{15} = T' - T$$

$$T' - T = \frac{E + P + \Delta + 2n \operatorname{wst}^2 \frac{1}{2} \omega}{15} \quad \ldots (\gamma)$$

(*) Ponieważ różnica ta zależy od pochyłości ekliptyki, dla tego tablica rachowana na pochyłość ekliptyki 23°. 28'. 15", zawiera jeszcze odmianę tey różnicy na jednę minutę odmiany pochyłości ekliptyki. Różnica ta rachuje się naylepiey podług szeregu:

$$A - L = \Delta = -\frac{\operatorname{sty}^2 \frac{1}{2} \omega \operatorname{wst} 2L}{\operatorname{wst} 1''} + \frac{\operatorname{sty}^4 \frac{1}{2} \omega \operatorname{wst} 4L}{\operatorname{wst} 2''} - \text{etc},$$

gdzie A znaczy wsnoszenie się proste, L długość słońca. (Astron. Delam. T. I. k. 217).

Jest to ilość o którą słońce prawdziwe przechodzi poźniéy przez południk jak słońce średnie; zrównanie to czasu $T' - T$ jest dodatne lub odjemne, co zależy od znaków i wielkości wyrazów E, P, Δ i n.

Podług zrównania (γ) można ułożyć tablicę, dającą na każdy czas ilość $T' - T$. W kalendarzach astronomicznych na każdy dzień wyrachowany jest czas średni, jaki bydź powinien w czasie przeyścia słońca prawdziwego przez południk mieysca. Co daje łatwy bardzo sposób urządzenia zegaru do czasu średniego: 1822 dnia 3 grud.

Obserwowany przechód ⊙ przez połud. . . $23^h. 51'. 58''$.
Czas średni na ten moment z Ef. Berl. . . $23. \ 49. \ 56$.
Zrów. czasu . . . . . . $+ \ 2'. \ 2''$.

Zegar więc w tym momencie różni się od czasu średniego o $2'. 2''$.

Daymy, żeśmy dnia 4 grud. obserwowali na tym zegarze fenomen jaki o $10^h. 53'. 0''$ cz. zeg. wieczorem. Wynaleśdź potrzeba odpowiający czas średni.

1822 dnia 4 grud. obser. przechód ⊙ przez połud. $23^h. 52'. 23''$.
Czas śred. z Efem. Berl. . . . . . . $23. \ 50. \ 20$.
Zrów. czasu . . . . $2'. \ 3''$.

$10^g. \ 53'. \ 0''$ cz. zeg. $\quad 24^g : 1'' = 11^g . 1' : x = 0'',5$ pośpiech
$- 2'. \ 2''$ zegaru między czasem obser-
$10. \ 50. \ 58$. cz. śr. niepopr. wacyi ⊙ i czasem fenomenu.
$- \ 0'',5$.
$10^g. \ 50. \ 57,5$. czas śred. fenomenu.

Jeżeli chcemy go mieć w czasie prawdziwym postąpimy tym sposobem. 3 grud. zrów. między czasem prawdziwym a zegarowym $= 8'. 2''$. Nadto na 24 godzin prawdziwych zegar daje $24^g. 0'. 25''$.

$10^g. 53'. \ 0''$ $\quad 24^g. 0'. 25'' : 25'' = 11^g. 1' : x = 11'',5$.
$+ \ 8'. \ 2$.
$11. \ 1'. \ 2''$. czas pr. niepopr.
$- \ 11,5$.
$11^g. \ 0'. 50'',5$. czas prawd. fenomenu.

W kalendarzach astronomicznych znayduje się jeszcze na każdy dzień w czasie przechodu słońca prawdziwego przez południk, odległość punktu wiosennego od słońca; a zatém i od południka mieysca, co daje wznoszenie się proste zenit, czyli czas gwiazdowy na moment południa prawdziwego. Jest jeszcze kolumna zawierająca na dzień każdy czas gwiazdowy w czasie południa średniego. Stąd łatwo jest czas prawdziwy lub średni zamienić na gwiazdowy i wzajemnie. Wznoszenie się proste gwiazdy jakiey poprawione co do aberracyi i nutacyi, i rozdzielone przez 15 jest czasem gwiazdowym przéyścia téy gwiazdy przez południk; chcąc mieć to przéyście w czasie średnim, należy naprzód odciągnąć wznoszenie się proste słońca w czasie południa średniego, czyli czas gwiazdowy na ten moment, dany na dzień każdy w kalendarzach astronomicznych, a różnica będzie oznaczać liczbę godzin oddzielających czas południa średniego od czasu przéyścia gwiazdy przez południk. Liczbę tę godzin gwiazdowych zamieńmy na godziny średnie podług zrównania

$$24^g \text{ gwiazdo.} = 24^g - 3'.\ 55'',91 \text{ średn.}$$

albo można użyć do tego rachunku wyrachowanéy i znaydującéy się w wielu xiążkach astronomicznych tablicy dającéy na każdą godzinę gwiazdową ilość, którą odciągając od liczby godzin gwiazdowych, otrzymuje się odpowiadająca liczba godzin średnich (*Puiss. Geod. 2 édit. T. II. Tab. IV. Accélération des fixes sur le moyen mouvement du* ☉). Tym sposobem otrzymany wypadek oznaczy liczbę godzin średnich, upłynioną od południa średniego, czyli czas średni przeyścia gwiazdy przez południk. Weźmy za przykład rachunek przeyścia *α Orła* przez południk sygnału zwanego *Eytentaycy* (*) na Żmudzi na dzień 28 lipca n. s. 1824.

(*) Długość jeogr. tego Sygnału jest $0^g.\ 35'.\ 1'',9$ na wschód od Berlina.

Wzn. pro. praw. α Orła . . $= 19^g. 42'. 15'',9.$
Czas gwiaz. w połud. praw. $= 8. 24'. 7'',9.$ (Astr. Jahrb.)

Liczba god. gw. upłyn. od poł. $= 11. 18'. 8'',0.$
Podług tab. Puissana . . . . . . — $1. 51'',09.$

Czas śred. przéyścia . . . . $= 11^g. 16'. 16'',91.$

Chcąc tu czas średni przeyścia gwiazdy przez południk zamienić na czas prawdziwy, dosyć jest dodać różnicę czasu średniego od prawdziwego na ten moment wyrachowaną, a będziemy mieć przeyście gwiazdy w czasie prawdziwym.

Jeżeli czas gwiazdowy między przeyściami dwóch gwiazd przez koło zboczeń wyrazimy przez t, $15t$ będzie różnicą wznoszeń prostych, gwiazd obserwowanych; lecz jeżeli t znaczy liczbę godzin czasu średniego, naówczas powinniśmy go mnożyć przez wartość godziny średniey, która jest dłuższa od godziny gwiazdowéy, wartość ta wyciąga się z tego zrównania

$$360^o. 59'. 8'',3 = 24 \text{ godzinom czasu średniego}$$
$$1^g. = 15^o. 2'. 27'',8. \quad 1'.\text{czasu} = 15'. 2'',46. \quad 1''.\text{czasu} = 15'',041.$$

Jeżeli zrównanie (γ) daje $T' - T = 0$, czas słoneczny prawdziwy równy jest wtenczas czasowi średniemu, fenomen ten zdarza się cztéry razy na rok: raz między przesileniem zimowém, i punktem przysłonecznym 25 grudnia; dwa razy między porównaniem wiosennêm i przesileniem letniém, to jest 16 kwietnia i 16 czerwca; nareszcie raz czwarty 1° września między punktem odsłonecznym i porównaniem jesiennêm. Naywiększa różnica między długością dnia średniego i prawdziwego wynosi 30'', co przypada około 22 grudnia.

ROZDZIAŁ XI.

Teorya biegów xiężyca.

LX. *Bieg własny xiężyca. Odmiany postaci tarczy xiężycowéy. Xiężyc jest ciałem przez się ciemnem, okrągłem i oswieconém od słońca.*

Poznawszy bieg ziemi, zastanówmy się teraz nad teoryą xiężyca, jako naybliższego i sile attrakcyi ziemskiéy poddanego planety. Porównywając położenie xiężyca z gwiazdą jaką stałą, łatwo jest przekonać się, że xiężyc ma bieg własny od zachodu na wschód opisując na niebie koło wielkie w przeciągu blisko jednego miesiąca. W obserwacyach xiężyca naypiérwiey uderza odmiana jego kształtu podług odmiennego jego względem słońca położenia. Xiężyc przechodząc przez południk o północy, pokazuje się nam w kształcie okrągłéy świetnéy tarczy, podobnie jak słońce, wyjąwszy, że jego światło jest daleko słabsze od światła słonecznego i to nazywamy *pełnią xiężyca* (la pleine lune). Potém tarcza ta coraz zdaje się ze strony zachodniey ubywać i w dni siedm po pełni, kiedy xiężyc o 6téy zrana przechodzi przéz południk, widzimy go w połowie tylko oświeconym, odmiana ta zowie się *kwadrą xiężyca* (quartier de la lune). Xiężyc wciąż przybliżając się do słońca coraz się staje mnieyszym i w dni piętnacie po pełni zupełnie jest niewidzialnym; nazywamy to *nowiem xiężyca* (la nouvelle lune); ale potém w dni kilka pokazuje się jak mały skrawek, oświecony ze strony zachodniey, a rogami obrócony ku wschodowi; szerokość tarczy jego coraz się powiększa i w dni 22 po pełni, widzimy drugą kwadrę xiężyca. Po czém tarcza świetna coraz rośnie i xiężyc znowu o północy przechodzi przez południk i znowu jest w pełni. Kwadra następująca zaraz po nowiu nazywa się *piérwszą kwadrą* (premier quartier), ta zaś co idzie po pełni, zowie się *kwadrą ostatnią* (dernier quartier).

W odmianach tych światła to jest szczególna, że xiężyc zawsze tęż samę połowę powierzchni swojéy do nas obraca, co widzieć można z położenia i kształtu plam na tarczy jego znaydujących się, a które zwłaszcza za pomocą teleskopów na tarczy nawet ciemnéy xiężyca obserwować można. Nie zawsze bowiem tarcza ciemna xiężyca zupełnie jest dla nas niewidzialna, owszem częstokroć w kilka dni po nowiu lub przed nowiem świeci małém światłem, które się *światłem popielatém* (lumière cendrée) nazywa. Naówczas widzieć można na tarczy ciemnéy też same plamy jakie w pełni okrywały xiężyc.

Stąd wnieść należy *naprzód*, że taż sama tarcza xiężyca może bydź i nie bydź oświeconą, a stąd że to światło nie jest własném xiężyca światłem, ale jest światłem pożyczaném od słońca, i dla tego odmiennem podług odmiennego xiężyca względem słońca i ziemi położenia. *Powtóre:* uważając, że tarcza xiężyca nie nagle się oświeca, ani też w momencie ginie, jakby to bydz musiało, gdyby ta tarcza była płaską, ale owszem światło xiężyca od nowiu do pełni stopniami rośnie i podobnież od pełni do nowiu ubywa, wnieść należy, że xiężyc jest bryłą okrągłą.

LXI. *Odmiany światła xiężyca zależą od jego położenia względem ziemi i słońca. Co się nazywa złączeniem i przeciwległością. Przyczyna światła popielanego* (lumière cendrée), *którem tarcza xiężyca po nowiu oświecona bywa.*

Wystawmy sobie na fig. 45 środki ziemi i xiężyca w punktach Z i X na płaszczyznie ekliptyki. Linija XS jest liniją łączącą środki słońca i xiężyca którą dla wielkiéy słońca od ziemi odległości, w porównaniu odległości xiężyca od ziemi, brać można za równoległą linii ZS', łączącéy środki słońca i ziemi, a którą *liniją łączną* (ligne des sisigies) nazywać będziemy. Wyobraźmy sobie dwie płaszczyzny przechodzące przez środek xiężyca, jednę pionową do linii ZX i oddzielającą nam połowę xiężyca, obróconą do ziemi od połowy z ziemi niewidzianéy; drugą pionową do XS oddzielającą stronę xiężyca ciemną od strony oświeconéy. Jeżeli te płaszczyzny wyobrażone tu przez linije *AB* i *CD* schodzą się z sobą, a xiężyc bliżey jest słońca jak ziemia, naówczas mamy nów xiężyca, gdyż cała strona obrócona ku ziemi jest ciemna; lecz kiedy xiężyc jest dalszy od ziemi, strona obrócona ku słońcu jest razem obróconą ku ziemi, czyli strona widoczna jest razem stroną oświeconą, i xiężyc jest w pełni. W położeniach pośrednich między nowiem a pełnią, część xiężyca oświecona, będzie mnieysza lub większa podług tego, jak strona widoczna mniey lub więcey zachodzi na stronę obróconą ku słońcu. Wszystkie więc odmiany światła xiężyca (phases) zależą od kąta *BXD* równego kątowi *XZS*, czyli od położenia xiężyca względek słońca i ziemi.

Uważaliśmy tu drogę xiężyca jako leżącą na płaszczyznie ekliptyki, gdy tym czasem droga ta jest o pięć przeszło stopni do ekliptyki pochylona; pochyłość jednak tak mała, bardzo nieznacznie wpływa na odmiany światła xiężyca. Co się tycze rozumowania, to zupełnie będzie toż samo, uważając xiężyc na jego drodze jak i na ekliptyce, z tą uwagą, że na fig. 45 linije *ZX* i *XS* nie są już na płaszczyznie ekliptyki, ale zawsze odmiany światła xiężyca, od kąta *BXD* zależeć nie przestają. Pochyłość ta ekliptyki do drogi słońca jest przyczyną, że nie w każdym nowiu mamy zaćmienie słońca, ani w każdey pełni zaćmienie xiężyca, coby się koniecznie zdarzało, gdyby droga słońca leżała na płaszczyznie ekliptyki; xiężyc bowiem przychodząc do nowiu i pełni, przyszedłby razem do linii łączney *ZS*, i w pierwszym przypadku zakryłby słońce dla mieszkańców ziemi, w drugim razie ponurzyłby się w cień ziemski, zawsze na linii łączney leżący. Kiedy xiężyc znayduje się na jedney płaszczyznie szerokości ze słońcem, długość jego albo jest taż sama co słońca, albo się od niey różni o 180°. W pierwszym przypadku mówimy, że xiężyc jest w nowiu albo w *złączeniu* (conjonction), w drugim razie jest w pełni albo w *przeciwległości* (opposition). W obu tych razach rzut na ekliptykę promienia wodzącego xiężyca, pada na linią łączną. Ziemia będąc także ciałem oświeconém od słońca, i odmieniając ciągle położenie swoje względem xiężyca i słońca. wystawia podobnež odmiany światła jakie na xiężycu widzimy. Kiedy po nowiu xiężyca ledwo mała część jego jest dla nas widzialna, ziemia naówczas, mając stronę oświeconą obróconą do xiężyca, posyła mu światło od słońca wzięte, i ta właśnie jest przyczyna, że chociaż xiężyc jest tylko co po nowiu, cała jednak jego tarcza widzialną jest dla ziemi.

Obserwacye tarczy xiężyca, raz większéy drugi raz mnieyszéy, pokazują, że xiężyc raz w biegu swoim zbliżając się, drugi raz oddalając od ziemi, nie opisuje koła ale ellipsę, któréy ogniskiem jest środek ziemi, co łatwo jest sprawdzić podobnym sposobem, jakiegośmy w teoryi słońca użyli, lubo tarczy jego przez cały ciąg obrotu obserwować nie można. Żeby przyyść do ułożenia tablic xiężyca potrzeba poznać jego elementa czyli pierwiastki biegu, potrzeba więc *naprzód* poznać położenie ellipsy xiężycowéy, to jest przecięcia się tey drogi z ekliptyką, i pochyłość jéy do ekliptyki; tudzież położenie punktu przyziemnego i odziemnego, to jest punktów naymnieyszéy i naywiększéy xiężyca od ziemi odległości; *powtóre* rozmiar tey ellipsy, to jest oś większą i mimośrod. Nareszcie znać potrzeba bieg średni i położenie xiężyca na pewną epokę. Zastanówmy się nad sposobami oznaczenia tych pierwiastków biegu.

LXII. *Co są węzły xiężyca? Jak się dochodzi położenie węzłów i pochyłość drogi xiężycowéy do ekliptyki. Bieg węzłów. Mimośrod. Naywiększe zrównanie środka. Położenie punktu przyziemnego i odziemnego. Bieg kierunkowy tych punktów.*

Przecięcia się drogi xiężycowéy lub jakiegokolwiek planety z ekliptyką, zowią się *węzłami* (noeuds), linija te węzły łącząca zowie się *liniją węzłową* (ligne des noeuds). Węzeł od którego xiężyc zaczyna wznosić się nad ekliptykę, zowie się *węzłem górnym*, albo *węzłem podniesienia* (noeud ascendant); drugi nazywa się *węzłem dolnym* albo *węzłem spadania* (noeud descendant), gdyż xiężyc przyszedłszy do niego zaczyna mieć szerokość południową, i spada coraz bardziey pod ekliptykę.

Położenie tych punktów oznacza się tym sposobem. Obserwuymy wciąż wznoszenia się proste i zboczenia xiężyca, i z takowych obserwacyy wyciągniymy odpowiadające długości i szerokości. Między temi obserwacyami znaydziemy takie, które na szerokość xiężyca dadzą zero, co dowodzi że xiężyc w tym momencie znaydował się na ekliptyce; długość więc odpowiadająca szerokości zero jest własnie długością węzła. Szerokość naywiększa xiężyca przypadająca w odległości 90° od węzła, jest pochyłością drogi jego do ekliptyki.

Porównywając z sobą długości węzła xiężycowego w rozmaitych epokach, otrzymujemy różnicę w długości czyli bieg węzłów; bieg ten jest wsteczny, to jest od wschodu na zachód, podobnie jak bieg punktów równonocnych, ale daleko chyższy: węzły bowiem w przeciągu lat 19stu przeszedłszy 360° znowu do tego samego wracają mieysca. Porównywając położenie węzłów xiężyca z gwiazdami leżącemi na ekliptyce, bieg ten staje się bardzo widocznym. Tak *np. Regulus*, gwiazda leżąca prawie na ekliptyce, zakryta była przez xiężyc w r. 1757, xiężyc więc znaydował się wtenczas na ekliptyce, lecz w kilka lat w czasie złączenia z tą gwiazdą już koło niéy w odległości kilku stopni przechodził. Obserwacye dają, że w przeciągu lat stu, węzły xiężyca obiegły pięć obwodów. $4^s.14^\circ.10'.1''$. Stąd łatwo się wyciąga obrót średni węzłów.

$$5.360^\circ + 134^\circ.11'.15'' = 1934^\circ,1875.$$

Obrót zwrótnikowy węzłów $= \dfrac{36000}{1934,1875} = 6798^d,54019 =$

$$6798^d.12^g.57'.50'',6 = \text{blisko lat } 19.$$

Ponieważ zaś punkta równonocne w tęż samę idą stronę i w tym przeciągu robią $15'.34''$, stąd obrót węzłów gwiazdowy, mnieyszy bydź musi od zwrotnikowego, obrót ten, to jest powrót węzła xiężyca do teyże samey gwiazdy, odbywa się w przeciągu dni 6793,39081 (Laplace Syst. du Monde *k. 22 Ed. 4*). Bieg roczny węzłów $= 19^\circ,341875$, jest to bieg średni który się nieco różni od biegu, jakiby wypadł z porównania długości węzłów w dwóch epokach na rok jeden od siebie odległych.

Naywiększa szerokość xiężyca jest właśnie pochyłością drogi jego do ekliptyki. Pochyłość ta odmienia się od 5°. do 5°.15′.

Mimośrod drogi xiężycowéy otrzymać się może z porównania naymnieyszéy i naywiększéy tarczy xiężyca, daymy, że tarcza naymnieysza jest d, naywiększa d'

$$\frac{d'}{d}=\frac{1+e}{1-e}, \qquad e=\frac{d'-d}{d'+d}.$$

Mimośrod ten podług P. *Laplace* jest 0,0548553, skąd podług Nru 52, można wyciągnąć zrównanie naywiększe środka $=6°.\ 17'.\ 54'',5$.

Długość xiężyca w czasie kiedy średnica jego jest naymnieysza, daje długość punktu przyziemnego, a stąd wypada położenie osi większey ellipsy. Punkta naywiększey i naymnieyszey xiężyca od ziemi odległości, nie są zawsze w tém samém mieyscu, ale owszem, podobnie jak wierzchołki ellipsy ziemskiey mają bieg postępujący od zachodu na wschód, jak się o tém przekonać można, porównywając położenie tych punktów w dwóch różnych epokach. Obrót gwiazdowy punktu przyziemnego odbywa się w przeciągu blisko lat dziewięciu, albo dokładniey w przeciągu $3232^{d},5756$.

LXIII. *Wynachodzi się parallaxa xiężyca sposobem Lakailla mając wzgląd na prawdziwą figurę ziemi. Parallaxa równikowa. Powiększenie się tarczy pozornéy xiężyca w miarę jak się podnosi nad poziom. Sposób rachowania ilości takowego powiększenia się.*

Do wynalezienia parallaxy xiężyca, a stąd jego odległości od ziemi, służy bardzo dobrze sposob Lakailla, wyłożony pod Nrem 36. Ale zrobiliśmy już byli uwagę, że spłaszczenie ziemi nie mające znacznego wpływu na parallaxę innych ciał niebieskich, robi parallaxę xiężyca poziomą różną dla różnych mieysc ziemi, i że w tym rachunku nie można uważać linii ciążenia za liniją przechodzącą przez środek ziemi. W użyciu tedy sposobu Lakailla potrzeba: *naprzód* odległości od zenit obserwowane, poprawić kątem $\varphi-\varphi'$ (wyciągnionym ze zr. α Nru 38), żeby otrzymać kąty ZSP i $Z'SP$ (fig. 28); *powtóre* uważać promienie SC i SC' a stąd i parallaxy poziome za różne dla mieysc C i C'. Nazwawszy parallaxy poziome dla mieysc C i C' przez π i π', odległości poprawne xiężyca od zenit przez Z i Z' otrzymamy:

$$P=\pi \operatorname{wst} Z+\pi' \operatorname{wst} Z'$$

a że

$$\frac{\pi}{\pi'}=\frac{SC}{SC'} \text{ stąd } \pi'=\pi.\frac{SC'}{SC}=\pi.\frac{r'}{r}$$

$$P=\pi \operatorname{wst} Z+\pi \operatorname{wst} Z'\frac{r'}{r}$$

$$\pi(r \operatorname{wst} Z+r' \operatorname{wst} Z')=Pr$$

$$\pi=\frac{Pr}{r \operatorname{wst} Z+r' \operatorname{wst} Z'}=\frac{\{(Z+Z')-(H\pm H')\}r}{\operatorname{wst} A+\operatorname{wst} B}$$

$$=\frac{\{(Z+Z')-(H\pm H')\}r}{2 \operatorname{wst}\frac{1}{2}(A+B) \operatorname{dost}\frac{1}{2}(A-B)}\ldots.(\gamma).$$

Otrzymujemy tym sposobem parallaxę poziomą xiężyca na mieysce C. W zrównaniu tém $\operatorname{wst} A=r \operatorname{wst} Z$, $\operatorname{wst} B= =r' \operatorname{wst} Z'$, kąty Z, Z', H, H' są rachowane ze środka ziemi, promień r otrzymuje się przez zrównanie (γ) Nru 38. Z parallaxy poziomey xiężyca wyciąga się na ten moment promień wodzący, a stąd łatwo się potém otrzymuje wartość na połowę osi większéy drogi xiężycowey przez zrównanie:

$$\varrho=\frac{a(1-e^2)}{1+e \operatorname{dost} v}$$

gdzie kąt v znaczy odległość xiężyca od punktu przyziemnego, którą łatwo otrzymać można ze znanéy długości xiężyca, położenia węzłów, i punktu przyziemnego, oraz pochyłości ekliptyki do drogi xiężycowey.

Biorąc połowę osi większey ziemi $=1$, i nazywając parallaxę równikową przez π'', będzie:

$$\frac{\pi}{\pi''}=\frac{r}{1}, \quad \pi''=\frac{\pi}{r}$$

otrzymamy tym sposobem parallaxę równikową xiężyca, którą mnożąc przez różne wartości r, otrzymujemy parallaxę poziomą odpowiadającą rożnym szerokościom jeograficznym mieysca.

Parallaxa poziomu xiężyca, nie tylko że się odmienia z odmianą promienia ziemskiego, ale na jednémże mieyscu różna bydź musi, podług różney xiężyca od ziemi odległości. Chcąc tedy wiedzieć parallaxę xiężyca prawdziwą na każdy moment, potrzeba znać na każdy moment odległość jego od ziemi, albo znać jego średnicę pozorną, albowiem:

$$\frac{d}{d'}=\frac{\pi}{\pi'}. \quad \text{Stąd } \pi=\frac{d}{d'}\pi', \quad \text{albo } d=\pi\frac{d'}{\pi'}.$$

Stosunek $\frac{d'}{\pi'}$ jest ilością stateczną, jest to bowiem stosunek promienia ziemskiego na pewne mieysce do promienia xiężyca, jeżeli więc mamy średnicę pozorną xiężyca na pewny moment, łatwo wynachodzimy parallaxę poziomą na tenże moment, mnożąc stosunek stały $\frac{\pi'}{d'}$ przez znajomą średnicę xiężyca, i wzajemnie dzieląc przez ten stosunek daną skąd inąd parallaxę poziomą, otrzymujemy odpowiadającą średnicę pozorną xiężyca.

Srednica ta rachowana jest na dzień każdy w kalendarzach astronomicznych, ale rachowana jest na środek ziemi, gdy tym czasem średnica ta widziana z jey powierzchni, różna jest podług różnego położenia xiężyca względem poziomu obserwatora. Przypuszczając bowiem, że w ciągu dnia jednego xiężyc równie jest od środka ziemi odległy, w biegu jednak dziennym nie zawsze w jedney od obserwatora zostaje odległości. I tak na (fig. 46) kiedy xiężyc znayduje się na poziomie, odległość jego od punktu A jest nieco mnieysza niżeli Sx', odległość ta coraz się zmnieysza, im się bardziey xiężyc zbliża do zenit, tak, że gdyby był u zenit, odległość jego od obserwatora byłaby mnieysza o cały promień ziemski od odległości jego od środka ziemi. Srednica tedy pozorna xiężyca większa jest dla punktów powierzchni ziemi obróconych ku xiężycowi, aniżeli dla środka ziemi. Nadto srednica ta coraz się powiększa w miarę jak się powiększa wysokość xiężyca. Chcąc więc mieć średnicę xiężyca prawdziwą na pewny moment ze średnicy daney w kalendarzach astronomicznych, potrzeba umieć rachować powiększenie się tarczy xiężyca na każdą jego wysokość.

Nazwiymy przez D i $D+\delta$ wielkości pozorne xiężyca odniesione do środka ziemi i do punktu A, parallaxę wysokości xiężyca przez ϖ, odległość od zenit przez Z.

$$\frac{D+\delta}{D}=\frac{Sx}{Ax}=\frac{\operatorname{wst} Z}{\operatorname{wst}(Z-\varpi)}$$

$$\delta=\frac{D(\operatorname{wst} Z-\operatorname{wst}(Z-\varpi))}{\operatorname{wst}(Z-\varpi)}$$

$$=\frac{2D\operatorname{wst}\tfrac{1}{2}\varpi\operatorname{dost}\left(Z-\frac{\varpi}{2}\right)}{\operatorname{wst}(Z-\varpi)}\ldots\ldots(m)$$

Zrównanie (m) kładąc w niém $Z=90^\circ$, da wartość powiększenia się tarczy xiężycowéy na poziomie: wartość ta wynosi $0'',17$, kiedy za D weźmiemy $32'.45''$ i odpowiadającą téy tarczy parallaxę poziomą xiężyca. Jeśli $Z=0$ formuła się przywodzi do $\delta=\frac{0}{0}$ i nie można już wyciągnąć z niey wartości na δ, gdyż wtenczas tróykąt AXS, z któregośmy formułę wyprowadzili, zamienił się na liniją prostą. Ale naówczas mamy:

$$\frac{D+\delta}{D}=\frac{SZ}{AZ}=\frac{R}{R-r}=\frac{R}{R-\operatorname{wst}\pi}$$

gdzie r znaczy promień ziemski, π parallaxę poziomą

$$\delta=\frac{D\operatorname{wst}\pi}{1-\operatorname{wst}\pi}.$$

Powiększenie się to wtenczas kiedy xiężyc naybliższy jest ziemi, może dóyść do 36″.

Ponieważ zrównania (m) jako zawierającego trzy ilości zmienne, nie możemy użyć do ułożenia tablic, staraymy się więc otrzymać wyrażenie na δ przez funkcyą dwóch tylko ilości zmiennych, przyydziemy do tego następującym sposobem. Rozwiązując zrównanie

$$\delta = \frac{D \,\mathrm{wst}\, Z - D \,\mathrm{wst}(Z - \varpi)}{\mathrm{wst}(Z - \varpi)}$$

otrzymujemy:

$$\delta = \frac{D \,\mathrm{wst}\, Z - D \,\mathrm{wst}\, Z \,\mathrm{dost}\, \varpi + D \,\mathrm{dost}\, Z \,\mathrm{wst}\, \varpi}{\mathrm{wst}\, Z \,\mathrm{dost}\, \varpi - \mathrm{dost}\, Z \,\mathrm{wst}\, \varpi}$$

$$= \frac{D - D \,\mathrm{dost}\varpi + D \,\mathrm{dosty}\, Z \,\mathrm{wst}\, \varpi}{\mathrm{dost}\, \varpi - \mathrm{dosty}\, Z \,\mathrm{wst}\, \varpi}$$

$$= \frac{D \,\mathrm{dosty}\, Z \,\mathrm{wst}\, \varpi + 2 D \,\mathrm{wst}^2 \tfrac{1}{2}\varpi}{1 - 2 \mathrm{wst}^2 \tfrac{1}{2} \varpi - \mathrm{wst}\, \varpi \,\mathrm{dosty}\, Z}.$$

Połóżmy w tém wyrażeniu $\mathrm{wst}\,\omega = \mathrm{wst}\,\pi\,\mathrm{wst}\,Z$, oznaczając przez π parallaxę poziomą.

$$\delta = \frac{D \,\mathrm{wst}\, \pi \,\mathrm{dost}\, Z + \tfrac{1}{2} D \,\mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{wst}^2 Z}{1 - \tfrac{1}{2} \mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{wst}^2 Z - \mathrm{wst}\, \pi \,\mathrm{dost}\, Z}$$

gdyż dla małości łuków można wziąść $\tfrac{1}{2}\mathrm{wst}\,\pi = \mathrm{wst}\,\tfrac{1}{2}\pi$, a stąd $2\,\mathrm{wst}^2 \tfrac{1}{2}\pi = 2(\tfrac{1}{4}\mathrm{wst}^2\pi) = \tfrac{1}{2}\mathrm{wst}^2\pi$.

Dzieląc jedność przez mianownika ułamku ostatniego wyrażenia wypada:

$$\frac{1}{1 - \mathrm{wst}\, \pi \,\mathrm{dost}\, Z - \tfrac{1}{2} \mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{wst}^2 Z}$$

$$= 1 + \mathrm{wst}\,\pi \,\mathrm{dost}\, Z + \mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{dost}^2 Z + \tfrac{1}{2} \mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{wst}^2 Z$$

Opuszczamy tu wyrazy, w których ilości małe mnożąc się same przez się lub jedne przez drugie, przechodzą czwarty stopień.

$$\delta = (D \,\mathrm{wst}\, \pi \,\mathrm{dost}\, Z + \tfrac{1}{2} D \,\mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{wst}^2 Z)$$
$$(1 + \mathrm{wst}\, \pi \,\mathrm{dost}\, Z + \mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{dost}^2 Z + \tfrac{1}{2} \mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{wst}^2 Z)$$
$$= D \,\mathrm{wst}\, \pi \,\mathrm{dost}\, Z + \tfrac{1}{2} D \,\mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{wst}^2 Z + D \,\mathrm{wst}^2 \pi \,\mathrm{dost}^2 Z.$$

Ponieważ, jakeśmy mówili, parallaxa pozioma jakiegokolwiek bądź ciała niebieskiego jest zawsze w tymże samym stosunku prostym z wielkością pozorną tegoż ciała, nazywając przeto ten stosunek przez n mamy:

$$\pi = \frac{\pi'}{D'} \cdot D = nD$$

na xiężyc $$n = \frac{60'}{32'45''}.$$

Kładąc w wyrażeniu ostatniém na δ, $\pi = nD$ i biorąc $n$wst$D$ za równe wstnD dla małości łuków, otrzymamy:

$$\delta = nD \,\mathrm{wst}\, D \,\mathrm{dost}\, Z + n^2 D \,\mathrm{wst}^2 D \,\mathrm{dost}^2 Z + \tfrac{1}{2} n^2 D \,\mathrm{wst}^2 D \,\mathrm{wst}^2 Z.$$

W tém zrównaniu n jest ilością stateczną, dwie więc tylko wchodzą ilości zmienne D i Z, i podług tych ilości tablica ułożona bydź może, jakoż w tablicach astronomicznych xiężyca, wyrachowane jest powiększenie się tarczy xiężyca na każdą wielkość ilości D i Z (patrz *Tables astronomiques. Bureau des Longitudes.* Tablica 44). W rachunku zaćmień, gdzie właśnie wypada potrzeba rachowania powiększenia tarczy xiężycowey, bardzo się dobrze używa formuła:

$$\mathrm{wst}\, T' = \frac{\mathrm{wst}\, T \,\mathrm{dost}\, p' \,\mathrm{dost}\, D'}{\mathrm{dost}\, p \,\mathrm{dost}\, D - \mathrm{wst}\, \pi \,\mathrm{dost} S.\, \mathrm{dost} N}$$

gdzie T' wyraża tarczę powiększoną, T tarczę na środek ziemi, p, p' znaczą szerokość xiężyca prawdziwą i pozorną; D, D' długość prawdziwą i pozorną, π parallaxę poziomą, S odległość zenit od ekliptyki czyli szerokość zenit, a N długość zenit czyli odległość punktu rownonocnego od koła szerokości prowadzonego przez zenit. Tryg. kul. k. 153).

LXIV. *Miesiąc gwiazdowy, zwrotnikowy, i synodyczny. Jak mając obrot synodyczny wynaleśdź zwrotnikowy, i wzajemnie? Jak się dochodzi długość obrotu synodycznego średniego? Miesiąc anomalistyczny. Okrąg xiężycowy, liczba złota.*

Czas którego potrzebuje xiężyc do obrotu około ziemi, tak żeby do téyże samey powrócił gwiazdy zowie się *miesiącem gwiazdowym* (mois sidéral). Powrót xiężyca do téyże samey długości czyli do tegoż samego położenia względem punktu równonocnego, zowie się *miesiącem zwrotnikowym* (mois tropique). *Miesiącem synodycznym* (mois synodique) jest powrot xiężyca do tegoż samego położenia względem słońca *np.* od jednego nowiu do drugiego, lub od jedney pełni do drugiey. Mając znajomy bieg ziemi łatwo jest wynaleśdź długość miesiąca zwrotnikowego z długości znaney miesiąca synodycznego, i wzajemnie. Wyrazmy przez M i m bieg zwrótnikowy ziemi i xiężyca w przeciągu dnia jednego, przez P i p czas obrotu zwrotnikowego ziemi i xiężyca.

$$M=\frac{360}{P}, \qquad m=\frac{360}{p}.$$

Bieg względny ziemi i xiężyca w przeciągu dnia jednego jest $m-M$

$$m-M:1^{\mathrm{d}}=360:S.$$

Miesiąc synodyczny $=S=\dfrac{360.\,1^{\mathrm{d}}}{m-M}=\dfrac{1}{\frac{1}{p}-\frac{1}{P}}=\dfrac{pP}{P-p}\ldots.(\beta)$

weźmy $\qquad m=13^{\circ},17636, \qquad M=59'.8'',3.$

$$S=\frac{360.\,1^{\mathrm{d}}}{12,1907}=29^{\mathrm{d}}.12^{\mathrm{g}}.44'.$$

Wzajemnie mając S z obserwacyi, otrzymamy p ze zrów. (β)

$$p=\frac{PS}{S+P}\ldots.(\beta').$$

Tak otrzymana długość miesiąca synodycznego i zwrotnikowego będzie różna w różnych czasach, ponieważ ziemia i xiężyc nie idą biegiem jednostaynym, raz dla tego że opisują w biegu swoim ellipsy, drugi raz, że na ich bieg wpływa działanie słońca i innych planet. Chcąc więc otrzymać bieg średni, należy porównać z sobą dwa złączenia lub dwie przeciwległości, oddzielone znacznym przeciągiem czasu; dzieląc czas między temi fenomenami przez liczbę upłynionych obrotów synodycznych, otrzymujemy długość miesiąca średniego synodycznego, a ze zrównania (β') wyciągniemy długość średniego także miesiąca zwrotnikowego.

Do tego naylepiéy służą zaćmienia xiężyca obserwowane przez dawnych i porównane z zaćmieniami teraźnieyszemi. Czas bowiem zaćmień daleko łatwiey mógł bydź oznaczony przez dawnych astronomów, niżeli czas złączenia lub przeciwległości; fenomena, których obserwacye dla niedokładności narzędzi i sposobów dawniéy używanych znacznym mogą ulegać błędóm. Ptolemeusz przytacza zaćmienie obserwowane przez chaldeyczyków w Babilonie na lat 720 przed Chrystusem marca 19 o $6^{g}.11^{m}$ czas śred. w Paryżu, które porównane *np.* z zaćmieniem przypadłem w Paryżu w 1771 paździer. 23 o $4^{g}.28^{m}$ cz. śr. da nam liczbę dni upłynionych między dwiema przeciwległościami xiężyca, liczba ta $=910043,92$. W tym czasie upłynęło 30817 miesięcy synodycznych, stąd średnia długość miesiąca synodycznego wypada

$$\frac{910043,92}{30817}=29^{d}.\ 12^{g}.\ 44'.\ 2''.$$

Wprowadzając tę wartość za S w zrównaniu (β') otrzymujemy długość miesiąca zwrotnikowego.

$$p=27^{d}.\ 7^{g}.\ 43'.\ 4'',7.$$

Miesiąc gwiazdowy dłuższy jest od miesiąca zwrotnikowego o czas jakiego potrzebuje xiężyc do przebieżenia $4''$, o które w przeciągu miesiąca punkta równonocne cofają się. Długość miesiąca gwiazdowego jest $27^{d}.7^{g}.43'.11'',5$. Powrót xiężyca do tegoż samego położenia co do osi większéy drogi swojéy, dłuższego potrzebuje czasu niż powrót do téyże saméy gwiazdy, gdyż jakeśmy mówili (n. 61) punkt przyziemny ma bieg postępujący od zachodu na wschód. Długość zatém miesiąca anomalistycznego większa bydź musi niżeli długość miesiąca gwiazdowego, i wynosi $27^d.13^g.18'.37''$. Przyłączamy tu tablicę biegów różnych xiężyca:

Obrót synodyczny. . . .	$29^d,530688$	=	$29^d.12^g.44'.2'',8$
zwrotnikowy . . .	27,321583	=	27. 7. 43. 4,8.
gwiazdowy	27,321661	=	27. 7. 43. 11,5.
anomalistyczny. .	27,55456	=	27. 13. 18. 34.
Powrót do węzłów . . .	27,21222	=	27. 5. 5. 36.
Obrót węz. zwrotnik.	$6798^d,54019$	.....	$6798^d.12^g.57'.50''$.
gwiazdowy . . .	6793,42118	....	6793. 10. 6. 30.

Mnożąc liczbę dni zawartych w miesiącu synodycznym, to jest $29^d,53$ przez dwanaście, otrzymujemy ilość $354^d,36$, która, jak widzimy, różni się blizko o dni jedenaście od długości roku; jeżeli więc w jakim roku nów xiężyca przypadł na początek roku, to jest na piérwszy dzień stycznia, tedy w roku następującym nów nie może znowu przypaść na pierwszy stycznia, ale przypadnie o jedenaście dni piérwiey, to jest na 21 grudnia tego samego roku. Wszakże po upłynieniu lat 19^o, odmiany xiężyca znowu do tychże samych dni roku, i ledwo co nie do tychże samych wracają godzin, gdyż $365^d\frac{1}{4}$ mnożone przez 19, jest prawie równe $235\times29^d,53$ tak, że te ilości różnią się tylko o jednę godzinę i pół; po upłynieniu więc lat 19 odmiany xiężyca w tychże samych dniach roku przypadać będą, i takowy period lat 19^u, nazywa się *okręgiem xiężycowym* (Cycle lunaire) albo *okręgiem Metona* od Astronoma Ateńskiego, który okręg ten oznaczył i wynalazek na igrzyskach Olimpiyskich ogłosił na lat 433 przed Chrystusem. Liczba wyrażająca rok bieżący okręgu, zowie się *liczbą złotą* (nombre d'or), którą łatwo jest bardzo na rok każdy wynaleśdź wiedząc, że początek ery chrześciańskiey przypadł w roku drugim okręgu xiężycowego; dodając przeto rok ieden do danego roku Ery chrześciańskiey i summę dzieląc przez 19, otrzymamy resztę, która oznaczy rok bieżący okręgu czyli liczbę złotą. I tak na rok 1826 mamy

$$\frac{1826+1}{19}=96\frac{3}{19}.$$

Liczba więc złota na rok 1826 jest 3.

LXV. *Zrównania wiekowe. Przyśpieszenie biegu średniego xiężyca; jak było odkryte? i przez kogo?*

Mając długość średnią xiężyca na pewną epokę, położenie węzłów i punktu przyziemnego, nadto pochyłość drogi xiężyca do ekliptyki i bieg jego średni, możemy ułożyć tablicę biegu średniego xiężyca, z którego za pomocą mimośrodu wynayduje się bieg elliptyczny. Pierwiastki biegu xiężyca nie są ilościami stałemi ale podlegają odmianóm, z których jedne odbywają się w przeciągu czasu bardzo długim, i te nazywają się *zrównania wiekowe* (équations séculaires). Odmiany drugie mają period daleko krótszy i astronomowie nazywają je *odmianami* albo *nierównościami periodycznemi* (inegalités périodiques). Zastanówmy się krótko nad ważnieyszemi z tych odmian, i nad sposobami przez jakie zostały odkryte.

Zrównania wiekowe są pospolicie bardzo małe i odkrywają się porównywając między sobą biegi średnie, wyciągnione z wielu obserwacyy, oddzielonych od siebie wielkiemi przeciągami czasu. Daymy *np.* żeśmy wyciągnęli bieg średni xiężyca z obserwacyi teraźnieyszéy, porównanéy z obserwacyą na lat 300 zrobioną piérwiey; porównaymy ten bieg z tym jaki wypada z porównania téyże obserwacyi z obserwacyą robioną na lat 1000 piérwiey, jeżeli wypadki są te same, bieg średni xiężyca jest jednostayny; jeśli nie, ilość biegu średniego różna jest w różnych wiekach, i odmiana ta jest to, co nazywamy zrównaniem wiekowém. Bieg średni xiężyca, jego węzłów, i punktu przyziemnego, nadto mimośrod i pochyłość drogi xiężycowéy, są uległe zrównaniom wiekowym. Ponieważ sposób ich odkrycia jest zawsze tenże sam, przeto tylko się zastanowimy nad sposobem jakim było odkryte przyśpieszenie wiekowe biegu średniego xiężyca.

Na lat 720 przed Chrystusem obserwowane było jakeśmy mówili (n. 63) zaćmienie xiężyca przez Chaldeyczyków, i dzień i moment tego zaćmienia doszedł do naszych czasów. Ponieważ w czasie zaćmienia xiężyca, położenie jego różni się o 180° od położenia słońca, rachując tedy z tablic słońca położenie jego na moment zaćmienia i dodając 180°, otrzymujemy położenie xiężyca na tenże moment. Porównywając to położenie z położeniem jakie z biegu xiężyca wyciągnąć możemy, znayduiemy różnicę o 1°. 26′; to jest rachowany bieg xiężyca z tablic teraźnieyszych jest za szybki, i pokazuje mieysce xiężyca przed czasem zaćmienia nie zaś na moment tego fenomenu. Nie przypuszczając tedy tak znacznego błędu ani w obserwacyach dawnieyszych, ani w ocenieniu nierówności peryodycznych, przypuścić należy, że bieg średni xiężyca w wieku teraźnieyszym chyższy jest niżeli był pierwiey. Przypuszczenie to większego nabiera podobieństwa do prawdy, kiedy porównywamy obserwacye teraźnieysze z innemi obserwacyami jak *np.* z obserwacyami zaćmień, robionemi w Kairze przy końcu dziesiątego wieku przez Astronoma Arabskiego Ibn-junis. Halley pierwszy odkrył to przyśpieszenie biegu średniego xiężyca, którego przyczyną odkrytą przez Laplasa, jest odmiana w wielkości mimośrodu drogi ziemskiey. Przyśpieszenie to teraz małe, urośnie z liczbą wieków, i doszedłszy do stopnia naywiększego, zamieni się na opoźnienie, przechodząc wstecznie przez podobneż co teraz koleje, i wpływając zawsze na długość obrotu synodycznego, zwrotnikowego i gwiazdowego.

LXVI. *Nierówności peryodyczne xiężyca:* (Evection), (Variation). *Zrównanie roczne* (équation annuelle). *Zrównania podług których rachują się te nierówności xiężyca.*

Rachując mieysce xiężyca podług znanego biegu średniego i zrównania środka, otrzymujemy wypadek rożniący się w ogólności od obserwacyi. Różnica ta pochodzi z różnego działania słońca i ziemi na xiężyc, podług różnego tych trzech ciał położenia. Wynikające stąd poprawki mieysca xiężyca, rachowanego z biegu jego średniego i ze zrównania środka, zowią się nierównościami peryodycznemi. Z tych trzy znakomitsze przed odkryciem jeszcze ich przyczyny poznane już i ocenione były przez dawnych; są zaś następujące. Ewekcya (evection) odkryta przez Ptolemeusza, którey skutek naybardziey się okazuje, porównywając rachunek z obserwacyą xiężyca w kwadraturach (quadratures), kiedy długość słońca różni się o 90° od długości xiężyca, tudzież w złączeniach i przeciwległościach, kiedy xiężyc znayduje się na płaszczyznie łączney, to jest na kole szerokości, przechodzącém przez słońce i ziemię, gdyż wtenczas inna nierówność, o którey zaraz mówić będziemy, staje się zero. Długości xiężyca rachowane w położeniu pierwszém są zawsze większe, a w położeniu drugiém zawsze mnieysze niżeli długości obserwowane. Astronomowie obserwując tę nierówność w rozmaitych czasach, i uważając że jest peryodyczna, to jest raz się powiększa, drugi raz zmnieysza się, i w przeciągu krótkiego czasu do dawnych powraca wartości, wyrazili tę nierówność przez $\pm A \operatorname{wst} B$, gdzie A znaczy wartość naywiększą ewekcyi, która się zmnieysza podług rozmaitych wartości na B, i nareszcie staje się zero, kiedy $B=0$. Wyraz A zowie się współczynnikiem statecznym. B jest *znamieniem* ewekcyi (argument). Wszystkie odmiany peryodyczne wyrażają się przez wstawy lub dostawy jako linije trygonometryczne, których wartości są także peryodyczne, chociaż łuk rośnie nieskończenie. Z porównania wielu obserwacyy Astronomowie oznaczyli nareszcie wartość współczynnika A, i kształt znamienia B, a tym sposobem wyrazili ewekcyą przez formułę.

$$(1^\circ.20'.29'',5)\operatorname{wst}\{2(☽-\odot)-A\} \quad (*)$$

gdzie $☽-\odot$ znaczy różnicę w długości słońca i xiężyca, A średnią anomalią xiężyca. Znając bieg względny w długości słońca i xiężyca i bieg anomalistyczny, łatwo jest znaleśdź czas, kiedy kąt $2(☽-\odot)-A$ urośnie od zera do 360°, a stąd kiedy wstawa tego kąta i ewekcya przez też same co pierwiey przechodzić będzie odmiany, czas ten wynosi dni 31,81194.

Tyho-Brahe w szesnastym wieku porównywając z ob-

(*) Astron. Delambra T. II. k. 308. Astron. P. *Woodhouse* rozd. 34.

serwacyami mieysce xiężyca, rachowane podług znanego biegu średniego, zrównania środka, i ewekcyi, postrzegł że się wypadki nie zawsze z sobą zgadzają, owszem, wyjąwszy kiedy xiężyc jest w kwadraturach i na płaszczyznie łączney (*), to jest na témże samém kole szerokości, co słońce i ziemia, w innych wszystkich mieyscach zachodzi róžnica tym większa im się bardziey xiężyc od wymienionych położeń oddala, a naywiększa kiedy xiężyc znayduje się o 45° od płaszczyzny łączney. Nierówność więc ta zależy wyraźnie od odległości kątowey słońca i xiężyca, i kończy swóy peryod, kiedy ta odległość urośnie do 90°, stąd wniesiono, że jest proporcyonalna wstawie podwóyney odległości xiężyca od słońca. Wyrażenie jey jest

$$(35'.41'',6)\,\text{wst.}\,2(☽-\odot)$$

gdzie współczynnik 35'.41",6 jest naywiększą jey wartością, która, jakeśmy mówili, przypada wtenczas, kiedy $☽-\odot=45°$. Nierówność ta nazywa się odmianą albo waryacyą biegu xiężyca (variation), peryod jey wynosi połowę miesiąca synodycznego.

Porównywając nareszcie położenia xiężyca obserwowane w różnych porach roku z rachowanemi podług znanego biegu średniego, zrównania środka. i znanych już dwóch nierówności xiężyca, postrzedz można, że bieg jego obserwowany leniwszy jest od biegu rachowanego przez sześć miesięcy, w których słońce idzie od punktu przyziemnego do punktu odziemnego i przeciwnie. I tak: jeśli weźmiemy za epokę obserwacyą zrobioną w styczniu, kiedy słońce przechodzi przez punkt przyziemny, i kiedy chcemy ze znanego biegu rachować mieysce xiężyca na pewny dzień marca, podług czasu upłynionego między tym dniem a epoką, znaydujemy przybyt w długości większy niż wskazy-

(*) Wyraz ten *płaszczyzna łączna* w polskim języku zastąpić zdaje mi się bardzo dobrze może wyrażenie powszechnie od Astronomów używane *Sysigies*, którego ani wytłumaczenie słowne, ani przyswojenie do polskiego języka nie zdaje mi się bydź bardzo łatwe.

wany przez obserwacyą; różnica ta powiększa się aż póki słońce nie dosięgnie średniey od ziemi odległości, naówczas różnica co do mieysca xiężyca między wypadkami rachunku i obserwacyi coraz się zmnieysza, i zupełnie niknie kiedy słońce przyydzie do punktu odziemnego, chociaż wtenczas różnica w biegu dziennym xiężyca rachowanym i obserwowanym jest naywiększa. Odtąd przez drugie sześć miesięcy różnica bierze znak przeciwny, znowu rośnie, dochodzi naywiększey wartości, podobnemiż potém ubywa stopniami, i nareszcie niknie, kiedy słońce przyydzie do punktu przyziemnego. Wyraźny stąd widzimy związek między odległością słońca od ziemi a tą nierownością, odkrytą przez Tyho-Brahe, i nazwaną *zrównaniem rocznem* (équation annuelle), gdyż jey peryod rok jeden zaymuje. Wyrażenie zrównania rocznego jest:

$$(11'.\ 11'',97)\ \text{wst}\ A'$$

A' znaczy anomalią średnią słońca.

Zrównanie roczne naywiększe jest, kiedy $A'=90°$ lub $270°$, staje się zaś zero kiedy wartości na A są $0°$ lub $180°$. Teorya ciążenia bardzo prosto tę ostatnią tłumaczy nierówność. Słońce bowiem zbliżając się do ziemi zbliża się razem do xiężyca, a stąd działanie jego na tę gwiazdę powiększa się, zwłaszcza wtenczas, kiedy xiężyc środkuje między słońcem a ziemią. Działanie naówczas słońca na xiężyc zmnieysza jego ciążenie na ziemię, stąd droga jego staje się nieco większą i bieg powolnieyszy. Kiedy potém słońce oddala się od ziemi, xiężyc zaczyna bydź bardziey jey działaniu posłusznym, i bieg jego staje się chyższym. Zrównanie więc roczne jest koniecznym wypadkiem elliptyczności drogi ziemskiey około słońca, odmiany więc tey ostatniey wpływać muszą na bieg xiężyca, i właśnie z odmian wiekowych mimośrodu drogi ziemskiey, wynikają odmiany wiekowe biegu średniego xiężyca.

Te są trzy ważnieysze nierówności biegu xiężyca, wpływające na odmianę długości elliptyczney xiężyca; ale uwaga ich nie wystarcza do ułożenia tablic, któreby się z obserwacyami zgadzały, jest jeszcze wiele innych zrównań, które można uważać jako poprawki trzech wyżey wyłożonych. W tablicach xiężyca zrównania te ułożone w tablice otrzymują się łatwo podług znanych znamion, od których zależą, i ich summa razem ze zrównaniem środka dodaje się do długości średniey xiężyca dla wynalezienia jego długości prawdziwey. Pochyłość drogi xiężycowey do ekliptyki, promień wodzący, a stąd jego szerokość i parallaxa, podlegają także odmianom peryodycznym.

LXVII. *Ważenie się xiężyca w długości* (libration en longitude). *Ważenie się w szerokości* (libration en latitude). *Ważenie się dzienne* (libration diurne).

Powiedzieliśmy wyzéy, że tarcza xiężyca do nas obrócona, w każdém jego położeniu jest zawsze taż sama, a stąd, że xiężyc ma bieg wirowy w tęż samę stronę i téyże samey trwałości co bieg peryodyczny. Gdyby bieg peryodyczny xiężyca był doskonale jednostayny, tak jak jest bieg wirowy, czyli gdyby przybyty kąta *COB* (fig. 47) w biegu peryodycznym równe były przybytom kąta *pCm'* w biegu wirowym, na ówczas tarcza xiężyca do nas obrócona byłaby zawsze taż sama. Ale bieg peryodyczny xiężyca jako bieg po ellipsie nie może bydź jednostayny, jeśli *np.* po upłynieniu dni trzech, xiężyc przeszedł od punktu *B* do punktu *C*, tak że odległość jego kątowa od linii *OB* wyraża się przez kąt *COB*, po ubieżeniu drugich trzech dni odległość kątowa od linii *OB* nie będzie równa podwóynemu kątowi *COB*, gdy tym czasem w biegu wirowym, jeżeli kąt *pCm'* wyraża odległość kątową ubieżoną przez trzy dni, podwóyny kąt *pCm'* wyrazi ilość biegu wirowego w przeciągu dni sześciu. Jeśli więc szybkość kątowa xiężyca w przeyściu od punktu *B* do *C* mnieysza jest od szybkości biegu wirowego, punkt *m* widziany na brzegu zachodnim xiężyca w położeniu *C*, posunie się przez przewyżkę szybkości biegu wirowego nad biegiem peryodycznym bardziey ku zachodowi, i nie będzie widziany z punktu *O*, tym czasem pokażą się plamy pierwiey nie widziane na brzegu wschodnim xiężyca. Fenomen ten nazwano *ważeniem się xiężyca w długości* (libration en longitude). Ważenie się w długości jako wynikające z nierównego biegu xiężyca, zależeć musi od różnicy między średnią i prawdziwą anomalią, czyli od zrównania środka, i gdyby oś obrotu wirowego xiężyca była pionową do płaszczyzny jego drogi, ważenie się w długości byłoby proporcyonalne zupełnie zrównaniu środka, i naywiększa jego wartość wynosiłaby $6^\circ.18'.32''+P$, nazywając przez P summę wszystkich *pertubacyy*. Oś wirowego biegu xiężyca nie jest pionowa do płaszczyzny jego drogi ale pochylona do niey pod kątem $86^\circ.34'$, wypadek tedy ważenia się w długości nie będzie zupełnie takim jakeśmy go uważali. Daymy bowiem, że oś biegu wirowego xiężyca jest równoległą do jego drogi, wyobraźmy ją na (fig. 47) przez liniją *rs*, oczywista jest, że w tym przypadku pomimo biegu wirowego widzielibyśmy obie strony xiężyca, jednę w położeniu B na któréy znayduje się biegun r, drugą w położeniu A gdzie drugi biegun s do ziemi byłby obrócony. W rzetelnym rzeczy stanie, ponieważ oś obrotu wirowego jest nieco pochylona do drogi xiężyca, chociaż drugiey połowy widzieć całkowicie nie możemy, widzimy jednak oba bieguny, które się obracają do ziemi tak, jak się w przesileniach obracają ku słońcu raz biegun północny, drugi raz południowy. Tym sposobem kiedy plamy dobrze znane nikną około bieguna północnego, nowe się pokazują około przeciwnego bieguna, tak iżby się zdawało, że oś xiężyca waha się raz zbliżając do nas biegun północny a oddalając południowy, drugi raz oddalając pierwszy a zbliżając drugi. Pozorny ten ruch xiężyca nazwany *ważeniem się w szerokości* (libration en latitude) wynikający z pochylenia równika xiężyca do jego drogi, jest bardzo mały, z przyczyny nie wielkiey tych dwóch płaszczyzn pochyłości.

Trzecie nareszcie złudzenie co do ważenia się xiężyca, odkryte przez Galileusza i nazwane *ważeniem się dziennem* (libration diurne), pochodzi stąd, że obserwator położony jest na powierzchni ziemi nie zaś w jéy środku. Gdyby bieg peryodyczny xiężyca był jednostayny i doskonale równy biegowi wirowemu, i gdyby oś tego ostatniego biegu była pionowa do drogi xiężyca, naówczas jedna i taż sama tarcza xiężyca byłaby zawsze obróconą do środka ziemi. Dwie linije wiedzione do środka xiężyca, jedna ze środka ziemi, druga z punktu jéy powiérzchni, w ogólności nie trafią na tenże sam punkt powiérzchni xiężyca, tarcze więc xiężyca obrócone do środka ziemi i do różnych punktów jéy powiérzchni, są koniecznie różne. Nadto tarcze te są różne dla jednego mieysca, podług różnego xiężyca w ciągu dnia położenia. I tak: w czasie wschodu xiężyca pewne punkta około brzegu jego wyższego widziane są z powiérzchni ziemi, któreby z jéy środka widziane nie były, punkta te w miarę jak xiężyc podnosi się, zwolna nikną, i kiedy xiężyc przeszedłszy przez południk ma się ku zachodowi, brzeg jego wyższy staje się niższym i przeciwnie, punkta pewne wkoło brzegu bliższego poziomu, które piérwiey widziane były, teraz się kryją, a natomiast na brzegu drugim pokazują się nowe piérwiey nie widziane plamy.

Widzimy z tego rozbioru fenomenów, że wszystkie te trzy rodzaje ważenia się, nie zależąc od żadnego osobnego biegu xiężyca, są tylko złudzeniem, wynikającém z nierówności biegu peryodycznego, z pochylenia osi biegu wirowego do drogi xiężyca, i z różnego w ciągu dnia położenia xiężyca względem obserwatora, które się dla biegu dziennego ziemi ciągle odmienia.

LXVIII. *Góry i atmosfera xiężyca.*

Oprócz plam, jakie na xiężycu widzieć się dają, a które albo są gatunkiem materyi mającéy mnieyszą własność odbijania promieni światła, aniżeli inne części powiérzchni xiężyca, lub są skutkiem zupełnie nieznanych nam przyczyn, widzieć zawsze można na tarczy ciemnéy xiężyca przy płaszczyznie oddzielającéy stronę ciemną od strony świa-tłéy, punkta jasne, jedne zaledwo z powiérzchnią oświeconą stykające się, inne zupełnie od niéy oddzielone. Części te jasne powiérzchni xiężyca, nieco innego bydź muszą, tylko góry, których wierzchołki naypiérwiey są oświecone, kiedy jeszcze ich spody chociaż bliższe części światłéy, zostają w cieniu, i dla tego poczynające się oświecać góry xiężycowe, wydają się jakby części od bryły téy gwiazdy oderwane; że zaś te odległości wierzchołków gór oświeconych od części światłéy xiężyca są częstokroć bardzo znakomite, stąd wnieść należy, że góry pokrywające powierzchnią tego planety, są znacznéy wielkości. Obserwując moment oświecenia się jakiego punktu xiężyca i mierząc jego odległość od tarczy oświeconéy, można ocenić z pewném do prawdy przybliżeniem wysokość góry, któréy oświecony wierzchołek widzieliśmy.

Niech *ABC* (fig. 91) wyobraża nam stronę widzialną powiérzchni xiężyca, *ANC* płaszczyznę oddzielającą stronę oświeconą od strony ciemnéy, czyli płaszczyznę pionową do linii łączącéy środki słońca i xiężyca. Daymy żeśmy obserwowali czas oświecenia się punktu T, i chcemy znaleśdź wysokość tego punktu nad powierzchnią xiężyca. Poprowadźmy myślą przez punkt T liniją przechodzącą przez środek xiężyca S, która przeydzie także przez spód góry w punkcie *np.* m, tak że wysokość góry na figurze wyrazi się przez mT. Ponieważ uważamy ten moment, kiédy sam tylko wierzchołek T jest oświecony, widoczna rzecz, że promień MNT, idący od słońca i oświecający naypiérwiey wierzchołek T, jest styczną do powiérzchni xiężyca w punkcie pewnym płaszczyzny ANC, w punkcie *np.* N; nadto promień ten jako prawie równoległy do linii łączącéy środki słońca i xiężyca, jest pionowym do płaszczyzny ANC, kąt przeto TNS jest prostym i linija TN jest odległością naykrótszą punktu T od koła ANC.

$$\begin{aligned} TN^2 &= TS^2 - NS^2 \\ &= (TS + NS)(TS - NS) \\ &= (mT + 2NS)\,mT. \end{aligned}$$

Opuszczając mT w porównaniu $2NS$ otrzymamy:

$$TN^2 = mT \,.\, 2NS$$

$$mT = \frac{TN^2}{2NS}.$$

Idzie teraz o znalezienie ilości TN.

Mierząc z ziemi odległość punktu T od punktu N to jest od naybliższego punktu na kole ANC, otrzymujemy projekcyą tey linii na płaszczyznę pionową do kierunku widzenia, to jest na płaszczyznę ABC, nazywając przeto tę projekcyą przez K, a kąt jaki czyni linija NT z płaszczyzną ABC przez ε będzie:

$$K = NT \operatorname{dost} \varepsilon = NT \operatorname{wst} BAN = NT \operatorname{wst} A.$$

Kąt A jest to kąt, jaki czyni płaszczyzna ABC z płaszczyzną ANC; zamiast tego kąta wziąść można różnicę między długością słońca, a długością xiężyca. Stąd

$$mT = \frac{K^2}{2NS} \operatorname{wst}^2 A.$$

W tém zrównaniu otrzymamy z obserwacyi K, to jest kąt pod którym się wydaje projekcya linii NT na płaszczyznie ABC; rozdzielić wypada ten kąt przez $\operatorname{wst}^2 A$, a otrzymamy wielkość pozorną NT, dzieląc ją przez pozorną średnicę xiężyca otrzymujemy NT wyrażoną w częściach tey średnicy, którą przeto za jedność w zrównaniu uważać należy; podnosząc potém otrzymaną liczbę do potęgi drugiey, otrzymamy liczbę dającą stosunek wysokości góry do średnicy xiężyca. Stąd łatwo jest mieć tę wysokość w milach lub w innych miarach podłużnych. Tym tedy sposobem można otrzymać przez przybliżenie wysokość gór xiężycowych, i z obserwacyi tych pokazuje się, że bryła xiężycowa okryta jest górami daleko większemi w porównaniu promienia xiężycowego, aniżeli są góry na powierzchni ziemi w porównaniu promienia ziemskiego.

Niektóre z części światłych oderwanych od oświeconey strony xiężyca, w tak wielkiey niekiedy widziane były odległości od płaszczyzny, stronę ciemną od światłey oddzielającey, iż od słońca oświeconemi bydź niemogły. Takie kilkakrotnie widział Herschel, który je za wolkaniczne uważa, jedney z nich mierzona średnica pozorna wynosiła sekund trzy.

Widok plam xiężycowych zawsze równey i téyże saméy jasności dowodzi, że w atmosferze xiężyca, jeżeli się ta znayduje, nie ma chmur podobnych chmurom w atmosferze ziemskiey tworzącym się. Gdyby atmosfera łamiąca promienie światła otaczała xiężyc, zakrycia naówczas gwiazd przez ten xiężyc byłyby opoźnione a ich wynurzenia się przyspieszone o pewną ilość, którąby obserwacye odkryć mogły. Dokładne tego rodzaju obserwacye pokazały, że skutek ten jest zupełnie nieznacznym, i że atmosfera xiężycowa, jeżeli ta rzeczywiście ma mieysce, tak jest rzadką że jéy refrakcya pozioma dwóch sekund wynosić nie może. Ta nieprzytomność atmosfery i nieforemność linii oddzielającéy stronę światłą od ciemnéy dowodzą, że xiężyc pozbawiony jest wody i innych płynów. Wszystko więc zdaje się pokazywać, że xiężyc jest bryłą wszędzie ssiadłą i twardą; nastérczoną górami i nie zamieszkaną przez żadne podobne ziemskim zwierzęta.

ROZDZIAŁ XII.

o Planetach.

LXIX. *Obserwacye biegu Wenusa i odmiany jego tarczy co do wielkości i światła.*

Poznawszy biegi słońca i xiężyca, gwiazd, które naypierwiey uwagę naszę zająć były powinny, przystąpmy do poznania biegów gwiazd innych ruchem własnym obdarzonych, któreśmy planetami nazwali. Znamy ich dzisiay dziesięć (n. 1) z pomiędzy których nayświetnieyszy jest planeta Wenus i od niego badania nasze zaczniemy.

Komuż nieznana jest gwiazda, która w pewnych porach roku, przez długi czasu przeciąg, zaraz po zachodzie słońca, jaśnieje na niebie, przewyższając blaskiem wszystkie inne planety i gwiazdy? Jest to właśnie planeta, o którym mówić mamy, a który widziany po zachodzie słońca, nazywa się pospolicie gwiazdą wieczorną. Obserwując go przez wiele następnych nocy postrzeżemy łatwo, że jego odległość od słońca, czyli kąt zawarty między dwiema linijami od obserwatora do planety i słońca wiedzionemi, zwany pospolicie *elongacyą* (elongation), albo oddaleniem się planety od słońca, ciągle się odmienia. Postrzegamy go nayczęściey ku zachodowi zaraz po zachodzie słońca, naówczas średnica pozorna planety, mierzona przez mikrometr, jest bardzo mała, oświecona jak xiężyc w kilka dni po pełni. Planeta w ciągu dni następnych coraz się daléy odsuwa od słońca ku wschodowi, tarcza jego pozorna staje się większą, chociaż część oświecona nieco maleje, nareszcie doszedłszy do 45° odległości od słońca, znowu się do niego wraca, tarcza pozorna daléy rośnie, aż nareszcie przychodzi do słońca i gaśnie w jego promieniach, albo się pokazuje w postaci czarnéy plamy, przebiegającéy tarczę słońca od wschodu na zachód; wielkość wtenczas tarczy pozornéy jest naywiększa, co pokazuje, że planeta jest w naymnieyszey od ziemi odległości. Odtąd już niewidać więcéy gwiazdy wieczorney; ale zwróciwszy uwagę na niebo przed wschodem słońca postrzeżemy, że tenże sam planeta wciąż oddalając się od słońca, coraz daléy ku zachodowi idzie, tarcza jego pozorna maleje, ale skrawek oświecony, którego rogi obrócone są zawsze ku stronie przeciwnéy słońcu, bardziey rośnie. Planeta dochodzi znowu naywiększey swojéy od słońca odległości ku zachodowi, która jest taż sama co i ku wschodowi, to jest 45°, odmienia swóy kierunek i znowu powraca do słońca, ale tarcza jego coraz staje się mnieyszą, a część oświecona coraz rośnie, tak, że nareszcie dochodzi do słońca i albo się zań kryje, albo pokazuje nam tarczę zupełnie oświeconą, ale bardzo małą; co dowodzi że się wtenczas znayduje w naywiększéy od ziemi odległości. Potém planeta staje się znowu gwiazdą wieczorną, i znowu wszystkie fenomena, tak jakeśmy opisali, tąż samą odbywają się koleją.

LXX. *Fenomena w biegach obserwowanych Wenusa, tłumaczą się przypuszczając że planeta krąży wkoło słońca, i że droga jego zajęta jest drogą ziemską. Złączenie wyższe i niższe.*

Fenomena te oczywiście nam pokazują że Wenus, tak jak i ziemia, opisuje pewną drogę około słońca, i że ta droga objęta jest drogą ziemi; w przeciwnym bowiem razie zdarzyćby się powinno, że ziemia znalazłaby się między planetą a słońcem, i planeta naówczas byłby w przeciwległości, co się nigdy nietrafia. Przypuszczenie to bardzo dobrze tłumaczy różne fenomena, wynikające z różnego położenia tego planety i ziemi względem słońca. Wystawmy sobie na (fig. 48) słońce w punkcie *S*, i drogę Wenusa *WDNP*; niech *C* wyraża punkt ziemi, z którego obserwujemy, a który uważany, dla prostszego tłumaczenia, jako znajdujący się z całém kołem *ABC*, wyobrażającém równika, na teyże samey płaszczyznie co i droga Wenusa. Widzimy naprzód, że kiedy Wenus znayduje się w punkcie *N*, to jest w *złączeniu niższém* (conjonction inferieure), tarcza jego jest wtenczas naywiększa, ale ponieważ strona widziana z punktu *C* jest zupełnie przeciwna stronie oświeconéy, tarcza Wenusa jest albo niewidzialna, albo w postaci plamy czarney znayduje się na tarczy słońca, tak właśnie jak się w podobnych zdarzeniach znayduje xiężyc ziemski. W punkcie *W*, czyli w *złączeniu wyższém* (conjonction superieure) tarcza Wenusa jest mnieysza ale oświecona tak jak xiężyc w pełni. Wreszcie tarcza ta jest w połowie tylko oświecona w punktach *P* i *D*, gdzie linija widzenia z promieniem wodzącym formuje kąt prosty. Odmiany więc światła i wielkości pozorney Wenusa, łatwo się tłumaczą przypuszczając, że jego droga kołowa lub do niéy zbliżona, zajęta jest w drodze ziemskiey. Z równą prostotą poymują się inne fenomena w biegu tego planety dostrzegane.

Niech *CSW* wyraża poziom mieysca *C*, pod który słońce zachodzi, planeta widziany będzie w punkcie *np. g* i wtenczas zowią go zorzą wieczorną, w dni kilka planeta posunie się ku *h* i *D*, powiększając ciągle kąt odległości swojéy od słońca i kierując się od zachodu na wschód; od punktu D planeta zaczyna zbliżać się do słońca i odniesiony do gwiazd stałych ma bieg wsteczny, to jest od wschodu na zachód. Bieg ten trwa ciągle aż do punktu P, odkąd planeta zaczyna się oddalać od gwiazd stałych ku zachodowi i ma bieg postępujący. Planeta znaydujący się na drodze od N do W, poprzedzając ciągle wschód i zachód słońca, nie może bydź widziany tylko zrana, i wtenczas właśnie nazywają go gwiazdą albo zorzą ranną. W punktach P i D planeta odmienia swóy kierunek między gwiazdami stałemi i przez czas niejaki zdaje się bydź nieruchomym (stationaire), to jest tym samym odpowiadać gwiazdom.

Uważaliśmy dotąd ziemię jako zostającą w spoczynku, gdy w rzeczy saméy ziemia, jak wiemy, ma bieg swóy własny od zachodu na wschód, bieg, który jest powolnieyszy niżeli bieg Wenusa; stąd więc wynika, że biegi planety pozorne, będą wypadkiem kombinacyi biegu jego własnego i biegu ziemi. Punkta W i N pozostaną zawsze punktami, gdzie planeta ma bieg kierunkowy i wsteczny, ale naprzód trwałość tego biegu nie będzie taż sama, powtóre punkta stanowisk nie przypadną w punktach D i P, gdzie promień widzenia jest styczną do drogi planety, ale niedaleko tych punktów w mieyscu, gdzie łuk mn, c'ociaż większy od łuku $m'n'$, w biegu rocznym w tymże samym czasie przez ziemię ubieżonego, dla swéy jednak pochyłości rzucony na drogę ziemi, staje się równym łukowi $m'n'$, tak że dwie linije $m'm$, i $n'n$ w dwóch dniach następnych, prowadzone z ziemi do planety są równoległe i temuż samemu punktowi nieba odpowiadają.

LXXI. *Obserwacye Merkuryusza i innych planet. Bieg planet wyższych w różnych kierunkach dowodzi biegu ziemi, i przez ten bieg łatwo się tłumaczy. Mieysca srodo-ziemne i środosłoneczne planety.*

Merkuryusz, podobnie jak Wenus, w biegu swoim koło słońca okazuje fenomena, które tymże samym tłumaczą się sposobem. Oba te planety, nazywają się *planety niższe*, (planètes inférieures) dla tego, że są bliższe słońca niż ziemia, inne wszystkie, jako to: Mars, Ceres, Pallas, Juno, Westa, Jowisz, Saturn, Uranus, zowią się *planety wyższe* (planètes supérieures), gdyż ich drogi obeymują w sobie drogę ziemską. Co łatwo widzieć można uważając, że wszystkie te planety przychodzą równie do złączeń jak i do przeciwległości, a nie znaydują się nigdy w złączeniu niższém jak Merkuryusz i Wenus. Gdyby ziemia była w spoczynku wszystkie planety wyższe, czyto je uważamy jako krążące wkoło słońca, czy wkoło ziemi, miałyby zawsze bieg w jednę tylko stronę, *np.* od zachodu na wschód, gdy tym czasem obserwacye nas uczą, że bieg planet wyższych, kierunkowy jest w złączeniach, a wsteczny w przeciwległościach, i nareszcie w pewnych punktach drogi odniesiony do gwiazd stałych, planeta zdaje się bydź nieruchomym.

Bieg ziemi kombinowany z biegiem planety fenomena te bez żadney tłumaczy trudności. I tak niech *abcde* (fig. 49) wyobraża drogę ziemską, *fghk* drogę planety wyższego biegącego ruchem powolnieyszym, aniżeli ziemia tak, że łuki *gf*, *hk* etc. mnieysze są od łuków *ab*, *de*, etc., przez ziemię w tymże samym czasie opisanych. Dla pochyłości jednak łuku *ab* do *gf*, planeta uważany z punktów *a* i *b*, widziany będzie po linijach rozchodzących się *aff'* i *bgg'* a przeto bieg jego między gwiazdami stałemi będzie kierunkowy od *f'* do *g'*. Lecz kiedy planeta znayduje się blizko przeciwległości i opisuje łuk *np. hk*, w czasie kiedy ziemia opisuje łuk *ed*, naówczas z punktu *d* uważany planeta, wydaje się w punkcie *h'*, uważany zaś z punktu *e* pokazuje się w mieyscu *k'*, tak, że chociaż istotnie przebieżony łuk *hk* przez planetę, jest zawsze w jednę stronę, to jest od zachodu na wschód, odniesiony jednak bieg planety do gwiazd stałych, zdaje się bydź w stronę przeciwną, to jest od wschodu na zachód. Oczéwista więc jest rzecz, że dla biegu ziemi w przeciwległościach, bieg planet uważany z ziemi musi bydź wsteczny; bieg ten zawsze jest kierunkowy w złączeniach, a w pewney od tych punktów odległości, bieg planety uważany z ziemi jest nieznaczny.

Z tego cośmy dotąd widzieli, nie tylko się potwierdza bieg ziemi około słońca, ale nadto wielkie jest podobieństwo do prawdy, że planety wszystkie, są to ciała poddane sile słoneczney, i mocą tey siły opisywać powinny wkoło tego spólnego ogniska linije krzywe, znaydujące się na jedney płaszczyźnie przez środek słońca przechodzącey. Dla wyświecenia lepiey tey prawdy i dla oznaczenia figury dróg planet, ich położenia, i mieysca planet na tych drogach, weydźmy w ściśleyszy rozbiór jawiących się fenomenów, i z ich obserwacyy staraymy się otrzymać sposoby wyrachowania na każdy moment mieysca planety tak, jak się nam to udało zrobić ze słońcem i xiężycem.

Ale między sposobami poymowania i rachowania biegów planety i słońca, ta ważna zachodzi różnica, że w ostatnim przypadku mogliśmy robić obserwacye z punktu, około którego słońce zdaje się krążyć, w biegu zaś planety około słońca, obserwacye nasze nie mogą już bydź robione z ogniska drogi planety, i stąd właśnie wypadają rozmaite zawikłania w biegu planet, który uważany ze słońca jest zawsze kierunkowym, uważany zaś z ziemi bieg ten nie może bydź zawsze w tym samym kierunku. Żeby więc bieg ten widzieć we właściwey jemu prostocie, należy z obserwacyy robionych z ziemi, wyciągnąć położenie, a stąd bieg planety, jakiby się nam okazał, gdybyśmy go ze słońca uważać mogli. Położenie planety odniesione do środka słońca nazywa się *położeniem środo-słoneczném* (lieu héliocentrique); położenie to uważane ze środka ziemi zowie się *położeniem środo-ziemném* (lieu géocentrique). Idzie więc oto, jak mając położenie środo-ziemne planety, wynaleśdź jego położenie środo-słoneczne. Na rozwiązanie tego zagadnienia służą nam wprawdzie zrównania podane w przystosowaniu Tr. kul. § 32, ale do rozwiązania tych zrównań, oprócz położenia środo-ziemnego planety, to jest jego długości i szerokości wyciągnioney z obserwacyi, znać nadto potrzeba odległość planety od słońca i rzut tey odległości na płaszczyznę ekliptyki, ilości których jeszcze nie znamy. Formuły te w teraźnieyszym stanie Astronomii, gdzie teorya planet jest dobrze znajoma, używają się dla wynalezienia małych błędów tablic z porównania mieysc obserwowanych z rachowanemi; i wtenczas odległość planety od słońca i długość jéy rzutu na ekliptyce, dane są przez tablice planety. Ale jakimże sposobem przyydziemy do ułożenia tablic planety, czyli do wynalezienia pierwiastków jego biegu? Nad tém się nam teraz zastanowić wypada.

LXXII. *Sposoby wynalezienia położenia środosłonecznego węzłów planety. Jak się dochodzi pochyłość drogi planety do ekliptyki.*

Elementa dające poznać położenie drogi planety są dwa: mieysce węzłów, to jest przecięcia się drogi planety z ekliptyką, i pochyłość téy drogi do płaszczyzny ekliptyki. Obserwując planetę wtenczas, kiedy jego szérokość środoziemna jest zero, otrzymujemy oczéwiście mieysce węzła widziane z ziemi; linija węzłowa widziana z ziemi pokazać się nam musi pod rozmaitemi kątami, podług różnego ziemi względem téy linii położenia; i różnica w długości środoziemnéy węzłów nie będzie 180°. Jest jednak przypadek gdzie położenie węzła uważane z ziemi, jest to samo co widziane ze słońca, a to wtenczas kiedy planeta przychodząc do węzła przychodzi razem do złączenia lub przeciwległości ze słońcem, mieysce węzła oznaczone naówczas z ziemi, jest razem mieyscem środo-słoneczném. Sposób ten oznaczenia położenia węzłów bardzo się dobrze udaje dla Merkuryusza i Wenusa, których obróty prędko się kończą, a przeto fenomena te nie są zbyt rzadkie. Jakoż zdarza się, że Merkuryusz lub Wenus, przechodzą przez tarczę słońca, i wtenczas właśnie są w złączeniu i w węzle razem. Obserwacye powtarzane tego fenomenu dają dokładnie poznać położenie węzłów planet niższych. Porównywając z sobą położenie obu węzłów, i położenie węzła jednego w różnych czasach, wypada naprzód, że różnica w długości węzłów $=180°$, a przeto, że linija węzłowa przechodzi przez środek słońca; powtóre, że położenie tych węzłów jest albo stateczne, albo powolnym bardzo uległe odmianom.

Wyłożonego tu sposobu oznaczenia położenia węzłów nie możemy użyć do planet wyższych, których biegi są daleko powolnieysze, a stąd fenomena, na których obserwacyi ten się sposób zasadza daleko rzadsze. Następujący sposób jest ogólnieyszy: bo z równą korzyścią do wszystkich planet zastosowanym bydź może. Na fig. 50 ZE oznacza liniją punktów równonocnych, P mieysce planety w czasie kiedy znayduje się na ekliptyce a zatém w węzle, PSN jest linija węzłowa przechodząca przez słońce S. Obserwacya daje nam kąt $PZE=L$, to jest długość środo-ziemną planety, i kąt SZE czyli długość słońca. Nadto linija $ZS=R$ wyrażająca odległość słońca od ziemi, znana jest z tablic słońca, w tróykącie więc PZS czyniąc $PS=r$, będzie

$$\frac{r}{R}=\frac{\text{wst.}\,O}{\text{wst}(N-L)}$$

$$r=\frac{R.\text{wst.}\,O}{\text{wst}\,(N-L)}\cdots(1)$$

W tém zrównaniu kąt O jest różnicą między długością środo-ziemną planety i długością słońca $=L-SZN$. Nieznanemi więc ilościami są r i N. Czekaymy aż planeta ukończywszy swóy obrót, powróci znowu do tegoż samego węzła; postępując wtenczas podobnym sposobem, otrzymamy drugie zrównanie

$$r=\frac{R'\,\text{wst.}\,O'}{\text{wst.}(N-L')}\cdots(2)$$

gdzie ilości R', O', i L' znane są z obserwacyi i z tablic słońca, ilości zaś r i N są też same co w zrów. (1), gdyż naprzód planeta znayduje się znowu w tymże samym węzle, a zatém w tym samym punkcie swojéy drogi, i w téy saméy przeto odległości od słońca; powtóre, długość węzła N w czasie jednego obrotu planety można uważać za nieodmienną. Zrównania więc (1) i (2) nie tylko dają nam poznać długość węzła, ale jeszcze dają nam element bardzo ważny, to jest odległość planety od słońca.

Mając oznaczone położenie węzłów planety, pochyłość jego drogi dochodzi się tym sposobem. Obserwuymy planetę wtenczas, kiedy długość słońca jest taż sama co długość węzła. Na fig. 51 ZSN wyraża liniją węzłów przechodzącą przez ziemię Z i słońce S, $\gamma = PZM$ jest szerokością środo-ziemną planety będącego w punkcie P; kąt $PKM = I$ wyraża pochyłość płaszczyzny ZKM czyli ekliptyki do płaszczyzny ZKP czyli drogi planety.

$$\text{sty}\, I = \frac{PM}{MK}$$

$$PM = ZM.\,\text{sty}\,\gamma\,, \quad MK = ZM.\,\text{wst.}\,KZM = ZM\,\text{wst.}\,O$$

$$\text{sty}\, I = \frac{\text{sty}\,\gamma}{\text{wst.}\,O} \cdots\cdots (3).$$

Ponieważ ilości γ i O łatwo się otrzymują przez obserwacyą, wartość więc na I może bydź tym sposobem wynaleziona. Powtarzając podobne obserwacye i rachunki, wartość na I wypada prawie ta sama; co naprzód pokazuje, że droga planety jest istotnie płaszczyzną przechodzącą przez środek słońca, powtóre, że odmiany pochyłości drogi planety do ekliptyki, albo są żadne albo bardzo powolne.

LXXIII. *Wynaleśdź czas obrotu peryodycznego planety. Z obserwacyi złączeń lub przeciwległości otrzymać można bieg kątowy planety w długości; nadto wywodzą się zrównania przez które mając znane położenie płaszczyzny drogi planety względem ekliptyki, otrzymuje się szerokość środo-słoneczna planety, promień wodzący i środo-słoneczna odległość planety od węzła.*

Dla wynalezienia obrotu gwiazdowego, obserwuymy dwa następujące po sobie przeyścia planety przez tenże sam węzeł, a czas upłyniony między obserwacyami będzie obrotem gwiazdowym. W tym rachunku potrzeba mieć wzgląd na odmianę położenia węzłów jeśli ta jest znaczna; odmianę zaś tę dają obserwacye położenia węzłów wyżey wyłożone i porównane z sobą po upłynieniu znacznego czasu. Dla otrzymania obrotu średniego planety około słońca, potrzeba także użyć obserwacyy przeyścia przez węzeł odległych od siebie przeciągiem czasu zaymującym znaczną liczbę obrotów, a tym sposobem odmiany przypadkowe biegu średniego planety, zależące od działania innych planet, i błędy obserwacyi, niszczą się po większey części, a błąd pozostały rozdzielony przez liczbę upłynionych obrotów, tym mniey wpłynie na wartość obrotu średniego, im liczba dzieląca będzie większą.

Żeby poznać bieg planety w rozmaitych punktach jego drogi, obserwuymy go wtenczas kiedy się znayduje w złączeniu lub przeciwległości. Rachunek tych obserwacyy oprócz biegu kątowego planety na jego drodze, da nam jeszcze położenie planety odniesione do słońca, to jest długość jego i szerokość środo-słoneczną, i wielkość promienia wodzącego. I tak na (fig. 52). Niech płaszczyzna ZPM wyraża płaszczyznę łączną, na którey się znayduje planeta P; SCW jest linija węzłowa przechodząca przez słońce S. Kąt $PCM=I$, wyraża pochyłość drogi planety do ekliptyki. Długość środo-ziemna planety $MSo\Upsilon$ w tym przypadku jest taż sama co środo-słoneczna.

$$\text{sty}\, I=\frac{PM}{CM}=\frac{MS.\,\text{sty}\, p}{MS.\,\text{wst}\, O}=\frac{\text{sty}\, p}{\text{wst.}\, O}$$

$$\text{sty}\, p=\text{sty}\, I.\,\text{wst.}\, O \,\ldots\ldots (1).$$

W troykącie ZSP

$$\frac{PS}{\text{wst}\,\gamma}=\frac{ZS}{\text{wst}\, ZPS}$$

$$PS=\frac{ZS\,\text{wst}\,\gamma}{\text{wst}(p-\gamma)},\quad r=\frac{R.\,\text{wst}\,\gamma}{\text{wst.}(p-\gamma)}\,\ldots\ldots (2)$$

gdzie r znaczy odległość planety od słońca, R odległość ziemi od słońca.

Wynaydźmy teraz odległość planety od węzła wziętą na drodze planety.

$$PC=PS\,\text{wst}\, O'$$

$$CM=MS\,\text{wst}\, O.$$

$$\frac{CM}{PC}=\frac{MS \,\mathrm{wst}\, O}{PS \,\mathrm{wst}\, O'}=\mathrm{dost}\, I$$

$$\mathrm{dost}\, I=\mathrm{dost}\, p\frac{\mathrm{wst.}\, O}{\mathrm{wst.}\, O'} \dots \mathrm{wst.}\, O'=\frac{\mathrm{wst.}\, O\, \mathrm{dost.}\, p}{\mathrm{dost.}\, I} \dots (3).$$

Mając znaną przez wyżéy wyłożone sposoby długość węzłów i pochyłość drogi planety do ekliptyki; tudzież długość środo-słoneczną planety, daną przez obserwacyą, potrafimy rozwiązać trzy teraz wywiedzione zrównania, z których (1) daje nam szerokość środo-słoneczną P, albowiem kąt O jest znany jako wyrażający różnicę między długością środo-słoneczną węzła i planety. Zrównanie (2) daje odległość planety od słońca. Zrównanie (3) służy do znalezienia odległości środosłoneczney planety od węzła. Położenie tedy planety względem słońca jest doskonale oznaczone, mamy bowiem położenie płaszczyzny znane, i na niey wiadome położenie promienia wodzącego względem linii stałey, i długość tegoż promienia. Powtarzane obserwacye i rachunki tego rodzaju, dadzą nam poznać bieg kątowy planety w rozmaitych punktach jego drogi, skąd zaraz wnieść można, że droga planet około słońca, nie jest kołową, bieg ten bowiem nie jest jednostayny.

LXXIV. *Mając znane położenie płaszczyzny drogi planety wynaleźć jego położenie środosłoneczne z obserwacyi długości i szerokości środoziemney planety w jakiemkolwiek jego położeniu.*

Dla wynalezienia położenia środosłonecznego planety, niekonieczną jest rzeczą wybierać obserwacye złączeń i przeciwległości. W jakiémkolwiek bądź położeniu planety obserwacya jego długości i szerokości środoziemney, przy znaném już położeniu płaszczyzny drogi planety, wystarcza na oznaczenie jego położenia środosłonecznego, to jest długości i szerokości środosłoneczney, nadto promienia wodzącego i odległości planety od węzła.

Wyobraźmy sobie (fig. 53) przez środek ziemi trzy osi prostokątne z których oś X równoległa jest do linii węzłowey $S☊$, oś Y leży na płaszczyznie ekliptyki pionowo do osi X, a oś Z pionowa do obu. Współuszykowane słońca są:

$$AT = X = R \operatorname{dost} \alpha, \qquad AS = Y = R \operatorname{wst} \alpha.$$

Kąt α jest ilością znaną, jako różnica między długością słońca i długością środosłoneczną węzła. Współuszykowane prostokątne planety odniesione do tychże samych osi są:

$$A'T = x = d.\operatorname{dost} O, \quad A'M = y = d.\operatorname{wst} O, \quad PM = z = d.\operatorname{sty} \gamma$$

gdzie d oznacza liniją TM, to jest rzut odległości planety od ziemi czyli linii TP na płaszczyznę ekliptyki, O jest to różnica między długością planety a długością węzła; $\gamma = PTM =$ szerokości środoziemnéy planety.

Kładąc w wyrażeniach na x, y, z.

$$d = TP \operatorname{dost} \gamma = D \operatorname{dost} \gamma$$

otrzymujemy:

$$x = D \operatorname{dost} \gamma \operatorname{dost} O, \quad y = D \operatorname{dost} \gamma \operatorname{wst} O, \quad z = D \operatorname{wst} \gamma.$$

Nazwiymy współuszykowane planety odniesione do środka słońca, rownoległe do osi x, y, z, przez x', y', z'.

$$x' = x - X, \qquad y' = y - Y, \qquad z' = z.$$

Żeby mieć położenie środosłoneczne planety, dosyć jest wynaleśdź ilości x', y', z'. Kładąc za x, y, z, X, Y, ich wyrażenie wypada:

$$x' = D \operatorname{dost} \gamma \operatorname{dost} O - R \operatorname{dost} \alpha$$
$$y' = D \operatorname{dost} \gamma \operatorname{wst} O - R \operatorname{wst} \alpha$$
$$z' = D \operatorname{wst} \gamma.$$

W tych zrównaniach mamy wszystko znane oprócz ilości D, x', y', z', potrzeba więc czwartego jeszcze zrównania, żeby je oznaczyć. Użyjemy do tego zrównania, które wyraża pochyłość drogi planety do ekliptyki przez współuszykowane z', y'. W tróykącie bowiem PMB.

$$\frac{MP}{BM} = \frac{z'}{y'} = \operatorname{sty} I,$$

w tém zrównaniu kładąc wyżéy znalezione wartości za y' i z' otrzymamy

$$\frac{D\,\text{wst}\,\gamma}{D\,\text{dost}\,\gamma\,\text{wst.}\,O - R\,\text{wst}\,\alpha} = \text{sty}\,I$$

$$D = \frac{R\,\text{wst}\,\alpha\,\text{sty}\,I}{\text{dost}\,\gamma\,\text{wst.}\,O\,\text{sty}\,I - \text{wst.}\,\gamma}$$

Podstawując tę wartość w wyrażenie na x', y', z' otrzymamy ich wartość w ilościach zupełnie znajomych. Wartość na r, odległość planety od słońca, łatwo się otrzymuje przez zrównanie

$$r = \sqrt{\{x'^2 + y'^2 + z'^2\}}$$
$$= \sqrt{\{D^2 + R^2 - 2DR\,\text{dost}\,\gamma\,\text{dost}(O - \alpha)\}}$$

Co się tycze odległości planety od węzła czyli kąta $PSB = O'$, otrzymamy go, uważając, że w troykącie PSB

$$x' = r\,\text{dost}\,O', \quad \text{dost}\,O' = \frac{x'}{r}$$

Wreszcie długość i szerokość środosłoneczna wynayduje się tym sposobem

$$\text{sty}\,MSB = \frac{y'}{x'}$$

$$\text{Długość środosłon.} = MSB + N$$

wyrażając przez N długość węzła. Na znalezienie szerokości środosłoneczney użyjemy ktoregokolwiek ze trzech następujących zrównań:

$$\text{sty}\,p = \frac{PM}{MS} = \frac{z'}{MS} = \frac{z'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}}, \quad \text{wst}\,p = \frac{z'}{r}, \quad \text{dost}\,p = \frac{\sqrt{x'^2 + y'^2}}{r}$$

Linija MS czyli rzut na ekliptykę odległości planety od słońca zowie się *odległością skróconą* (distance accourcie). Tym tedy sposobem możemy przyyść z obserwacyy z ziemi robionych do oznaczenia położenia rzetelnego planety odniesionego do środka słońca. W troykacie MST kąt

T nazywa się *kątem w ziemi* (elongation), jest to różnica, między długością środoziemną planety i słońca. Kąt S jest to *kąt w słońcu* (commutation), i wyraża różnicę w długości środosłoneczney planety i ziemi. Nareszcie kąt M zowie się *parallaxą roczną* albo *parallaxą drogi ziemskiéy*, równy jest $180 - T - S$.

LXXV. *Jak mając trzy położenia środosłoneczne planety, oznaczyć oś wielką ellipsy; położenie punktu przysłonecznego, i mimośród. Prawa biegu planet. Nowy dowód, że ziemia jest także planetą wkoło słońca krążącym.*

Przypuściwszy, że droga planety jest ellipsą, któréy ognisko jedno zaymuje słońce, dosyć jest mieć trzy punkta znajome na niéy, aby ją zupełnie co do wielkości, figury, i co do położenia oznaczyć. W zrównaniu bowiem na ellipsę odniesionem do ogniska mamy trzy nieznane, to jest oś wielką, jéy położenie i mimośród, i właśnie tyleż będziemy mieć zrównań. I tak daymy, że mamy trzy punkta P, P', P'' znane (fig. 54), to jest znane ich odległości od słońca r, r', r'', i długości planety, to jest kąty jakie promienie wodzące robią z liniją węzłową SW, kąt $PSB = v$, $P'SB = v + x$, $P''SB = v + y$.

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \operatorname{dost} v} \quad \ldots\ldots (1)$$

$$r' = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \operatorname{dost}(v+x)} \quad \ldots\ldots (2)$$

$$r'' = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \operatorname{dost}(v+y)} \quad \ldots\ldots (3)$$

W tych trzech zrównaniach nieznanemi są a, e, v, kąty bowiem x i y wyrażają różnice znanych odległości planety od węzła. Porównywając zrównanie (1) z (2) i z (3) otrzymujemy:

$$r + re \operatorname{dost} v = r' + r'e \operatorname{dost}(v+z)$$

$$r + re \operatorname{dost} v = r'' + r''e \operatorname{dost}(v+y)$$

Stąd
$$\left.\begin{aligned} e&=\frac{r'-r}{r\,\mathrm{dost}\,v-r'\,\mathrm{dost}(v+x)}\\ e&=\frac{r''-r}{r\,\mathrm{dost}\,v-r''\,\mathrm{dost}(v+y)}\end{aligned}\right\}\ 4.$$

Porównywając dwa ostatnie zrównania z sobą, i czyniąc dla skrócenia $r'-r=B$, $r''-r=C$, wypada:

$$Br\,\mathrm{dost}\,v-Br''\,\mathrm{dost}(v+y)=Cr\,\mathrm{dost}\,v-Cr'\,\mathrm{dost}(v+x)$$

rozwijając $\mathrm{dost}(v+y)$ i $\mathrm{dost}(v+x)$, i dzieląc przez $\mathrm{dost}\,v$, będzie

$$Br-Cr=Br''\mathrm{dost}\,y|-Br'\mathrm{wst}\,y\,\mathrm{sty}\,v-Cr'\mathrm{dost}\,x\,Cr'\mathrm{wst}\,x\,\mathrm{sty}\,v$$

$$\mathrm{sty}\,v=\frac{r(B-C)-(Br''\,\mathrm{dost}\,y-Cr'\,\mathrm{dost}\,x)}{Cr'\,\mathrm{wst}\,x-Br''\,\mathrm{wst}\,y}$$

Z tego wyrażenia, gdzie wszystko jest znane, otrzymuje się wartość kąta $v=PSB$, a stąd $WSB=v-PSW$. Zapomocą zrównania $\mathrm{sty}\,WB'=\mathrm{sty}\,WSB\,\mathrm{dost}\,I$ (zr. e. tr. kul.) otrzymujemy rzut kąta WSB na ekliptykę, czyli różnicę w długości między węzłem a punktem przysłonecznym B; którą odciągając od znajomey długości węzła WSE, wypada wartość na długość punktu przysłonecznego czyli kąt $B'SE$. Na wynalezienie mimośrodu użyć można którego kolwiek ze zrównań (4) kładąc w nich za v znalezioną wartość. Nareszcie zrównanie (1) (2) lub (3) da wartość na połowę osi większey, kiedy w nich e i v będą już oznaczone.

Podług znajomych tym sposobem elementów drogi planety, układają się tablice planet zupełnie tym sposobem jakeśmy ułożyli tablice słońca. Rachując z nich mieysce planety na czas pewny i porównywając je z obserwacyami, otrzymujemy wypadki, które zupełnie się prawie zgadzają, co dowodzi, że planety w biegach swoich tymże samym co ziemia podlegają prawom, to jest opisują ellipsy, których *ogniskiem wspólnem jest słońce;* i że *wycinki elliptyczne są proporcyonalne czasom na ich przebie-*

żenie strawionym; bo właśnie na tych prawach zasadzają się tablice planet.

Nadto porównywając odległości średnie planet od słońca z czasami peryodycznemi, odkryjemy łatwo trzecie od Keplera podane prawo, że *kwadraty z czasów peryodycznych są w stosunku sześcianów ze średnich odległości planet od słońca.* Jakże mocno dowodzi biegu ziemi postrzeżenie, że się w tym biegu prawo Keplera doskonale zachowuje! Zapomocą sposobów wyżéy podanych możemy znaleśdź obrót peryodyczny T' jakiego planety, i odległość jego od ziemi a', wyrażoną w częściach odległości ziemi od słońca wziętéy za jedność; nazwiymy przez T obrot peryodyczny ziemi, i szukaymy jego trwałości przez prawo Keplera.

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{1}{a'^3}$$

$$T = T'\sqrt{\frac{1}{a'^3}} = 365^d,25$$

Otrzymamy wypadek zupełnie zgadzający się z obserwacyami, co dowodzi, że ziemia tymże samym co wszystkie planety ulega prawom, a zatém, że jest także wkoło słońca krążącym planetą.

Przyjąwszy trzecie prawo Keplera za pewne, z wielką dokładnością oznaczyć można odległość średnią planety od słońca, w częściach odległości słońca od ziemi; dosyć bowiem do tego obserwować czas peryodyczny planety i porównać go z czasem peryodycznym ziemi. I tak wyraźmy te czasy przez T' i T; odległości zaś planety i ziemi od słońca przez a' i a; podług prawa Keplera

$$\frac{T'^2}{T^2} = \frac{a'^3}{a^3}$$

$$a' = \sqrt[3]{\left(\frac{T'^2}{T^2}a^3\right)}$$

Mając tym sposobem wartość na oś większą ellipsy planety, dosyćby było mieć dwa tylko zrównania (1) i (2) w którychby r, r', i x były znane, do oznaczenia dwóch nieznanych e i v.

LXXVI. *Drugi sposób wynalezienia mimośrodu i położenia punktu przysłonecznego, z wiadoméy odległości średnicy od słońca i z obserwacyi w przeyściach planety przez węzły.*

Mając znaną odległość średnią planety od słońca z obserwacyi biegu jego peryodycznego, można mimośród i położenie punktu przysłonecznego bardzo prostym rachunkiem wyciągnąć z dwóch obserwacyy planety, przechodzącego przez jeden węzeł W, i z dwóch drugich robionych wtenczas, kiedy się planeta znayduje w drugim węzle, to jest w punkcie W'. Za pomocą rachunku pod § 72 wyłożonego, łatwo się z tych obserwacyy wyciągają promienie wodzące r i r', pozostają więc dwie ilości nieznane, na co mamy tyleż zrównań.

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \operatorname{dost} WSB}$$

$$r' = \frac{a(1-e^2)}{1 - e \operatorname{dost} WSB}$$

Kładniemy dostawę tegoż samego kąta w obserwacyi drugiey, gdyż uważając położenie węzłów za nieodmienne w przeciągu między dwiema obserwacyami, promień wodzący w tym czasie ubiegł 180°.

$$1 + e \operatorname{dost} WSB = \frac{a(1-e^2)}{r}$$

$$1 - e \operatorname{dost} WSB = \frac{a(1-e^2)}{r'}$$

$$2rr' = r'a(1-e^2) + ra(1-e^2)$$

$$= ar' + ar - e^2a(r'+r)$$

$$e^2 = \frac{a(r+r') - 2rr'}{a(r+r')} \dots\dots\dots\dots (\alpha)$$

$$\operatorname{dost} WSB = \frac{a(1-e^2) - r}{er} \dots\dots (\beta)$$

Zrównania α i β dają nam mimośrod i kąt *WSB*, z którego, podług sposobu w § poprzedzającym danego, wyciąga się kąt dający położenie punktu przysłonecznego.

Wyłożone wyżey sposoby służą bardzo dobrze do wynalezienia pierwiastków biegu tych tylko planet, które już oddawna są znane, wszystkie bowiem te sposoby zasadzają się na znajomości położenia płaszczyzny drogi planety, do czego mieć potrzeba obserwacye w dwóch przeyściach planety przez tenże sam węzeł. Dla użycia więc tych sposobów do oznaczenia drogi jakiego nowo-odkrytego planety, potrzebaby czekać aż przynaymniey jeden obrot około słońca ukończy. I tak Uranus byłby jeszcze gwiazdą nieznaną, gdyby Astronomowie innych na oznaczenie biegu planet nie mieli sposobów. Za pomocą trzech obserwacyy środoziemnych, w jakiemkolwiek planety położeniu, można przez przybliżenie oznaczyć wszystkie pierwiastki biegu tego planety. Z pomiędzy kilku na to sposobów, można użyć sposobu podanego przez Gausa; rachunek ten jest nie co przydługi, znaydzie go czytelnik w dziele Gaussa, i w Astronomii Delambra (T. II. k. 561).

Obrot planety jest gwiazdowy, zwrotnikowy, synodyczny, i anomalistyczny, podług tego, jak odnosimy planetę do gwiazdy, do punktów równonocnych, do słońca, lub do punktu pewnego na jego drodze. Obroty te jedne się z drugich wyciągają, tak jakeśmy to już uważali w xiężycu (§ 64.)

ROZDZIAŁ XIII.

Bieg wirowy słońca, xiężyca i planet.

LXXVII. *Opisanie plam pokazujących się na słońcu; różne przypuszczenia co do ich natury.*

Uważając, że słońce w każdem położeniu względem ziemi pokazuje się w postaci tarczy okrągłey i świetney, wnieść należy, że gwiazda ta przez się świecąca jest w rzeczy samey figury okrągłey. Stopniowana odmiana światła w xiężycu i innych planetach dowodzi, że te ciała są także okrągłe, ale przez się ciemne tak jak ziemia nasza. Pilnieysze rozważanie powierzchni słońca i planet posłużyć nam może do odkrycia, azali te ciała tak jak ziemia obdarzone są biegiem wirowym, i do poznania tego biegu, jeżeli się w jakich planetach znayduje. Zaczniymy nasze badania od słońca.

Niekiedy dają się widzieć na słońcu czarne plamy, które się pokazują od strony wschodniey, posuwają się potém ku brzegowi zachodniemu, i albo do tego brzegu dochodzą i tam się kryją, albo w ciągu swego biegu zmnieyszają się i nikną na tarczy słońca. Od czasu wynalezienia lunet obserwacye plam słonecznych stały się bardzo pospolite i posłużyły do wykazania i oznaczenia biegu wirowego słońca; obserwacye bowiem i rachunek pokazały, że drogi tych plam, są sobie równoległe, że ich ruch jest jednostayny, że nareszcie wszystkie fenomena w biegu plam jawiące się, bardzo się dobrze tłumaczyć dają przez bieg wirowy słońca wspólny biegowi tychże plam jako punktów do powierzchni słońca statecznie przywiązanych, i na tey powierzchni w ciągu biegu toż samo zawsze zaymujących mieysce.

Podług Herszela, massa słońca przez się ciemna otoczona jest atmosferą napełnioną obłokami palącemi się, które przechodząc w różnych kierunkach mogą się przypadkiem rozeyść i tym sposobem odkryć nam i pokazać część bryły ciemney, zwłaszcza w mieyscu gdzie ta bryła wielkiemi nasterczona jest górami. Podług zaś Laplasa ogień palący samę massę słońca, przyczyną jest ogromnych wolkanicznych wyziewów, gdzie płyny sprężyste wydzierając się z łona tego ciała, rozrywają massę słońca, i formują rozległe i głębokie przepaści, które się nam pod postacią plam czarnych pokazują.

Co się tycze zarzutu dla czego massa słońca chociaż pożerana ciągłym ogniem nie zmnieysza się jednak, na to oprócz innych uwag, następującym rachunkowym odpowiedzieć można sposobem. Przypuśćmy, że przez ogień średnica słońca zmnieysza się co dzień o dwie stopy, zmnieyszenie się jéy roczne wynosić będzie 122 sążni. Rachując stąd proporcyonalną ilość na lat *np.* 6000, znaydujemy, że w tym przeciągu zmnieyszenie się średnicy słońca, zawierającéy 1800″ zaledwo dwie sekundy wynosić będzie. Długiego więc bardzo potrzeba czasu, aby się nam postrzedz dało zmnieyszenie się słońca z ciągłego palenia się wynikające, jeżeli ten pożar rzeczywiście ma mieysce.

Plamy obserwowane na słońcu były częstokroć tak wielkie, że cztéry albo pięć razy wielkość ziemi przewyższały, pospolicie otoczone są lekko świecącą materyą czarną, która często po rozproszeniu się plamy pozostaje jeszcze. Oprócz plam ciemnych dają się czasami widzieć na słońcu punkta, od reszty tarczy słońca świetnieysze; fenomena biegu tych nowego rodzaju plam słonecznych są zupełnie też same, co plam ciemnych zwyczaynych. Plamy te niekiedy wielkiemi pokazują się gromadami, jak to w r. 1815, 1816 i 1817 w obserwatoryum wileńskiém obserwowano, zdarza się znowu, że przez znaczną lat liczbę, żadna się nieukaże. Nie zastanawiając się dłużéy nad naturą tego fenomenu, którego prawdziwa przyczyna nie jest znajoma, użyymy go do oznaczenia biegu wirowego słońca w przypuszczeniu, zgadzającém się ze wszystkiemi do téy pory robionemi obserwacyami, że plamy mieysca swego na powierzchni słońca nie odmieniają; a naprzód oznaczmy położenie równika słonecznego, to jest pochyłość téy płaszczyzny do płaszczyzny ekliptyki, i mieysce gdzie się te płaszczyzny przecinają, czyli długość węzła.

LXXVIII. *Oznaczenie długości i szerokości środosłoneczney plamy, a stąd wynalezienie pochyłości równika słonecznego do ekliptyki, długości węzła, i odległości plamy od równika słonecznego.*

Z pomiędzy wielu sposobów podanych przez różnych Astronomów na oznaczenie położenia płaszczyzny równika, nayprostszy i naybardziey analityczny jest sposób Delambra, do którego wielka liczba obserwacyy wprowadzona bydź może, i który tutay wyłożymy.

We wszystkich sposobach naypierwszą jest rzeczą otrzymać długości i szerokości plamy środosłoneczne, to jest widziane ze środka słońca: znaydziemy je następującym sposobem.

Wyobraźmy sobie rzut kuli słoneczney, na kulę niebieską: niech *C* (fig. 55) wyraża środek słońca, *t* plamę na jego powierzchni, *EC* ekliptykę, *ab* koło równoległe do równika *ER*, *Pt* łuk koła zboczeń, *Pt''* łuk koła szerokości.

Obserwuymy przeyście przez południk brzegów słońca *a*, i *b*, a stąd wyciągniony przechód środka słońca porównaymy z przechodem plamy *t*, różnica w czasie tych przechodów rozmnożona przez 15, da nam różnicę wznoszenia się prostego między środkiem słońca a plamą czyli kąt CPt', mnożąc ten kąt przez dostawę zboczenia słońca otrzymujemy na kole równoległem do równika łuk ct'. Co się tycze łuku tt' czyli różnicy w zboczeniu, tę łatwo wyciągniemy, obserwując na południku wysokość brzegów słońca, i wyciągnioną stąd wysokość środka porównywając z wysokością obserwowaną plamy. Możemy jeszcze tę różnicę wznoszeń prostych i zboczeń słońca i plamy, otrzymać za pomocą machiny równikowey, lub za pomocą lunety z mikrometrem kołowym, sposobami w swojém mieyscu podanemi.

W troykącie Ctt', który dla małości boków uważać można za prostokreślny mamy:

$$\text{sty.}\,tCt' = \frac{tt'}{Ct'}, \qquad Ct = \frac{Ct'}{\text{dost.}\,tCt'}$$

Otrzymujemy tym sposobem kąt *Z* (fig. 56), pod którym widzimy *tS* odległość plamy od środka słońca. Jeżeli znamy odległość ziemi od słońca *ZS*, łatwo jest wynaleśdź kąt *tSC* czyli łuk *Ct*, zawarty między plamą *t* a punktem *C*, gdzie linija prowadzona z ziemi do środka słońca przerzyna jego powierzchnią. Nazywając przez *D* połowę średnicy pozorney słońca, otrzymujemy:

$$St = SK = SZ \,\mathrm{wst}\, SZK = r.\mathrm{wst}.D.$$

$$St : \mathrm{wst}\, Z = SZ : \mathrm{wst}(S+Z); \text{ gdzie } S = tSZ, \quad Z = tZS$$

$$\mathrm{wst}(S+Z) = \frac{SZ \,\mathrm{wst}\, Z}{St} = \frac{\mathrm{wst}\, Z}{\mathrm{wst}\, D}.$$

Ponieważ kąt Z znamy z obserwacyi, odciągając go więc od wartości na $(S+Z)$, otrzymujemy kąt S, czyli łuk tC, widziany ze środka słońca.

Dla znalezienia łuków tt'' i Ct'' potrzeba nam znać jeszcze kąt tCt'', przyydziemy do tego uważając, że w troykącie ECM

$$\mathrm{dost}(EC = L) = \mathrm{dosty}\, \omega\, \mathrm{dosty}\, ECM \ldots\ldots (\text{zr. } C \text{ Tr. kul.})$$

$$\mathrm{dosty}\, ECM = \mathrm{dost}\, L\, \mathrm{sty}\, \omega$$

$$PCt'' = ECM = 90^\circ - t''Ct'$$

$$\mathrm{dosty}\, ECM = \mathrm{sty}\, t''Ct' = \mathrm{dost}\, L\, \mathrm{sty}\, \omega$$

$$tCt' - t''Ct' = tCt'' = \varphi.$$

Wyobraźmy sobie troykąt prostokątny Ctt'' na powiérzchni kulistéy słońca, w którym mamy znany kąt φ i przeciwprostokątną Ct, w częściach koła wielkiego na kuli słońca, rozwiązując go znachodzimy

$$\mathrm{sty}\, Ct'' = \mathrm{sty}\, Ct.\mathrm{dost}\, \varphi \ldots\ldots (\text{zr. } e \text{ Tr. k.})$$

$$\mathrm{wst}\, tt'' = \mathrm{wst}\, Ct.\mathrm{wst}\, \varphi \ldots\ldots (\text{zr. } b \text{ Tr. k.})$$

$tt'' = S$, jest szerokością środosłoneczną plamy, Ct'' jest różnicą w długości środosłoneczney ziemi i plamy t. Wyobraźmy bowiem płaszczyznę ekliptyki przechodzącą przez środek słońca S i ziemi Z (fig. 57), na téy płaszczyźnie znayduje się promień ZCS. Poprowadziwszy koło szerokości po kuli słoneczney, przechodzące przez plamę t, koło to oznaczy na ekliptyce rzut téyże plamy, czyli punkt t''. Widzimy więc, że łuk Ct'' jako miara kąta ZSt'', jest różnicą w długości środosłoneczney między ziemią Z i plamą t.

Długość ziemi $= ♁ = 180^\circ +$ Długość słońca $= 180^\circ + \odot$.

Stąd długość środosłoneczna plamy

$$d = 180 + \odot \mp Ct'.$$

Znak wyższy służy kiedy plama przeszła przez południk po przeyściu środka słońca, znak niższy, kiedy przeszła przed środkiem słońca, jak *np.* to wystawia (fig. 57) gdzie

$$\delta = \gamma MC, \qquad d = \gamma MCt''.$$

Tym sposobem możemy otrzymać tyle szerokości i długości środosłonecznych plamy, ile mamy obserwacyy, użyymy ich teraz do znalezienia pochyłości równika słonecznego do ekliptyki, mieysca węzłów, i czasu obrotu wirowego słońca.

Niech $AEP''P'BK$ (fig. 58) wystawia przecięcie kuli słoneczney przez płaszczyznę pionową do ekliptyki i równika słonecznego, a zatem przechodzącą przez bieguny tych kół P' i P''. N oznacza węzeł górny równika słonecznego, tt''' zboczenie plamy od równika słonecznego $= \delta$, ω' pochyłość ekliptyki do równika słonecznego $= BNK$.

W tróykącie $P'P''t$ mamy

$$\text{dost}P''t = \text{dost}P''P'\,\text{dost}P't + \text{wst}P''P'\,\text{wst}P't\,\text{dost}P''P't \ldots \text{(zr. fun. Tr. k.)}$$

$$\text{wst}\,\delta = \text{dost}\,\omega'\,\text{wst}\,S + \text{wst}\,\omega'\,\text{dost}\,S\,\text{dost}\,P''P't.$$

$$\text{dost}P''P't = \text{dost}(90^\circ + NP't) = -\text{wst}NP't = -\text{wst}Nt = -\text{wst}(d - N)$$

nazywając przez N długość węzła.

$$\text{wst}\,\delta = \text{dost}\,\omega'\,\text{wst}\,S - \text{wst}\,\omega'\,\text{dost}\,S\,\text{wst}(d - N)$$

$$\frac{\text{wst}\,\delta}{\text{dost}\,\omega'} = \text{wst}S - \text{dost}S\,\text{wst}d\,\text{sty}\,\omega'\,\text{dost}N + \text{dost}S\,\text{dost}d\,\text{sty}\,\omega'\,\text{wst}N.$$

Kładąc $\frac{\text{wst}\,\delta}{\text{dost}\,\omega'} = x, \quad \text{sty}\,\omega'\,\text{dost}\,N = y, \quad \text{sty}\,\omega'\,\text{wst}\,N = Z$

będzie $$x = A - By + Cz \ldots\ldots (\beta)$$

gdzie x, y, z, są ilości nieznane, A, B, C są współczynniki wiadome, jako funkcye s i d, to jest długości i szerokości środosłonecznych, które się sposobem wyżey wyłożonym rachować mogą. Nadto ponieważ ilości nieznane

x, y, z, są funkcyami zboczenia plamy, pochyłości ekliptyki do równika, i długości węzła, są to więc ilości stałe w różnych obserwacyach téyże samey plamy, a przynaymniey w krótkim przeciągu czasu, w którym się obserwacye robią, za stateczne uważać je możemy. Dosyć więc mieć trzy obserwacye téyże samey plamy, aby otrzymać trzy zrównania pod kształtem (β), z których trzy niewiadome $x. y; z$, a stąd δ, ω' i N oznaczyć można. Zamiast trzech obserwacyy można użyć, i pospolicie się używa, znaczna liczba obserwacyy, i z nich wyciągnionych zrównań, które są *zrównaniami warunkowemi* (équations de condition) i którym elementa szukane zadosyć czynić powinny. Mając trzy ilości x, y, z, do oznaczenia z wielkiey liczby zrównań warunkowych, postępuje się tym sposobem. Zrównania wszystkie kombinują się z sobą dodając lub odciągając jedne od drugich, i przywodzą się do trzech tylko, z których każde jest summą kilku pojedynczych zrównań warunkowych. Kombinacyą tę zrównań tak robić należy, aby w każdém zrównaniu współczynnik ilości niewiadomey jedney był naywiększy, a współczynniki innych, ile bydź może, naymnieysze: widoczna bowiem, że wyciągając z tego zrównania tę ilość, i dzieląc przez jéy współczynnika, błędy innych wyrazów, które na jéy wartość koniecznie wpływają, tym bardziéy się zmnieyszą im ten współczynnik w porównaniu innych wyrazów będzie większy.

Delambre wyciągnął z jedenastu zrównań danych przez tyleż obserwacyy trzy zrównania następne:

$$x = -0{,}1121615 + 0{,}95619225.\ y - 0{,}0270317.\ z \ldots\ldots (1)$$
$$x = -0{,}450259 + 0{,}258430.\ y + 2{,}753442.\ z \ldots\ldots (2)$$
$$x = -0{,}107768 + 0{,}716650.\ y - 0{,}0226425.\ z \ldots\ldots (3)$$

Z tych zrównań przez prostą eliminacyą otrzymują się wartości na x, y, z. Można postąpić następującym sposobem. Odciągniymy od zrównania (2) raz zrównanie (1), drugi raz zrównanie (3), otrzymamy dwa zrównania pod kształtem

$$\left.\begin{array}{l} \alpha + \beta y + \gamma z = 0 \\ \alpha' + \beta' y + \gamma' z = 0 \end{array}\right\} (a).$$

Dzieląc pierwsze przez γ drugie przez γ', i odciągając pierwsze od drugiego, z zniknie, a zostanie zrównanie $f(y)=0$, skąd

$$y=+\frac{0{,}001773}{0{,}0858924}.$$

Kładąc tę wartość na y w zrównania (a) wypadnie:

$$z=0{,}12677444.$$

$$y=\text{sty}\,\omega'\,\text{dost}\,N=+\frac{0{,}001773}{0{,}0858924}$$

$$z=\text{sty}\,\omega'\,\text{wst}\,N=0{,}12677444$$

$$\frac{z}{y}=\text{sty}\,N=\text{sty}(82^\circ.45')$$

$$\text{sty}\,\omega'=\frac{y}{\text{dost}\,N}=\frac{z}{\text{wst}\,N}=\text{sty}(7^\circ.19')$$

Otrzymaliśmy więc

$\omega'=$ Pochyłości ekliptyki do równika słoneczn. $=7^\circ.19'$.

$N=$ Długości węzła . . . . $=82^\circ.45$.

Co się tycze zboczenia plamy δ, to możemy otrzymać, albo z jednego ze zrównań (1), (2), (3), albo wyciągnąć je z jedenastu zrównań warunkowych kładąc w nich za ω', y, z, znalezione wartości, gdyż $x=\frac{\text{wst}\,\delta}{\text{dost}\,\omega'}$; takowych wartości na δ otrzymamy jedenaście, dzieląc przez tę liczbę summę tych wypadków, otrzymujemy zboczenie plamy od równika słonecznego.

$$\delta=-5^\circ.26'\ \text{południowe}.$$

LXXIX. *Wynaleśdź czas obrotu wirowego słońca. Obrot synodyczny. Wynalesdź os mnieyszą ellipsy pod jaką się droga plamy pokazuje w różnych ziemi względem węzłów równika słonecznego położeniach.*

Dla znalezienia prędkości obrotu wirowego słońca, czyli czasu w jakim się on odbywa, dosyć jest wiedzieć jak się odmienia Nt''' to jest odległość plamy od węzła, uważana ze środka słońca, i odniesiona do równika słonecznego, co nazwiymy wznoszeniem się prostém środosłonecznêm plamy. Szukając wartości na Nt''' w czasie dwóch obserwacyy znaydujemy właśnie ilość ruchu wirowego, odpowiadającą czasowi upłynionemu między dwiema obserwacyami; odmiana bowiem wznoszenia się prostego plamy, czyli jéy odległości od węzła, zależąc zupełnie od biegu wirowego słońca, i idąc w tymże samym kierunku, jest doskonałą miarą tego biegu.

W troykącie $P''P't$

$$\text{wst}\,P' : \text{wst}\,P''t = \text{wst}\,P' : \text{wst}\,P't$$

$$\text{wst}\,P'' = \frac{\text{wst}\,P'\,\text{wst}\,P't}{\text{wst}\,P''t}$$

$$\text{dost}\,NP''t''' = \frac{\text{dost}\,Nt''\,\text{dost}\,tt''}{\text{dost}\,tt'''} = \text{dost}\,Nt''' = \text{dost}\,A$$

nazywając przez A wznoszenie się proste środosłoneczne plamy.

$$\text{dost}\,A = \frac{\text{dost}\,S\,\text{dost}(d-N)}{\text{dost}\,\delta}$$

na czas T.

Podobnie na czas T' otrzymamy zrównanie

$$\text{dost}\,A' = \frac{\text{dost}\,S'\,\text{dost}(d'-N)}{\text{dost}\,\delta}.$$

Stąd ilość biegu wirowego, czyli odmiana wznoszenia się prostego środosłonecznego plamy w przeciągu czasu $T'-T$, wyrazi się przez $A'-A$.

$$A'-A : T'-T = 360^\circ : R$$

$$\text{Czas obrotu wirowego } R = \frac{360^\circ\,(T'-T)}{A'-A}$$

Delambre rachując A i A' na czas dwóch obserwacyy, to jest pierwszéy i ostatniéy z jedenastu wyżéy wzmiankowanych znalazł (*)

(*) Astron. Del. T. III. k. 45.

dnia 13 . . . . $A = 121^\circ.50'$
23 . . . . $A' = 267^\circ.16'$

Bieg wirowy przez dni 10 . . . . $145^\circ.26'$

$$R = \frac{360^\circ.10}{145^\circ.43} = 24^d 75.$$

Obrot słońca około osi swojéy jest w tęż samę stronę co i bieg pozorny około ziemi, to jest, od zachodu na wschód. Z wielkiey liczby obserwacyy innych Astronomów, czas obrotu wirowego wypada dłuższy, aniżeli tu wyciągniony, wynosi bowiem $25^d.5$. Wszystkie te jednak wypadki wielkiey uległe są niepewności, z przyczyny małych nieuchronnych błędów jakie się w czasie obserwacyi popełniają, a które w wypadkach środosłonecznych wielokrotnie się powiększają. Łuk bowiem słońca, który, widziany z jego środka wynosi stopni 90°, widziany z ziemi zaledwo się pod kątem $16'$ wydaje. Ztąd błąd jednéy sekundy popełniony w obserwacyi z ziemi ciągnie za sobą błąd 339 razy większy, to jest wynoszący $5'.39''$. Nie dziw więc, że wypadki z rozmaitych obserwacyy wyciągane, różnią się po większéy części od siebie. Dodaymy jeszcze do tego, że kształt plamy nie jest stateczny, ale się owszem odmienia; w ciągu więc obserwacyy nie zawsze tenże sam punkt plamy za jéy środek jest uważany. Wreszcie bydź może, że plamy same, które my za stateczne uważamy, mają swóy bieg właściwy po powierzchni słońca, różny dla różnych plam, i że ten bieg, dla powolności swojéy dotąd nie będąc jeszcze odkrytym, wpływa na wypadki, i powiększa ich między sobą różnice, wynikające z błędów nieuchronnych obserwacyy.

Plama skończywszy swóy obrot około osi równika, nie powraca jeszcze do tego samego koła szerokości, przechodzącego przez środek słońca i ziemi, a ztąd nie powraca do tego samego położenia na tarczy słońca uważanego z ziemi, ziemia bowiem w czasie obrotu plamy, ma bieg kierunkowy w tę samę stronę co plama, to jest od zachodu na wschód. Powrót plamy do tegoż samego koła szerokości przechodzącego przez ziemię, zowie się obrotem synodycznym, którego trwałość średnia łatwo się wyciąga ze znanego biegu perypdycznego i biegu ziemi.

Niech B oznacza bieg dzienny plamy; bieg dzienny względny wyraża się przez

$$B = 59'.\ 8'',3.$$
$$B - (59'.\ 8'',3) : 1^d = 360^\circ : R$$

Biorąc $25^d,5$ za czas obrotu plamy, wypada obrot synodyczny

$$R = \frac{360^\circ . 1^d}{B - (59'.8'',3)} = 29^d.3.$$

Gdyby równik słoneczny był zupełnie na płaszczyźnie ekliptyki, drogi plam równikowych po tarczy słońca wydawałyby się nam jak rzuty kół na swoje własne średnice, a zatém jak linije proste; i nadto dla wielkiey bardzo słońca od ziemi odległości, w porównaniu wielkości słońca, równoleżniki słoneczne widzielibyśmy w téyże samey figurze. Lecz że równik słoneczny nie leży na płaszczyznie ekliptyki, ale jest do niéy pochylony kątem $7^\circ \frac{1}{2}$, stąd drogi plam rozmaicie nam wydawać się powinny, podług różnego ziemi względem równika słonecznego położenia. I tak: w grudniu i czerwcu, kiedy długość ziemi jest 82° albo $180^\circ + 82^\circ$, naówczas ziemia jest w jednym z węzłów, a zatém na płaszczyznie równika słonecznego; w tych więc dwóch położeniach ziemi, drogi plam będą to linije proste jakto fig. 59 i 60 pokazują. W grudniu kiedy ziemia odpowiada węzłowi podniesienia, plamy mają bieg od m do m' (fig. 60), przechodząc ze strony południowey ekliptyki na stronę jéy północną; przeciwnie w czerwcu (fig. 59) plamy przechodzą ze strony północnéy na stronę południową, zbliżając się ku biegunowi południowemu ekliptyki. W innych położeniach, ziemia albo jest nad płaszczyzną równika słonecznego, albo pod tą płaszczyzną; równik i równoleżniki słoneczne wydają się wtenczas jak ellipsy mniéy więcéy spłaszczone. Na fig. 61 ANB wyobraża równik słoneczny przecinający ekliptykę w punkcie *N*, *P* i *P'* są bieguny równika i ekliptyki. Połową osi większey pozorney ellipsy równikowey jest promień słońca *AC*, połową osi mnieyszey jest wstawa łuku *Cm*.

W troykącie *CPP'*

$$\text{dost}\, P' = \frac{\text{dost}\, CP}{\text{wst}\, PP'}, \text{ gdyż } P'C = 90^\circ$$

$$\text{wst}\, Cm = \text{dost}\, PC = \text{dost}\, P' \,\text{wst}\, PP'$$

$$\text{wst}\, Cm = \text{wst}(7^\circ.\, 19')\text{dost}(\text{♁} - \text{długość bieguna równika})$$

Długość bieguna równika jestto długość węzła mniey 90°

$$\text{Wst}\, Cm = \text{wst}\,(7^\circ.\, 19')\text{dost}\{\text{♁} - (82^\circ - 90^\circ)\}$$

$$= \text{wst}(7^\circ.\, 19')\text{dost}(\text{♁} - 11^s.\, 22^\circ)$$

$$= \text{wst}(7^\circ.\, 19')\text{dost}(\odot - 5^s.\, 22^\circ)$$

$$= \text{wst}(7^\circ.\, 19')\text{dost}(\odot + 6^s.\, 8^\circ)$$

Jest to wartość wstawy *Cm* odniesioney do promienia słonecznego, który tu uważaliśmy za jedność; chcąc wiedzieć wielkość tey wstawy w porównaniu promienia słońca widzianego z ziemi i wyrażonego w sekundach *np.* przez *p*, należy mnożyć tę wartość przez *p*, a otrzymamy kąt, pod którym się pokazuje wst *Cm* uważana z ziemi; nazwawszy bowiem ten kąt przez *p'* wypada:

$$1 : p = \text{wst}\, Cm : p'$$

$$p' = p\, \text{wst}\, Cm$$

$$p' = p\, \text{wst}(7^\circ.\, 19')\, \text{dost}(\odot + 6^z.\, 8^\circ) \ldots (x).$$

Tym sposobem kładąc w tem zrównaniu rozmaite wartości za długość słońca, i odpowiednie im wielkości jego pozorne *p*; otrzymać możemy na epokę żądaną wielkość *p'*, a stąd postać pod jaką się nam wtenczas pokazywać będzie droga przez plamę równikową opisywana. Drogi plam nieleżących na równiku, wydawać się nam będą także jak ellipsy coraz mnieysze im bardziey się ku biegunowi równika zbliżają, ale ich mimośród dla wielkiéy bardzo słońca odległości, będzie zupełnie tenże sam, co i plamy na równiku będącéy. Zrównanie (x) pokazuje, że ellipsy równoleżników słonecznych są zawsze bardzo spłaszczone, gdyż p mnożone jest przez dwa mnożniki, z których jeden jest ułamkiem bardzo małym, drugiego wartość naywięcéy równać się może jedności. Spłaszczenie naymnieysze wypada kiedy ziemia odległa jest od węzłów o 90°, to jest kiedy jéy długość $=5^{s}.22^{\circ}$, albo $11^{s}.22^{\circ}$, naówczas $\mathrm{dost}(\odot + 6^{s}.8^{\circ}) = 0$, $p = p\,\mathrm{wst}(7^{\circ}.19)$.

LXXX. *Bieg wirowy xiężyca i innych planet.*

Plamy okrywające ciągle tarczę xiężyca, służą tak jak plamy słońca do znalezienia obrotu wirowego tego planety, tym dogodniey, że są nieruchome, kształt ich żadnym nie podlega odmianom, i obserwacye te w każdym czasie robione i powtarzane bydź mogą. Formuły dające nam bieg wirowy słońca służą także i na xiężyc z małemi bardzo odmianami wynikającemi stąd, że droga xiężyca nie leży na ekliptyce, i że węzły równika xiężycowego nie są stateczne, ale mają bieg, na który w przeciągu między obserwacyami mieć wzgląd należy.

Takowych obserwacyy i rachunku wypadki są następujące: *Naprzód* węzły równika xiężycowego uważane ze środka xiężyca padają zawsze tam gdzie węzły drogi xiężycowéy, i temuż samemu podległe są biegowi. *Powtóre* obrót wirowy xiężyca równy jest zupełnie miesiącowi gwiazdowemu to jest $27^{d}.7^{g}.43'.3''$. Płaszczyzna równika xiężycowego środkuje między drogą xiężyca a ekliptyką, będąc do ostatniey pochylona kątem $1^{\circ}.43'$.

Bieg wirowy planet podobnym dochodzi się sposobem: należy szukać na tarczy planety pewnych plam, których bieg mógłby odkryć i ocenić bieg wirowy planety. Merkuryusz jsst planetą tak blizkim słońca, że nie często i tylko przy poziomie wyraźnie postać jego tarczy obserwować można. Podług Schroetera tarcza ta zupełnie okrągła wynosząca $6''$ nasterczona jest wielkiemi górami; bieg wirowy jest $24^{g}.5'$, kąt zaś pochyłości równika do drogi Merkuryusza bardzo wielki, a stąd fenomena z odmian por roku wynikające daleko mocniey czuć się dają na tym planecie niż na ziemi. Kassyni obserwując Wenusa kiedy był w kwadraturze, postrzegł na tarczy jego punkt pewny, ruszający się prawie równolegle do linii oddzielającey stronę ciemną planety od oświeconey i stąd wyrachował bieg wirowy Wenusa, który poźniey był obserwowany przez innych Astronomów. Podług Schroëtera bieg ten wynosi $24^{g}.21'$. Pochyłość równika do drogi planety jest $75°$, a długość węzła górnego uważana ze środka planety jest $10^{s}.15°$. Bieg wirowy Marsa odkryty także był przez Kassyniego. Trwałość tego biegu podług Herschela jest $24^{g}.39'$ pochyłość $30°.18'$. Jowisz uważany przez dobry teleskop pokazuje się w kształcie koła świetnego, przerzniętego dwoma pasami ciemnemi równoległemi do siebie, niektórzy Astronomowie postrzegali ich więcey a Messier widział całą prawie tarczę podobnemi pokrytą pasami. Bieg wirowy Jowisza jest bardzo szybki zwłaszcza uważając, że planeta ten większym jest od wszystkich innych planet; bieg ten wynosi $9^{g}.55$ podług Schroëtera. Pochyłość jego równika do płaszczyzny jego drogi jest bardza mała, nie wynosi bowiem więcey podług Delambra jak $3°.12'$. Jeśli prawda, że spłaszczenie ziemi naszéy skutkiem było obrotu jéy wirowego, spłaszczenie to daleko większe bydź powinno na Jowiszu. Jakoż mierząc tarczę Jowisza przez mikrometr, tarcza ta znacznie jest mnieysza mierzona w kierunku biegunów, niż w kierunku równika; spłaszczenie to podług Delambra wynosi $\frac{1}{13}$, kiedy spłaszczenie ziemi jakesmy mówili było tylko $\frac{1}{309}$. Fenomen ten pokazujący podobieństwo przyczyn i skutków na Jowiszu i ziemi, potwierdza bieg wirowy ziemi, jako przyczynę podobnego téy bryły spłaszczenia.

Uważając znaczne spłaszczenie Saturna wynoszące $\frac{1}{11}$, wnieść przez analogiją należy, że planeta ten ma także bieg wirowy, co też Laplace przepowiedział pierwiey jeszcze nim ten bieg był obserwowany. Podług Herschela trwałość tego biegu wynosi 10^{g} i kilka minut. Bieg wirowy tych wszystkich planet jest tak jak i bieg peryodyczny od zachodu na wschód. Co się tycze Uranusa i nowo odkrytych planet, z tych pierwszy dla swéy wielkiéy odległości, drugie dla tego, że są nadto małe, pokazują się tylko w postaci gwiazd bez znacznéy średnicy, tak że na ich powierzchni żadnych plam, a tym bardziéy ich biegu postrzedz i ocenić dotąd nie można było. Przez analogiją więc tylko wnieść można, że te planety nie robią wyjątku od fenomenu ogólnego, ale podobnie innym planetom obdarzone są biegiem wirowym.

ROZDZIAŁ XIV.

O xiężycach, czyli planetach drugiego rzędu. Atmosfera planet.

LXXXI. *Planety drugiego rzędu. Xiężyce Jowisza; jak się dochodzi ich odległość od środka planety, i czas ich obrotu około planety głównego.*

Ciała niebieskie krążące tylko w około słońca, o których dotąd mówiliśmy, zowią się planetami głównemi, albo planetami piérwszego rzędu. Niektóre z nich, tak jak ziemia nasza, mają towarzyszące sobie ciała, które się nazywają planetami drugiego rzędu, *towarzyszami*, albo *xiężycami* (satellites); xiężyce te krążą około planet swoich opisując koła lub ellipsy, których ogniskiem jest planeta główny unoszący z sobą wszystkie xiężyce w biegu około słońca. Xiężyc ziemski dla tego, że należy do planety na którym mieszkamy, że jest ciałem naybliższém ziemi, i że w zastosowaniach Astronomii na teoryi jego biegu wiele zależy, jest planetą bardziéy nas interessującym niżeli inne planety lub ich xiężyce, dla tego też zaraz po wyłożeniu teoryi słońca, zajęlismy się rozważeniem jego biegu.

Zastanówmy się teraz nad teoryą xiężyców do innych należących planet.

W roku 1610 Galileusz odkrył cztéry xiężyce Jowisza, które w piérwszych obserwacyach wziął za gwiazdy stałe; ale się wkrótce przekonał, że te gwiazdy towarzyszą ciągle planecie, i biegi swe wkoło niego odbywają. Obserwując przez dobre teleskopy Jowisza, łatwo jest widzieć, że te gwiazdy w biegach swoich przychodząc do pewnego położenia względem planety i słońca wpadają w cień Jowisza, tracą światło podobnie jak xiężyc ziemski w zaćmieniach swoich, i przeszedłszy przez cień planety znowu się wynurzają w pewnéy od tarczy planety odległości. Zdarza się także, że te ciała przechodzą między planetą a słońcem, i wtenczas same są niewidzialne, ale widzieć można cień ich rzucony na tarczę planety i przebiegający tę tarczę w postaci plamy małéy. Są to zaćmienia Jowisza podobne jakie xiężyc ziemski stając czasem między ziemią a słońcem sprawia dla mieszkańców ziemi. Fenomena te oczéwiście dowodzą, że i planeta główny i jego xiężyce są to ciała przez się ciemne, nadto zaćmienia te, zależąc od położenia planety i xiężyca względem słońca, wyraźnie pokazują gwiazdę, któréy ciała te swoje światło są winne.

Obserwuymy za pomocą mikrometru odległości xiężyca od planety głownego, i wybierzmy z wielkiéy liczby obserwacyy takie, które tę odległość dają naywiększą. Odległość tak otrzymana, porównana z tarczą pozorną planety, daje odległość xiężyca od środka planety w częściach promienia planety. Znając tedy promień planety głównego przez wyżéy podane sposoby, łatwo jest wynaleśdź tę odległość w częściach odległości średniey planety od słońca, albo też w milach jeograficznych. Co się tycze biegu xiężyców Jowiszowych, ten podobnie jak biegi planet głównych, odbywa się od zachodu na wschód, co łatwo jest wnieść uważając, że zaćmienia xiężyców zdarzają się tylko wtenczas, kiedy te idą od zachodu na wschód, wtenczas zaś kiedy mają bieg wsteczny od wschodu na zachód, przechodzą między planetą i słońcem, gdyż wtenczas tylko cień ich na tarczy planety widzianym bydź może. Do oznaczenia biegu xiężyców około Jowisza naylepiey służą ich zaćmienia, zwłaszcza jeżeli można obserwować ich *zanurzenie się w cień* (immersion) i *wynurzenie się z cienia* (emersion); fenomen jednak ten nigdy się nie zdarza dla xiężyca nayblizszego planety. Daymy bowiem, że na fig. 62 S oznacza słońce, Z mieysce ziemi przed czasem przeciwległości, Z' po przeciwległości; wyraźna rzecz, że z punktu Z zaćmienia tylko mogą bydź obserwowane, wynurzenie się zaś w punkcie n nie jest widzialne, albowiem xiężyc zakryty jest przez planetę. Przeciwnie po przeciwległości kiedy się ziemia znayduje w punkcie Z', same tylko wynurzenia się są widzialne, wpadanie zaś w cień dzieje się w mieyscu przez planetę dla ziemi zakrytém. Lecz co się tycze xiężyca drugiego, trzeciego, i czwartego, ponieważ xiężyce te są dosyć znacznie oddalone od planety, zdarza się więc często, że się xiężyc zanurza w punkcie p i wynurza się w punkcie q, z téyże samey strony planety, i oba fenomena z ziemi obserwowane bydź mogą.

Moment środka zaćmienia jest chwilą kiedy xiężyc jest w złączeniu albo bardzo blizko złączenia ze słońcem, to jest, kiedy długość środosłoneczna planety i xiężyca jest taż sama. Przeciąg czasu między dwóma następnemi złączeniami daje obrot synodyczny planety, a mając w tym przeciągu czasu biegplanety, łatwo się wyciąga obrot gwiazdowy. Daymy że obrot synodyczny jest S, bieg planety w tym czasie a

$$360^\circ + a : S = 360^\circ : P.$$

$$\text{Obrot gwiazdowy} = P = \frac{360}{360 + a} \cdot S.$$

Dla otrzymania obrotu xiężyców z większą dokładnością, porównywają się z sobą złączenia odległe, a czas między niemi przedzielony przez liczbę upłynionych obrotów, daje ten obrot z wielką dokładnością. Można jeszcze otrzymać ten obrot xiężyców obserwując przeyścia ich cienia przez tarczę planety i wyciągając stąd czas złączeń; ale obserwacye tego rodzaju przez bardzo dobre tylko teleskopy robione bydź mogą. Porównywając odległości xiężyców Jowiszowych z trwałością ich obrotów, łatwo jest widzieć, że w ich biegu zachowuje się odkryte w biegu planet głównych trzecie prawo Keplera, to jest, że *kwadraty z czasow peryodycznych są w stosunku trzecich potęg z odległości xiężyców od planety głównego:* Prawa tego użyć możemy do znalezienia dokładniey obrotu pierwszego xiężyca, który dla tego trudnieyszym jest do dokładnego oznaczenia, że nigdy razem jego zanurzenia się i wydobycia się z cienia obserwować, a stąd czasu jego złączenia wprost wyciągnąć nie można (*).

LXXXII. *Wynaleśdź pochyłość dróg xiężycowych do drogi planety głównego, i położenie ich węzłów.*

Mierząc odległości xiężyców Jowiszowych od środka planety w rozmaitych epokach, otrzymujemy wypadki prawie też same, co pokazuje, że drogi tych ciał albo są kołowe, albo też są to ellipsy, których mimośrody są bardzo małe. Gdyby więc drogi xiężyców leżały na drodze Jowisza, zaćmienia ich byłyby zawsze téyże saméy trwałości, i xiężyce w każdym obrocie przechodziłyby przez środek cienia Jowiszowego. Tym czasem obserwacye pokazują, że trwałość tych zaćmień nie jest taż sama, azatém, że xiężyce przechodzą raz bliżey, drugi raz daley od osi cienia, drogi więc tych xiężyców nie leżą na drodze planety, ale są do niey pochylone pewnym kątem. Jakże wynaydziemy ten kąt i położenie punktów przecięcia się czyli węzłów xiężycowych? Ponieważ naydłuższe zaćmienia zdarzyć się muszą wtenczas, kiedy xiężyc przechodzi przez środek cienia; wybierzmy więc z wielu obserwacyy te, które są naydłuższe, a mieysce środosłoneczne Jowi-

(*) Mówi się, że xiężyc Jowiszowy jest w złączeniu i wtenczas kiedy środkuje między swoim planetą a słońcem, i wtenczas kiedy jest ze strony planety odwróconéy od słońca. Położenie pierwsze możnaby nazwać złączeniem środosłonecznem niższem, drogie złączeniem środosłonecznem wyższem.

sza, rachowane na środek naydłuższego zaćmienia, jest właśnie mieyscem węzła, czyli długością węzła odniesioną do środka planety. Położenie węzłów wynayduje się jeszcze obserwując zaćmienia téyże saméy trwałości z obu stron węzła, połowa różnicy w długości srodosłoneczney Jowisza w czasie dwóch obserwacyy, dodana do długości w obserwacyi pierwszey, albo odciągniona od długości w obserwacyi drugiey, daje położenie węzła. Co do xiężyca pierwszego, którego trwałości zaćmień wprost obserwować nie można, otrzymuje się długość węzła z przeyścia cienia jego przez środek tarczy planety; moment kiedy się ten cień znayduje zupełnie na środku, jest właśnie chwilą kiedy xiężyc jest w węzle. Położenia węzłów wszystkich xiężyców Jowiszowych mało się od siebie różnią; długość węzłów podniesienia wypada około $10^s\frac{1}{2}$. Dla znalezienia pochyłości drogi xiężyców do drogi planety, potrzeba naprzód znać wielkość cienia w mieyscu gdzie go xiężyce przebywają. Obserwując trwałość zaćmień w czasie kiedy xiężyc jest w węzle, otrzymujemy czas jakiego potrzebuje xiężyc do przebieżenia średnicy cienia *ab* (fig. 63); nazwawszy ten czas przez τ mamy:

$$S:360^\circ = \tau:\alpha$$

$$\alpha = 360\cdot\frac{\tau}{S}.$$

Otrzymujemy z tego zrównania α, czyli kąt pod którym się widzi średnica cienia ze środka Jowisza. Chcąc mieć wielkość cienia w odległości xiężyca pierwszego, Astronomowie porównywają czas zaćmień xiężyca znaydującego się w węzle kilku dniami przed przeciwległością, z czasami wynurzenia się jego w kilka dni po przeciwległości, a znając bieg synodyczny planety, otrzymują czas, którego potrzebował na przebycie cienia; trwałość naywiększa między wielką liczbą obserwacyy daje czas na przebycie średnicy cienia strawiony. Wreszcie znając średnicę Jowisza, i odległości xiężyców od planety, łatwo przez prostą proporcyą znaleśdź wielkość cienia, w odległości któregokolwiek xiężyca, jeśli ta wielkość na odległość jednego z nich jest znana. Daymy teraz, że z wielu obserwacyy wybraliśmy trwałość zaćmienia naykrótszą, co się wtenczas zdarza, kiedy xiężyc będąc odległy o 90° od węzła, naybardziey wznosi się nad płaszczyznę drogi Jowisza. Mamy tedy czas jakiego wtenczas potrzebuje xiężyc do opisania cięciwy $a'b'$, kąt pod którym widziana jest odległość tey cięciwy od środka cienia jest właśnie pochyłością drogi xiężyca do drogi planety, wynaydziemy ten kąt tym sposobem: uważając drogę xiężyca $a'x$ jak liniją prostą mamy:

$$\frac{xa'}{sa'} = \text{wst}\, xsa', \quad xs = a's \,\text{dost}\, xsa', \quad \text{albo} \quad xs = \sqrt{a's^2 - xa'^2}$$

Jeżeli $a's$ i $a'x$ są wyrażone w miarach podłużnych, otrzymamy xs wyrażone także w miarach podłużnych, kąt zaś I otrzymamy ze zrównania

$$\text{wst}\, I = \frac{xs}{xI}.$$

Wszystkich cztérech xiężyców drogi mało się bardzo różnią od siebie i prawie leżą na płaszczyznie równika Jowiszowego, ich więc pochyłość do płaszczyzny drogi Jowisza jest taż sama co i pochyłość równika, wynosząca przeszło 3°.

Jeżeli drogi xiężyców Jowiszowych są kołowe, tedy mając ich bieg średni, położenie ich drog względem drogi planety, i micysce xiężyców odniesione do środka planety na pewną epokę daną, ułożyć można tablice ich biegu; a porównywając położenia rachowane z tablic z wyciągnionemi z obserwacyy zaćmień; przekonać się, azali wynalezione pierwiastki biegu są dokładne i niepodlegają odmianom. Tym sposobem przekonano się, że drogi xiężyców Jowisza nie są kołowe, ale są to ellipsy, których mimośrody są bardzo małe, oprócz xiężyca pierwszego, w którego drodze żadnego dotąd mimośrodu postrzedz nie można było. Nadto xiężyce te, jako massy wzajemnie na siebie działające, muszą w biegach swoich bydź przyczyną odmian i nierówności podobnych, jakich doświadczają planety przez wzajemne na się działanie, ale małe te odmiany w tak wielkiey od nas odległości, nie mogą bydź dostrzeżone.

LXXXIII. *Odmiany pierwiastków biegu xiężyców Jowisza. Wielkość xiężyców. Xiężyce innych planet. Bieg wirowy xiężyców. Pierścień Saturna. Atmosfera planet.*

Pochyłość dróg xiężycowych do drogi planety, położenie węzłów, i punktów naybliższych planety, czyli *punktów przyjowiszowych* (périjove) podlegają odmianom, których peryody są daleko krotsze niż w planetach, gdyż obroty samychże xiężyców w chyższym daleko odbywają się czasie niż obroty planet. Jowisz więc ze swemi xiężycami wystawia nam niejako świat drugi, podobny światu słonecznemu, i przepowiadający przez odmiany pierwiastków biegu ciał świat ten składających, odmiany, które się z czasem uczuć dadzą w pierwiastkach biegu planet głównych. Srednice xiężyców w ogólności są tak małe, że ich wielkości mierzyć niepodobna; usiłowano jednak poznać wielkość ich tarczy mierząc czas jakiego potrzebują do zanurzenia się w cień planety, lub do wydobycia się z niego, ale obserwacye tego rodzaju, z przyczyny małey bardzo średnicy xiężyców, i z przyczyny przycienia planety nie mogą bydź dokładne.

Z tych jednak obserwacyy wypada, że tarcza naybliższego xiężyca widziana przez mieszkańców Jowisza, pokazuje się dwa razy co do promienia, azatém cztéry razy co do powiérzchni, większą od xiężyca ziemskiego; zważając że tak wielka tarcza w przeciągu 42 godzin przechodzi przez wszystkie odmiany światła, i że Jowisz oprócz tego ma trzy inne xiężyce podobnym co do światła ulegające odmianom, wyobrazić stąd sobie można świetność i wspaniałość nocy na Jowiszu. Zaćmienia xiężyców Jowiszowych, jako fenomena jednoczesne, są bardzo ważne w wynaydowaniu długości jeograficznéy. Porównywając bowiem czas zaćmienia w jakiém mieyscu z czasem zaćmienia obserwowanym w mieyscu drugiém, albo z czasem zaćmienia wyrachowanym z tablic na pewne mieysce; otrzymuje się dosyć dokładnie i bez trudnego rachunku różnica długości jeograficznéy tych mieysc.

Saturn ma siedm xiężyców ale wszystkie, wyjąwszy szósty, przez bardzo tylko dobre lunety widziane bydź mogą, podobnie jak i xiężyce Uranusa, których dotąd odkryto sześć. Biegi ich są od zachodu na wschód i podobnym poznają się sposobem, ale do ocenienia daleko są trudnieysze od biegów xiężyców Jowisza.

Przy innych siedmiu planetach żadnego dotąd xiężyca nie postrzeżono.

Herschel obserwując stopnie światła w xiężycach Jowiszowych dostrzegł, że stopień jasności nie jest zawsze tenże sam. Skąd wnieść należy, że strona jedna odbija więcéy światła jak druga, i kiedy ta ostatnia do ziemi obróconą będzie, światło xiężyca staje się daleko słabszém. Porównywając te powroty do tegoż samego stopnia światła z położeniem xiężyców Jowisza względem planety, znalazł Herschel, że tarcze obrócone do planety są zawsze te same. *Maraldi* znalazł tenże sam wypadek z obserwacyi powrotu do tego samego położenia pewnéy plamy na tarczy xiężyca czwartego. Fenomen ten postrzeżono jeszcze na siódmym xiężycu Saturna, którego światło wtenczas kiedy jest ze strony wschodniey planety, tak znacznie słabieje, iż trudno bardzo go widzieć, co zapewne pochodzi z wielkiey liczby plam, które pokrywają tarczę obróconą naówczas do nas. Lecz żeby ta strona ciemna odwracała się zawsze do ziemi w tym samym punkcie drogi xiężyca, potrzeba koniecznie, aby obrot wirowy xiężyca był zupełnie równym obrótowi peryodycznemu planety. Z takowych obserwacyy wypadałoby, że podobnie jak xiężyca ziemskiego, biegi wirowe wszystkich xiężyców równe są biegom peryodycznym, a stąd że ich tarcze obrócone do planet głównych są zawsze też same.

Oprócz siedmiu xiężyców, Saturn otoczony jest jeszcze bryłą okrągłą łężącą na płaszczyźnie równika planety, która widziana z ziemi wydaje się pospolicie w postaci świetnego pasa, z jedney i drugiey strony do Saturna przyczepionego, jakto fig. 64 wystawia. Pas ten zowiący się pierścieniem Saturna, oddalony jest od planety pewną przestrzenią, albowiem między punktami a, b, i bryłą okrągłą planety, mieysce próżne a czasem gwiazdy widzieć wyraźnie można. Promień Saturna widziany z ziemi wynosi 9″, promień zewnętrzney powierzchni pierścienia 21″, a wewnętrzney 15″, szerokość więc pierścienia równa jest odległości jego od planety, to jest 6″, grubość pierścienia jest bardzo mała, nie wynosi bowiem więcey nad 1″. Pierścień Saturna tak jak i sam planeta jest bryłą przez się ciemną, co można wnieść z cienia rzucanego przez pierścień na planetę, który wyraźnie widzieć można.

Od położenia płaszczyzny pierścienia względem słońca i ziemi zależą wszystkie odmiany jakie w nim co do światła i figury postrzegać się dają. I tak, kiedy płaszczyzna pierścienia ma takie położenie, że słońce jest z jedney strony płaszczyzny, a ziemia z drugiey, strona obrócona do ziemi będzie ciemną, i pierścień widzianym bydź nie może, naówczas Saturn pokazuje się w postaci okrągłey świetney tarczy. Pierścień ten ginie, kiedy płaszczyzna jego przechodzi przez ziemię lub przez słońce, albowiem wtenczas z oświeconey części nie możemy widzieć tylko grubość pierścienia, która będąc bardzo małą ginie w zwyczaynych teleskopach astronomicznych, ale używając teleskopów bardzo mocnych, można i wtenczas wyraźnie widzieć pierścień Saturna, i ten naówczas pokazuje się jak linija prosta przechodząca przez tarczę planety. Kiedy słońce i ziemia są z teyże samey strony pierścienia, i płaszczyzna jego nie przechodzi przez ziemię, naówczas widzimy pierścień w postaci ellipsy otaczającey planetę, która dla małey pochyłości do płaszczyzny ekliptyki nigdy na koło zamienić się nie może. Pochyłość pierścienia do ekliptyki wynosi 29°, długość punktu przecięcia się z ekliptyką $= 11^s.17°$. Obserwacye plam na pierścieniu dały poznać jego bieg około planety wynoszący $10^g\frac{1}{2}$, trwałość tego biegu jest właśnie taka, jakaby bydź powinna podług praw Keplera dla xiężyca, którego odległość od Saturna byłaby równa średnicy odległości pierścienia od planety. Obserwując pierścień Saturna przez bardzo mocne teleskopy, postrzeżono na jego powierzchni koła czarne współśrodkowe bardzo cienkie, które zdają się bydź mieyscami próżnemi dzielącemi pierścień na wiele pierścieni osobnych, w zwyczaynych jednak lunetach astronomicznych przedziały te giną, i pierścień w postaci tylko jedney i nierozdzielney pokazuje się bryły.

W rozbieraniu podobieństwa między naszą ziemią a innemi planetami, ciekawém jest pytanie, azali planety inne, tak jak ziemia, obdarzone są otaczającą je atmosferą? Wpatrując się z uwagą w plamy pokrywające tarczę Jowisza, postrzedz można, że niektóre z nich ani są téy samey zawsze postaci, ani jednego statecznie trzymają się mieysca, ale owszem ulegają małym ruchom i odmianom; skąd wniesiono, że to są chmury podobne tym jakie się w naszey formują atmosferze, które jednak dla pewnych nieznanych nam przyczyn, mnieyszym daleko uległe są odmianom niż chmury atmosfery naszéy. Podobne odmiany postrzeżono w planetach Marsa, szczególniey plamy otaczające jego bieguny zmnieyszają się lub powiększają, podług tego jak są mniey lub więcey ukośnie położone względem słońca. Astronomowie sądzą, że bieguny Marsa, podobnie jak bieguny naszey ziemi, pokryte są kupami lodu. Nadto w obserwacyi zakrycia gwiazdy przez Marsa postrzeżono, że gwiazda przed zniknieniem znacznie piérwiey światło swoje straciła; skutek ten koniecznie przypisać trzeba atmosferze planetę tego otaczającéy.

Schroëter obserwując przez długi czas Wenusa wtenczas, kiedy się pokazuje jak mały skrawek, znalazł, że oprócz części oświeconéy od słońca, jest jeszcze pas czterech stopni szerokości, oświecony przez zorzę, podobną zorzy sprawionéy przez atmosferę ziemską.

Zdaje się więc, że wszystkie planety podobnie jak ziemia nasza, mają swoję atmosferę, która może bydź różna na różnych planetach, i co do gęstości, i co do natury pierwiastków ją składających.

ROZDZIAŁ XV.

Aberracya światła i parallaxa roczna gwiazd stałych.

LXXXIV. *Chyżość światła wyciągniona z zaćmień xiężyców Jowiszowych i porównana z chyżością ziemi.*

Mając tablice zaćmień xiężyców jowiszowych wyciągnione z wielkiey liczby obserwacyy, porównaymy fenomena rachowane z tych tablic z fenomenami obserwowanemi; znaydziemy, że zaćmienia xiężyców jowiszowych, zgadzają się co do czasu z rachowanemi wtenczas, kiedy ziemia jest w średniey od Jowisza odległości, czyli kiedy Jowisz jest w kwadraturze; zaćmienia zaś te przypadają nieco pierwiey w przeciwległości, a poźniey około złączeń, i różnice między obserwacyą a rachunkiem są też same dla wszystkich xiężyców. Zważając z jedney strony, że ta różnica tablic od obserwacyi jako mająca mieysce zawsze, a zatém we wszystkich punktach drogi Jowisza i xiężyców, nie może bydź skutkiem nierówności biegów tych planet, że z drugiey strony fenomena te wyraźny mają związek z odmianą odległości ziemi od Jowisza, wnieść należy, że właśnie od tey odmiany zależą, a stąd, że chyżość światła nie jest nieskończenie wielka, ale owszem potrzebuje pewnego czasu do przebieżenia przestrzeni między Jowiszem a ziemią, i czas ten jest różny podług różney tych planet odległości; tym bowiem sposobem wszystkie fenomena niezgody tablic z obserwacyami z łatwością tłumaczyć się dają. I tak: w czasie przeciwległości Jowisza ziemia znaydując się w punkcie M (fig. 62), bliższa jest tego planety o całą średnicę drogi swojey, aniżeli w złączeniach, kiedy znayduje się w punkcie N, światło tedy rzucone od wydobywających się z cienia xiężyców prędzey dochodzi do punktu M aniżeli do punktu N, tak jak znowu w zaćmieniach xiężyców ostatnia cząstka światła wychodząca od xiężyca w chwili zaćmienia, piérwiey przychodzi do punktu *M* niż do *N*. Przypuszczenie więc, że światło potrzebuje pewnego czasu do przebieżenia średnicy drogi ziemskiey, tłumaczy nam bardzo prostym sposobem przyśpieszenie fenomenów zaćmień w przeciwległościach, i opoźnienie ich około złączeń. Kassyni starszy z obserwacyy zaćmień xiężyca pierwszego już wnosił, że udzielanie się światła nie jest momentalne, ale Römer był piérwszy, który ze znacznéy liczby obserwacyy zaćmień dowiódł téy prawdy, i wynalazł czas jakiego potrzebuje światło do przebieżenia średnicy drogi ziemskiéy. Czas też z wielu bardzo obserwacyy dokładniey przez Delambra wyrachowany wynosi 16′.26″,4. Tablice zaćmień xiężyców Jowiszowych poprawione przez wzgląd na różną w ciągu roku odległość Jowisza, od ziemi zgadzają się dobrze z obserwacyami i przez to naymocniey dowodzą biegu postępującego ziemi, około słońca. Zastanówmy się bardziey nad chyżością światła i nad skutkami z kombinacyi tey chyżości z chyżością ziemi wypadającemi.

Wystawmy sobie (fig. 65) gwiazdę w punkcie *G* i ziemię w punkcie *B*; gdyby ziemia była nieruchomą, naówczas gwiazda byłaby widziana po linii *BG*, po którey promień światła wpada do oka obserwatora; lecz jeżeli ziemia ma bieg własny, naówczas oko obserwatora uderza cząstkę światła przychodzącą do oka, i czucie kierunku wpadającéy cząstki zrodzić się powinno takie, jakieby wypadło z kombinacyi chyżości w kierunku promienia rzuconego *BG*, i z chyżości w kierunku wprost przeciwnym biegowi ziemi. Jeżeli tedy chyżość ziemi może bydź porównana z chyżością światła, powinniśmy widzieć gwiazdy nie na swojém prawdziwém mieyscu, ale posunione w tęż samę stronę w którą ziemia idzie. Ilość téy odmiany zależeć będzie od chyżości światła porównanéy z chyżością ziemi. Dla znalezienia stosunku między szybkością ziemi i światła, porównaymy z sobą drogi przebieżone przez światło i ziemię w jednym przeciągu czasu. Podług obserwacyy xiężyców jowiszowych wypada, że światło w przeciągu 8′. 13″ przebiega promień drogi ziemskiey. Ziemia w biegu rocznym około słońca przebiega w tymże samym czasie 20″,25. Dla porównania z sobą drogi w jednymże czasie przez ziemię i światło przebieżonych, wyraźmy łuk 20″,25 w częściach promienia, albo wyraźmy promień w sekundach koła do którego należy. Promień wyrażony w sekundach koła wynosi.

$$57^\circ.17'.45'' = 3437'.45'' = 206265''$$

nazwawszy tedy przez V chyżość światła, a przez v chyżość ziemi, będziemy mieli

$$\frac{V}{v} = \frac{206265''}{20'',25} = 10186.$$

Widzimy stąd, że chyżość światła jest przeszło dziesięć tysięcy razy większa od chyżości ziemi. Chcąc więc znaleśdź kierunek wypadkowy światła wpadającego do oka w punkcie B, potrzeba wziąść liniją BH dziesięć tysięcy razy dłuższą od linii DB, a przekątna równoległoboku BM pokaże kierunek wypadkowy, a zatem kierunek pądług którego gwiazda widziana bydź powinna. Wypada więc, że jeżeli istotnie bieg roczny ziemi ma mieysce, w ciągu roku gwiazda w różne strony od położenia swego zbaczać powinna. Wniosek ten obserwacye zupełnie stwierdzają, owszem pierwiey jeszcze nim ten wniosek był zrobionym, już Astronomowie bieg ten w gwiazdach postrzegli, a poznawszy poźniey chyżość światła, szczęśliwie przyszli nie tylko do wytłumaczenia fenomenu, ale do znalezienia dokładney ilości zboczenia gwiazdy od swęgo prawdziwego położenia.

LXXXV. *Odkrycie aberracyi. Aberracya słońca, planet, i xiężyca. Aberracya z chyżosci biegu wirowego ziemi.*

Bradley pierwszy na początku 18go wieku chcąc dowieść biegu ziemi, i szukając w tym celu małych odmian jakieby w położeniu gwiazd z przyczyny tego biegu zayść powinny, dostrzegł w obserwacyach robionych w *Kew*, że gwiazdy położenie swoje na niebie odmieniały; naybardziey zaś go dziwiło, że się te gwiazdy posuwały w kierunku innym, jakby się przez odmianę położenia ziemi czyli przez parallaxę okręgu wielkiego posunąć powinny. Powtarzając poźniéy obserwacye swoje za pomocą Sektora, zawierającego $12\frac{1}{2}$ stopni w łuku, i $12\frac{1}{2}$ stop promienia, znalazł że się gwiazdy wyraźnie posuwają raz na północ drugi raz na południe, i że peryod téy odmiany wynosi rok jeden. I tak γ *smoka* zmnieyszała swoję szerokość aż do początku marca, potém znowu zbliżając się ku północy na tyleż szerokość swoję powiększyła tak, że różnica w szerokości γ *smoka* na początku marca i na początku września wynosiła $40''$. Z obserwacyy tych wypadało, że gwiazdy opisują pewną ellipsę około średniego swego położenia, któréy oś większa wynosi $40''$, oś zaś mnieysza zależy od szerokości gwiazdy. I tak: oś ta jest zero, kiedy gwiazda jest na ekliptyce; jest zaś równa osi wielkiey, kiedy gwiazda jest w biegunie ekliptyki. Nadto kierunek promienia wodzącego téy ellipsy jest zawsze ten co i kierunek biegu ziemi. Niech $ABCD$ (fig. 66) wyobraża drogę ziemi, E gwiazdę leżącą w biegunie ekliptyki; kiedy ziemia jest u A, gwiazda któréy średnie położenie jest E znayduje się u G, kiedy przez parallaxę powinnaby się pokazać u H i t. p. Skutki więc postrzegane są wcale niezgodne ze skutkami parallaxy rocznéy, od niéy więc zależeć nie mogą; jakoż nareszcie Bradley odkrył źródło tych odmian w chyżości ziemi porównanéy z chyżością światła, jakeśmy o tém pierwiey namienili.

Kąt HBG' (fig. 65) czyli różnica między położeniem prawdziwém a pozorném gwiazdy, zowie się *aberracyą* (aberration). Ilość jéy naywiększa będzie wtenczas, kiedy promień BG będzie pionowy do BD, naówczas

$$\text{sty}\, HBG' = \frac{DB}{DH} = \text{sty}\, 20'',25 = 20'',25.$$

Promień drogi ziemskiéy, uważając ją za kołową, jest zawsze pionowy do kierunku jéy drogi, stąd aberracya słońca jest zawsze stateczna, i długość jego zawsze się mnieyszą nam wydaje niż prawdziwa, gdyż przez skutek aberracyi, widzimy je w mieyscu gdzie było ośmiu minutami pierwiey. Położenie planet podlegać musi podwóyney odmianie, wynikającey raz z biegu ziemi, drugi raz z biegu własnego. Chcąc znaleśdź kierunek linii, po którey się widzi planeta, należy kombinować z sobą chyżości światła, ziemi, i planety. I tak na (fig. 67), kierunek biegu ziemi jest ABC, planety $P'P''P$. Daymy, że kiedy ziemia znayduje się w punkcie B, planeta znayduje się rzetelnie w punkcie P, planeta jednak ten nie będzie widziany w punkcie P, cząstka bowiem światła, która dochodzi w tym momencie ziemi, nie była rzucona z punktu P, ale z punktu P'; chcąc znaleśdź położenie tego punktu P', należy na jego drodze w kierunku przeciwnym biegowi wziąść łuk PP', równy biegowi własnemu planety, w przeciągu czasu jakiego potrzebuje światło do przyyścia od planety do ziemi. W punkcie P' kierunek chyżości światła dochodzącego do ziemi, złożony jest z dwóch, z chyżości $P'D$ równoległey do PB, i z chyżości planety wyrażoney w tym samym czasie przez OP', wypadkową tych będzie linija $P'B$. Ale teraz kierunek tey chyżości musi jeszcze kombinować się z chyżością ziemi tak jakeśmy tę kombinacyą już pierwey wykonywali, a stąd wypada ostateczny kierunek BP'', w którym planeta widzianym będzie. Chociażby więc ziemia była w spoczynku, aberracya jednak planet odmieniałaby ich mieysca. Wypadkowa aberracya planety jest albo różnicą albo summą aberracyy z przyczyny biegu ziemi i planety wynikających, jest summą kiedy bieg ziemi i planety jest w tęż samę stronę, jest rożnicą kiedy kierunki ich biegów są przeciwne, jak to na fig. 67 łatwo widzieć można. Ponieważ xiężyc razem z ziemią krąży około słońca, wypada, że jego aberracya z przyczyny biegu ziemi jest żadna; ale xiężyc oprócz tego ma bieg swóy własny około ziemi, więc z tego względu uległy jest aberracyi tak jak wszystkie planety. Znaydźmy czas jakiego potrzebuje światło do przeyścia od xiężyca do ziemi, a potem łuk jaki w tym przeciągu czasu xiężyc ubiega. Parallaxa xiężyca równa jest $57'=\pi$, parallaxa $\odot=8'',6=\varpi$, nazywając więc przez r i R odległości słońca i xiężyca od ziemi, wyrażone w promieniach ziemi, wypada:

$$R : r = \text{wst}\,\varpi : \text{wst}\,\pi, \qquad \frac{R}{r} = \frac{\text{wst}\,\varpi}{\text{wst}\,\pi}$$

$$r : 8'.\,13'' = R : \frac{R}{r} \cdot (8'.\,13'') = \frac{(8'.\,13'')\,\text{wst}\,\varpi}{\text{wst}\,\pi}$$

Czas więc na przebieżenie promienia wodzącego xiężyca wyrazi się przez

$$\frac{(8'.\,13'')\,\text{wst}\,8'',6}{\text{wst}\,57'} = 1'',2.$$

W tym przeciągu czasu xiężyc ubiega na drodze swojéy 0'',66; ilość dosyć mała, która się pospolicie opuszcza, jest to prawie aberracya w długości, gdyż droga xiężyca pochylona jest małym tylko kątem do ekliptyki.

Ziemia oprócz biegu peryodycznego ma jeszcze bieg dzienny około osi swojéy, rozważyć nam więc wypada, azali szybkość tego biegu ma stosunek wyraźny z chyżością światła, a stąd czy z tego biegu wypada jaka aberracya dla ciał niebieskich. Porównaymy chyżość biegu wirowego z chyżością biegu peryodycznego ziemi.. Wyrażmy promień równika ziemskiego przez Z, obwod równika wyrazi się przez $2\pi.Z = 2\pi.r.\text{wst}\,\varpi$. Jest to droga ubieżona w przeciągu dnia gwiazdowego, czyli w przeciągu $23^g.\,56' = 1436'$ czasu średniego, przez punkt równika ziemskiego, wyrażona w częściach odległości słońca od ziemi, stąd droga ubieżona w jednéy minucie wyrazi się przez

$$\frac{2\pi r.\text{wst}\,\varpi}{1436}.$$

gdzie ϖ znaczy parallaxę poziomą słońca.

W biegu rocznym ziemia ubiega obwód koła $2\pi r$, droga więc ubieżona w jednéy minucie przez bieg ziemi peryodyczny, wyrazi się przez $\frac{2\pi r}{525969}$, gdyż rok zawiera minut 525969. Nazwawszy więc chyżość ziemi w biegu rocznym przez v, a w biegu dziennym przez v' wypada:

$$\frac{v}{v'}=\frac{2\pi r.\text{wst}\,\varpi}{1436}\times\frac{525969}{2\pi r}$$

$$v'=\frac{v.525969.\text{wst}.8'',6}{1436}=\frac{v}{62}.$$

Znaydujemy, że chyżość biegu peryodycznego jest 62 razy większa od chyżości ziemi w biegu dziennym, naywiększa więc aberracya z biegu wirowego ziemi pochodząca, wynosić może $\frac{30''}{62}$, to jest zaledwo trzecią część sekundy, i dla tego w wielu rachunkach opuszczoną bydź może. Dla mieszkańców mających szerokość H, szybkość jest mnieyszą, i aberracya wyrazi się przez $\frac{1''}{3}\cdot\text{dost}\,H$.

Gdyby chyżości biegu peryodycznego xiężyców i ich biegu wirowego miały stosunek znaczny z chyżością światła, mieszkańcy xiężyców doświadczaliby trojakiego gatunku aberracyi wypadającéy z trojakiego biegu, to jest: z biegu wirowego, biegu około planety głownego, i nareszcie z biegu około słońca.

Zastanówmy się nad sposobami otrzymania zrównań dających nam aberracyą gwiazdy we wznoszeniu się prostém, zboczeniu, długości, i szerokości, mając wzgląd na odmienną chyżość biegu ziemi w koło słońca w różnych jéy względem téy gwiazdy położeniach.

LXXXVI. *Wyrażenie ogólne łuku w przeciągu 8'. 13" ubieżonego przez ziemię.*

Wyobraźmy sobie (fig. 68) przez *mm'* łuk ubieżony przez ziemię w przeciągu czasu bardzo małego, wyrażonego przez dt; Om jest promień wodzący ziemi, który nazwiymy przez r, a którego wyrażenie, jak wiemy, jest następujące

$$r=\frac{a(1-e^2)}{1+e\,\text{dost}(v-\varpi)}$$

gdzie a wyraża połowę osi większey ellipsy ziemskiey, e stosunek mimośrodu do téy linii, v długość ziemi a ϖ długość punktu przysłonecznego. Zarysowawszy łuk *mn* promieniem *Om* mieć będziemy w troykącie *mm'n*, który dla małości boków za prostokreślny uważać można,

$$mm' = ds' = \sqrt{mn^2 + m'n^2}$$

nazywając kąt *mOm'* przez *dv* mamy

$$mn = rdv$$
$$m'n = dr$$

Stąd

$$ds'^2 = r^2dv^2 + dr^2.$$

Lecz że *dr* jest to odmiana promienia wodzącego w przeciągu czasu *dt* bardzo krótkiego, bo w przeciągu tylko 8'.13", odmianę więc tę *dr* w ellipsie ziemskiey zbliżoney znacznie do koła, uważać można jako iłość nieskończenie małą, i mogącą się opuścić w porównaniu iłości *rdv;* stąd

$$mm' = ds' = rdv$$

to jest możemy uważać łuczek mały ellipsy *mm'* jako łuczek koła zarysowanego promieniem *r*. Łuczek ten *mm'*, uważając go z odległości *a* czyli raczey kładąc go na łuk, którego promień jest *a*, zaymie pewną liczbę sekund, którą nazwiymy przez *ds*, stąd

$$ds = \frac{ds'}{a}.$$

Wartość iłości *ds'* a stąd i wartość iłości *ds* zależy, jak widzimy, od promienia wodzącego *r* i biegu ziemi w długości; idzie o wyrażenie ogólne i łatwe do rozwiązania szczególnego wartości na *ds*.

Powierzchnia ellipsy ziemskiey wyraża się jak wiemy przez $2\pi \cdot \frac{ab}{2}$, powierzchnia zaś ubieżona w jedności czasu przez promień wodzący, będzie $\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{ab}{2}$; gdzie *b* wyraża połowę osi mnieyszey ellipsy, a *T* czas obrotu peryodycznego ziemi, wiemy bowiem, że te powierzchnie są proporcyonalne czasom. Nazywając przeto stosunek stateczny

$\frac{2\pi}{T}$, czyli kąt ubieżony biegiem średnim w jedności czasu, przez n, powiérzchnia wycinka ubieżona w jedności czasu wyrazi się przez

$$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{ab}{2} dt = \frac{ab}{2} ndt.$$

Uważając zaś tę powiérzchnią za powiérzchnią wycinka kołowego należącego do promienia r, wyrażenie jéy jest

$$\frac{r^2 dv}{2}$$

stąd, ponieważ te wycinki w tymże samym uważamy ubieżone czasie, wypada

$$r^2 dv = abndt.$$

$$ds = \frac{rdv}{a} = \frac{bndt}{r} =$$

$$= \frac{bndt}{a(1-e^2)} \{1 + e \operatorname{dost}(v - \varpi)\}$$

$$= \frac{a\sqrt{1-e^2}.ndt}{a(1-e^2)} \{1 + e \operatorname{dost}(v - \varpi)\}$$

$$= \frac{ndt}{\sqrt{1-e^2}} \{1 + e \operatorname{dost}(v - \varpi)\}$$

$$= ndt \{1 + e \operatorname{dost}(v - \varpi)\}$$

opuszczając bowiem potęgi ilości e wyższe nad jedność, wypada

$$\sqrt{1-e^2} = 1 - \tfrac{1}{2} e^2 + \text{etc} = 1.$$

Ilość ndt łatwo może bydź oznaczona w liczbach, albowiem

$$n = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{365^d,25638}$$

ilość tę wyrażoną w częściach promienia wyraźmy w sekundach łuku, mnożąc ją przez liczbę sekund, jaką promień koła na jego obwodzie zaymuje, nazwiymy tę liczbę sekund przez r'', otrzymamy:

$$n = \frac{2\pi r''}{365,25638}.$$

Jest to bieg ziemi w przeciągu dnia jednego, wyrażając więc dt w częściach téyże saméy jedności, to jest w częściach dnia, mamy

$$dt = \frac{493'',2}{3600''.24} = \frac{493'',2}{86400''}$$

$$ndt = \frac{2\pi.r''}{365,25638} \cdot \frac{493'',2}{86400''} = \frac{2.3,1415926}{365,25638} \cdot \frac{493,2}{86400} \cdot 206264'',8 = 20'',253$$

$$ds = 20'',253\{1 + e\,\mathrm{dost}(\upsilon - \varpi)\}.$$

Jest to bieg ziemi w przeciągu czasu jakiego światło popotrzebuje do przebieżenia połowy osi większey drogi ziemskiey. Szukaymy teraz odmian jakie w gwiazdach z przyczyny tego biegu ziemi zachodzą co do wznoszenia się prostego, zboczenia, długości i szerokości.

LXXXVII. *Aberracya we wznoszeniu się prostém i zboczeniu.*

Ponieważ w wymiarach kątowych odległości gwiazd, promień pozornéy kuli niebieskiey, któréy środkiem jest ziemia, może bydź jakikolwiek, możemy więc go uczynić równym ilości a, to jest odległości średniey słońca od ziemi, tak że gwiazdę m, któréy aberracyi szukamy, możemy uważać jako odległą od środka ziemi o ilość $a = Am$. Odnieśmy położenie gwiazdy m do trzech osi prostokątnych x, y, z (fig. 69), przechodzących przez środek ziemi A; oś x przechodzi przez punkt równonocny wiosenny, oś y leży na płaszczyźnie równika, oś zaś z przechodzi przez biegun północny równika.

$$AP = x = AM\,\mathrm{dost}\,MAP = Am\,\mathrm{dost}\,mAM\,\mathrm{dost}\,MAP.$$

Kąt MAP jest to kąt na płaszczyznie równika, mierzący oddalenie się gwiazdy od linii równonocnéy, jest to więc wznoszenie się proste gwiazdy, które nazwiymy przez A, podobnie kąt mAM, oznaczający zboczenie gwiazdy, nazwijmy przez D, a otrzymamy:

$$x = a \operatorname{dost} A \operatorname{dost} D. \quad y = a \operatorname{wst} A \operatorname{dost} D. \quad z = a \operatorname{wst} D. \quad (1)$$

$$\operatorname{sty} A = \frac{y}{x}. \quad \operatorname{wst} D = \frac{z}{a}.$$

Przez skutek aberracyi gwiazda przebiega małą przestrzeń mm' równą ilości ds' co do wielkości i co do kierunku, i bierze położenie m'; idzie o znalezienie odmiany stąd wynikającéy we wznoszeniu się prostém i zboczeniu. Ponieważ łuczek $mm' = ds'$ jest bardzo mały, odmiana położenia gwiazdy jest także bardzo mała, tak że tę odmianę można uważać jako różniczkę położenia piérwszego, w którém ilości a, x, y, z, odmieniły się ó da, dx, dy, dz; różniczkując, więc wyrażenie na wznoszenie się proste otrzymamy

$$dA = \left(\frac{xdy - ydx}{x^2}\right) \operatorname{dost}^2 A$$

Nazwijmy jeszcze przez α, β, γ, kąty jakie mały łuczek ds' robi z trzema osiami x, y, z. Prowadząc przez punkt m osi równoległe do x, y, z, i odcinając na nich przyrostki współuszykowanych, to jest mn, mo i mp, otrzymujemy:

$$mn = ds' \operatorname{dost} \alpha$$
$$mo = ds' \operatorname{dost} \beta$$
$$mp = ds' \operatorname{dost} \gamma$$

Jakož wiémy, że w ogólności różnica współuszykowanych dwóch końców linii, rozdzielona przez długość linii w przestrzeni uważanéy, wyraža dostawę kąta, jaką czyni taž linija z osią do któréy współuszykowane odnosimy, stąd więc

$$\frac{dx}{ds'} = \operatorname{dost} \alpha, \quad \frac{dy}{ds'} = \operatorname{dost} \beta, \quad \frac{dz}{ds'} = \operatorname{dost} \gamma \ldots\ldots (2).$$

Włóżmy w wyrażenie na dA wartości za x, y, dx, dy, przez funkcyą α, β, A, D i ds', wyciągnione ze zrównań (1) i (2), otrzymamy aberracyą we wznoszeniu się prostém

$$dA = \frac{ds'}{a \operatorname{dost} D} (\operatorname{dost}\beta \operatorname{dost} A - \operatorname{dost}\alpha \operatorname{wst} A) \ldots\ldots (a).$$

Zrównanie

$$z = a \operatorname{wst} D$$

różnicowane daje

$$dz = a \operatorname{dost} D . dD + da \operatorname{wst} D$$

$$dD = \frac{dz - da \operatorname{wst} D}{a \operatorname{dost} D}.$$

Kładąc w tém wyrażeniu $ds' \operatorname{dost}\gamma$ za dz, mamy

$$dD = \frac{ds' \operatorname{dost} a - da \operatorname{wst} D}{a \operatorname{dost} D}.$$

Wyrzućmy z tego wyrażenia da za pomocą następujących zrównań:

$$a^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$ada = xdx + ydy + zdz$$

$$da = \frac{xdx + ydy + zdz}{a}$$

$$da = (\operatorname{dost} A \operatorname{dost} D \operatorname{dost}\alpha + \operatorname{wst} A \operatorname{dost} D \operatorname{dost}\beta + \operatorname{wst} D \operatorname{dott}\gamma)\, ds'.$$

Kładąc tę wartość w zrównaniu na dD mamy:

$$dD = \frac{ds'}{a}\left\{\frac{\operatorname{dost}\gamma - \operatorname{wst} D(\operatorname{dost} A \operatorname{dost} D \operatorname{dost}\alpha + \operatorname{wst} A \operatorname{dost} D \operatorname{dost}\beta + \operatorname{wst} D \operatorname{dost}\gamma}{\operatorname{dost} D}\right\}$$

$$= \frac{ds'}{a}\left\{\frac{\operatorname{dost}\gamma}{\operatorname{dost} D} - \operatorname{wst} D (\operatorname{dost} A \operatorname{dost}\alpha + \operatorname{wst} A \operatorname{dost}\beta) - \frac{\operatorname{wst}^2 D \operatorname{dost}\gamma}{\operatorname{dost} D}\right\}$$

$$= \frac{ds'}{a}\left\{\frac{\operatorname{dost}\gamma\,(1 - \operatorname{wst}^2 D)}{\operatorname{dost} D} - \operatorname{wst} D (\operatorname{dost} A \operatorname{dost}\alpha + \operatorname{wst} A \operatorname{dost}\beta\right\}$$

$$= \frac{ds'}{a}\left\{\operatorname{dost}\gamma \operatorname{dost} D - \operatorname{wst} D (\operatorname{dost} A \operatorname{dost}\alpha + \operatorname{wst} A \operatorname{dost}\beta)\right\} \,.\,. (b).$$

Zrównania (a) i (b) dają aberracyą we wznoszeniu się prostém i zboczeniu, ale z nich wyrzucić należy kąty α, β, γ; przyydziemy do tego następującym porządkiem.

Wystawmy sobie na fig. 70 środek słońca przez S, przez który poprowadźmy trzy osi, X Y, Z, równoległe tym któreśmy prowadzili przez środek ziemi; linija ESC wyraża przecięcie równika z ekliptyką, odniesioną do kuli niebieskiey i wyobrażoną przez koło $ETT'C$, czyli liniją punktów równonocnych, TR, jest styczną do drogi ziemskiey w punkcie gdzie się ziemia znayduje, ST' równoległą do teyże styczney. W troykącie kulistym EBT' kąt $BET=\omega$ wyraża pochyłość ekliptyki do równika

$$ET'=T'SE=XRT=\alpha$$

$$BT'=T'SB=\beta.$$

Podług więc zrównania fundamentalnego

$$\text{dost}\,\omega=\frac{\text{dost}\,\beta-\text{dost}\,\alpha\,\text{dost}\,EB}{\text{wst}\,\alpha\,\text{wst}\,EB}$$

lecz że $EB=YSX=90$, wypada

$$\text{dost}\,\omega=\frac{\text{dost}\,\beta}{\text{wst}\,\alpha}$$

$$\text{dost}\,\beta=\text{dost}\,\omega\,\text{wst}\,\alpha.$$

Wyobraźmy teraz tróykąt EZT' na powierzchni kuli w którym

$$EZ=90\,,\qquad ZT'=ZST'=\gamma$$

$$\text{dost}\,ZET'=\frac{\text{dost}\,\gamma}{\text{wst}\,\alpha}$$

gdyż $\qquad \text{dost}\,EZ=0,\qquad \text{wst}\,EZ=1$

ponieważ zaś

$$ZET'=90^\circ-\omega$$

gdyż tróykąt ZEB jest tróykątem w którym każdy łuk wynosi 90°, a stąd każdy kąt jest prostym, wypada więc

$$\text{wst}\,\omega=\frac{\text{dost}\,\gamma}{\text{wst}\,\alpha}$$

$$\text{dost}\,\gamma=\text{wst}\,\omega\,\text{wst}\,\alpha.$$

Podstawmy otrzymane wyrażenia na dost β i dost γ w zrównania (a) i (b) wypadnie

$$dA = \frac{ds'}{a \operatorname{dost} D}\{\operatorname{wst}\alpha \operatorname{dost}\omega \operatorname{dost} A - \operatorname{dost}\alpha \operatorname{wst} A\} \ldots\ldots (c)$$

$$dD = \frac{ds'}{a}\{\operatorname{wst}\alpha \operatorname{wst}\omega \operatorname{dost} D - \operatorname{wst} D \operatorname{dost} A \operatorname{dost}\alpha - \operatorname{wst} D \operatorname{wst} A \operatorname{wst}\alpha \operatorname{dost}\omega\} \ldots\ldots\ldots\ldots (d)$$

Należy nam jeszcze wyrzucić z tych zrównań kąt α. Na ten koniec nazwiymy przez θ kąt TmA jaki czyni styczna RT z osią wielką ellipsy, którą tu wyobraźmy przez qSm, rachując kąt ten od styczney ku osi wielkiey ellipsy w tę samę stronę w którąśmy rachowali kąt α, między tąż samą styczną a liniją punktow równonocnych zawarty. Oznaczmy przez x' y' współuszykowane punktu T odniesione do środka słońca, i do osi ellipsy ziemskiey. Styczna kąta θ wyrazi się jak wiemy przez $\frac{dy'}{dx'}$; nadto

$$x' = r \operatorname{dost} AST \qquad y' = r \operatorname{wst} AST$$

albo nazywając kąt jaki czyni oś x z osią wielką drogi ziemskiey przez ϖ, mamy

$$x' = r \operatorname{dost}(v - \varpi)$$
$$y' = r \operatorname{wst}(v - \varpi)$$

gdzie v wyraża kąt jaki robi promień wodzący ziemi z osią x czyli z liniją punktów równonocnych. Uważamy teraz liniją $EqCT'TE$ nie już jako rzut drogi ziemskiey na kułę niebieską, ale jako ellipsę drogi ziemskiey, w którey mq jest osią wielką a $ST = r$ promieniem wodzącym.

$$\operatorname{sty}\theta = \frac{dy'}{dx'} = \frac{dr \operatorname{wst}(v-\varpi) + r \operatorname{dost}(v-\varpi)\, dv}{dr \operatorname{dost}(v-\varpi) - r \operatorname{wst}(v-\varpi)\, dv}.$$

Weźmy teraz wyrażenie na dr wyciągnione z różniczkowanego zrównania na promień wodzący w ellipsie.

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \operatorname{dost}(v-\varpi)}$$

$$dr = \frac{ae(1-e^2)\,\mathrm{wst}(\nu-\varpi)\,d\nu}{(1+e\,\mathrm{dost}(\nu-\varpi))^2}$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{e\,\mathrm{wst}(\nu-\varpi)\,d\nu}{1+e\,\mathrm{dost}(\nu-\varpi)}$$

kładąc to wyrażenie w zrównanie

$$\mathrm{sty}\,\theta = \frac{\frac{dr}{r}\,\mathrm{wst}(\nu-\varpi) + \mathrm{dost}(\nu-\varpi)\,d\nu}{\frac{dr}{r}\,\mathrm{dost}(\nu-\varpi) - \mathrm{wst}(\nu-\varpi)\,d\nu}$$

otrzymujemy

$$\mathrm{sty}\,\theta = \frac{e\,\mathrm{wst}^2(\nu-\varpi) + \mathrm{dost}(\nu-\varpi) + e\,\mathrm{dost}^2(\nu-\varpi)}{e\,\mathrm{wst}(\nu-\varpi)\,\mathrm{dost}(\nu-\varpi) - \mathrm{wst}(\nu-\varpi) - e\,\mathrm{dost}(\nu-\varpi)\,\mathrm{wst}(\nu-\varpi)}$$

$$\mathrm{sty}\,\theta = \frac{e + \mathrm{dost}(\nu-\varpi)}{-\mathrm{wst}(\nu-\varpi)}.$$

Nazwiymy przez δ kąt jaki czyni promień wodzący ST z węgielną TN przez punkt T poprowadzoną, będzie

$$\alpha = XRT = \varpi + AST' = \varpi + \theta$$

$$\delta = 90^\circ - STR = 90^\circ - (\alpha - \nu) = 90^\circ - \alpha + \nu$$

$$= \nu - \varpi + 90^\circ - \theta$$

$$\mathrm{sty}\,\delta = \frac{\mathrm{sty}(\nu-\varpi) + \mathrm{dosty}\,\theta}{1 - \mathrm{sty}(\nu-\varpi)\,\mathrm{dosty}\,\theta}$$

dzieląc licznika i mianownika przez dosty θ wypadnie

$$\mathrm{sty}\,\delta = \frac{\mathrm{sty}(\nu-\varpi)\,\mathrm{sty}\,\theta + 1}{\mathrm{sty}\,\theta - \mathrm{sty}(\nu-\varpi)}.$$

Kładąc w tém wyrażeniu otrzymaną wyżéy wartość na sty θ otrzymamy:

$$\mathrm{sty}\,\delta = \frac{e\,\mathrm{sty}(\nu-\varpi) + \mathrm{sty}(\nu-\varpi)\,\mathrm{dost}(\nu-\varpi) - \mathrm{wst}(\nu-\varpi)}{e + \mathrm{dost}(\nu-\varpi) + \mathrm{sty}(\nu-\varpi)\,\mathrm{wst}(\nu-\varpi)}$$

$$\mathrm{sty}\,\delta = \frac{e\,\mathrm{sty}(\nu-\varpi)\,\mathrm{dost}(\nu-\varpi)}{e\,\mathrm{dost}(\nu-\varpi) + \mathrm{dost}^2(\nu-\varpi) + \mathrm{wst}^2(\nu-\varpi)}$$

$$= \frac{e \,\mathrm{wst}(\nu - \varpi)}{1 + e \,\mathrm{dost}(\nu - \varpi)}$$

$$\mathrm{sty}\,\delta = e \,\mathrm{wst}(\nu - \varpi)(1 + e \,\mathrm{dost}(\nu - \varpi))^{-1}$$

$$= e \,\mathrm{wst}(\nu - \varpi)\{1 - e \,\mathrm{dost}(\nu - \varpi) + \mathrm{etc.}\}$$

$$= e \,\mathrm{wst}(\nu - \varpi) - e^2 \mathrm{wst}(\nu - \varpi)\,\mathrm{dost}(\nu - \varpi) + \ldots.$$

opuszczając wyrazy mnożone przez potęgę mimośrodu wyższą nad pierwszą, pozostanie:

$$\mathrm{sty}\,\delta = e \,\mathrm{wst}(\nu - \varpi)$$

$$\delta = \mathrm{sty}\,\delta - \tfrac{1}{3}\mathrm{sty}^3\,\delta + \ldots$$

$$= e \,\mathrm{wst}(\nu - \varpi)$$

a stąd

$$\alpha = \nu + 90^\circ - \delta = 90^\circ + \nu - e \,\mathrm{wst}(\nu - \varpi).$$

Ponieważ oś X poprowadziliśmy przez punkt równonocny wiosenny, odległość więc tego punktu od osi wielkiey ellipsy czyli od punktu przysłonecznego P jest długością tegoż punktu, którąśmy nazwali przez ϖ; kąt zaś ν wyraża długość środosłoneczną ziemi. Nazywając długość słońca przez $\odot$ a długość punktu przyziemnego przez π, mamy:

$$\odot = 180^\circ + \nu, \qquad \pi = 180^\circ + \varpi$$

stąd

$$\alpha = \odot - 90^\circ - e \,\mathrm{wst}(\odot - \pi)$$

$$\mathrm{wst}\,\alpha = -\mathrm{wst}\{90^\circ - [\odot - e \,\mathrm{wst}(\odot - \pi)]\}$$

$$= -\mathrm{dost}\{\odot - e \,\mathrm{wst}(\odot - \pi)\}$$

$$= -\mathrm{dost}\,\odot - e \,\mathrm{wst}(\odot - \pi)\,\mathrm{wst}\,\odot$$

gdzieśmy dla małości łuków wzięli

$$\mathrm{dost}\{e \,\mathrm{wst}(\odot - \pi)\} = 1$$

$$\mathrm{wst}\{e \,\mathrm{wst}(\odot - \pi)\} = e \,\mathrm{wst}(\odot - \pi)$$

podobnie

$$\mathrm{dost}\,\alpha = \mathrm{dost}\{90^\circ - [\odot - e \,\mathrm{wst}(\odot - \pi)]\}$$

$$=\mathrm{wst}\{\odot - e\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)\}$$

$$=\mathrm{wst}\,\odot - e\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)\,\mathrm{dost}\,\odot.$$

Położywszy wywiedzione tu wartości na $\mathrm{wst}\,\alpha$ i $\mathrm{dost}\,\alpha$ w zrównaniu (c) zamienimy je na następujące:

$$dA=-\frac{ds'}{a\,\mathrm{dost}\,D}\{\mathrm{wst}\,A\,\mathrm{wst}\,\odot - e\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)\,\mathrm{dost}\,\odot\,\mathrm{wst}\,A+$$

$$+\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A\,\mathrm{dost}\,\odot+\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A\,e\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)\,\mathrm{wst}\,\odot\}$$

gdzie kładąc.

$$ds'=ads=a\,20'',253\,\{1+e\,\mathrm{dost}\,(v-\omega)\}$$

$$=a\,20'',253\,\{1+e\,\mathrm{dost}\,(\odot-\pi)\}$$

otrzymujemy aberracyą we wznoszeniu się prostém przez następujące wyrażenie.

$$\text{Aber.W.Pr.}=-dA=\frac{20'',253}{\mathrm{dost}\,D}(1+e\,\mathrm{dost}(\odot-\pi))\{\mathrm{wst}\,A\,\mathrm{wst}\,\odot+$$

$$+\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A\,\mathrm{dost}\,\odot - e\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)\,\mathrm{dost}\,\odot\,\mathrm{wst}\,A$$

$$+e\,\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A\,\mathrm{wst}\,\odot\,\mathrm{wst}\,(\odot-\pi)\}.$$

Wykonywając mnożenie i opuszczając wyrazy mnożone przez e^2 otrzymamy

$$\text{Aber.W.Pr.}=-\frac{20'',253}{\mathrm{dost}\,D}\{\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A\,\mathrm{dost}\,\odot+\mathrm{wst}\,A\,\mathrm{wst}\,\odot$$

$$+e\,\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A\,\mathrm{wst}\,\odot\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)$$

$$-e\,\mathrm{wst}\,A\,\mathrm{dost}\,\odot\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)$$

$$+e\,\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A\,\mathrm{dost}\,\odot\,\mathrm{dost}(\odot-\pi)$$

$$+e\,\mathrm{wst}\,A\,\mathrm{wst}\,\odot\,\mathrm{dost}\,(\odot-\pi)\}$$

$$=-\frac{20'',253}{\mathrm{dost}\,D}\{\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A\,\mathrm{dost}\,\odot+\mathrm{wst}\,A\,\mathrm{wst}\,\odot+$$

$$+e\,\mathrm{dost}\,\omega\,\mathrm{dost}\,A[\mathrm{dost}\,\odot\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)+\mathrm{wst}\,\odot\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)]$$

$$+e\,\mathrm{wst}\,A[\mathrm{wst}\,\odot\,\mathrm{dost}(\odot-\pi)-\mathrm{dost}\,\odot\,\mathrm{wst}(\odot-\pi)]\}$$

$$=-\frac{20'',253}{\text{dost}D}\{\text{dost}\,\omega\,\text{dost}\,A\,\text{dost}\odot+\text{wst}\,A\,\text{wst}\odot$$

$$+e(\text{dost}\,\omega\,\text{dost}\,A\,\text{dost}\,\pi+\text{wst}\,A\,\text{wst}\,\pi)\}\ldots(c').$$

Dla otrzymania wartości na aberracyą w zboczeniu, połóżmy w zrównaniu (d)

$$ds'=ads=r.20'',253\,(1+e\,\text{dost}(\odot-\pi))$$

i wprowadźmy znalezione wyrażenia na wstα i dostα;

$$\text{Aber.Zb.}=dD=-20'',253[1+e\text{dost}(\odot-\pi)]\text{wst}D\{\text{dost}A\,\text{dost}\alpha+$$

$$+\text{wst}A\,\text{wst}\alpha\,\text{dost}\omega\}-20'',253\,\text{dost}D\,\text{wst}\alpha\,\text{wst}\omega(1+e\text{dost}(\odot-\pi))$$

$$=-20'',253(1+e\text{dost}(\odot-\pi))\text{wst}D\{\text{dost}A\,\text{wst}\odot-$$

$$-e\text{dost}A\,\text{dost}\odot\,\text{wst}(\odot-\pi)$$

$$-\text{wst}A\,\text{dost}\omega\,\text{dost}\odot-e\text{wst}A\,\text{dost}\omega\,\text{wst}\odot\,\text{wst}(\odot-\pi)\}$$

$$-20'',253\,\text{dost}D\,\text{wst}\omega\{\text{dost}\odot+e\text{wst}(\odot-\pi)\}[1+e\text{dost}(\odot-\pi)]$$

$$=-20'',253\,\text{wst}D\,\{\text{dost}A\,\text{wst}\odot-\text{wst}A\,\text{dost}\omega\,\text{dost}\odot-$$

$$-e\,\text{dost}\,A\,\text{dost}\odot\,\text{wst}(\odot-\pi)$$

$$-e\,\text{wst}\,A\,\text{dost}\,\omega\,\text{wst}(\odot-\pi)\,\text{wst}\odot$$

$$+e\,\text{dost}\,A\,\text{wst}\odot\,\text{dost}(\odot-\pi)$$

$$-e\,\text{wst}\,A\,\text{dost}\,\omega\,\text{dost}\odot\,\text{dost}(\odot-\pi)\}$$

$$-20'',253\,\text{dost}D\,\text{wst}\omega\{\text{dost}\odot+e\text{wst}\odot\,\text{wst}(\odot-\pi)$$

$$+e\text{dost}\odot\,\text{dost}(\odot-\pi)\}.$$

Opuściliśmy tu tak jak i pierwiey wyrazy mnożone przez e^2. Zrownanie to po uproszczeniu przywodzi się do następującego:

$$\text{Aber.Zb.}=-20'',253\,\text{wst}D\{\text{dost}A\,\text{wst}\odot-\text{wst}A\,\text{dost}\omega\,\text{dost}\odot-$$

$$-e\text{wst}A\,\text{dost}\omega\,\text{dost}\pi+e\text{dost}A\,\text{wst}\pi\}$$

$$-20'',253\,\text{dost}D\{\text{wst}\omega\,\text{dost}\odot+e\text{wst}\omega\,\text{dost}\pi\}\ldots(d').$$

Kładąc w zrownania (c) i (d') za e wartość liczebną 0,0168

(§ 55). zrównania te zamienią się na następujące:

$$\text{Aber.W.Pr.} = -\frac{20'',253}{\text{dost}D}(\text{dost}\omega\text{dost}A\text{dost}\odot + \text{wst}A\text{wst}\odot)$$

$$-\frac{0'',34}{\text{dost}D}(\text{dost}\omega\text{dost}A\text{dost}\pi + \text{wst}A\text{wst}\pi) \ldots (c')$$

$$\text{Aber. Zbo.} = +20'',253\text{wst}D(\text{dost}\omega\text{wst}A\text{dost}\odot - \text{dost}A\text{wst}\odot)$$

$$-20'',253\text{dost}D\text{wst}\omega\text{dost}\odot$$

$$+0'',34\text{wst}D(\text{dost}\omega\text{wst}A\text{dost}\pi - \text{dost}A\text{wst}\pi)$$

$$-0'',34\text{dost}D\text{wst}\omega\text{dost}\pi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (d')$$

Kiedy się układają tablice aberracyi, z którychby w krótszym można było wyciągnąć czasie odmianę wznoszenia się prostego i zboczenia, naówczas opuszczają się wyrazy od mimośrodu *e* zależące. Aberracya we wznoszeniu się prostém wyrazić się wtenczas może tym sposobem:

$$dA = -\frac{20'',253}{2\text{dost}D}\{\text{dost}\omega[\text{dost}(\odot - A) + \text{dost}(\odot + A)] +$$

$$+\text{dost}(\odot - A) - \text{dost}(\odot + A)\}$$

$$= \frac{20'',253}{2\text{dost}D}\{2\text{wst}^2\tfrac{1}{2}\omega\text{dost}(\odot + A) - 2\text{dost}^2\tfrac{1}{2}\omega\text{dost}(\odot - A)\}$$

$$dA = \frac{0'',84\,\text{dost}\,(A + \odot) - 19'',42\,\text{dost}\,(A - \odot)}{\text{dost}\,D} \ldots\ldots (\alpha)$$

Podobnym sposobem otrzymuje się zrównanie na odmianę zboczenia

$$dD = 19'',42\,\text{wst}\,D\,\text{wst}\,(A - \odot) - 0'',84\,\text{wst}\,D\,\text{wst}\,(A + \odot)$$

$$-8'',07\,\text{dost}\,\odot\,\text{dost}\,D \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta)$$

Bardziey szczegółowe wskazanie wyprowadzenia formuł (α) i (β) podług których układają się tablice aberracyi, znaydzie czytelnik w Astronomii Delambra (T. III. k. 115).

LXXXVIII. *Aberracya w długości i szerokości; i oznaczenie ilości stałey w zrównania aberracyi wchodzącey.*

Wyprowadziliśmy zrównania dające nam aberracyą we wznoszeniu się prostem i zboczeniu przez funkcyą ilości, które się z tablic słońca i z katalogu gwiazd lub z obserwacyi wynachodzą, gdzie mieliśmy wzgląd na elliptyczność drogi ziemskiey, którą często w podobnych rachunkach astronomowie opuszczają. Co się tycze aberracyi w długości i szerokości, formuły na nie wywodzą Astronomowie mniey więcey długim sposobem (*), gdy tym czasem formuły te z naywiększą łatwością wyprowadzić się dają ze zrównań otrzymanych na aberracyą wznoszenia się prostego i zboczenia. Jakoż zrównania (c'') i (d'') służą na wszelką wartość ω, a zatém i na ten przypadek gdzie $\omega = 0$. Jeżeli $\omega = 0$, wznoszenie się proste gwiazdy zamienia się na długość, a zboczenie na szerokość, tak jak i aberracye wznoszenia się prostego i zboczenia zamienią się na aberracye długości i szerokości, i wyrażą się przez następujące zrównania:

$$\text{Aber. dług.} = -\frac{20'',253 \,\text{dost}(L-\odot) - 0'',34 \,\text{dost}(L-\pi)}{\text{dost}\,\lambda} \ldots (\alpha)$$

$$\text{Aber. szer.} = 20'',253 \,\text{wst}\lambda \,\text{wst}(L-\odot) + 0'',34 \,\text{wst}\lambda \,\text{wst}(L-\pi) \ldots (\beta)$$

gdzie L wyraża długość, a λ szerokość gwiazdy.

Czyniąc w zrównaniu (α) $\odot = L$, $\lambda = 0$, otrzymamy aberracyą na słońce

$$-20'',253 - 0'',34 \,\text{dost}(\odot - \pi)$$

opuszczając wyraz drugi, który nigdy nie może bydź większym nad 0'',34 otrzymujemy wyrażenie stateczne na aberracyą słońca to jest

$$\text{Ab.}\odot = -20'',253.$$

W zrównaniach (c''), (d''), (α), (β), zboczenie D i szerokość λ są dodatne jeżeli są północne, odjemne zaś jeżeli są południowe.

Współczynnik stały 20'',253 może się wynaleśdź z obserwacyy gwiazd stałych w różnych porach roku. I tak:

(*) Delambre (Astronomie) T. III. k. 107—109.

obierzmy gwiazdę, któréy wznoszenie się proste jest zero, formuła na jéy aberracyą w zboczeniu, opuszczając wyrazy zależące od mimośrodu, będzie

$$\text{Aber. zb.} = 20'',253 \{-\text{wst}\odot\,\text{wst}\,D - \text{dost}\,D\,\text{wst}\,\omega\,\text{dost}\,\odot\}.$$

Obserwuymy tę gwiazdę wtenczas kiedy długość słońca $\odot = 90^\circ$, i wyraźmy współczynnika nieznanego $20'',253$ przez a; aberracya w zboczeniu wyrazi się przez $-a\,\text{wst}\,D$. Obserwując potém tęż samę gwiazdę w sześć miesięcy poźniey, kiedy $\odot = 270^\circ$, otrzymamy aberracyą w zboczeniu wyrażoną przez $+a\,\text{wst}\,D$.

Nazywając przeto przez O' i O'' zboczenia otrzymane przez obserwacyą w piérwszém i drugiém położeniu ziemi, przez D' zboczenie rzetelne poprawione co do poprzedzania punktów równonocnych w piérwszey obserwacyi, przez $D'+E$ zboczenie rzetelne w obserwacyi drugiey, gdzie E znaczy ilość urosłą z przyczyny poprzedzania punktów równonocnych w przeciągu czasu między obserwacyami upłynionym, otrzymamy

$$O' = D' - a\,\text{wst}\,O'$$

$$O'' = D' + E + a\,\text{wst}\,O''$$

$$a = \frac{O'' - O' - E}{\text{wst}\,O'' + \text{wst}\,O'}.$$

Tym sposobem przez obserwacyą gwiazd stałych łatwo jest ocenić wartość współczynnika a. Kształt wyrażenia wartości na a pokazuje wyraźnie, że gwiazdy wybierane na jéy oznaczenie powinny mieć zboczenie jak naywiększe, gwiazdy więc u nas wkołobiegunowe są naywłaściwsze do tego użycia. Bradley z obserwacyy gwiazd różnych, znalazł na a następujące wartości

γ Smoka	$2a = 40'',4$
β Smoka	$40,2$
η Wielkiey niedzwiedzicy	$40,4$
α Kassiopei	$40,8$
τ Perseusza	$41,0$
α Perseusza	$40,2$
wypadek średni	$= 40'',5$

Wartość więc średnia na a wypadająca z obserwacyy Bradleja jest

$$a = 20'',25,$$

Delambre z rachunku obserwacyy tysiąca zaćmień pierwszego xiężyca Jowisza wyciągnął wartość na $a = 20'',253$. Zgoda tak doskonała w wypadkach wyciągnionych ze sposobów zupełnie od siebie różnych, dowodzi, że wartość na ilość szukaną jest dobrze ocenioną.

LXXXIX. *Parallaxa roczna gwiazd stałych, wyprowadzenie odmian stąd wynikających w długości, szerokości, wznoszeniu się prostem i zboczeniu.*

Obserwacye gwiazd stałych robione w różnych punktach powierzchni ziemi, i porównane z sobą, przekonywają nas, że parallaxa gwiazd stałych jest zupełnie nieznaczną, czyli że promień ziemski porównany z odległością gwiazd stałych jest ilością nieskończenie małą, i służyć do wymiaru tey odległości nie może. Lecz że ziemia, jakeśmy się ostatecznie przez skutki aberracyi przekonali, ma bieg własny około słońca, mamy przeto podstawę nie równie większą od promienia ziemskiego, szukaymy więc azali położenie gwiazd stałych, uważane z dwóch końców średnicy drogi ziemskiey, wynoszącey 23909 promieni ziemskich, zostaje zawsze to samo albo też ulega pewnym odmianom, i te odmiany staraymy się jeśli można poznać i ocenić.

Wyobraźmy sobie na (fig. 71) koło TGG' zakreślone ze środka słońca promieniem równym odległości gwiazdy od słońca, i którego płaszczyzna przechodzi przez ziemię będącą w punkcie T'. Gwiazda G widziana ze słońca w punkcie m, z ziemi widzianą będzie w punkcie m', skutek więc parallaxy jest łuk mm' czyli kąt $T'GS = G$

$$\text{wst} G = G = \text{wst} S \frac{T'S}{GT'}.$$

Nazywając promień drogi ziemskiey przez R, i czyniąc przez przybliżenie stosunek tego promienia do odległości gwiazdy od ziemi równym stosunkowi tegoż promienia do odległości gwiazdy od słońca, to jest czyniąc

$$\frac{T'S}{GT'}=\frac{T'S}{SG}=\frac{R}{SG}=p$$

otrzymujemy:

$$G=p \text{ wst } S \ldots (\delta)$$

gdzie kąt S wyraża kąt w słońcu między położeniem gwiazdy i położeniem ziemi zajęty, a którego wstawa może bydź brana za równą wstawie kąta $GT'S$. Jest to zrównanie podobne wyrażeniu dającemu nam parallaxę wysokości jakiego planety przez parallaxę poziomą (§ 35).

Niech koło TAA' (fig. 72) oznacza ekliptykę, P biegun ekliptyki, T miejsce ziemi widziane ze słońca, TG koło wielkie przechodzące przez środek ziemi i słońca i przez gwiazdę G. Koła te wszystkie uważamy odniesione na kulę pozorną niebieską, którey środkiem jest środek słońca. Gwiazda uważana ze środka słońca pokazuje się w punkcie G, z ziemi zaś przez skutek parallaxy widzianą jest w punkcie G' na przedłużeniu koła TGG', przechodzącego przez ziemię i słońce. Podług zrównania (δ) mamy

$$GG'=p \text{ wst } TG.$$

Długość gwiazdy środosłoneczna jest $o\Upsilon A$, długość środoziemna jest $o\Upsilon A'$, różnica więc, czyli parallaxa długości, jest to łuk AA'

$$AA'=\frac{oG'}{\text{wst}PG'}=\frac{GG'\text{wst}G}{\text{dost}\lambda'}$$

λ' wyraża szerokość gwiazdy pozorną, którą dla małey bardzo różnicy od szerokości środosłoneczney wziąść możemy za prawdziwą, gdyż jak widzimy ze zrównania na AA', stosunek mnożący GG' bardzo się mało przez to odmieni, i nieznaczny tylko wpływ mieć może na odmianę wartości łuku AA'. Nazywając więc przez λ szerokość gwiazdy, czy to odniesioną do środka ziemi czy do środka słońca mamy

$$AA' = p\frac{\text{wst}\,TG\,\text{wst}\,G}{\text{dost}\,\lambda}.$$

Ponieważ zaś w troykącie TAG

$$\text{wst}\,G = \frac{\text{wst}\,AT}{\text{wst}\,TG}$$

więc

$$AA' = \frac{p\,\text{wst}\,AT}{\text{dost}\,\lambda} = \frac{p\,\text{wst}(L - ♁)}{\text{dost}\,\lambda}$$

gdzie L znaczy długość gwiazdy a ♁ długość ziemi. Czyniąc nareszcie $♁ = 180^\circ + \odot$, otrzymujemy:

$$\text{Parallaxa długości} = \frac{p\,\text{wst}(L - 180^\circ - \odot)}{\text{dost}\,\lambda}$$

$$= \frac{-p\,\text{wst}\{180^\circ - (L - \odot)\}}{\text{dost}\,\lambda}$$

$$= \frac{-p\,\text{wst}\,L - \odot)}{\text{dost}\,\lambda} \ldots\ldots (p).$$

Parallaxą w szerokosci jest łuk oG

$$oG = GG'\text{dost}G = p\text{wst}\,TG\text{dost}G$$

a że

$$\text{wst}\,TG = \frac{\text{wst}\,AT}{\text{wst}\,G}$$

więc

$$\text{Parallaxa szerokości} = oG = p\text{wst}\,AT\text{dosty}\,G.$$

Ponieważ zaś podług § 9 tr. kul. mamy

$$\text{sty}\,G = \frac{\text{sty}\,AT}{\text{wst}\,AT} \ldots\ldots \text{(zrów. } f.\text{)}$$

czyli

$$\text{dosty}\,G = \frac{\text{wst}\,AG}{\text{sty}\,AT}$$

więc

$$\text{Parallaxa szerokości} = oG = p\text{wst}\,AG\text{dost}\,AT$$

$$= p\text{wst}\lambda\text{dost}(L - ♁)$$

$$= -p\text{wst}\lambda\text{dost}(L - \odot) \ldots\ldots (q).$$

Porownywając między sobą zrównania na aberracyą i parallaxę w długości i szerokości, łatwo jest widzieć wielkie między temi zrównaniami podobieństwo. Jakoż opuszczając wyrazy zależące od mimośrodu drogi ziemskiey mamy § 88.

$$\text{Aberr. długości} = \frac{-20'',253 \operatorname{dost}(L-\odot)}{\operatorname{dost}\lambda}$$

$$\text{Aberr. szerokości} = +20'',253 \operatorname{wst}\lambda \operatorname{wst}(L-\odot)$$

$$\text{Parallaxa długości} = \frac{-p \operatorname{wst}(L-\odot)}{\operatorname{dost}\lambda}$$

$$\text{Parallaxa szerokości} = -p \operatorname{wst}\lambda \operatorname{dost}(L-\odot).$$

Jakkolwiek wyrażenia te są sobie podobne, łatwo jednak jest w nich widzieć różnicę wyraźną skutków aberracyi od skutków parallaxy roczney. Jakoż aberracya w długości jest naywiększa, kiedy

$$L=\odot \quad \text{albo} \quad L=180^\circ+\odot$$

przeciwnie parallaxa w długości naywiększa jest kiedy

$$L=90^\circ+\odot \quad \text{albo} \quad L=270^\circ+\odot$$

Podobnież aberracya w szerokości naywiększa jest kiedy

$$L=90^\circ+\odot, \quad L=270^\circ+\odot$$

naywiększa zaś parallaxa w szerokości przypada wtenczas kiedy

$$L=\odot, \quad L=180^\circ+\odot.$$

Jeżeli w zrównaniach na aberracyą w długości i szerokości powiększymy długość słońca o 90°, a zamiast współczynnika stałego $20'',253$ położymy parallaxę p, otrzymamy zrównania na parallaxę w długości i szerokości też same, jakeśmy z innych wyciągnęli uwag. Jeżeli więc chcemy otrzymać sposobem naykrótszym parallaxę we wznoszeniu się prostém i zboczeniu, dosyć jest wskazane podstawienia wykonać na zrównaniach (c'') (d''), opuszczając w nich wyrazy zależące od elliptyczności drogi ziemskiey.

Jakoż łatwo jest widzieć, że w tym przypadku zrównanie (c'') zamieni się na następujące:

$$A'-A=\text{Par.Wz.pr.}=-\frac{p}{\text{dost}D}\{\text{dost}\omega\,\text{dost}A\,\text{dost}(90^\circ+\odot)+$$

$$+\text{wst}A\,\text{wst}(90^\circ+\odot)\}$$

$$=-\frac{p}{\text{dost}D}\{-\text{dost}\omega\,\text{dost}A\,\text{wst}\odot+\text{wst}A\,\text{dost}\odot\}$$

Kładąc w tém zrównaniu

$$2\text{wst}\odot\,\text{dost}A=\text{wst}(A+\odot)-\text{wst}(A-\odot)$$

$$2\text{dost}\odot\,\text{wst}A=\text{wst}(A+\odot)+\text{wst}(A-\odot)$$

będzie

$$A'-A=-\frac{p}{\text{dost}D}\left\{-\frac{\text{dost}\omega}{2}\text{wst}(A+\odot)+\frac{\text{dost}\omega}{2}\text{wst}(A-\odot)\right.$$

$$\left.+\tfrac{1}{2}\text{wst}(A+\odot)+\tfrac{1}{2}\text{wst}(A-\odot)\right\}$$

$$=-\frac{p}{\text{dost}D}\left[\text{wst}(A+\odot)\left(\frac{1-\text{dost}\omega}{2}\right)+\text{wst}(A-\odot)\left(\frac{1+\text{dost}\omega}{2}\right)\right]$$

$$=-\frac{p}{\text{dost}D}[\text{wst}(A+\odot)\text{wst}^2\tfrac{1}{2}\omega+\text{wst}(A-\odot)\text{dost}^2\tfrac{1}{2}\omega]$$

Lubo pochyłość ekliptyki do równika nie jest ilością stateczną, że jednak jéy odmiany są niezmiernie powolne, dla tego możemy w tém zrównaniu położyć wartość na ω liczebną wypadającą na wiek teraźnieyszy, małe odmiany tey ilości wcale na wypadek wpływać nie będą, tym sposobem mieć będziemy wyrażenie następujące na parallaxę we wznoszeniu się prostém:

$$A'-A=-\frac{p}{\text{dost}D}\{0{,}0415\,\text{wst}(A+\odot)+0{,}958\,\text{wst}(A-\odot)\}\ldots(r).$$

Podobnym zupełnie sposobem otrzymuje się parallaxa w zboczeniu

$$D'-D=\text{par.zb.}=p\,\text{wst}D[\text{dost}\omega\,\text{wst}A\,\text{dost}(90^\circ+\odot)-\text{dost}A\,\text{wst}(90+\odot)]$$

$$-p\,\text{dost}D\,\text{wst}\omega\,\text{dost}(90^\circ+\odot)$$

$$=-p\,\mathrm{wst}D\{\mathrm{dost}\omega\,\mathrm{wst}A\,\mathrm{wst}\odot+\mathrm{dost}A\,\mathrm{dost}\odot\}$$
$$+p\,\mathrm{dost}D\,\mathrm{wst}\omega\,\mathrm{wst}\odot$$
$$=-p\,\mathrm{wst}D\Big\{\frac{\mathrm{dost}\omega}{2}\mathrm{dost}(A-\odot)-\frac{\mathrm{dost}\omega}{2}\mathrm{dost}(A+\odot)$$
$$+\tfrac{1}{2}\mathrm{dost}(A-\odot)+\tfrac{1}{2}\mathrm{dost}(A+\odot)\Big\}$$
$$+p\,\mathrm{dost}D\,\mathrm{wst}\omega\,\mathrm{wst}\odot$$
$$=-p\,\mathrm{wst}D\{\mathrm{dost}^2\tfrac{1}{2}\omega\,\mathrm{dost}(A-\odot)+\mathrm{wst}^2\tfrac{1}{2}\omega\,\mathrm{dost}(A+\odot)\}$$
$$+p\,\mathrm{dost}D\,\mathrm{wst}\omega\,\mathrm{wst}\odot$$
$$=-p\,\mathrm{wst}D\{0{,}0415\,\mathrm{dost}(A+\odot)+0{,}9585\,\mathrm{dost}(A-\odot)\}$$
$$+0{,}3982\,p\,\mathrm{dost}D\,\mathrm{wst}\odot\,\ldots\ldots\ldots(s).$$

Przez obserwacyą wznoszenia się prostego lub zboczenia możnaby oznaczyć parallaxę we wznoszeniu się prostém lub zboczeniu, skąd potém za pomocą formuł (*r*) i (*s*) łatwo jest oznaczyć ilość *p*, to jest kąt pod którym promień drogi ziemskiey z gwiazdy jest widzianym. Wszystkie jednak gwiazdy stałe tak są od nas odległe, że wszystkie dotąd usiłowania Astronomów na oznaczenie parallaxy któreykolwiek gwiazdy były bezskuteczne. Wszakże bydź może, że z pomnożonych dzisiay w tym celu obserwacyy przez narzędzia dokładne wyciągną z czasem Astronomowie tę ilość na pewną liczbę gwiazd świetnieyszych, które jak się zdaje bliższe są nas jak gwiazdy, których światło jest tak małe, że je przez teleskopy tylko widzieć można. Gdyby w któreykolwiek gwiazdzie znaleziono i oceniono ilość parallaxy, naówczas w katalogu gwiazd kładzionoby jey położenie środosłoneczne, które potém za pomocą wywiedzionych formuł, lub ułożonych podług nich tablic, na położenie środoziemne zamieniać trzebaby było. Z tego co dotąd dla ocenienia parallaxy gwiazd stałych szczególniey w Greenwich zrobiono, wnieść można, że ta parallaxa w ogólności jest niezmiernie mała, i dla tego kryjąc się między błędami obserwacyi i innych ilości w położenie gwiazd stałych wchodzących, przez długie tylko szeregi z naywiększém staraniem robionych obserwacyy ocenioną bydź może.

ROZDZIAŁ XVI.

O Kometach.

XC. *Postaci w jakich się pokazują komety, i prawa którym w biegach swoich podlegają.*

Oprócz planet pierwszego i drugiego rzędu, o których dotąd mówiliśmy, pokazują się czasem na niebie gwiazdy mające bieg własny, które z początku pospolicie bardzo małe, powiększają się coraz bardziey, dochodzą do wielkiego stopnia jasności, tak że przewyższają częstokroć nayjaśnieysze planety, nareszcie stopniami maleją i nikną. Ciała te nazwane kometami otoczone są zazwyczay atmosferą światła zowiącą się brodą komety, która za zbliżeniem się ich do słońca przenosi się na stronę komety przeciwną słońcu, i zamienia się na długą łunę światła zwaną *ogonem* komety (queue);.

Postać komet jest rozmaita, jedne się pokazują jak zbiory waporów przez które gwiazdy wyraźnie widzieć można, w innych oprócz atmosfery świecącey postrzegać się daje massa stała nieprzeźroczysta, która się zowie jądrem komety; jednym towarzyszą niezmiernie długie ogony, gdy tym czasem inne ani ogonów ani otaczającey je atmosfery światłey nie mają.

Sądzono dawniey, że komety są to meteory czyli ciała tworzące się i mające swóy byt w atmosferze naszey. Tycho pierwszy uważając z robionych obserwacyy, że ich parallaxa dzienna jest nieznaczna, umieścił je wyżey niż jest xiężyc ziemski. Ponieważ te ciała mają bieg pewnym uległy prawom, który z ziemi łatwo obserwować można, sądzić wypada, że to są także ciała należące do świata słonecznego, i podobnie jak planety opisujące pewne drogi około słońca; z tą różnicą, że kiedy drogi wszystkich znanych dotąd planet są to ellipsy mało się różniące od koła, ellipsy komet muszą bydź bardzo spłaszczone, gdyż raz przychodzą bardzo blisko do słońca, i wtenczas właśnie mogą bydź widziane, potém odchodzą niezmiernie daleko, tak że nikną z oczu naszych. Można tedy uważać tę ellipsę jako zgadzającą się w małéy części łuku widzianéy dla nas z parabolą, i właśnie w tém przypuszczeniū rachują się biegi komet. Jeżeli tedy uważamy komety jako ciała poddane sile rzutu i sile ciężkości, podług teoryi Newtona, ciała te podlegać powinny także prawom Keplera; to jest wycinki paraboliczne powinny bydź proporcyonalne czasóm na ich przebieżenie strawionym. W planetach prawo to wyraża się przez zrównanie

$$A = pt$$

gdzie A znaczy powierzchnią, t czas, a p ilość stałą wyrażającą powierzchnią ubieżoną w jedności czasu. Wartość na p wyciąga się ze zrównania

$$p = \frac{\pi ab}{T}$$

gdzie T oznacza czas łożony na przebieżenie całéy powierzchni elliptycznéy πab.

Jeżeli ellipsa zamienia się na porabolę, jéy powierzchnia i czas T stają się nieskończone, jakże wtenczas przyydziemy do wyrażenia na p, które jest zawsze ilością skończoną.

W zrównaniu wyższém połóżmy

$$T = Ca^{\frac{3}{2}}, \quad \text{gdzie} \quad C = \frac{T'}{\sqrt{a'^3}}.$$

Podług bowiem prawa Keplera $T = T'.\sqrt{\frac{a^3}{a'^3}}$

$$p = \frac{\pi ab}{Ca^{\frac{3}{2}}} = \frac{\pi b}{Ca^{\frac{1}{2}}}.$$

Wyrzućmy z tego zrównania b, wyrażając je przez funkcyą d odległości ogniska od wierzchołka bliższego ellipsy

$$d = a - ae = a - \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{2ad - d^2}$$

$$p = \frac{\pi}{C} \cdot \sqrt{2d - \frac{d^2}{a}}.$$

Kiedy ellipsa staje się parabolą, a staje się nieskończenie wielkiém, i naówczas wartość na p pozostaje

$$p = \frac{\pi}{C} \sqrt{2d}$$

$$A = pt = \frac{\pi}{C} \sqrt{2d}.t.$$

Podług tego zrównania mając odległość d i czas t, można wyrachować powierzchnią paraboli ubieżoną przez promień wodzący komety w przeciągu czasu t. Dla drugiego komety mielibyśmy

$$A' = \frac{\pi}{C} \sqrt{2d'}.t$$

Stąd

$$A : A' = \sqrt{d} : \sqrt{d'}.$$

Powiérzchnie więc paraboliczne opisane przez różne komety w czasach równych, tak się mają do siebie jak pierwiastki kwadratowe z ich naymnieyszych od słońca odległości.

Wyobraźmy sobie planetę opisującego koło, którego promień równy jest odległości naymnieyszey komety od słońca, powiérzchnia opisana przez planetę w czasie t wyrazi się przez

$$P = \frac{\pi a^2}{T} \cdot t$$

wyrażając przez T czas peryodyczny planety.

albo $$P = \frac{\pi}{C} \sqrt{a}.t$$

Stąd $$\frac{A}{P} = \frac{\sqrt{2d}}{\sqrt{a}}$$

a że bierzemy $a=d$, wypada

$$\frac{A}{P}=\frac{\sqrt{2}}{1}.$$

To jest, że w tym przypadku powierzchnia planety tak się ma do powierzchni komety w tymże samym czasie opisaney, jak $1:\sqrt{2}$. Żeby można było sprawdzić, azali wywiedzione teraz prawa zgadzają się z obserwacyami, należy umieć wynaleśdź z pewney liczby obserwacyy drogę komety, a stąd umieć wyrachować na każdy moment położenie komety, a jeżeli rachunek zgodzi się z obserwacyami w tymże samym czasie robionemi, będzie to dowodem, że komety tak jak i planety, poddane są sile ciężkości, albowiem rachowane ich biegi podług praw tey siły zgadzają się z biegami obserwowanemi.

Dla znalezienia na każdy moment mieysca komety, potrzeba znać pierwiastki jego biegu; pierwiastkami temi są: pochyłość jego drogi do ekliptyki, położenie węzłów, położenie punktu przysłonecznego, jego odległość od słońca, i czas przeyścia komety przez punkt przysłoneczny. Dochodzenie tych pierwiastków jest bardzo trudne, z przyczyny, że łuk komety opisany w przeciągu czasu kiedy go widzimy, jest niezmiernie małym w porównaniu całéy jego drogi. Można jednak, mając trzy obserwacye środoziemne komety, to jest kierunek trzech promieni wodzących prowadzonych w różnych czasach z ziemi do komety, wyciągnąć te wszystkie elementa, przypuszczając, że droga komety jest parabolą, i że bieg komety podług praw siły ciężkości odbywa się, ale rachunek ten dla swey długości wyłożonym tu bydź nie może, odesłać mi wypada czytelnika do Astronomii Delambra, kilka na ten koniec podanych jest sposobów: naypospoliciey używane są Olbersa i Laplasa, a z tych ostatni jest naydokładnieyszy.

XCI. *Jak mając pierwiastki biegu komety znajome, dochodzi się mieysce komety na jego drodze, to jest kierunek i długość promienia wodzącego.*

Mając znane pierwiastki biegu komety, łatwo jest na każdy moment wyrachować mieysce komety na jego drodze. Niech KPM wystawia znaną parabolę, w którey PS odległość ogniska od wierzchołka jest wiadoma, wynaleśdź potrzeba mieysce komety to jest punkt K na czas dany, czyli wynaleśdź kąt v wyrażający anomalią prawdziwą; i wielkość promienia wodzącego KS (*). Zrównanie ellipsy jest

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\,\mathrm{dost}\,v}$$

kładąc $e = 1 - \frac{d}{a}$

wypada:

$$r = \frac{a\left(1-\left(1-\frac{d}{a}\right)^2\right)}{1+\left(1-\frac{d}{a}\right)\mathrm{dost}\,v} = \frac{\left(\frac{2d}{a}-\frac{d^2}{a^2}\right)a}{1+\left(1-\frac{d}{a}\right)\mathrm{dost}\,v} = \frac{\left(2-\frac{d}{a}\right)d}{1+\left(1-\frac{d}{a}\right)\mathrm{dost}\,v}$$

na parabolę $a = \frac{1}{0}$

$$r = \frac{2d}{1+\mathrm{dost}\,v} = \frac{d}{\mathrm{dost}^2\,\frac{1}{2}v} \dots\dots\dots (1)$$

Jest to znajome zrównanie paraboli, z którego łatwo otrzymuje się promień wodzący, jeżeli v jest znane, idzie więc tylko o wynalezienie wartości na anomalią prawdziwą.

Nazywając przez $x, y,$ współuszykowane punktu K liczone od wierzchołka paraboli, będzie

Powierzch. odcinka $PKN = \frac{2}{3}xy$

Pow. $\Delta KNS \dots\dots\dots\dots = \frac{1}{2}y(d-x)$

Pow. wyc. $PKS \dots = \frac{2}{3}xy + \frac{1}{2}y(d-x)$

Wyraźmy tę powierzchnią przez $f(d, v)$

$$y = r\,\mathrm{wst}\,v = \frac{d\,\mathrm{wst}\,v}{\mathrm{dost}^2\frac{1}{2}v} = \frac{2d\,\mathrm{wst}\,\frac{1}{2}v\,\mathrm{dost}\,\frac{1}{2}v}{\mathrm{dost}^2\frac{1}{2}v}$$

$$y = 2d\,\mathrm{sty}\,\tfrac{1}{2}v$$

(*) Figurę łatwo jest wyobrazić.

$$x = d - r\,\text{dost}\,v = \frac{d(\text{dost}^2\tfrac{1}{2}v - \text{dost}\,v)}{\text{dost}^2\tfrac{1}{2}v}$$

kładąc $\quad \text{dost}^2\tfrac{1}{2}v = 1 - \text{wst}^2\tfrac{1}{2}v$

$1 - \text{dost}\,v = 2\,\text{wst}^2\tfrac{1}{2}v$, będzie

$$x = d\,\text{sty}^2\tfrac{1}{2}v \quad .$$

$$\text{Wyc.}\quad PKS = \tfrac{4}{3}d^2\,\text{sty}^3\tfrac{1}{2}v + d^2(\text{sty}\tfrac{1}{2}v - \text{sty}^3\tfrac{1}{2}v)$$

$$= d^2(\text{sty}\tfrac{1}{2}v + \tfrac{1}{3}\text{sty}^3\tfrac{1}{2}v).$$

Znaleźliśmy piérwiey, że powiérzchnia opisana w pewnym czasie wyraża się na parabolę przez

$$A = \frac{\pi}{C}\sqrt{2d}.t$$

jeżeli więc przez t wyrazimy czas jakiego potrzebował kometa do przeyścia od P do K, powierzchnia $\frac{\pi}{C}\sqrt{2d}.t$ wyrażać właśnie będzie powierzchnią wycinka PKS.

Biorąc średnią odległość ziemi od słońca za jedność, będzie $C = \frac{T'}{\sqrt{a'^3}} = T' =$ rokowi gwiazdowemu, a stąd

$$\frac{\pi}{T'}\sqrt{2d}.t = d^2(\text{sty}\tfrac{1}{2}v + \tfrac{1}{3}\text{sty}^3\tfrac{1}{2}v)$$

$$t = \frac{T'\sqrt{d^3}}{\pi\sqrt{2}}(\text{sty}\tfrac{1}{2}v + \tfrac{1}{3}\text{sty}^3\tfrac{1}{2}v)\ \ldots\ (2)$$

Z tego zrównania, otrzymujemy łatwo czas upłyniony po przeyściu przez punkt przysłoneczny, ale jeżeli chcemy mieć anomalią mając czas dany, trzeba rozwiązać zrównanie trzeciego stopnia. Mając tym sposobem v, łatwo ze zrównania (1) otrzymuje się promień wodzący r.

Zamiast rozwiązywania ustawicznego téy formuły Astronomowie ułożyli tablicę dającą t na każdy stopień kąta v, i wzajemnie. W téy tablicy odległość d wzięta jest za jedność, to jest za równą odległości średniey słońca od ziemi. Chcąc więc na pewną anomalią mieć czas dla komety, którego odległość naymnieysza nie jest jednością ale w ogólności równą d, potrzeba czas znaleziony t mnożyć przez $d^{\frac{3}{2}}$ dla otrzymania czasu t' na kometę, którego odległość jest d, albowiem $\frac{t'}{t}=\frac{d^{\frac{3}{2}}}{1}$; wyrażamy przez t' czas któremu odpowiada anomalia taż sama, jaka jest na czas t dla komety, którego odległość naymnieysza od słońca $=1$. Wzajemnie jeżeli mamy szukać anomalii odpowiadającey danemu czasowi, potrzeba ten czas dzielić przez $d^{\frac{3}{2}}$ dla otrzymania czasu t, któremu odpowiadająca anomalia w tablicach jest właśnie taż sama, jaka odpowiada czasowi t' dla komety rachowanego.

albowiem $$v=f(t)=f\left(\frac{t'}{d^{\frac{3}{2}}}\right).$$

Przez ten zwrót dowcipny zamienili Astronomowie pracę dosyć długą rozwiązywania zrównania (2), na działanie w kilku minutach wykonać się mogące. Tablica ta nazywa się tablicą biegu parabolicznego komet (table du mouvement parabolique des comètes) (*).

Wynalazłszy położenie komety względem punktu przysłonecznego i mając znane położenie tego punktu, długość węzłów i pochyłość drogi komety do ekliptyki, łatwo się dochodzi długość i szerokość środosłoneczna komety.

XCII. *Komety których drogi nie zgadzają się z parabolą rachują się podług ellipsy, którey oś większa i mimośrod oznaczyć się może, i stąd się wyciąga obrót peryodyczny komety.*

Obserwuymy teraz kometę, i zamieńmy jego długości i szerokości środoziemne na środosłoneczne; znaydziemy w ogólności małe niezgody, między wypadkami otrzymanemi z rachunku i obserwacyy, co stąd pochodzi, że elementa otrzymane z trzech obserwacyy nie są dokładne, elementa więc te poprawują się tak, aby linija krzywa podług nich rachowana, zajęła wszystkie punkta komety dane przez obserwacyą, a tak otrzymane elementa są już elementami dokładnemi. Zdarza się jednak, lubo bardzo rzadko,

(*) Astronomie (Delambre) T. III. p. 434.

że żadna parabola nie zgadza się ze wszystkiemi razem mieyscami komety, naówczas potrzeba probować azali ellipsa lepiéy z niemi zgadzać się nie będzie. W tym przypadku można wyrachować oś wielką i mimośród ellipsy, a stąd czas obrotu peryodycznego. Liczba jednak komet tym sposobem rachowanych jest bardzo mała. Z wielu bardzo komet obserwowanych i rachowanych dwa tylko są dotąd, których czas obrotu peryodycznego jest znany. Jeden nazwany kometą Halleja obserwowany w 1682 kończy swóy obrot w leciech 75½. Kometa ten widziany był w r. 1006 rzucający mocne bardzo światło, i po kilku potem obrotach pokazał się w 1456; przechodził naówczas blizko ziemi ciągnąc za sobą długi ogon, zaymujący 60° na niebie. Zjawisko to nadzwyczayne napełniło przestrachem całą Europę. Kometa ten pokazywał się poźniey pod różnemi postaciami w 1531, 1607 i 1682, kiedy Halley wyrachował jego powroty do słońca. Podług rachunku Halleja, w którym miał wzgląd na działanie Jowisza, kometa ten powinien się był pokazać w końcu roku 1758, lub na początku 1759. W roku jednak 1758 Clairaut wziąwszy pod ściśleyszy rachunek działanie Jowisza i Saturna, wynalazł, że z działania tych planet powrot komety do punktu przysłonecznego powinien był bydź opoźniony na dni 618, i że przeyście przez ten punkt nastąpi 15 kwietnia 1759. Fenomen ten przypadł nieco piérwiey, kometa bowiem przeszedł przez punkt przysłoneczny marca 12, w roku więc 1835 znowu się pokazać powinien.

Drugi kometa którego drogę wyrachował *Enke* w roku 1818, kończy swoję drogę w czasie bardzo krótkim, to jest w przeciągu 1207 dni, czyli trzech lat i czterech miesięcy. Kometa ten widziany był w różnych postaciach w 1786, 1795, 1801, 1805, i powinien się był pokazać w 1808, 1812, i 1815; nie obserwowano go jednak aż do r. 1818. W 1822 szukali go Astronomowie, ale w Europie widzianym nie był; postrzeżono go w nowey Hollandyi, gdzie był obserwowany przez P. *Rumker* w Paramata, i obserwacye te bardzo się blisko zgadzają z rachunkiem tego komety piérwiey przez P. Enke podanym. *Astron.*

Jahr. 1826 k. 106, Corresp. Astr. de Zach. 8. vol. Cah. 1; Kometa rachowany przez Newtona, który się pokazał w roku 1680 ma opisywać drogę swoję w przeciągu 575 lat; podług więc tego rachunku powinien się pokazać w roku 2255.

W roku 1770 pokazał się kometa którego bieg nie mógł bydź wyrachowany podług żadney paraboli, ale owszem zgadzał się podług rachunku Lexela bardzo dobrze z ellipsą, na obieżenię któréy potrzebował lat 5½; kometa więc ten powinien się był już kilkakrotnie pokazać, a przecież dotąd Astronomowie go nie widzieli. Burckhardt sprawdzał potém rachunki tego samego komety, i znalazł wypadki te same co Lexell; nie masz więc wątpliwości, że droga tego komety była istotnie ellipsą różną bardzo od paraboli, w małéy nawet części swojéy drogi, ale droga ta odmienioną bydź mogła przez działanie Jowisza około którego kometa ten przechodził. Jakoż podług rachunku Burckhardta kometa ten przechodził około Jowisza w roku 1767 i 1779 i z działania tego planety wypadło, że odległość punktu przysłonecznego od słońca przed rokiem 1767 mogła bydź 5,08, po roku 1779 odległość ta wypada 3,33 gdy w roku 1770 odległość ta była tylko 0,67 biorąc za jedność odległość ziemi od słońca. Kometa więc który dla swéy odległości przed r. 1770 widzianym bydź nie mógł, przez działanie Jowisza w r. 1767 zmienił swą drogę i zbliżywszy się do słońca, pokazał się Astronomom, ale przechodząc potém znowu około Jowisza zmienił swą drogę na inną, w któréy odległość punktu przysłonecznego jest tak znaczna, iż znowu widzianym bydź nie może.

Prawie wszystkie komety, wyjąwszy kilka, rachowane były na parabolę i przez tę liniją biegi tych ciał w małym łuku dobrze wystawione bydź mogły. Jeżeli który z wyrachowanych tak komet powróci do słońca, a droga jego przez działanie jakiego planety nie odmieni się znacznie, naówczas pierwiastki jego biegu zostaną te same i będą dowodem, że to jest już dawniey obserwowany kometa. Ztąd łatwo się da wyciągnąć obrot peryodyczny komety i pierwiastki elliptyczne jego biegu. Wszystkie zapewne obserwowane komety opisują ellipsy, a przynaymniey dla oznaczenia téy ellipsy starają się Astronomowie poznać bieg komety. Na cóż bowiem zdałaby się znajomość drogi ciała niebieskiego, jeżeli nią jest parabola lub hyperbola, kiedy w tym przypadku ciało to nigdy już do nas nie wróci? Komety więc w ogólności uważać można jako planety pierwszego rzędu, odbywające swóy bieg około słońca, i poddane sile działania téy gwiazdy; w ich bowiem biegach ta jedynie zachodzi różnica, że bieg komet jest w rozmaitych kierunkach, kiedy bieg planet wszystkich jest zawsze od zachodu na wschód. Zresztą ich różna częstokroć postać lub wielka niektórych dróg pochyłość do ekliptyki nie są istotnemi różnicami, tym bardziey, że droga Pallady formuje kąt blizko 35° z ekliptyką.

XCIII. *Komety tak jak planety są ciała przez się ciemne. Teorya ogonów komet. Azali kometa który nie może uderzyć o ziemię lub ją ogonem swoim ogarnąć? Massa komet.*

Komety są ciała przez się ciemne i oświecone przez słońce, widziano bowiem w komecie Halleja odmiany światła zależące od położenia jego względem ziemi i słońca, podobne odmianom światła xiężyca (*). Tych jednak odmian nie można było dotąd obserwować na żadnym innym komecie, z przyczyny małéy bardzo wielkości massy stałey komety, i z przyczyny otaczającéy ją pospolicie atmosfery światłéy, przeszkadzającéy widzieć dokładnie samą bryłę komety. Ponieważ komety opisują ellipsy wielkiego bardzo mimośrodu, wypada stąd, że się raz daleko bardzo oddalają od słońca, drugi raz bardzo się do niego zbliżają. I tak w drodze komety Halleja odległość punktu przysłonecznego była dwa razy mnieysza, a odległość punktu odsłonecznego 35 razy większa od odległości ziemi od słońca. Kometa 1680 roku w czasie przeyścia przez punkt przysłoneczny 166 razy bliższym był słońca jak zie-

(*) Rysunek tych odmian znayduje się w żurnałach Obserwatorium paryzkiego.

mia. Wypada więc stąd, że w czasie oddalenia się komety od słońca zimno bardzo mocne panować tam musi, gdy przeciwnie w czasie przeyścia przez punkt przysłoneczny, ciepło może bydź tak wielkie, że przewyższa wszystkie znajome nam stopnie natężenia ciepła. I tak kometa wyżey wzmiankowany wystawiony był na stopień ciepła daleko większy jak topiące się w ogniu żelazo. Gdyby podług mniemania niektórych Astronomów, komety były to ciała uformowane z mało zsiadłych i nieustalonych waporów, ciała tego rodzaju za każdém zbliżeniem się do słońca musiałyby się mocą słonecznego ciepła rozsypać w przestrzeni piérwiey niżbyśmy obserwować je mogli. Sądzić więc raczéy wypada, że komety są to bryły zsiadłe, opierające się działaniu cieplika, które jednak za zbliżeniem się do słońca w części lub całkowicie ulotniać się i rozpraszać mogą. Tym sposobem uważając komety wytłumaczyc można formowanie się otaczającego światła i ogonów komet. Za zbliżeniem się bowiem komety do słońca, mocny stopień ciepła zamienia zsiadłe piérwiey przez zimno na powierzchni komety ciała, na płyny i ciała lotne, które okrążają wkoło kometę; cząstki tych ciał uderzone cząstkami biegącego od słońca światła odrywają się powoli od komety i formują świécącą łunę, skierowaną pospolicie w kierunku promieni biegącego światła, a zatém odwróconą w stronę przeciwną słońcu. Częstokroć zdarzają się komety, których ogony są rozdzielone na wiele osobnych ogonów pochylonych w jednę stronę, ale których ani pochyłość ani krzywizna nie jest taż sama. Zresztą postać ich jest bardzo niestateczna, rożna dla różnych mieysc, i odmienna codziennie dla jednego i tego samego mieysca; co zależy od przyczyn, które dotąd Astronomom znajomemi nie są.

Mając znane w przestrzeni mieysce komety łatwo jest z obserwacyi wyciągnąć długość jego ogona. Wyobraźmy bowiem na (fig. 73) ogon komety AB, słońce jest w punkcie S, ziemia w Z. Ponieważ znamy położenie komety, znamy przeto kąt BAZ, a zatem z tróykąta ZAB, gdzie

ZA, odległość ziemi od komety jest dana, a kąt *AZB*, znany jest z obserwacyi, wyciąga się długość ogona komety.

Uważając, że znaczna już liczba komet była obserwowana, a większa zapewne ich liczba w przeyściu nawet przez punkt przysłoneczny widzianą bydź nie może, wnieść należy, że liczba komet krążących około słońca jest bardzo wielka, azali się więc nie może zdarzyć, że który z nich natrafi z czasem i uderzy o ziemię naszę? Chcąc ocenić podobieństwo do prawdy tego fenomenu zważyć należy, że wszystkie komety których odległość punktu przysłonecznego większa jest od promienia wodzącego ziemi, nie mogą bydź wypadku tego przyczyną. Pozostają więc tylko komety, ktorych punkt przysłoneczny jest bliższym słońca niż ziemia. Żeby z liczby tych komet mógł który napotkać ziemię, potrzeba naprzód żeby w czasie kiedy się znayduje w węzle, odległość jego od słońca była równą odległości ziemi od słońca, powtóre żeby w jednymże czasie ziemia i kometa do węzła przyszły; zdarzenie którego podobieństwo do prawdy jest bardzo małe, wszakże z rosnącym nieskończenie czasem to podobieństwo coraz także rośnie, ale w krótkiey chwili życia naszego wypadek ten za niepodobny poczytać można, tym bardziey, że ze stu kilkudziesięciu znajomych komet, żadnego nie masz któryby ten wypadek mógł zrodzić. Ogony komet rozciągające się niekiedy na miliony mil, prędzey mogą napotkać i ogarnąć ziemię materyą swoją. Fenomen ten trafić się tylko może wtenczas, kiedy kometa jest w złączeniu niższém i razem w węźle. Ale zważając, że materya ogonów komet jest bardzo rzadka, naymnieysze bowiem gwiazdy przez nie widziane bydź mogą, wnieść należy, że ponurzenie się ziemi w tę materyą żadnegoby skutku nie zrobiło, i możebyśmy nawet fenomenu tego nie postrzegli.

Co się tycze massy komet, ta w ogólności jest bardzo mała. Żaden bowiem kometa nie zrobił przez działanie swoje znacznéy w układzie słonecznym odmiany. Kometa Lexela r. 1770 był tylko odległym od ziemi na 800,000 mil franc. (lieues), a zatém naybardziey zbliżył się do niey ze wszystkich znajomych komet; gdyby jego massa była równa massie ziemi, działanie tego komety na ziemię skróciłoby nasz rok o $\frac{1}{9}$ część dnia; gdy tym czasem naydokładnieysze obserwacye żadney odmiany w długości roku nie okazują. Z tego fenomenu wyrachował Laplace, że massa tego komety jest więcey niż 5000 razy mnieysza od massy ziemi. Nadto tenże sam kometa przeszedł między xiężycami Jowisza, a jednak żadney w ich biegach nie sprawił odmiany. Zdaje się więc, że Astronomowie nie mają przyczyny lękać się odmiany swoich tablic z przyczyny odmienionego przez działanie komety biegu któregokolwiek z ciał do świata słonecznego należących.

ROZDZIAŁ XVII.

O zaćmieniach słońca i xiężyca, i o zakryciu gwiazd przez xiężyc.

XCIV. *Porównywa się odległość xiężyca od ziemi z osią cienia ziemskiego, i wielkość tarczy pozorney xiężyca z wielkością przecięcia cienia pionowo do osi w odległości xiężyca od ziemi.*

Zaymowaliśmy się dotąd poznaniem biegów ciał niebieskich i sposobów ułożenia tablic słońca, xiężyca, i innych planet, tak iżby z nich na każdy moment położenie ciała niebieskiego otrzymać było można, zastanówmy się teraz nad fenomenami, jakie wypadają z różnego ciał niebieskich względem siebie położenia. Znakomitszemi z tych fenomenów są: zaćmienia xiężyca i słońca, zakrycia gwiazd przez xiężyc i przyście Wenusa i Merkuryusza przez tarczę słońca. Weydźmy w rachunkowy rozbiór wymienionych fenomenów.

Ziemia w czasie pełni xiężyca znaydując się między słońcem a xiężycem, rzuca cień w tę stronę w którey się xiężyc znayduje, naypierwsze więc pytanie które nam rozwiązać wypada, jest to: czyli cień ziemski może dosięgnąć xiężyca lub nie? *powtóre* czyli wielkość cienia w odległości xiężyca od ziemi dostateczna jest do objęcia xiężyca, a stąd do sprawienia zaćmienia całkowitego?

Wystawmy sobie środek słońca w punkcie S (fig. 74), środek ziemi w punkcie Z, cień od ziemi rzucony, będzie to ostrokrąg którego przecięcie przez oś wyraża troykąt OpM. Mieysce zajęte w kątach QOM i MpR zowie się przycieniem *penumbra*, który xiężyc naprzód przebywa i tym sposobem światło swoje stopniami traci. Kąt $uMZ = \delta - \varpi$, gdzie kąt GOS czyli δ wyraża promień pozorny słońca, a ϖ parallaxę słońca czyli kąt OSZ.

$$ZO = ZM \operatorname{wst} NMZ$$

$$ZM = \frac{ZO}{\operatorname{wst} NMZ} = \frac{R}{\operatorname{wst}(\delta - \varpi)}$$

wyrażając przez R promień ziemski.

Wartość na ZM odmienia się z odmianą odległości słońca od ziemi, gdyż od tey odległości zawisła wielkość pozorna słońca, a stąd wartość na δ; odmiana parallaxy poziomey słońca, jest bardzo mała i niewiele wpływać może na odmianę wartości na ZM.

Kładąc za δ raz wartość naymnieyszą 15'. 45", drugi raz naywiększą 16'. 20" otrzymujemy w pierwszym razie

$$ZM = \frac{R}{\operatorname{wst}(\delta - \varpi)} = 220.R$$

w drugim razie

$$ZM = 213\,R.$$

Odległość więc wierzchołka cienia ziemskiego od środka ziemi zawarta jest między 220, i 213 promieniami ziemskiemi, gdy tym czasem, jak wiemy, odległość xiężyca od ziemi nie wynosi 64 promieni ziemskich. Cień więc ziemi daléy się zawsze rozciąga, aniżeli xiężyc od niey oddalić się może. Co się tycze drugiego pytania, należy wynaleśdź wielkość przecięcia ostrokręgu cienia pionowie do jego osi, w mieyscu gdzie xiężyc cień ziemski przebywa, to jest w odległości xiężyca od ziemi. Niech KuX wyraża drogę xiężyca, promień przecięcia ostrokręgu w mieyscu gdzie xiężyc wchodzi w cień ziemi, widziany będzie pod kątem uZX

$$uZX = OuZ - NMZ = \pi - (\delta - \varpi) \ldots (\alpha)$$

gdzie π wyraża parallaxę poziomą xiężyca.

Naywiększa wartość na δ jest $16'.12''$. co odjęte od parallaxy xiężyca wynoszącey $57'$, zostawi około $41'$ na promień przecięcia ostrokręgu. Wartość ta odmienia się z odmianą odległości xiężyca i słońca od ziemi, naymnieysza jest kiedy słońce jest nayblizey ziemi a xiężyc naydaléy, naywiększa zaś w położeniu przeciwném, to jest kiedy xiężyc jest nayblizéy ziemi a słońce naydaléy; w piérwszém położeniu średnica przecięcia ostrokręgu ciemnego, widziana jest z ziemi pod kątem $1^\circ.15'.24''$, w położeniu drugiém taż średnica wynosi $1^\circ.31'.44''$, jak to łatwo jest sprawdzić kładąc w wyrażeniu (α) za π, δ, i ϖ, odpowiadające wartości.

Widzimy więc, że wielkość cienia ziemskiego w odległości xiężyca od ziemi znacznie przewyższa wielkość tarczy xiężycowéy wynoszącéy naywięcéy $33'.31''$, jak skoro więc środek xiężyca weydzie na oś cienia ziemskiego, zaćmienie będzie całkie, owszem nie tylko zaćmienia xiężyca środkowe są całkie, ale xiężyc może mieć w czasie pełni szerokość dwudziestu kilku minut, a zatém nie bydź na osi cienia, a jednak zaćmienie jego może bydź całkowite.

XCV. *Jak się rachuje czas pełni xiężyca. Pochyłość drogi względney xiężyca do ekliptyki. Wyrażenie czasu między pełnią a momentem odpowiadającym danéy odległości środków cienia i xiężyca przez funkcyą teyże odległosci Podług tego zrównania oznacza się czas początku, środka i końca zaćmienia.*

Na moment pełni dany przez kalendarze astronomiczne, szukaymy długości słońca i xiężyca, tudzież ich biegu godzinnego w długości, co się otrzyma z tablic słońca i xiężyca. Wyraźmy długość słońca rachowaną na czas T przez S, długość xiężyca przez X, długość ziemi $Z = S + 180^\circ$. Jeżeli znaydziemy, że $Z = X$, czas pełni dobrze jest oznaczony, w przeciwnym przypadku, kiedy długość ziemi różni się od długości xiężyca, czas prawdziwy pełni następującym znaydziemy sposobem:

$$dX - dZ : 3600'' = Z - X : t$$

gdzie dX i dZ wyrażają wielkość biegów godzinnych xiężyca i ziemi; otrzymamy stąd czas potrzebny na przebieżenie w biegu względnym przez xiężyc ilości $Z - X$.

$$t = \frac{3600''(Z-X)}{dX-dZ}.$$

Czas prawdziwy pełni wyraża się przez $T \pm t$

Znak wyższy służy w przypadku kiedy długość ziemi otrzymuje się większa od X, znak niższy w wypadku przeciwnym.

Podobnie jeżeli wyrazimy przez λ' szerokość xiężyca na czas T, szerokość jego na czas prawdziwéy pełni wyraża się przez

$$\lambda = \lambda' + \frac{td\lambda}{3600''} = \lambda' + \frac{(Z-X)}{dX-dZ} \cdot d\lambda$$

gdzie $d\lambda$ wyraża bieg godzinny xiężyca w szerokości. Ostatni wyraz będzie odjemnym kiedy Z większe jest od X, albo kiedy $d\lambda$ jest odjemne, to jest kiedy xiężyc oddala się od bieguna północnego. Szerokość xiężyca parównana z wielkością przecięcia ostrokręgu, w mieyscu gdzie się xiężyc znayduje, pokaże nam azali zaćmienie będzie lub nie. Weydzmy w ściśleyszy tego fenomenu rozbiór.

Niech NFM (fig. 75) wyraża ekliptykę, na któréy się znayduje punkt O środek koła ERG wypadającego z przecięcia ostrokręgu ciemnego przez płaszczyznę pionową do jego osi; punkt ten tak jak środki słońca i ziemi zawsze się musi znachodzić na płaszczyznie ekliptyki. Chociaż za biegiem ziemi idzie bieg cienia, a zatém i punktu O, w naszych jednak rachunkach, gdzie nie idzie o położenie xiężyca w przestrzeni, ale tylko o położenie jego względem punktu O, możemy ten punkt uważać za nieruchomy, bylebyśmy zamiast biegu właściwego xiężyca wzięli bieg jego względny, to jest różnicę między biegiem jego rzetelnym, a biegiem ziemi, oba bowiem idą w jednę stronę, to jest od zachodu na wschód, przypuszczenie takowe czyni rachunek prostszym nie odeymując mu jego dokładności. NC jest droga względna xiężyca, któréy pochyłość do ekliptyki wyrazi się przez

$$\text{sty}\, N = \frac{OC}{ON}$$

uważając łuki w małych rozmiarach za linije proste. Lecz kiedy w przeciągu kilku godzin, przez które trwa zaćmienie, wezmiemy bieg xiężyca i ziemi za jednostayny, pochyłość drogi względnéy xiężyca do ekliptyki zostaje zawsze ta sama i wyrazić się może przez $\frac{ne}{Nn}$, gdzie ne wyraża bieg godzinny xiężyca w szerokości, a Nn bieg godzinny względny w długości, które to biegi z tablic słońca i xiężyca są nam znajome, i któreśmy wyrazili przez $d\lambda$ i $dX-dZ$ Stąd

$$\text{sty}\, N = \frac{d\lambda}{dX-dZ}.$$

Poprowadźmy pionową Om na drogę względną xiężyca, linija wyrażająca naykrótszą odległość środków xiężyca i cienia wynayduje się z troykąta mOC gdzie mamy:

$$mO = CO \,\text{dost}\, mOC$$
$$= CO \,\text{dost}\, N = \lambda \,\text{dost}\, N.$$

Wyobraźmy sobie środek xiężyca w pewnéy odległości od środka cienia *np.* w punkcie L po pełni, nazwiymy jak wyżéy przez λ i X szerokość i długość xiężyca w czasie pełni, odległość środków OL przez K.

$$K^2 = LL'^2 + OL'^2$$
$$= (\lambda + \tau.d\lambda)^2 + (\tau dX - \tau dZ)^2$$

Oznaczając przez τ czas jakiego potrzebował xiężyc do przeyścia od pełni do punktu L.

Z tego zrównania możemy wyciągnąć τ na wszelką wartość K, inne bowiem ilości znane są z tablic.

$$K^2=\{(dX-dZ)^2+d\lambda^2\}\tau^2+\lambda^2+2\tau.\lambda d\lambda.$$

Kładąc w tém zrównaniu

$$\operatorname{sty} N=\frac{d\lambda}{dX-dZ}$$

i wyrzucając $dX-dZ$ otrzymamy

$$K^2=\left(\frac{d\lambda^2}{\operatorname{sty}^2 N}+d\lambda^2\right)\tau^2+\lambda^2+2\tau\lambda d\lambda$$

$$K^2\operatorname{sty}^2 N=(d\lambda^2+d\lambda^2\operatorname{sty}^2 N)\tau^2+\lambda^2\operatorname{sty}^2 N+2\tau\lambda d\lambda\operatorname{sty}^2 N$$

$$K^2\operatorname{wst}^2 N=(d\lambda^2\operatorname{dost}^2 N+d\lambda^2\operatorname{wst}^2 N)\tau^2+\lambda^2\operatorname{wst}^2 N+2\tau\lambda d\lambda\operatorname{wst}^2 N$$

$$K^2\operatorname{wst}^2 N=d\lambda^2\tau^2+\lambda^2\operatorname{wst}^2 N+2\tau\lambda d\lambda\operatorname{wst}^2 N$$

$$d\lambda^2.\tau^2+2\lambda.d\lambda\operatorname{wst}^2 N\tau=\operatorname{wst}^2 N(K^2-\lambda^2)$$

$$\tau^2+\frac{2\lambda\operatorname{wst}^2 N.\tau}{d\lambda^2}=\frac{\operatorname{wst}^2 N(K^2-\lambda^2)}{d\lambda^2}$$

$$\tau=-\frac{\lambda\operatorname{wst}^2 N}{d\lambda}\pm\sqrt{\left(\frac{\lambda^2\operatorname{wst}^4 N}{d\lambda^2}+\frac{\operatorname{wst}^2 N(K^2-\lambda^2)}{d\lambda^2}\right)}$$

$$=-\frac{\lambda\operatorname{wst}^2 N\pm\operatorname{wst} N\sqrt{\{\lambda^2\operatorname{wst}^2 N+(K^2-\lambda^2)\}}}{d\lambda}$$

$$=-\frac{\lambda\operatorname{wst}^2 N\pm\operatorname{wst} N\sqrt{K^2-\lambda^2\operatorname{dost}^2 N}}{d\lambda}.$$

W tém zrównaniu mieć wzgląd należy na żnaki ilości λ i $d\lambda$, uważając λ za dodatne kiedy szerokość xiężyca jest północna, i przeciwnie.

Co się tycze $d\lambda$, to jest dodatne kiedy xiężyc zbliża się do bieguna północnego ekliptyki, odjemne zaś kiedy się od tego bieguna oddala.

W czasie początku lub końca zaćmienia, to jest kiedy brzeg xiężyca dotyka ostrokręgu cienia, odległość środka xiężyca od środka cienia równa jest summie promieni xiężyca i cienia, to jest $OG+Gx$; podług więc wyrażenia w § 94 na promień przecięcia cienia danego

$$k = \pi + \varpi - \delta + d.$$

gdzie d wyraża połowę średnicy pozorney xiężyca.

Kładąc więc tę wartość za K w wyrażeniu ogólnem na τ, otrzymujemy dwie wartości, które powinni my dodadź lub odciągnąć od czasu pełni, podług wypadającego na τ znaku, a tym sposobem otrzymujemy czas dwóch fenomenów, to jest początku i końca zaćmienia.

Dla otrzymania czasu kiedy brzeg drugi xiężyca zanurzy się w cień ziemi, a zatém kiedy zacznie się zaćmienie całkowite, wziąść powinniśmy za K wartość promienia cienia zmnieyszoną promieniem xiężyca to jest

$$K = \pi + \varpi - \delta - d.$$

Kładąc tę wartość w wyrażeniu na τ otrzymamy w ogólności dwie wartości, skąd wyciągniemy czas początku i końca zaćmienia całkowitego.

Na czas środka zaćmienia

$$K = \lambda \operatorname{dost} N$$

naówczas w wyrażeniu na τ pierwiastek staje się zero i wartość na τ wypada pojedyncza

$$\tau = -\frac{\lambda \operatorname{wst}^2 N}{d\lambda}.$$

Jeżeli więc szerokość xiężyca w czasie pełni jest północna, czas środka zaćmienia przypada przed pełnią, jeżeli xiężyc zbliża się do bieguna północnego ekliptyki; przeciwnie, jeżeli się zbliża do bieguna południowego, naówczas wartosć na τ jest dodatną i czas pełni poprzedza czas środka zaćmienia. Wypadek przeciwny ma mieysce jeżeli szerokość xiężyca w czasie pełni jest południowa.

Czas środka zaćmienia możemy jeszcze otrzymać wprost biorąc połowę summy czasów początku i końca zaćmienia.

Jeżeli wartość na τ staje się urojoną, znakiem jest, iż odległość przypuszczona środków cienia i xiężyca jest mnieysza niż się zdarzyć może, a zatém, że fenomen szukany odpowiadający założoney wartości na K nie ma mieysca.

XCVI. *Jak się oznacza wielkość zaćmienia xiężyca? przykład rachunku zaćmienia xiężyca.*

Znając naykrótszą odległość środków cienia i xiężyca ocenić można wielkość zaćmienia: dodając bowiem połowę średnicy pozorney xiężyca do odległości naymnieyszey, otrzymamy odległość brzegu dalszego od środka cienia, którą nazywając przez D mamy:

$$D = \lambda \operatorname{dost} N + d.$$

Odciągniymy od tey ilości promień cienia to jest $(\pi + \varpi - \delta)$ a otrzymamy część średnicy xiężyca niezaćmioną, która się wyrazi przez

$$\lambda \operatorname{dost} N + d - (\pi + \varpi - \delta)$$

Jeżeli ta ilość jest dodatną, tedy odjąwszy ją od średnicy pozorney xiężyca, otrzymamy część średnicy zaćmioną, którą astronomowie zwykli wyrażać w częściach dwunastych średnicy całkowitey xiężyca, nazywając te części calami. Lecz jeżeli ilość $\lambda \operatorname{dost} N + d - (\pi + \varpi - \delta)$ jest odjemną, zaćmienie nie tylko jest całkowite, ale owszem brzeg cienia zachodzi za brzeg odległeyszy xiężyca, i wyrażenie powyższe daje odległość tych brzegów. Nareszcie jeżeli wyrażenie na część niezaćmioną w czasie środka zaćmienia staje się zero, zaćmienie jest całkowite, ale tylko na chwilę. Wyłożony tu sposób rachowania zaćmień xiężyca objaśniymy przykładem.

Czas prawdziwy pełni rachowany z tablic słońca i xiężyca wypadł o $0^g.6'.12''$. 18 marca 1764. cz. śred. w Paryżu rachowany od północy.

Z tychże tablic otrzymują się na ilości wchodzące w rachunek następujące wartości.

Szerokość xiężyca w czasie pełni	$\lambda =$	$38'.42''$ północna.
Bieg godzinny xięż. w szerokości	$d\lambda =$	$-3'.26''$
Bieg godzinny xięż. w długości	$dX =$	$37'.23''$
Bieg godzinny ziemi	$dZ =$	$2'.29''$
Promień pozorny xiężyca	$d =$	$16'.39''$
Parallaxa pozioma xiężyca	$\pi =$	$61'.\ 0''$
Promień pozorny słońca	$\delta =$	$16'.\ 5''$
Parallaxa pozioma słońca	$\varpi =$	$0'.\ 9''$

Stąd

$$\text{sty}\, N = \frac{d\lambda}{dX - dZ} = -\frac{3'.26}{34'.54''} = -\frac{206}{2094} = -\,\text{sty}\,(5^\circ.37'.6'',5).$$

Na środek zaćmienia

$$\tau = -\frac{\lambda\, \text{wst}^2 N}{d\lambda} = \frac{2322}{206}\,\text{wst}^2\,(5^\circ.37'.6'',5)$$

$$\tau = 0^g.6^m.29''.$$

Czas więc środka zaćmienia jest $0^g.12'.41''$.

Żeby otrzymać początek zaćmienia należy za K wziąść wartość

$$\pi + \varpi - \delta + d = 61'.43''$$

albo powiększając wielkość przecięcia cienia o $1'.40''$ (*), z przyczyny, że atmosfera ziemska nagina do powierzchni ziemi, i tym sposobem gubi promienie blizko ziemi idące, czyli, że warsty jey nayblizsze ziemi formują cień około cienia rzuconego od ziemi, wartość na K wypada

$$K = 63'.25''.$$

Podstawiając tę wartość za K w zrównaniu (β) otrzymujemy:

$$\tau = 6'.29'' \pm 1^g.26'.8''$$

czyli

$\tau = \quad 1^g.32'.37''$ na koniec zaćmienia

$\tau = -1.\ 19'.59''$ na początek zaćmienia.

Odciągając więc drugą wartość na τ a dodając pierwszą do czasu pełni otrzymujemy:

Początek zaćm. 17 marca.....	$22^g.46'.33''$
Koniec zaćm. 18 marca......	$1^g.38'.49''$
Czas trwania..........	$=2^g.52'.16''$.

(*) Podług Delambra promień przecięcia ostrokręgu ciemnego powinien bydź powiększony, z przyczyny cienia atmosfery ziemskiey, o $\frac{1}{60}$ swojey wielkości.

Odległość środków naykrótsza

$$\lambda \operatorname{dost} N = 38'.31''.$$

Część średnicy niezaćmiona

$$\lambda \operatorname{dost} N + d - (\pi + \varpi - \delta) = 10'.6''$$

Część średnicy zaćmiona

$$33'.18'' - 10'.6'' = 23'.12''$$

albo mając wzgląd na powiekszenie cienia przez atmosferę, ilość zaćmienia wyrazi się przez 24'.52''; uważając zaś, że średnica xiężyca $= 33'.18''$ $= 12$ cal.,

ilość zaćmienia $= \frac{24'.58''}{33'.18''} 12^c = 8^c,96$.

Chcąc rachować czas kiedy się xiężyc zanurza w przycień, lub z niego wynurza, należy tym samym zupełnie postępować sposobem, kładąc w ciągu rachunku zamiast promienia cienia, promień przycienia, który, jak to na (fig. 74) wyraźnie widzieć można, równy jest promieniowi cienia prawdziwego powiększonemu średnicą pozorną słońca.

W wyłożonym tu rachunku zaćmień xiężyca wzięliśmy bieg słońca w długości i biegi xiężyca w długości i szerokości za jednostayne, co rzeczywiście nie jest, zwłaszcza kiedy zaćmienie trwa długo. Błąd atoli tego przypuszczenia może bydź poprawiony powtarzając rachunek raz drugi, gdzie już czas początku, końca, i środka zaćmienia jest blizko wiadomy, zamiast więc uważania biegów xiężyca i słońca za jednostayne przez cały czas zaćmienia, rachuymy te biegi z tablic na początek, koniec, i środek zaćmienia; a powtarzając znowu rachunek, otrzymamy czas dokładny różnych fenomenów w zaćmieniu, gdyż przypuszczenie jednostayności biegu rozciągać się tylko będzie na mały bardzo przeciąg czasu.

XCVII. *Rysunek zaćmienia xiężyca. Swiatło xiężyca zaćmionego. Jak się robi obserwacya zaćmienia xiężyca.*

Otrzymane wyżey wypadki rachunku wystawić można łatwo bardzo sposobem jeometrycznym. I tak odrysuymy naprzód koło wyrażające przecięcie cienia którego środkiem jest O (fig. 75), pionowa OR wyrażać będzie koło szerokości na którém się xiężyc znayduje w czasie pełni. Z punktu O odetniymy na tém kole liniją OC równą szerokości xiężyca w czasie pełni, i przez ten punkt poprowadźmy liniją CN czyniącą z ekliptyką kąt N, którego styczna $= \frac{d\lambda}{dX - dZ}$.

Punkt C położymy pod ekliptyką jeżeli szerokość xiężyca w czasie pełni jest południowa. Nadto jeżeli prawa strona figury ma nam wyobrażać zachód a lewa wschód, naówczas punkt N wypadnie ku stronie prawéy jeżeli szerokość północna lub południowa w czasie pełni jest rosnąca, ku stronie zaś lewéy w przypadku przeciwnym. Linija Nxx' tym sposobem poprowadzona wyobrażać będzie drogę względną xiężyca. Pionowa Om wiedziona z punktu O na drogę względną, będzie naykrótszą odległością i oznaczy mieysce xiężyca w czasie środka zaćmienia, zakreśliwszy z punktu m koło promieniem równym połowie średnicy pozornéy xiężyca, otrzymamy postać i wielkość naywiększego zaćmienia. Odcinając potém na drodze względnéy punkta x i x', których odległość od punktu O równa jest summie promieni cienia i xiężyca, otrzymujemy dwa położenia xiężyca w czasie kiedy brzeg xiężyca styka się z cieniem ziemskim, a zatém otrzymujemy rysunek początku i końca zaćmienia. Inne fenomena zaćmienia łatwo podobnym otrzymują się sposobem. Z pomiędzy promieni słonecznych idących bardzo blisko ziemi, które po większéy części giną w atmosferze ziemskiey i powiększają przez to cień ziemski, jest mała liczba, która przechodzi, i po zgięciu się w atmosferze ziemskiey wchodzi w cień ziemi. I tak na (fig. 76) promień idący od brzegu słońca S w kierunku $Sadc$ łamie się w atmosferze ziemskiey w punkcie a, i przez jéy działanie opisuje liniją krzywą z jednéy i z drugiey strony punktu f, nareszcie wychodzi z atmosfery w punkcie b biorąc kierunek ceb, który odtąd ciągle zachowuje, tak że promień bh zdaje się pochodzić od brzegu słońca będącego w punkcie S. Można więc uważać skutek działania atmosfery jako powiększający promień słońca kątem gce, który jak łatwo jest widzieć, równy jest summie dwóch refrakcyy poziomych, albowiem

$$gce = cde + ced.$$

Każdy zaś z tych dwóch kątów równy jest kątowi dfS czyli refrakcyi poziomey, linije bowiem sd i sf mogą bydź uważane za równoległe dla małéy rozciągłości atmosfery w porównaniu odległości słońca. Chcąc więc wynaleśdź odległość wierzchołka ostrokręgu ciemnego, do któregoby żaden promień słońca nie wchodził, dosyć jest powiększyć promień słońca o ilość podwóyney refrakcyi, a formuła da nam tę odległość przez funkcyą tarczy pozornéy słońca, jakoż wyrażając tę odległość przez ϱ, a refrakcyą poziomą przez r, otrzymujemy z § 94

$$\varrho = \frac{R}{\text{wst}(\delta + 2r - \varpi)}.$$

Z przyczyny tego złamanego około powierzchni ziemi światła, xiężyc w zaćmieniach całkowitych widziany jest pospolicie w postaci tarczy z lekka światłem czerwonem oświeconéy, podobném jakie nam odbijają obłoki po zachodzie słońca. Swiatło tego rodzaju powiększa niepewność obserwacyy zaćmienia xiężyca, wynikającą z otaczającego zawsze ostrokrąg ciemny przycienia, a którego trudno jest rozróżnić od cienia prawdziwego, dla tego obsercye różnych fenomenów zaćmienia, robione w témże samém mieyscu przez różnych obserwatorów, dają wypadki różne, tak że niepewność idzie do kilku minut. Dla zmnieyszenia ile można niepewności obserwacyi, Astronomowie oprócz początku i końca zaćmienia obserwują jeszcze zanurzenie się i wyyscie z cienia różnych plam na tarczy xiężyca znayduiących się, których nazwiska i położenie znane są Astronomom. A tak w ciągu jednego zaćmienia xiężyca można zrobić kilkadziesiąt obserwacyy i porównać z podobnież robionemi obserwacyami w innych mieyscach, a stąd wyciągnąć różnicę tych mieysc w długości jeograficzney, gdyż wszystkie fenomena zaćmień xiężycowych są też same i jednoczesne dla wszystkich mieszkańców. Xiężyc albowiem wchodząc w cień ziemi rzetelnie swoje światło traci, a zatem musi pokazać się zaćmionym jednocześnie dla wszystkich obserwatorów; jeżeli więc jeden z nich w czasie zanurzenia się w cień plamy jakiey rachuje pierwszą godzinę, a drugi w czasie tegoż samego fenomenu rachuje godzinę 4tą wypada stąd, że kąty godzinne czy to słońca czy punktu równonocnego uważane na tych dwóch mieyscach, różnią się od siebie o 45° czyli o godzin trzy, i to właśnie jest ich różnicą w długości jeograficzney. Mieysce rachujące godzin cztery jest 45° ku wschodowi względem mieysca drugiego.

XCVIII. *Jak się oznaczają wszystkie mieysca gdzie w czasie zaćmienia xiężyc nad poziomem znaydować się będzie.*

Mając wyrachowane zaćmienie xiężyca na jakie mieysce *np.* na Wilno, łatwo jest wyznaczyć mieysca w których to zaćmienie całkowicie lub w części tylko widzianem będzie; trwałość zaćmienia znaczna jest pospolicie, i wynosić może około trzech godzin i pół. Daymy że środek zaćmienia przypada w Wilnie o godzinie drugiey po północy, i że zboczenie północne xiężyca jest stopni trzy. Mieysce gdzie xiężyc w czasie środka zaćmienia będzie u zenit, musi mieć szerokość jeograficzną równą zboczeniu xiężyca, to jest trzem stopniom; podnieśmy więc biegun północny kuli sztuczney nad poziom o trzy stopnie, a w obrocie dziennym wszyscy mieszkańcy równoleżnika, którego szerokość północna jest 3°, będą przechodzić przez zenit sztucznego poziomu kuli gdzie się znayduje xiężyc; idzie o wyznaczenie punktu na globie gdzie xiężyc będzie u zenit w czasie środka zaćmienia, to jest o godzinie drugiey po północy. Na ten koniec podprowadźmy Wilno pod południk kuli sztuczney i skazówkę osadzoną na końcu bieguna postawmy na zero. Ponieważ w czasie tego fenomenu mieszkańcy na południku, na ktorym się wtenczas xiężyc znachodzi, rachują północ czyli zero godzin, a w Wilnie rachuje się godzina druga, więc południk ten odsuniony jest na zachod od wileńskiego na dwie godziny, obróćmy więc kulę sztuczną ku wschodowi tak, żeby skazówka ubiegła dwie godziny, a otrzymamy u wierzchołka poziomu sztucznego mieysce, gdzie w czasie środka zaćmienia xiężyc znayduje się u zenit. W tém więc położeniu poziom sztuczny odcina połowę kuli gdzie w czasie środka zaćmienia xiężyc znayduje się nad poziomem, łatwo więc na téy półkuli widzieć mieysca, w których to zaćmienie widzianém będzie, i oznaczyć położenie xiężyca dla każdego mieysca w czasie tego fenomenu. Posunąwszy potém kulę raz ku wschodowi drugi raz ku zachodowi o ilość równą połowie trwania zaćmienia, półkula wierzchnia w położeniu pierwszém okaże nam kraje które będą widzieć początek zaćmienia, a w położeniu drugiém odkryje mieysca dla których koniec tego fenomenu widzianym bydź może. Część spólna trzem tak oznaczonym półkulom widzieć będzie zaćmienie całe, to jest jego początek i koniec, z dwóch zaś taśm z jednéy i drugiey strony odciętych, mieszkańcy taśmy wschodniey będą widzieć początek zacmienia przed zachodem xiężyca; mieszkańcy taśmy zachodniey mogą widzieć w czasie wschodu xiężyca koniec jego zaćmienia. Mieysca w taśmach obu, im bliżey leżą półkuli dla którey cały fenomen zaćmienia jest widzialnym, tym większą część tego fenomenu obserwować mogą, i przeciwnie.

Od wyznaczonych trzech półkuli możnaby część małą odjąć z przyczyny parallaxy, jako znacznie przewyższającey skutki refrakcyi, która do tych półkuli dodaje część krajów, gdzie będący pod poziomem xiężyc przez refrakcyą jednak widzianym bydź może. W zaćmieniach xiężyca figura cienia jest zawsze okrągła, co dowodzi, że ziemia jest kulistą, lecz że część obwodu cienia widziana na xiężycu jest zawsze małą, dla tego z niey wnieść nie można, azali ten obwód, jest kołem lub też ellipsą. Oznaczenie więc czasu i postaci zaćmień xiężyca dla różnych mieysc, żadney jak widzimy nie ma trudności. Przeydźmy teraz do rozważania zaćmień słonecznych.

XCIX. *Porównywa się długość cienia xiężyca z odległością jego od ziemi. Zaćmienie obrączkowe, zaćmienie środkowe. Dochodzi się wielkość przecięcia cienia xiężycowego w odległości xiężyca od ziemi. Fenomena zaćmień słonecznych ani są jednoczesne ani téyże saméy postaci dla różnych mieszkańców ziemi.*

Xiężyc w czasie nowiu stając między słońcem i ziemią zakrywa słońce dla niektórych mieszkańców ziemi, i to jest co się zowie zaćmieniem słońca. W rozbiorze tego fenomenu przekonać się naprzód należy, czy cień xiężyca dosięga powierzchni ziemi lub nie, a stąd czy może bydź lub nie zaćmienie całkowite słońca? Wynaydźmy więc długość cienia xiężycowego, i porównaymy ją z odległością xiężyca od ziemi. Na fig. 77 punkta S, x, Z, wyobrażają nam słońce, xiężyc i ziemię. Na wynalezienie długości cienia xiężycowego xK, możemy użyć téyże saméy formuły, § 94, jaka nam służyła do wynalezienia cienia ziemskiego, bylebyśmy w niey za promień ziemski, parallaxę słońca dla ziemi, i średnicę pozorną słońca, podstawili promień xiężyca, który nazwiymy przez r, parallaxę słońca dla xiężyca, to jest promień xiężyca rozdzielony przez odległość xiężyca od słońca, i średnicę pozorną słońca dla mieszkańcow xiężyca. Nazwiymy odległość słońca od ziemi to jest sZ przez Q, a przez q odległość słońca od xiężyca. Nadto wyraźmy kąt ExS przez δ' a kąt EZS przez δ, będzie

$$\delta' = \delta \frac{Q}{q}.$$

Parallaxa zaś pozioma słońca dla mieszkańców xiężyca wyrazić się może przez

$$\varpi \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{Q}{q}$$

gdzie jak wiemy ϖ jest parallaxą słońca dla ziemi, a zaś r wyraża promień xiężyca. Stąd formuła, § 94, $ZM = \dfrac{R}{\text{w st}(\delta - \varpi)}$ (fig. 74), zamieni się na następującą:

$$Kx = \frac{r}{\text{wst}\left(\delta\frac{Q}{q} - \varpi\cdot\frac{r}{R}\cdot\frac{Q}{q}\right)}$$

$$= \frac{r}{\text{wst}\left(\left[\delta - \varpi\frac{r}{R}\right]\frac{Q}{q}\right)} = \frac{r}{\text{wst}\left[\left(\delta - \varpi\frac{r}{R}\right)\frac{\pi}{\pi-\varpi}\right]}$$

Gdyż $\varpi = \frac{R}{Q}$, $\pi = \frac{R}{Q-q}$ a stąd $\frac{Q}{q} = \frac{\pi}{\pi - \varpi}$.

Podług téy formuły rachować można długość cienia i porównać ją z odległością ziemi od xiężyca, na wszelką odległość słońca i xiężyca od ziemi.

Cień xiężyca naydłuższy jest wtenczas, kiedy xiężyc naydalszym jest od słońca, co się zdarza wtenczas kiedy ziemia jest w punkcie odsłonecznym, a xiężyc nayblizéy ziemi. Przeciwnie cień ten jest naykrótszy kiedy słońce nayblizsze jest ziemi, a xiężyc znayduje się w punkcie odziemnym. Rachując na te epoki długość cienia i odległość xiężyca od ziemi znaydziemy

W przypadku piérwszym $\begin{cases}\text{Długość cienia} \ldots\ldots = 59{,}7.\,R.\\ \text{Odległość ☽ od ziemi} = 55{,}9.\,R.\end{cases}$

W przypadku drugim . . $\begin{cases}\text{Długość cienia} \ldots\ldots = 57{,}7.\,R.\\ \text{Odległość ☽ od ziemi} = 63{,}8.\,R.\end{cases}$

Stąd widzimy, że cień prawdziwy xiężyca może zaraz dosięgać ziemi i robić zaćmienie całkowite dla niektórych mieszkańców, inny raz zaćmienie to dla żadnego mieszkańca całkowite bydź nie może, xiężyc naówczas stanąwszy wprost między środkiem słońca a pewnym punktem powierzchni ziemi, zakryje środek słońca, ale brzegi jego wystąpią na około za brzegi xiężyca i uformują koło jasne pewnéy szerokości. Zaćmienie tego rodzaju zowie się *zaćmieniem obrączkowém* (eclipse annulaire). Jeżeli linija prowadzona od jakiego punktu powierzchni ziemi przez środek xiężyca trafia na środek słońca, zaćmienie takie zowie się *zaćmieniem środkowém* (eclipse centrale).

Chcąc znaleśdź wielkość przecięcia cienia xiężycowego w odległości xiężyca od ziemi, użyjemy formuły, § 94, dającéy nam wielkość przecięcia cienia ziemskiego

$$\pi-(\delta-\varpi)$$

gdzie potrzeba położyć podług wyższych uwag

$$\text{za } \pi \ldots\ldots\ldots d$$

$$\delta \ldots\ldots\ldots \delta\frac{Q}{q}$$

$$\varpi \ldots\ldots\ldots \varpi\frac{r}{R}\frac{Q}{q}.$$

Tym sposobem promień przecięcia ostrokręgu cienia xiężycowego wyrazi się przez

$$d-\left(\delta-\varpi\cdot\frac{r}{R}\right)\frac{Q}{q}=d-\left(\delta-\varpi\frac{R}{r}\right)\frac{\pi}{\pi-\varpi}=(d-\delta)\frac{\pi}{\pi-\varpi}$$

gdyż $\dfrac{r}{R}=\dfrac{d}{\pi}$.

Robiąc rachunek w położeniu nayprzyjaźnieyszém wielkości cienia xiężycowego, to jest wtenczas kiedy słońce jest w naywiększey a xiężyc w naymnieyszey odległości od ziemi, znaydziemy że promień cienia xiężycowego opierającego się o ziemię, uważając go z jego podstawy, wynosi ledwo jednę minutę, gdy tym czasem promień ziemski uważany z téy saméy odległości przechodzi 61′. Srednica więc cienia okrywającego ziemię tak się ma do średnicy ziemskiey jak 1:61. Stąd łatwo znaleśdź stosunek powierzchni. Widzimy stąd jak mała jest część powierzchni ziemskiey, którey mieszkańcy w jednym czasie widzieć mogą zaćmienie całkowite słońca. Cień xiężyca w czasie zaćmienia słońca posuwając się po powiérzchni ziemi coraz innym mieszkańcom robi zaćmienie, fenomen więc ten nie jest jednoczesny dla wszystkich mieszkańców ziemi tak jak jest zaćmienie xiężyca; zaćmienie słońca może się zacząć dla mieszkańca jednego, a skończyć się w tymże samym czasie dla drugiego; nadto ponieważ rożne punkta powiérzchni ziemi nie są w równey od xiężyca odległości, przecięcie cienia xiężycowego przez część powierzchni ziemi różnéy jest wielkości, owszem może się zdarzyć dla mieszkańców u których zaćmienie przypada blisko poziomu, że cień xiężyca niedosięgnie powierzchni ziemi, a stąd lubo ten punkt powierzchni ziemi znaydzie się na kierunku osi cienia, będzie jednak mieć tylko zaćmienie obrączkowe, gdy mieszkańcy u których w czasie zaćmienia środkowego xiężyc jest blisko zenit, mogą mieć zaćmienie całkowite. Fenomen więc zaćmienia różny jest dla różnych punktów powierzchni ziemi i w różnych przypada czasach.

C. *Wyrażenie na odległość środków ziemi i cienia xiężycowego. Rachuje się czas kiedy xiężyc wchodzi i porzuca ostrokrąg światły, między ziemią a słońcem zajęty.*

Jeżeli do wyrażenia na promień przecięcia cienia xiężycowego dodamy połowę średnicy ziemi widzianéy z xiężyca, czyli parallaxę xiężyca, otrzymamy wyrażenie na odległość środków ziemi i cienia xiężycowego widzianą ze środka xiężyca.

$$\pi + (d - \delta)\frac{\pi}{\pi - \varpi}.$$

Za pomocą tych wyrażeń postępując sposobem wyłożonym w zaćmieniach xiężyca moglibyśmy wynaleśdź początek, koniec i środek zaćmienia ziemi dla obserwatora xiężyca, gdyż właśnie w czasie zaćmienia słońca dla ziemi, mieszkańcy xiężyca widzą zaćmienie ziemi, i w tym sposobie uważania rachunek zaćmień słońca jest podobny rachunkowi zaćmień xiężyca. Zamiast jednak uwagi cienia xiężyca można uważać przecięcie ostrokręgu światłego w mieyscu gdzie xiężyc go przebywa, i postąpić następującym sposobem.

Niech ax (fig. 77) wyraża drogę xiężyca,

$$\text{kąt } xZa = ZaO + \text{ kąt między } SZ \text{ i } OF$$

$$= \pi + \delta - \varpi$$

jest to wielkość przecięcia ostrokręgu światłego w mieyscu, gdzie xiężyc przezeń przechodzi, dodając do tego wyrażenia promień pozorny xiężyca d, otrzymujemy:

$$\pi - \varpi + \delta + d$$

na odległość środka xiężyca od osi ostrokręgu światłego w chwili, kiedy brzeg xiężyca dotyka tegoż ostrokręgu.

Wyobraźmy sobie na fig. 75, że koło ERG, które pierwey wyobrażało nam przecięcie cienia ziemskiego, jest teraz przecięciem ostrokręgu światłego w mieyscu gdzie go xiężyc przebywa. Nmx' jest drogą względną xiężyca, OC jego szerokością w czasie nowiu, którego czas podobnie się wynachodzi jak czas pełni w § 94. W momencie kiedy xiężyc dotyka koła w punkcie G, zaczyna się zaćmienie dla któregokolwiek punktu ziemi, zaćmienie się kończy kiedy xiężyc dotyka ostrokręgu w punkcie E, zaćmienie jest naywiększe kiedy xiężyc znayduje się w punkcie m to jest w naymnieyszey od punktu O odległości. Wszystkie te postaci zaćmienia łatwo jest odrysować, i ich czas oznaczyć, albo podług sposobu wyłożonego w zaćmieniach xiężyca, albo też następującym porządkiem.

Zachowując nazwiska te same jakeśmy wyżey przyjęli, mamy:

$$\text{sty}\, N = \frac{d\lambda}{dX - dZ}$$

$$Om = \lambda \,\text{dost}\, N, \qquad Cm = \lambda \,\text{wst}\, N.$$

Czas złączenia który nam jest znanym, wyraża moment w którym się xiężyc znachodzi w punkcie C; chcąc znaleśdź czas naykrótszey odległości, potrzeba wiedzieć jakiego czasu potrzebuje xiężyc na przebieżenie w biegu względnym na swojey drodze linii Cm. Bieg względny godzinny w długości jest $dX - dZ$. Bieg godzinny na drodze względney chyższy jest przy węzłach, równy jest bowiem biegowi względnemu w długości, rozdzielonemu przez dostawę pochyłości drogi względney xiężyca do ekliptyki, to jest równy

$$\frac{dX - dZ}{\text{dost}\, N}$$

$$\frac{dX-dZ}{\text{dost}\,N}:3600''=Cm:\frac{Cm.3600''\,\text{dost}\,N}{dX-dZ}.$$

Czas więc na przebieżenie Cm wyrazi się przez

$$\frac{Cm.3600''.\text{dost}\,N}{dX-dZ}=\frac{\lambda\,\text{wst}\,N\,\text{dost}\,N.3600''}{dX-dZ}.$$

Odciągając ten czas od czasu nowiu, otrzymujemy czas środka zaćmienia. Nadto

$$mx=mx'=\sqrt{Ox^2-Om^2}$$

$$=\sqrt{\{(Ox-Om)(Ox+Om)\}}$$

$$=\sqrt{\{\pi-\varpi+\delta+d-\lambda\,\text{dost}\,N)(\pi-\varpi+\delta-d+\lambda\,\text{dost}\,N)\}}$$

Z tego wyrażenia otrzymujemy mx, czas zaś na przebieżenie tey części drogi względney wyrazi się przez

$$\frac{mx.\text{dost}\,N3600''}{dX-dZ}$$

Odciągając i dodając ten czas do czasu środka zaćmienia otrzymamy czas początku i końca.

CI. *Dochodzi się długość i szerokość jeograficzna mieysca w którem początek zaćmienia słońca naypierwiey widzianym będzie. Wynaleśdź położenie mieysc innych, które będą widzieć początek zaćmienia, i oznaczyć liniją na powierzchni ziemi zaymującą wszystkie mieysca gdzie się trafi zaćmienie środkowe, oraz dać czas tego fenomenu na różne mieysce.*

W zaćmieniach słońca niedosyć jest wiedzieć kiedy xiężyc wchodzi w ostrokrąg światły i zaczyna zaćmienie słońca dla pewnych punktów ziemi, ale nadto potrzeba wiedzieć jakie to są punkta ziemi, które będą mieć zaćmienie? Należy więc wyznaczyć mieysca na powierzchni ziemi dla których zaćmienie będzie widzianém, i wyrachować czas i postać tego fenomenu na różne punkta powierzchni ziemskiey; i ta właśnie jest różnica rachunku zaćmień słońca od zaćmień xiężyca, które są jednoczesne i w jedney postaci pokazują się dla wszystkich mieszkańców, którzy tylko fenomen ten widzieć mogą. Dla tego to rachunek zaćmień słonecznych trudnieyszy jest od rachunku zaćmień xiężycowych.

Mając czas nowiu rachuymy na tę godzinę, tudzież na godzinę przed i po nowiu, mieysce słońca i xiężyca, to jest ich długości i szerokości, i wyprowadźmy za pomocą znanych formuł ich wznoszenia się proste i zboczenia. Wyobraźmy sobie na figurze 78 przez *P* biegun świata, przez *S* i *X* mieysca słońca i xiężyca. W troykącie *PXS* mamy znane z wyższych rachunków odległości słońca i xiężyca od bieguna, to jest *PS* i *PX*, nadto kąt *XPS* wyrażający różnicę wznoszeń prostych słońca i xiężyca. Wyciągnąć więc z tego troykąta możemy *XS*, odległość prawdziwą środków słońca i xiężyca, i kąty *S* i *X* jakie ta odległość robi z kołami zboczeń słońca i xiężyca. Mając te ilości na trzy lub cztéry chwile, możemy potém przez proporcyą wyciągnąć je na chwile pośrednie. Zróbmy więc tablicę dającą na chwile odległe od siebie o 10 minut, odległość prawdziwą środków, i kąty jakie ta odległość robi z odpowiadającemi kołami zboczeń.

Niech *HQR* (fig. 79) wyobraża nam poziom, *HPR* południk jakiegokolwiek bądź mieysca *np.* Wilna. *P* biegun równika, x i *S* mieysca prawdziwe xiężyca i słońca; xS wyrażać będzie prawdziwą odległość ich środków. *AB* wyraża prawdziwą odległość brzegów słońca i xiężyca, to jest odległość widzianą ze środka ziemi. Ponieważ parallaxa zniża xiężyc i słońce, odległość ta *AB* różnie się wydawać będzie dla różnych mieszkańców ziemi, i jeżeli ta odległość równa jest różnicy między parallaxą poziomą xiężyca i słońca, to jest $\pi - \varpi$, odległość ta może się stać zero dla mieszkańców, dla których w tym momencie punkt *B* znayduje się na poziomie, a stąd dla tego punktu powierzchni ziemi tarcze słońca i xiężyca stykać się będą. Przez parallaxę bowiem xiężyc zniży się o ilość π, a zatém o tyleż zbliży się do słońca, które dla parallaxy własnéy oddali się od xiężyca o ilość ϖ, summa więc skutków dwóch parallax zbliży do siebie punkta *X* i *S* o ilość $\pi - \varpi$, a ponieważeśmy wzięli $AB = \pi - \varpi$ więc odległość *AB* zniknie i tarcze obie zetkną się z sobą. Jeżeli odległość środków Sx większa jest niż różnica parallax powiększona summą promieni słońca i xiężyca, to jest większa niż $\pi - \varpi + \delta + d$, zaćmienie jeszcze się nie zaczęło dla żadnego mieszkańca ziemi. Mając tablicę odległości środków rachowanych na rozmaite chwile, łatwo jest przez prostą proporcyą znaleśdź czas, kiedy ta odległość $= \pi - \varpi + \delta + d$ czyli moment początku zaćmienia; idzie teraz o oznaczenie mieysca które to zaćmienie w tey chwili widzieć będzie; znaydziemy go następującym sposobem: Przedłużmy łuk xS aż do punktu Z, tak żeby było $ZB = 90$. Punkt Z będzie to zenit mieysca którego szukamy długości i szerokości. Łuk PZ wyraża odległość tego mieysca od bieguna północnego, czyli dopełnienie szerokości jeograficzney mieysca, kąt ZPM jest różnicą między długością tego mieysca a długością Wilna. W troykącie ZSP mamy znaną odległość słońca od bieguna to jest PS, i znany kąt PSx jaki czyni odległość środków słońca i xiężyca z kołem zboczeń słońca, bośmy właśnie na te ilości ułożyli pierwiey tablicę z rachunku troykąta PXS (fig. 78), nadto:

$$ZS = 90 + SB = 90^\circ + \delta.$$

$$\text{dost}\, PZ = \text{dost}\, PS\, \text{dost}\, SZ + \text{wst}\, SP\, \text{wst}\, SZ\, \text{dost}\, S$$

$$= \text{wst}\, \beta\, \text{dost}(90 + \delta) + \text{dost}\, \beta\, \text{wst}(90 + \delta)\, \text{dost}\, S$$

$$= \text{dost}\, \delta\, \text{dost}\, \beta\, \text{dost}\, S - \text{wst}\, \delta\, \text{wst}\, \beta.$$

Albo

$$\text{dost}\, PZ = \text{wst}\, \beta \{\text{dost}\, \delta\, \text{dost}\, S\, \text{dost}\, \beta - \text{wst}\, \delta\}.$$

Kładąc $\text{sty}\, \varphi = \text{dost}\, S\, \text{dosty}\, \beta$

$$\text{dost}\, PZ = \frac{\text{wst}\, \beta}{\text{dost}\, \varphi}\, \text{wst}(\varphi - \delta).$$

Szerokość jeograficzna szukana $H = 90^\circ - PZ$.

Dla otrzymania długości jeograficzney wynaydziemy z tegoż samego troykąta kąt SPS

$$\text{wst}\, ZPS = \frac{\text{wst}\, S\, \text{wst}\, ZS}{\text{wst}\, PZ}$$

$$=\frac{\text{wst}\,S\,\text{dost}\,\delta}{\text{dost}\,H}.$$

Lecz że z tego wyrażenia wyciągając kąt ZPS można mieć wątpliwość czy ten kąt jest ostry czy rozwarty, dla tego lepiey jest go otrzymać ze zrównania trzeciego głównego:

$$\text{dosty}\,ZS\,\text{wst}\,PS=\text{dost}\,PS\,\text{dost}\,S+\text{wst}\,S\,\text{dosty}\,ZPS$$

$$\text{dosty}\,ZPS=-\frac{\text{sty}\,\delta\,\text{dost}\,\beta}{\text{wst}\,S}-\text{wst}\,\beta\,\text{dosty}\,S.$$

Kat ZPS zmnieyszony kątem MPS daje różnicę południków Wilna i mieysca szukanego, które nazwawszy przez ϱ mamy:

$$\varrho=ZPM$$

$$=ZPS-MPS$$

$$\varrho=ZPS-\text{ kąt godzinny } \odot \text{ w Wilnie.}$$

W tém położeniu figury, kierunek od M do S jest ku wschodowi, a od M do Z ku zachodowi. Moment rachunku jest czasem rannym w Wilnie, i mieysce jest ku zachodowi względem Wilna jeśli $ZPS>MPS$. Jeżeli przeciwnie figura wystawia nam część zachodnią poziomu, naówczas mieysce szukane jest na wschodzie względem Wilna jeżeli $ZPS>MPS$, i wzajemnie. Mamy więc dokładnie oznaczony punkt powierzchni ziemi, który naypierwiey widzieć będzie początek zaćmienia. Wszelkie bowiem inne mieysce leżące na kole ZS, będzie mieć różnicę parallax xiężyca i słońca mnieyszą niż $\pi-\varpi$, a stąd mnieyszą niż odległość brzegów AB, brzegi więc stykać się nie będą. Jeżeli weźmiemy punkt jaki na innem kole *np.* $Z'x$ pochyłém do pierwszego, naywiększa dla tego punktu różnica parallax będzie, $\pi-\varpi$, ale parallaxa ta działając po kole pochyłém do łuku xS a nie po łuku ab mierzącym naykrótszą odległość, nie może zniszczyć odległości brzegów ab, chociaż jey skutek równy jest tey odległości. Kiedy potém odległość środków xS zmnieyszy się, odległość brzegów AB mnieysza będzie od $\pi-\varpi$, żeby więc tę odległość zniszczyć i otrzymać dotknięcie, dosyć jest parallaxy wysokości którąby była równa odległości brzegów AB. Jeżeli więc wyrazimy przez Z odległość od zenit taką, gdzie parallaxa wysokości równa jest AB, będzie

$$AB = (\pi - \varpi) \operatorname{wst} Z$$

idzie o wyznaczenie położenia tego mieysca, gdzie parallaxa wysokości jest równa AB, i gdzie razem środki słońca i xiężyca znaydują się na jednémże kole wierzchołkowém.

Ze zrównania wyższego

$$\operatorname{wst} Z = \frac{AB}{\pi - \varpi}, \quad Z = ZB.$$

W troykącie ZPS mamy znane PS to jest dopełnienie zboczenia słońca, $ZS = ZB + \delta = Z + \delta$ i kąt S który na każdy moment z troykąta ZPS sposobem wyżey wyłożonym rachować można. Wyciągniemy więc tak jak wyżey wartości na PZ i kąt ZPM, to jest dopełnienie szerokości mieysca szukanego i różnicę między długością tego mieysca a długością Wilna. Tym więc sposobem mieć będziemy mieysce, gdzie będzie początek zaćmienia o pewnéy danéy godzinie, odpowiadającéy odległości środków równéy $AB + d + \delta$.

W czasie kiedy zaćmienie jest środkowe, odległość pozorna środków słońca i xiężyca dla pewnego punktu powierzchni ziemi jest równa zero, odległość zaś prawdziwa może bydź równa różnicy parallax poziomych $\pi - \varpi$. Jakoż zakładając, że $SX = \pi - \varpi$, i że $SZ = 90°$, mieszkaniec ktorego zenit jest w punkcie Z będzie mieć zaćmienie środkowe. Położenie tego punktu oznaczy się przez zrównania bardzo proste:

$$\operatorname{wst} H = \operatorname{dost} PZ = \operatorname{wst} PS \operatorname{dost} S$$
$$\operatorname{dosty} ZPS = -\operatorname{dost} PS \operatorname{dost} S$$
$$ZPM = ZPS - PMS.$$

Zrównania te dają nam długosc i szerokość mieysca, gdzie naypierwiey widzianém będzie zaćmienie środkowe. Następnie odległość środków Sx będzie mnieysza niż $\pi-\varpi$, w mieyscu więc gdzie w tym momencie zaćmienie środkowe widzianém będzie, odległość środków słońca i xiężyca od zenit mnieysza będzie niż 90°. Nazwawszy tę odległość przez Z, wartość na tę odległość otrzymamy ze zrównania

$$\text{wst}\, Z = \frac{Sx}{\pi - \varpi}$$

a przez rozwiązanie troykąta ZPS otrzymamy położenie mieysca, którego zenit jest w punkcie Z. Tym sposobem będziemy mogli oznaczyć wszystkie punkta na powierzchni ziemi, które mieć będą zaćmienie środkowe, i oznaczyć moment tego fenomenu na różne mieysca. Moment ten wiadomy jest naprzód podług czasu rachowanego w Wilnie, skąd łatwo jest potém wyrachować ten moment w czasie liczonym w mieyscach gdzie się fenomen zdarza podług wiadomey tych mieysc długości jeograficzney.

Nadając różne wartości na odległość środka słońca od zenit, otrzymać możemy różne parallaxy wysokości, a stąd i zaćmienie różney wielkości, i oznaczyć potém mieysca, gdzie się zaćmienia wielkości żądaney trafiać będą.

CII. *Jak wyznaczyć mieysce leżące na kole łączącém środki słońca i xieżyca, które na pewny moment ma zaćmienie wielkości daney? Wykreślić na kuli sztuczney liniją zaymującą wszystkie mieysca, dla których początek lub koniec zaćmienia widzianym będzie na poziomie.*

Ilość zaćmienia wyraża się przez zakrytą część średnicy słońca, wyrażoną w minutach albo w calach, uważając całą średnicę podzieloną na części dwanaście. Gdybyśmy chcieli wiedzieć mieysce na kole wierzchołkowém ZS, któreby w pewnym czasie miało zaćmienie $=n$, postąpilibyśmy tym sposobem.

Ponieważ odległość środków pozorna powinna bydź

$$d + \delta - n$$

a odległość prawdziwa jest Sx, skutek więc parallaxy powinien bydź

$$Sx-(d+\delta-n).$$

Zakładając

$$Sx-(d+\delta-n)=(\pi-\varpi)\,\text{wst}\,BZ$$

możemy z tego zrównania wyciągnąć BZ, a potém z troykąta PSZ otrzymamy sposobem wyżéy wskazanym położenie punktu na powiérzchni ziemi, którego zenit jest w punkcie Z. Jeślibyśmy chcieli otrzymać dotknięcie tylko wtenczas kiedy odległość prawdziwa środków mnieysza jest od $d+\delta$, czyli kiedy część słońca zakryta jest dla środka ziemi, szukalibyśmy naówczas mieysca na przedłużeniu xS w kierunku od x do S, któregoby parallaxa odsuwając xiężyc od słońca zniszczyła zaćmienie i sprawiła tylko dotknięcie. I tak przedłużywszy xS do Z_1, mamy:

$$(\pi-\varpi)\,\text{wst}\,SZ=d+\delta-Sx$$

$$\text{wst}\,SZ_1=\frac{d+\delta-Sx}{\pi-\varpi}.$$

W troykącie PSZ_1 znamy SZ_1 PS i kąt $PSZ_1=180^\circ-PSZ$, wynaydziemy tedy dopełnienie szerokości PZ_1 i kąt SPZ_1, z którego otrzymuje się różnica południków, albowiem

$$MPZ_1=SPZ_1+MPS=SPZ_1+\text{kąt godzinny}.$$

Lubo podług sposobu tutay wyłożonego nie otrzymujemy mieysc wszystkich, które będą mieć zaćmienie, gdyż mieysca które wynachodzimy są tylko te, które leżą na kołach wierzchołkowych przechodzących razem przez środek xiężyca i słońca, możemy jednak dosyć dokładne powziąść wyobrażenie o powiérzchni ziemi, przez którą przechodzi cień lub przycień xiężyca. Daymy bowiem żeśmy na pewny moment oznaczyli mieysce, które przez parallaxę wysokości ma zaćmienie środkowe; szukaymy na tenże sam moment mieysca leżącego na kole wielkiém przechodzącém przez środki słońca i xiężyca, któreby przez mnieyszą parallaxę wysokości miało początek zaćmienia, i nareszcie mieysce trzecie, które przez parallaxę poziomą widzi środki xiężyca i słońca odsunione od siebie naydaléy jak je tylko w tym momencie widzieć można, i to w strony przeciwne tym w jakich je widzi mieszkaniec, dla którego w tym momencie zaczyna się zaćmienie. Prowadząc przez te trzy mieysca łuk koła wielkiego na kuli ziemskiey zaymiemy mieysca które będą mieć w tym momencie zaćmienie słońca tym większe, im bliżéy leżą mieysca dla którego zaćmienie jest środkowe. Wykonywając podobne rachunki co minut *np.* dziesięć przez cały czas trwania zaćmienia, i podobne na kuli ziemskiey rysując łuki, otrzymamy dosyć dokładnie mieysca dla których zaćmienie widzianém będzie.

Na mieysce parallaxy działającey w kierunku łuku przechodzącego przez środki słońca i xiężyca, można jeszcze użyć parallaxy ukośney, to jest działającéy po kole wierzchołkowém pochyłem do łuku xS. Gdybyśmy *np.* na pewny moment, kiedy odległość prawdziwa środków słońca i xiężyca mnieysza jest niż $d+\delta+(\pi-\varpi)$, chcieli otrzymać mieysce gdzieby widziano na poziomie dotknięcie tylko tarcz słońca i xiężyca, naówczas nie moglibyśmy już tego mieysca szukać na kole wierzchołkowém łączącém środki słońca i xiężyca, gdyż parallaxa pozioma działając wprost po tém kole, zbliżałaby środki słońca i xiężyca o ilość $\pi-\varpi$, odległość więc pozorna środków byłaby mnieyszą od $d+\delta$, a stąd nie byłoby dotknięcia, ale już część tarczy słońca byłaby zakrytą przez xiężyc. Żeby więc na ten moment znaleśdź mieysce, które widzi na poziomie dotknięcie tarcz słońca i xiężyca, postąpimy tym sposobem:

Niech Sx (fig. 79) wyraża nam odległość prawdziwą środków mnieyszą od $(\pi-\varpi)+(\delta+d)$. Z punktu S zarysuymy koło promieniem $d+\delta$, a z punktu x promieniem $\pi-\varpi$, koła te przetną się z sobą w punktach L i L'. W troykącie SxL mamy znane trzy rzeczy, to jest odległość prawdziwą środków Sx, SL równą $d+\delta$, i xL wyrażającą parallaxę względną słońca i xiężyca, możemy więc wynaleśdź kąt LxS podług zrównania:

$$\text{wst}^2\tfrac{1}{2}\,LxS = \frac{\text{wst}\tfrac{1}{2}(LS+Lx-Sx)\,\text{wst}\tfrac{1}{2}(LS+Sx-Lx)}{\text{wst}\,Sx\,\text{wst}\,Lx}$$

albo uważając troykąt SxL dla małości boków za prostokreślny:

$$\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} LxS = \frac{(LS+Lx-Sx)(LS+Sx-Lx)}{Sx\,Lx}.$$

Odciągając kąt LxS od kąta PxS który nam z troykąta PSx jest wiadomy, otrzymujemy kąt PxL; $180°-PxL=PxZ''$.

W troykącie PxZ'' mamy znany kąt PxZ'' i dwa boki

$$Px \text{ i } xZ'', \text{ gdyż } Px = 90° - \text{zboczenie} \ ☽,$$

$$xZ'' = 90 - Lx = 90° - (\pi - \varpi);$$

Z rozwiązania więc tego troykąta podług zrównań § 101 mieć będziem PZ'' czyli dopełnienie szerokości mieysca Z'', i kąt $Z''Px$, który dodany do znanego kąta SPx, jako wyrażającego różnicę wznoszeń prostych słońca i xiężyca, da nam kąt $Z''PS$, to jest kąt godzinny słońca, czyli czas prawdziwy słoneczny rachowany w tym momencie w punkcie Z''. Porownywając ten czas z czasem prawdziwym rachowanym w Wilnie, otrzymamy różnicę w długości mieysca Z''. Tym więc porządkiem otrzymać możemy długość i szerokość mieysca, gdzie na poziomie, to jest w punkcie L, widziane będzie dotknięcie tarcz słońca i xiężyca na moment dany, kiedy odległość Sx mnieysza jest od $(\delta+d)+(\pi-\varpi)$. Drugiem takiem mieyscem będzie Z', gdzie dotknięcie przez parallaxę widzianém będzie na poziomie w punkcie L'. Kąt SxL jest już znany jako równy kątowi LXS:

$$PxS + SxL' = PxL'$$

$$180° - PxL' = PxZ'.$$

Z rozwiązania potém troykąta $Z'Px$ otrzymamy PZ' i kąt xPZ';

$$xPZ' + SPx = SPZ'.$$

Oznaczymy więc tym sposobem szerokość i długość mieysca ktorego zenit jest Z'.

Kiedy $Sx = (\pi+\varpi)+(\delta+d)$, punkta L i L' a stąd Z i Z' złączą się z sobą, i zaczynają się wtenczas rozchodzić, kiedy Sx zaczyna bydź mnieyszą od $(\pi - \varpi) + (\delta + d)$; naówczas formują się troykąty SLx i $SL'x$ w których kąty przy x i S są z początku bardzo ostre, kąty zaś przy L i L' bardzo rozwarte; w miarę jak odległość środków Sx coraz się zmnieysza, kąty przy L i L' maleją, a przeciwnie kąty przy x i S coraz rosną, aż nareszcie kiedy odległość Sx równa jest $(\pi - \varpi) - (\delta - d)$, punkta L i L' oraz Z i Z' schodzą się z sobą, i na ten moment jedno tylko jest mieysce, gdzie dotknięcie na poziomie widzieć można.

Jak skoro Sx staje się mnieyszą od $(\pi - \varpi) - (\delta + d)$ troykąt SxL uformować się nie może, i nie masz już punktu na powierzchni ziemi gdzieby dotknięcie na poziomie widzieć można było. Stąd widzieć łatwo można, że linija łącząca mieysca Z, Z', Z'' etc. na powierzchni ziemi formuje liniją krzywą zamykającą się, linija się ta zaczyna kiedy $Sx = (\pi - \varpi) - (\delta + d)$, a kończy się, kiedy $Sx = (\pi - \varpi) - (\delta + d)$, po czém Sx daley może stawać się mnieyszą, i doszedłszy naymnieyszey wartości rośnie daley; przez cały ten czas dotknięcia na poziomie są nie podobne, aż nareszcie kiedy odległość środków dóydzie w swym wzroście do wartości $(\pi - \varpi) - (\delta + d)$, linija dotknięć na poziomie zaczyna się przez punkt jeden, rozdziela się zaraz na dwie gałęzie i schodzi się znowu w punkt jeden kiedy odległość prawdziwa środków stanie się powtórnie równą $(\pi - \varpi) + (\delta + d)$. Jest to chwila, gdzie właśnie zaćmienie słońca dla ziemi zupełnie się kończy, i jakeśmy wyżey widzieli, od tey wartości na odległość środków, zaćmienie się zaczynało. Co się tycze odległości na każdy moment punktów Z'' i Z' tę łatwo jest wyciągnąć z troykąta $Z''Z'x$, gdzie $xZ' = 90° - (\pi - \varpi)$; uważając więc łuk ZZ' jako rozdzielony na dwie równe części przez łuk pionowy xN mamy:

$$\begin{aligned} \text{wst}\,\tfrac{1}{2} Z''Z' &= \text{wst}\, Z'x \,\text{wst}\, LxS \\ &= \text{dost}\, xL \,\text{wst}\, LxS \\ &= \text{dost}\,(\pi - \varpi)\,\text{wst}\, LxS. \end{aligned}$$

Tu widzimy, że szerokość linii krzywey zaymującey punkta Z'', Z' i t. d. czyli odległość punktów Z'' i Z' na jedenże moment wynalezionych nie może się zamienić w punkt jeden tylko wtenczas, kiedy kąt LxS stanie się zero, jakeśmy to już i wyżey widzieli.

Podług tego cośmy dotąd mówili, łatwo jest wynaleśdź mieysce, które będzie naypierwiey widzieć początek, i mieysce gdzie naypoźniey koniec zaćmienia widzianym będzie, nadto można odrysować liniją dotknięć na poziomie, i liniją punktów gdzie zaćmienie będzie środkowe. Obszernieyszy rozbiór fenomenu zaćmień słońca, co się tycze mieysc, w których widzianym będzie, znaydzie czytelnik w Astronomii Delambra, gdzie podane sposoby przykładami są objaśnione.

Kiedy odległość xiężyca od bieguna północnego większa jest niż odległość słońca od tegoż bieguna, zaćmienie dla półkuli północney jest bardzo małe, gdyż parallaxa w takiem położeniu xiężyca i słońca, oddala ich środki od siebie dla mieszkańców północnych, a ponieważ bardzo południowe kraje są mało zamieszkałe, dla tego Astronomowie nie dają sobie pracy rachowania w szczegółach różnych postaci tego fenomenu dla różnych mieysc, gdzie to zaćmienie trafić się może, oznaczają się tylko mieysca gdzie fenomen obserwowanym bydź może. Oznaczywszy przez rachunek długość i szerokość różnych mieysc, które będą widzieć pewną postać zaćmienia, łatwo jest mieysca te oznaczyć na kuli ziemskiey lub na karcie któreyby rzut był taki, iżby zaymował wszystkie mieysca, gdzie zaćmienie widziane bydź może.

Oznaczenie tym sposobem czasu i postaci zaćmienia, jest pospolicie niedokładnem z przyczyny, że ziemia nie jest wszędzie doskonałą kulą, a stąd parallaxa pozioma nie jest wszędzie jednostayną. Można wprawdzie błąd ten poprawić i mieć wzgląd jeszcze na odmiany tarczy xiężyca, w miarę jak się gdzie wznosi nad poziom, ale praca ta byłaby zupełnie nieużyteczną, i niepewność w wypadkach jeszczeby pozostała z przyczyny niedokładności tablic xiężycowych, i niepewnego oznaczenia długości i szerokości różnych punktów na powiérzchni ziemi. Oznaczenie w ogólności fenomenów zaćmień słońca dla różnych mieysc jest tylko ostrzeżeniem Astronomów o czasie w jakim ma przypaść zaćmienie, a mieyscowi Astronomowie, każdy na swoje mieysce, dokładny moment początku i wszystkie postaci tego fenomenu, jakie w ciągu zaćmienia dla tego mieysca jawić się będą, wyrachować powinni. Przyszlismy więc teraz do tego pytania: jak znając dzień i mniey więcéy godzinę zaćmienia słońca, wyrachować na dane mieysce z naywiększą dokładnością czas i postać różnych fenomenów tego zaćmienia?

CIII. *Wynaleśdź odległość pozorną środków słońca i xiężyca na pewny punkt powiérzchni ziemi, używając położenia punktu dziewięćdziesiątego.*

Ponieważ fenomen zaćmienia zawisł zupełnie od odległości pozorney środków słońca i xiężyca i od wielkości ich średnic, naypiérwszą jest więc rzeczą znać te ilości na każdy moment.

Wyobraźmy sobie przez *AS* ekliptykę (fig. 80) przez *X* i *S* mieysca pozorne środków xiężyca i słońca, to jest mieysca, do których je odnosi mieszkaniec punktu ziemi, na który się zaćmienie rachuje; niech tém mieyscém będzie Wilno. Tu, tak jak i wyżéy, ponieważ nam idzie o względne tylko położenie xiężyca względem słońca, możemy uważać mieysce słońca za nieodmienione przez parallaxę, byłebyśmy za to zamiast parallaxy xiężyca, wzięli różnicę parallax xiężyca i słońca, gdyż obie te gwiazdy znaydując się w czasie zaćmień blizko bardzo siebie, w tęż samę przez skutek parallaxy posuwają się stronę. Niech *AS* wyraża różnicę między długością słońca, a długością pozorną xiężyca, *AX* będzie szerokość pozorna xiężyca. Gdybyśmy w tym troykącie znali *AS* i *AX*, łatwobyśmy otrzymali odległość pozorną środków *XS*.

Wyrachuymy z tablic na czas blizki początku zaćmienia długość słońca i jego średnicę pozorną, a z tablic xiężyca długość i szerokość xiężyca, jego parallaxę poziomą, i wielkość jego tarczy uważaney na poziomie. Mając długość i szerokość xiężyca prawdziwą, wynaleśdź możemy długość jego i szerokość pozorną za pomocą wzorów, które się łatwo wywodzą ze wzorów podanych wyżey na parallaxę wznoszenia się prostego i zboczenia (§ 38 i 115), albo za pomocą wzorów wywiedzionych w trygon. kul. § 34.

$$\text{sty}\, D' = \frac{\text{dost}\, p\, \text{wst}\, D - \text{wst}\, \pi\, \text{dost}\, S\, \text{wst}\, N}{\text{dost}\, p\, \text{dost}\, D - \text{wst}\, \pi\, \text{dost}\, S\, \text{dost}\, N} \quad (1)$$

$$\text{sty}\, p' = \frac{(\text{wst}\, p - \text{wst}\, \pi\, \text{wst}\, S)\, \text{dost}\, D'}{\text{dost}\, p\, \text{dost}\, D - \text{wst}\, \pi\, \text{dost}\, S\, \text{dost}\, N} \quad (2)$$

W tych zrównaniach D i p znaczą długość i szerokość prawdziwą, D' i p' długość i szerokość pozorną; π znaczy parallaxę poziomą xiężyca na szerokość jeograficzną Wilna, rachowaną podług formuł podanych w § 39; w rachunku zaś zaćmień za π wziąść trzeba różnicę parallax xiężyca i słońca. N wyraża długość a S szerokość *punktu dziewiędziesiątego* (nonagesimi). Przez punkt dziewiędziesiąty rozumiemy punkt ekliptyki naywyżey nad poziomem leżący, a zatem o 90° stopni odległy od przecięć ekliptyki z poziomem, szerokością zaś punktu dziewiędziesiątego nazywa się odległość tego punktu od zenit. Ilości te otrzymują się przez zrównania

$$\text{sty}\, \varphi = \frac{\text{wst}\, M}{\text{sty}\, H} \quad (3)$$

$$\text{sty}\, N = \frac{\text{sty}\, M}{\text{wst}\, \varphi}\, \text{wst}(\varphi + \omega) \quad (4)$$

$$\text{dost}\, S = \frac{\text{dost}\, M\, \text{dost}\, H}{\text{dost}\, N} \quad (5)$$

albo $$\text{wst}\, S = \frac{\text{wst}\, H}{\text{dost}\, \varphi}\, \text{dost}(\varphi + \omega) \quad (*).$$

H jest szerokością jeograficzną mieysca, ω znaczy pochyłość ekliptyki do równika, a M wyraża wznoszenie się proste środka nieba, jest to wznoszenie się proste słońca

---

(*) Zrównania te są zupełnie te same co zrównania dające nam długość i szerokość gwiazdy ze znanego wznoszenia się prostego i zboczenia (N. 42).

prawdziwe, powiększone lub zmnieyszone kątem godzinnym, podług tego jak rachunek jest na wieczorną lub ranną godzinę. Można wziąść wznoszenie się proste słońca średnie, rachowane od punktu równonocnego prawdziwego, bylebyśmy za kąt godzinny, który oznacza czas prawdziwy lub jego dopełnienie do 24^g, wzięli czas średni lub jego dopełnienie do 24^g, podług tego jak czas rachunku wzięty jest po południu lub przed południem. Za pomocą więc tablic xiężyca i zrównań (1), (2), (3), (4) i (5), otrzymać możemy długość i szerokość pozorną xiężyca na czas żądany, a stąd w troykącie ASX mieć AX i AS, gdyż długość słońca z tablic wynalezioną bydź może.

$$SX = \sqrt{AX^2 + AS^2}$$

albo $$\text{sty}\, S = \frac{AX}{AS}. \qquad SX = \frac{AS}{\text{dost}\, S} = \frac{AX}{\text{wst}\, S}.$$

Tym więc sposobem, który się *sposobem punktu dziewięćdziesiątego* (méthode du nonagésime) nazywa, otrzymać można odległość pozorną środków słońca i xiężyca.

CIV. *Sposób Delambra otrzymania odległości pozorney środków słońca i xiężyca.*

Możemy jeszcze wynaleśdź odległość pozorną środków słońca i xiężyca za pomocą sposobu podanego przez Delambra, nie szukając długości i szerokości pozorney xiężyca. Przychodzi się do tego następującym sposobem. Niech koło ZP (fig. 81) wyobraża południk mieysca na którym się znaydują zenit i biegun świata w punktach Z i P. Punkt X jest mieyscem prawdziwém xiężyca, a S mieyscem słońca, odległość więc prawdziwa środków słońca i xiężyca jest to linija SX. Parallaxa wysokości jest to XX' która odległość środków prawdziwą zmienia na pozorną SX'; idzie właśnie o wynalezienie téy odległości pozorney. Do wynalezienia téy odległości Delambre używa tych samych zrównań, które służą na wynalezienie odległości pozorney xiężyca od bieguna świata, przez funkcyą odległości prawdziwey.

I tak: kładąc w zrównaniach $VIII_2$ i III *tryg. kul.* § 34 pochyłość ekliptyki $\omega = o$, możemy wszędzie zamiast długości położyć wznoszenie się proste, a zamiast odległości od bieguna ekliptyki, odległość od bieguna równika; tym sposobem zrównanie dające odległość pozorną od bieguna ekliptyki przez funkcyą odległości prawdziwey, zamieni się na zrównanie wyrażające odległość pozorną od bieguna świata przez funkcyą odległości prawdziwey, i podobnie zrównanie dające parallaxę w długości wyda teraz parallaxę wznoszenia się prostego, czyli parallaxę kąta godzinnego. Zrównania te są następujące:

$$\text{dost}\,\Delta' = \frac{\text{wst}\,P'}{\text{wst}\,P}\left\{\text{dosty}\,\Delta - \frac{\text{wst}\,\pi\,\text{wst}\,H}{\text{wst}\,\Delta}\right\}$$

$$\text{sty}\,dP = \text{sty}\,(P' - P) = \frac{\text{wst}\,\pi\,\text{dost}\,H\,\text{wst}\,P}{\text{wst}\,\Delta - \text{wst}\,\pi\,\text{dost}\,H\,\text{dost}\,P}$$

gdzie Δ' znaczy odległość pozorną od bieguna równika, Δ odległość prawdziwą, P' kąt godzinny pozorny, P kąt godzinny prawdziwy, π znaczy, tak jak wyżey, różnicę parallax poziomych słońca i xiężyca, a H szerokość mieysca poprawną. Widzimy w zrównaniu drugiém, że parallaxa kąta godzinnego P, zależy od parallaxy poziomey π i od boków składających kąt P. Jeżeli więc zamiast punktu P weźmiemy inny punkt S, i uformujemy kąt ZSX, kąt ten przez parallaxę zamieni się na kąt ZSX', ale parallaxa tego kąta, jako złożonego zupełnie z podobnych dwóch boków, to jest wyrażających odległość punktu S od zenit i od mieysca prawdziwego xiężyca, wyrazi się przez formułę tego samego kształtu co i parallaxa kąta godzinnego. Dla teyże samey przyczyny odległość pozorna SX' wyrazi się przed funkcyą odległości prawdziwey SX w tymże samym kształcie, jak się wyraża odległość pozorna od bieguna świata przez funkcyą odległości prawdziwey. Uważając więc punkt P jako przesuniony na punkt S, powinniśmy w zrównaniach wyższych położyć, zamiast kąta P kąt ZSX, a zamiast boków PZ i PX boki SZ i SX. Zrównania więc dające kąt XSX' czyli parallaxę kąta ZSX, i odległość pozorną SX' będą następujące:

$$\text{sty}\,XSX' = \text{sty}\,\pi = \frac{\text{wst}\,\pi\,\text{wst}\,ZS\,\text{wst}\,ZSX}{\text{wst}\,SX - \text{wst}\,\pi\,\text{wst}\,ZS\,\text{dost}\,ZSX}$$

$$\text{sty}\,SX' = \frac{\text{wst}\,(ZSX+\pi)}{\text{wst}\,ZSX}\left\{\text{dosty}\,SX - \frac{\text{wst}\,\pi\,\text{dost}\,ZS}{\text{wst}\,SX}\right\}$$

Czyniąc kąt $ZSX = S'$, $S' + \pi = S''$, $SX = E$, $ZS = q$ będzie:

$$\text{sty}\,\pi = \frac{\text{wst}\,\pi\,\text{wst}\,q\,\text{wst}\,S'}{\text{wst}\,E - \text{wst}\,\pi\,\text{wst}\,q\,\text{dost}\,S'}$$

$$= \frac{m\,\text{wst}\,S'}{1 - m\,\text{dost}\,S'} \cdots\cdots (\alpha)$$

gdzie $m = \dfrac{\text{wst}\,\pi\,\text{wst}\,q}{\text{wst}\,E}$

$$\text{dosty}\,SX' = \frac{\text{wst}\,S''}{\text{wst}\,S'}\left\{\text{dosty}\,E - \frac{\text{wst}\,\pi\,\text{dost}\,q}{\text{wst}\,E}\right\}$$

Czyniąc $\dfrac{\text{wst}\,\pi\,\text{dost}\,q}{\text{wst}\,E} = \text{sty}\,u$

otrzymamy:

$$\text{dosty}\,SX' = \frac{\text{wst}\,S''}{\text{wst}\,S'}\{\text{dosty}\,E - \text{sty}\,u\}$$

$$\text{sty}\,SX' = \frac{\text{wst}\,S'\,\text{wst}\,E\,\text{dost}\,u}{\text{wst}\,S''\,\text{dost}(E+u)} \cdots\cdots (\beta)$$

Zrównanie β służy do znalezienia odległości pozorney środków słońca i xiężyca. Dla rozwiązania tego zrównania przeyść trzeba pierwiey przez rozwiązanie zrównania α. W zrównaniu (α) oprócz ilości szukaney π, trzy jeszcze są niewiadome, to jest $q = ZS$, S' i $E = SX$, od wynalezienia więc tych ilości rachunek zacząć należy. A naprzód w troykącie ZPS mamy znane ZPS czyli kąt godzinny prawdziwy i dwa boki kąt ten składające to jest ZP i PS, wynaydziemy więc kąt $ZSP = a$ i bok ZS; z rozwiązania potem troykąta XPS gdzie PS, PX i kąt XPS wyrażający różnicę wznoszeń prawdziwych słońca i xiężyca są znane, otrzymamy $XS = E$ i kąt PSX, a stąd kąt $ZSX = S - a = S'$. W szukaniu tych ilości można postąpić tym sposobem:

$$\text{dost}\, ZS = \text{dost}\, P\, \text{wst}\, \Delta\, \text{dost}\, H + \text{dost}\, \Delta\, \text{wst}\, H$$
$$= \text{wst}\, H (\text{dost}\, \Delta + \text{wst}\, \Delta\, \text{sty}\, \varphi)$$

gdzie

$$\text{sty}\, \varphi = \text{dosty}\, H\, \text{dost}\, P$$
$$\text{dost}\, ZS = \frac{\text{wst}\, H\, \text{dost}(\Delta - \varphi)}{\text{dost}\, \varphi}.$$

Łuk posiłkowy φ jak wiemy nic innego nie znaczy tylko łuk PQ, odcięty łukiem ZQ pionowo do łuku SP poprowadzonym, a zaś $\Delta - \varphi = QS$. Podług zrównań (f) § 9 Tryg. kul. mamy:

$$\text{sty}\, QZ = \text{sty}\, P\, \text{wst}\, \varphi$$
$$= \text{sty}\, a\, \text{wst}\, (\Delta - \varphi)$$

Stąd

$$\text{sty}\, a = \frac{\text{sty}\, P\, \text{wst}\, \varphi}{\text{wst}(\Delta - \varphi)}.$$

W rozwiązaniu troykąta XPS moglibyśmy albo zupełnie tym samym postąpić porządkiem, albo też użyć analogii Nepera na wynalezienie kąta $XSP = S$, a potém przez drugie zrównanie główne mieć SX. Tym więc sposobem otrzymujemy trzy nieznane ilości, które wchodzą do wyrażenia na π, to jest E, q, i kąt $S' = S - a$; po wynalezieniu więc wartości na π, przystąpimy do rozwiązania zrównania β, w którém wszystkie ilości prócz SX' są znane, albowiem $S'' = S' + \pi$; to więc zrównanie da nam wartość na odległość pozorną środków słońca i xiężyca.

W tym sposobie Delambra naypiérwszą jak widzimy jest rzeczą, mieć wznoszenie się proste i zboczenie słońca i xiężyca naydokładniey wyrachowane, gdyż te ilości wchodzą w naypiérwsze tego sposobu zrównania. Sposób ten ma tę korzyść, że daje wartość na łuk ZS, który jest prawie równy odległości xiężyca od zenit, a stąd można wiedzieć, o ile tarczę xiężyca poziomą, daną przez kalendarze astronomiczne powiększyć, żeby mieć jego tarczę pozorną w odległości od zenit w jakiey się w czasie zaćmienia znayduje; powtóre ważną jest jeszcze korzyścią, że mamy zaraz kąt S'' jaki czyni linija środków z kołem wiérzchołkowém, ilość która jak poźniey zobaczymy, bardzo w obserwacyi początku zaćmienia jest potrzebną.

Wyłożyłem tu tylko w krótkości sposoby rachowania na czas dany odległości pozorney środków słońca i xiężyca, gdyż oba te sposoby dokładnie są wyłożone i przykładami objaśnione w *Przystosowaniu tryg. kulistéy*.

CV. *Ze znanych pozornych odległości środków słońca i xiężyca wyciąga się czas początku, końca i srodka zaćmienia.*

Żeby z wynalezionéy odległości środków można było sądzić o czasie zaćmienia, należy tę odległość porównać z summą promieni słońca i xiężyca, wyraźna bowiem rzecz jest, że w czasie początku zaćmienia odległość pozorna środków równą bydź powinna summie promieni słońca i xiężyca. Wielkości poziome tarczy słoneczney i xiężycowéy dane są na dzień każdy w kalendarzach astronomicznych, lecz że ziemia w ciągu biegu wirowego jedne punkta przybliża, drugie oddala od słońca i xiężyca, stąd wypada, że te tarcze w miarę jak się podnoszą nad poziom mieysca zbliżają się do tegoż mieysca, a stąd większemi wydawać się muszą. Skutek ten dla wielkiey odległości słońca od ziemi nieznaczny jest dla tarczy słoneczney. Ale powiększenie się tarczy xiężyca, w miarę jak się nad poziom podnosi, jest bardzo wyraźne. Jakoż podaliśmy w § 63 formułę

$$\delta = \frac{2D \,\mathrm{wst}\,\tfrac{1}{2}\varpi \,\mathrm{dost}\left(Z - \frac{\varpi}{2}\right)}{\mathrm{wst}(Z - \varpi)}$$

dającą powiększenie się tarczy xiężycowey przez funkcyą jego tarczy widzianéy ze środka ziemi, albo widzianey na poziomie; przez funkcyą odległości od zenit Z i parallaxy wysokości ϖ; możemy więc użyć tey formuły, albo też tablicy dającey zaraz to powiększenie skoro D i Z są znane, wyrachowaney podług zrównania w § 63 danego, zależącego tylko od dwóch zmiennych D i Z.

Umiejąc dochodzić odległości pozorney środków słońca i xiężyca, wynaydźmy te odległości na kilka chwil blizkich początku zaćmienia, a mając tym sposobem ilość o jaką się w danym czasie zbliżają do siebie środki słońca i xiężyca, łatwo przez proporcyą znaydziemy czas, kiedy ta odległość środków równa jest summie promieni, a tak mieć będziemy czas początku zaćmienia. Daymy żeśmy rachując tym sposobem odległości środków na czas blizki początku zaćmienia znalezli na czas T odległość środków równą $(\delta + d) \pm a$, gdzie a jest ilością małą, i że porównywając odległości środków w małych przedziałach czasu znalezlismy, że środki te zbliżają się do siebie o ilość α w przeciągu czasu t, biorąc więc zbliżanie się środków w małym przeciągu czasu za jednostayne, mamy

$$\alpha : t = a : \frac{t}{\alpha} \cdot a$$

Czas więc początku zaćmienia wyrazi się przez

$$T \pm \frac{t}{\alpha} \cdot a$$

Znak drugiego wyrazu zależy od znaku ilości a w wyrażeniu odległości środków na czas T.

Koniec zaćmienia podobnym zupełnie dochodzi się sposobem. Czas upłyniony między początkiem a końcem wyraża czas trwania zaćmienia, połowa tego czasu dodana do początku lub odjęta od końca da czas środka zaćmienia.

CVI. *Rysunek figury początku, końca i środka zaćmienia objaśniony przykładem. Naywiększa trwałość zaćmienia całkowitego i obrączkowego.*

Dla okazania sposobu jakim się rysuje figura fenomenu początku, środka, i końca zaćmienia, weźmy przykład zaćmienia, które się trafiło w Wilnie 19 listopada 1816 r., a które podług obu wyżey podanych sposobów rachowaném było.

Ponieważ Astronomowie średnicę słońca, jakeśmy mówili, dzielą na dwanaście części, które się zowią calami, poprowadźmy przeto liniją MN (fig. 82), i podzielmy ją na 6 dowolnych części, linija ta wyrażać będzie promień słońca, który wzięty w minutach i zrównany z sześciu calami, da nam wartość jednego cala w minutach, i wzajemnie mieć będziem minutę wyrażoną w ułamkach lub częściach dziesiętnych cala. Niech *S* wyraża środek słońca, *HSO* jego tarczę pozorną $=2MN$. Poprowadźmy liniją *ZS* pionową do *HO*, punkt *Z* będzie punktem naywyższym obwodu słońca, a ponieważ przez sposób Delambra wypada, że w początku zaćmienia kąt $S''=53°$, prowadząc więc liniją *SDX* nachyloną do *ZS* pod kątem 53°, będziemy mieć na figurze położenie linii *SDX* łączącey środki słońca i xiężyca, na którey punkt *D* wyraża mieysce na obwodzie słońca gdzie się zaćmienie zacznie. Położenie tego punktu ważnem jest bardzo w obserwacyi początku zaćmienia, żeby wiedzieć w jaki punkt obwodu słońca wzrok skierować, a przeto pewnieyszą uczynić obserwacyą początku zaćmienia. Koniec zaćmienia podobnym się rysuje sposobem (fig. 83), kąt $S''=ZSD$ będący naówczas ze strony wschodniey słońca wynosi 114°. W sposobie parallax gdzie kąt S'' wprost nie wypada z rachunku, można otrzymać położenie środka xiężyca, a stąd i linii łączącey środki obu gwiazd ze znaney szerokości punktu dziewiędziesiątego, jak tego damy przykład w rysowaniu figury środka zaćmienia.

Poprowadźmy średnicę poziomą słońca *HO* (fig. 84) i liniją pionową *ZS* wyrażającą łuk koła wierzchołkowego. Zrównanie (5) § 103, daje wartość na szerokość punktu dziewiędziesiątego czyli odległość jego od zenit $s=66°$; pochyłość osi ekliptyki do poziomu $=90-s=24°$, prowadząc więc *EQ* pod tym kątem do *HO*, linija ta wyrazi nam ekliptykę; która się będzie wznosić nad liniją *HO* ku stronie zachodniey jak na figurze, jeżeli długość punktu dziewiędziesiątego mnieysza jest od długości słońca; i przeciwnie, jeżeli ta długość większa jest od długości słońca, znakiem jest że się słońce znayduje w mieysceu gdzie się łuk ekliptyki nachyla ku poziomowi na zachód, a stąd liniją *EQ* tak prowadzić należy, iżby się podnosiła na wschód, to jest z ręki lewéy, a spadała pod *HO* na zachód, to jest z ręki prawéy. Uwagi te jasnemi są bardzo, jeśli się do nich użyje figura (85) gdzie PR wyraża poziom mieysca Z, PnR ekliptykę, $HFOQ$ tarczę słońca, a n mieysce punktu dziewiędziesiątego. Ponieważ sposób punktu dziewiędziesiątego daje długość i szerokość pozorną xiężyca, łatwo więc znaleśdź na linii EQ (fig. 84) mieysce, gdzie koło szerokości na którém się xiężyc znayduje, przecina ekliptykę, punkt w przykładzie tu wzmiankowanym pada na figurze na środek słońca, gdyż różnica między długością słońca i xiężyca na moment środka zaćmienia, wynosi tylko 14″; poprowadźmy koło szerokości SN, i na niém odetniymy szerokość pozorną xiężyca równą w tym przykładzie 3′.5″, a punkt x będzie środkiem tarczy xiężyca z którego zarysowane koło EQR, promieniem tarczy pozorney xiężyca, oznaczy nam ilość i postać zaćmienia naywiększego. Ilość zaćmienia naywiększego wyraża się przez $Np' = NS + Sp' = \delta + (d - Sx) = (\delta + d) -$ naykrótsza odległość.

W naszym przykładzie promień słońca $\delta = 16'.14''$, promień xiężyca $d = 16'.31'',5$; naykrótsza odległość 3′.6″; stąd ilość zaćmienia jest:

$$32'.45'',5 - 3'.6'' = 29'.39'',5$$

$$16'.14'' : 6^{\text{cali}} = 29'.39'',5 : x$$

$$x = \frac{6^{c}(29'.39'',5)}{16'.14''} = \frac{6^{c}.1779,5}{974} = 10^{c},962.$$

Naywiększe zaćmienie słońca wypada blisko jedenastu cali. więc tylko jedna dwunasta część średnicy słońca nie zakrytą zostanie. Ponieważ zaćmienie słońca nie może bydź większe nad zakrycie całey jego średnicy, choćby więc wartość na $\delta + d - Sx$ wypadła większa od 2δ, ilość jednak zaćmienia w tym przypadku oznacza się przez 2δ; zaćmienie wtenczas jest całkowite i trwa pewny przeciąg czasu. Jeżeli

$$(\delta + d) - \text{naykrótsza odległość} = 2\delta$$

zaćmienie jest całkowite ale nie trwa tylko moment, gdyż zaraz odległość środków słońca i xiężyca stając się większą, czyni ilość zaćmienia mnieyszą od 2δ.

W rachunku trygonometrycznym Delambra nie mamy szerokości punktu dziewięćdziesiątego, ale za to mamy kąt S'' a stąd położenie odległosci środków względem koła wierzchołkowego; odcinając więc ze środka słońca na tey odległości wynalezioną jey wielkość 3'.6", oznaczymy łatwym sposobem punkt x mieysce środka xiężyca.

Trwałość zaćmienia całkowitego i obrączkowego wtenczas kiedy naykrótsza odległość środków jest zero, zależy od chyżości naówczas biegu słońca i xiężyca i od wielkości ich tarczy. Jeżeli xiężyc jest w naymnieyszey, a słońce w naywiększey odległości od ziemi, średnica xiężyca uważanego na poziomie przechodzi o 2'. 20" średnicę słońca. Podniesienie się xiężyca nad poziom powiększając jego tarczę, może tę różnicę doprowadzić do trzech minut, ile więc czasu xiężyc postępując biegiem względnym, potrzebuje do zrobienia trzech minut, tyle zaćmienie całkowite trwać będzie jeśli będzie środkowe. Bieg względny xiężyca jest naówczas naychyższy, wynosi bowiem 32'. 25" na jednę godzinę.

$$32'.25'' : 1^g = 3' : 1^g.\frac{3}{32'.25''} = \frac{1^g}{11} \text{ blisko.}$$

Naydłuższe więc trwanie zaćmienia całkowitego jest nieco więcey jak pięć minut.

Kiedy słońce jest naymniey a xiężyc naybardziey oddalony od ziemi, średnica słońca może przechodzić o 3'. 40" średnicę tarczy xiężyca. W tém położeniu bieg względny xiężyca ledwo jest 25'. 12" na godzinę.

$$25'.12'' : 1^g = 3'.40'' : x$$

$$x = \frac{1^g.(3'.40'')}{25'.12''} = 1^g.\frac{1}{6,9}.$$

Trwanie więc obrączki, jeśli zaćmienie będzie środkowe, może wynosić blisko 9' dla mieszkańców dla ktorych ten fenomen trafia się na poziomie, powiększenie się bowiem tarczy xiężyca, w miarę jak wysoko znaydnje się nad poziomem, zmnieysza ten czasu przeciąg.

CVII. *Jakie się robią obserwacye w zaćmieniach słońca, i jak z nich wyciąga się czas nowiu prawdziwego i różnica długości mieysc w których ten fenomen był obserwowanym. Poprawka szerokości xiężyca wziętey z tablic, i odległości rogów skróconey przez refrakcyą.*

W zaćmieniach słońca obserwuje się jego początek i koniec, oprócz tego za pomocą mikrometru przedmiotowego lub niciowego mierzyć można ciągle odległość punktów przecięcia się obwodów słońca i xiężyca, czyli spólną ich cięciwę *ab* (fig. 86), odległość ta zowie się *odległością rogów* (distance des cornes), z każdey takowéy obserwacyi otrzymać można odległość środków, a stąd czas prawdziwego nowiu, następującym sposobem

$$\text{wst}\, axf = \text{wst}\, x = \frac{af}{ax} = \frac{ab}{2d}$$

$$\text{wst}\, asf = \text{wst}\, s = \frac{ab}{2\delta}$$

$$xf = d \,\text{dost}\, x, \qquad fs = \delta \,\text{dost}\, s$$

$$xs = xf + sf = d \,\text{dost}\, x + \delta \,\text{dost}\, s.$$

Mając znaną na moment obserwacyi odległość pozorną środków, rachuymy na tenże sam moment z tablic xiężyca jego szerokość prawdziwą, do którey dodając skutek parallaxy, otrzymamy szerokość jego pozorną oznaczoną przez liniją *AX* (fig. 8o), gdzie *AS* wyraża część ekliptyki zajętą między słońcem a kołem szerokości xiężyca, jest to więc różnica między długością pozorną xiężyca i słońca. Różnicę tę otrzymamy z troykąta *AXS* w którym:

$$AS = \sqrt{\{XS^2 - AX^2\}}$$

albo

$$\text{wst}\, XSA = \frac{AX}{SX} \qquad AS = XS \,\text{dost}\, XSA.$$

Odeymując od tego wyrażenia parallaxę względną w długości xiężyca, to jest różnicę między parallaxą xiężyca i słońca, otrzymamy różnicę między długością prawdziwą słońca i xiężyca, a mając z tablic znane biegi tych gwiazd w długości, łatwo otrzymamy czas potrzebny na zniszczenie znalezioneý różnicy, a ztąd moment, kiedy ta różnica jest zero. Jest to właśnie czas nowiu prawdziwego kiedy słońce, xiężyc, i środek ziemi znachodzą się na téyże saméy płaszczyźnie koła szerokości. Fenomen ten wyprowadzony tym sposobem z obserwacyi i rachunku jest fenomenem jednoczesnym dla całéy ziemi; jeżeli więc w innych mieyscach czas tego fenomenu podobnym sposobem wyciągnionym zostanie, różnica w rachubie czasu na różnych mieyscach w momencie tego fenomenu, daje z wielką dokładnością różnicę w długości jeograficzney tych mieysc.

W rachunku tu wyłożonym wchodzi użycie tablic do wynalezienia biegów godzinnych i szerokości prawdziwéy xiężyca. Co się tycze biegu godzinnego ten z naywiększą dokładnością na mały przeciąg czasu dają tablice, ale szerokość xiężyca wyciągniona z tablic może bydź błędną; idzie więc o poznanie tego błędu. Wykonać to możemy za pomocą obserwacyi środka zaćmienia w czasie którego odległość środków jest naymnieysza i przez ciąg kilkudziesięciu sekund zostaje prawie taż sama.

Odległość ta środków wyrazi się przez

$$\delta \operatorname{dost} s + d \operatorname{dost} x.$$

Taż sama odległość środków może się jeszcze wyrazić przez funkcyą szerokości pozornéy xiężyca. Wystawmy sobie bowiem na figurze 87 (*) przez BX szerokość pozorną xiężyca w czasie środka zaćmienia

$$BX = p + \text{parall.} = XS \operatorname{dost} N = p'$$

gdzie p oznacza szerokość prawdziwą; co się tycze kąta N, ten jak wiemy dochodzi się ze zrównania

$$\operatorname{sty} N = \frac{\text{Bieg pozorny xiężyca w szerok.}}{\text{Bieg pozorny względny w dług.}}$$

Stąd:

$$p' = \operatorname{dost} N (\delta \operatorname{dost} s + d \operatorname{dost} x).$$

(*) Figura ta pod figurą 85 położona jest bez Nru.

Rachuymy na moment naywiększego zaćmienia szerokość prawdziwą xiężyca i parallaxę szerokości, którą odciągniymy od szerokości pozorney p', a wypadek porównany z szerokością prawdziwą rachowaną z tablic, okaże błąd tychże tablic; błąd ten w ciągu całego zaćmienia można wziąść za jednostayny, i wszystkie szerokości rachowane z tablic co do tego błędu poprawić. Tym sposobem wynachodzenie różnicy w długości jeograficzney, gdzie szerokość xiężyca z tablic braną bydź musi, dokładnieyszém będzie, to jest będzie mieć stopień dokładności taki, jaki mają same obserwacye. Tu zachodzi jeszcze jedna uwaga: jeżeli długości mieysc tym sposobem rachowane, nie były wprzód blizko znane, rachunek szerokości nie był dokładnym, albowiem tablice xiężyca są rachowane na pewne mieysce *np.* na Paryż; chcąc więc z nich wyciągnąć na dany moment szerokość xiężyca, potrzeba znać jaki jest w tym momencie czas w Paryżu, i na tę epokę rachować szerokość z tablic, potrzeba więc już znać długość jeograficzną mieysc, gdzie szukamy nowiu prawdziwego. Błąd jednak z tego względu popełniony w oznaczeniu nowiu mnieyszym będzie od błędu w przyjętey długości mieysca. Szerokość bowiem xiężyca bardzo się mało odmienia w porównaniu z długością, błąd więc popełniony w szerokości z przyczyny mało znaney długości jeograficzney, będzie bardzo mały, i nie wiele tylko odmieni wyciągniony z rachunku czas nowiu. Możnaby nawet wyrachować, ile pewna odmiana w szerokości wpływa na odmianę rachowanego czasu nowiu. Podamy wkrótce sposób jak z obserwacyi zaćmień słońca poprawują się tablice xiężyca co do długości, szerokości parallaxy i średnicy pozorney, i jak mając poprawione tablice, można wyciągnąć dokładnie poprawkę długości jeograficzney mieysca z obserwacyi początku lub końca zaćmienia w tém mieyscu obserwowanego.

Jeżeli zaćmienie zdarza się blisko poziomu, naówczas odległość rogów zmnieyszona jest przez refrakcyą, tym bardziey im fenomen trafia się bliżey poziomu, i im odległość rogów większy czyni kąt z średnicą poziomą słońca. Ilość tego skrócenia może się wyrachować za pomocą formuły podaney w Astronomii Delambra rozdz. XIII, lub za pomocą tablicy umieszczoney w tablicach słońca i xiężyca (Bureau des Long. Tab. V accourcissement causé etc). W tey tablicy podług wysokości słońca i pochyłości linii rogów do średnicy poziomey, znaydziemy skrócenie średnicy słońca pochyloney tymże samym kątem do średnicy poziomey i zawierającey minut 30′, gdyż na tę wielkość tablica jest wyrachowana; skąd łatwo jest znaleśdź skrócenie znaney linii odległości rogów, które bydź musi proporcyonalne jey wielkości. I tak: daymy żeśmy znalezli w tablicy skrócenie średnicy słońca wynoszące 10″, odległość zaś rogów wynosi minut 12′, skrócenie tey odległości α wyrazi się następnie:

$$\alpha = 10''.\frac{12}{30} = 4''$$

gdyż

$$30' : 10'' = 12' : \alpha.$$

Do użycia tey tablicy oprócz wysokości nad poziomem, która się łatwo przez rachunek otrzymuje, znać jeszcze potrzeba pochyłość linii rogów do poziomu. Pochyłość ta oznacza się przez wymiar różnicy w wysokości między końcami linii rogów, za pomocą *np.* mikrometru niciowego którego nici służące do wymiaru są poziomo ułożone. Przez tę obserwacyą otrzymujemy różnicę w wysokosci punktów *a* i *b* (fig. 88), czyli liniją *ac*. Stąd pochyłość linii rogów *ab* do poziomu wyrazi się przez

$$\text{wst}\, abc = \frac{ac}{ab}.$$

Z resztą pochyłość odległości rogów do poziomu jako równa kątowi S'' z rachunku na każdy moment otrzymaną bydź może. Możnaby jeszcze następującym postąpić sposobem: wymierzmy zaraz po obserwacyi linii rogow średnicę słońca równoległą do tey linii, i zaraz potem, średnicę poziomą; stosunek średnicy równoległey do średnicy poziomey będzie właśnie stosunkiem linii rogów skróconey do linii niezmienioney przez refrakcyą. Z poprawioney odległości rogów wyciąga się odległość środków, a stąd czas nowiu prawdziwego i różnica w długości jeograficzney tąż samą co wyżey drogą.

Ponieważ moment środka zaćmienia wyciągniony z obserwacyi odległości środków w czasie naywiększego zaćmienia jest nieco wątpliwy, z przyczyny, że naówczas wielkość linii rogów przez ciąg kilkudziesięciu sekund jest prawie nieodmienną, a na ten właśnie moment rachować mamy szerokość xiężyca, która w przeciągu jedney minuty na 6″ odmienić się może, dla tego moment ten środka zaćmienia wyciągnąć należy z obserwacyi początku i końca i z obserwacyi innych odległości rogów; ile się razy bowiem trafi, że odległości rogów przed naywiększem zaćmieniem równe są odległościóm mierzonym po środku zaćmienia, tyle razy możemy z nich wyciągnąć moment środka zaćmienia, biorąc połowę summy dwóch czasów odpowiadających równym odległościom rogów. Nareszcie wypadek średni z otrzymanych tym sposobem momentów środka zaćmienia, da czas tego fenomenu z wielkiem do prawdy przybliżeniem.

W zaćmieniu obrączkowem oprócz obserwacyi zwyczaynych obserwuje się czas początku i końca obrączki, to jest czas dotknięcia zewnętrznego w punkcie Z fig. 89, i potem czas dotknięcia wewnętrznego. Z takiey obserwacyi można dokładnie wyciągnąć różnicę tarcz pozornych słońca i xiężyca. I tak: w troykącie msx, gdzie x jest mieyscem xiężyca na drodze jego względney mxM w czasie początku obrączki, a sm oznacza naymnieyszą środków odległość, mamy

$$sx^2 = mx^2 + ms^2.$$

Znając z obserwacyi czas trwania obrączki czyli czas na przebieżenie $2mx$, i nadto bieg względny xiężyca na jego drodze, znaydziemy mx część drogi ubieżoną w połowie trwania zaćmienia. Co się tycze ilości ms tę mieć możemy wyrażoną przez funkcyą szerokości xiężyca pozorney i pochyłości drogi jego względney do ekliptyki; szerokość zaś prawdziwa xiężyca i jey parallaxa z tablic wzięta bydź musi.

CVIII. *Z obserwacyy początku i końca zaćmienia, robionych w dwóch mieyscach których położenie jeograficzne dokładnie jest znane, wyciąga się błąd tablic co do długości, szerokości, parallaxy poziomey i średnicy pozorney xiężyca, a mając poprawione tablice dochodzi się poprawka długości jeograficzney mieysca gdzie obserwacya początku lub końca zaćmienia robioną była.*

Za pomocą obserwacyy początku i końca zaćmienia zrobionych w dwóch mieyscach, których położenie jeograficzne jest znane, można otrzymać błędy tablic co do długości, szerokości parallaxy poziomey i średnicy pozorney xiężyca. Jakoż rachuymy na początek i koniec zaćmienia odległości środków, i odmieniając o 10″ naprzód długość xiężyca, potém jego szerokość, daley parallaxę poziomą, a nareszcie średnicę pozorną, róbmy na nowo rachunek i uważaymy o ile odmiana na 10″ każdey z wymienionych ilości wzięta sama jedna, odmienia czas początku i końca zaćmienia. Wyraźmy te odmiany cząstkowe przez t, t', t'', t''', odmiany te na jednę sekundę wyrażą się przez $\frac{t}{10}$, $\frac{t'}{10}$ i t. d. Daymy, że błąd nieznany tablic w długości jest α, w szerokości β, w parallaxie γ, a w średnicy pozorney δ. Błędy co do czasu początku zaćmienia wyrażają się przez $\frac{t}{10}\alpha$, $\frac{t'}{10}\beta$, etc. Nazwawszy przez dT błąd całkowity co do początku zaćmienia, wynikający z summy wszystkich błędów, wyrażenie jego będzie

$$dT = \frac{t}{10}\alpha + \frac{t'}{10}\beta + \frac{t''}{10}\gamma + \frac{t'''}{10}\delta$$

gdzie dT jest ilością znaną jak skoro mamy obserwacyą początku zaćmienia, różnica bowiem między początkiem zaćmienia wyciągnionym z tablic i z obserwacyi, jest właśnie wartością na dT. W powyższém więc zrównaniu są tylko cztéry ilości nieznane to jest α, β, γ i δ.

Obserwacya końca zaćmienia porównana z rachunkiem da nam podobne zrównanie

$$dT = \frac{t_1}{10}\alpha + \frac{t_2}{10}\beta + \frac{t_3}{10}\gamma + \frac{t_4}{10}\delta$$

gdzie znowu też same ilości nieznane wchodzą, błędy bowiem tablic w małym przeciągu czasu zostają też same, ilości zaś t_1, t_2, t_3 i t. d. otrzymają się z rachunku wskazanego wyżey. Jeżeli więc w drugièm znanèm mieyscu były zrobione obserwacye początku i końca zaćmienia, obserwacye te porównane z rachunkiem dadzą nowe dwa zrównania, które wzięte razem z wyższèmi dwoma będą dostateczne do oznaczenia błędów tablic co do długości, szerokości, parallaxy poziomey, i średnicy xiężyca. Mając poprawione tablice możemy ich użyć do wynalezienia długości mieysc mało znanych, gdzie obserwacya zaćmienia słońca robioną była. Daymy, że mamy obserwacyą początku zaćmienia słońca w mieyscu którego długość nie jest dobrze znaną, i że czas tey obserwacyi jest T. Rachuymy na ten moment z tablic początek zaćmienia, który wypadłby tenże sam co i obserwowany, gdyby położenie południka szukanego, dobrze było znane, lecz jeżeli to położenie jest błędne, czas z rachunku wypadnie błędny i będzie $T + dT$, gdzie dT wyraża błąd w czasie początku fenomenu rachowanym z tablic i pochodzący z wziętey błędney długości i szerokości xiężyca, gdyż epoka na którą te ilości rachowane były, musiała bydź błędną z przyczyny nie dobrze znaney długości jeograficzney mieysca. Daymy, że błąd w rachubie czasu jest E, idzie o wynalezienie tey ilości. Rachuymy naprzód tak jak wyżey odmiany na dziesięć sekund długości i szerokości xiężyca, mieć będziemy zrównanie

$$(T + dT) - T = \frac{t}{10}\alpha + \frac{t'}{10}\beta$$

gdzie α i β wyrażają błędy w długości i szerokości z przyczyny błędu E. Nazwiymy biegi godzinne xiężyca w długości i szerokości przez dx i $d\lambda$; błędy α i β łatwo się wyrażą przez funkcyą E z następujących zrównań:

$$1^s : dX = E : \alpha, \quad \alpha = \frac{dX}{3600''}.E$$

$$1^s : d\lambda = E : \beta \ldots \beta = \frac{d\lambda}{3600}.E$$

Podstawując te wyrażenia za α i β w zrównaniu na dT, otrzymamy :

$$dT = \frac{t}{10}\left(\frac{dX}{3600''}\right)E + \frac{t'}{10}\left(\frac{d\lambda}{3600}\right)E$$

$$= \left(\frac{t.dX + t'd\lambda}{3600''}\right)E.$$

Ponieważ w tém zrównaniu dT dane jest przez porównanie rachunku początku zaćmienia z obserwacyą tegoż samego fenomenu, nieznaną więc jedna jest tylko ilość E, stąd łatwo jest ją oznaczyć.

$$E = \frac{3600''.dT}{t.dX + t'd\lambda}.$$

Tym sposobem otrzymujemy poprawkę w długości jeograficzney mieysca, i jak widzimy dosyć jest mieć do tego jednę tylko obserwacyą początku albo końca zaćmienia.

CIX. *Granice między któremi zaćmienia słońca i xiężyca przypaść muszą koniecznie, i drugie za któremi fenomena zaćmień są niepodobne. Period po którym zaćmienia słońca i xiężyca w tymże samym wracają porządku.*

Fenomena zaćmień słońca, jakeśmy widzieli, wyciągają długiego dosyć rachunku, żeby więc nie rachować tych nowiów kiedy zaćmienie nie przypada, wiedzieć nam potrzeba granice zaćmień, to jest odległość xiężyca w czasie nowiu od węzła w którey zaćmienie jest pewne, i znowu odległość drugą po za którą zaćmienia są niepodobne. Niech *ON* wyraża ekliptykę (fig. 75) a *CN* drogę xiężyca. Jeżeli naykrótsza odległość środków *Om* większą jest od summy promieni słońca i xiężyca powiększoney parallaxą poziomą xiężyca, zaćmienie jest nie podobne, wyrachuymy więc na tę wartość Om, odległość xiężyca od węzła wziętą na ekliptyce.

$$OC = \frac{Om}{\text{dost}\, N}$$

$$\text{wst}\, ON = \frac{\text{sty}\, OC}{\text{sty}\, N}.$$

Biorąc za Om wartość naywiększą jaka w czasie dotknięcia bydź może, to jest summę naywiększych promieni słońca i xiężyca równą 33′, powiększoną naywiększą parallaxą poziomą xiężyca wynosić mogącą 61′, a za wartość kąta N biorąc 5°.17′, wypada na łuk ON 17°.17′. Podobnie biorąc za summę promieni naymnieyszą ich wartość i naymnieyszą parallaxę poziomą xiężyca, otrzymalibyśmy granicę w którey zaćmienie koniecznie trafić się musi. Rachunek granic na zaćmienia xiężyca podobnym wynayduje się sposobem, to jest szukając odległości jego od węzła w czasie dotknięcia do cienia ziemi, i biorąc za promień xiężyca i przecięcia cienia raz ilości naywiększe drugi raz naymnieysze. Podług rachunku Delambra (T. II. k. 322 Astron.) kiedy słońce w czasie nowiu odległe jest od węzła więcey niż na 19°, nie może bydź zaćmienie słońca, jeśli ta odległość mnieysza jest od 13°½ zaćmienie jest pewne dla jakiegokolwiek mieysca powierzchni ziemskiey. Na zaćmienia xiężyca granice są mnieysze: jeśli w czasie pełni odległość między słońcem i węzłem xiężyca większa jest jak 13°.21′ zaćmienie xiężyca przypaść nie może; zaćmienie zaś jest nie wątpliwe jeśli ta odległość mnieysza jest jak 7°½.

Astronomowie starożytni postrzegli, że po upłynieniu 18 lat i 11 dni zaćmienia w tymże samym wracały porządku. Podług więc tego peryodu który chaldeyczykowie nazwali *Saros* zaćmienia mogły bydź przepowiadane. Period ten zawierający dni 6585,231 przywodzi xiężyca do tegoż samego położenia względem węzła i względem płaszczyzny łączney; albowiem w tym przeciągu czasu xiężyc zrobi obrotów co do węzła (révolution draconitique) 242,01, a obrotów synodycznych 223,00; powróciwszy więc do tego samego położenia względem płaszczyzny łączney powróci razem prawie do tegoż samego położenia względem węzła. Jeśli więc zaćmienie trafiło się pewnego dnia, tedy to zaćmienie przypadnie za dni 6585,231. Ale rachunek zaćmień podług tego peryodu nie jest pewnym, raz z przyczyny że liczba obrotów xiężyca co do węzła nie jest doskonale całką, powtóre parallaxa xiężyca mogąc bydź wcale różną, może zniszczyć mające przypaść zaćmienie na mieysce, na które podług tego peryodu rachowanem było.

CX. *Opisanie zaćmienia całkowitego w ogólności. Mieysca dla których zaćmienie obrączkowe 1820 r. było zaćmieniem środkowem.*

Zaćmienia xiężyca i słońca, szczególniey te ostatnie, były oddawna dla ludzi przedmiotem ich ciekawości, a częstokroć przyczyną bojaźni, jako zjawiska podług mniemania powszechnego, wielkim na kuli ziemskiey odmianom towarzyszące. Dzisiay ponieważ fenomena te dokładnie rachowane i przepowiadane bywają, dla tego z nich żadney wróżby ciągnąć nie można. Zaćmienia cząstkowe słońca dosyć często Astronomowie obserwują, ale zaćmienie całkowite jest fenomenem bardzo rzadkim. Podług opisania tych co ten fenomen obserwowali, światło nie ginie aż ostatni skrawek słońca zakrytym zostanie, naówczas dzień przybiera na się postać nocy, gwiazdy błyszczą na sklepieniu niebieskiem, a ciemną tarczę xiężyca otacza korona bladego srebrnego koloru światła. Swiatło to podług mniemania niektórych Astronomów od atmosfery słońca pochodzące słabsze jest daleko od światła xiężyca w czasie pełni, i nie zmnieysza blasku gwiazd w czasie zaćmienia nad poziomem świecących. Na dwie lub trzy sekundy przed wynurzeniem się brzegu słońca, brzeg xiężyca zachodni oświeca się nieco czerwonem światłem, światło to razem z koroną otaczającą xiężyc niknie za pierwszem błyśnieniem promienia słonecznego, którego blask w jedney chwili rozpędza ciemności i dzień przywraca.

Zaćmienia całkowite, które od początku ery chrześciańskiey widziane były w Europie, przypadły w następpujących latach: w 59, 100, 237, 360, 787, 840, 878, 957, 1133, 1187, 1191, 1241, 1415, 1485, 1544, 1560, 1601 grud. 24, 1699 wrześ. 23, 1706 maja 12, 1715 maja 3, 1724 maja 22. Zaćmienia 1748 lipca 25, 1764 apryla 1, i ostatnie 1820 września 7, były zaćmienia obrączkowe. W zaćmieniu roku 1820 środek cienia xiężyca wszedł na tarczę ziemi blizko bieguna północnego, i stamtąd ciągnął między wyspami Szetlandskiemi i brzegami Norwegii, wszedł na ląd stały między rzekami *Ems* i *Weser*, a przerzynając prawie w linii prostey Niemcy i Tyrol, przeszedł około München i przez ciaśninę Wenecką, skąd przez królestwo Neapolitańskie skierował się ku brzegóm Morei i Kandyi, a przeszedłszy przez Egipt porzucił powierzchnię ziemi w Arabii około ciaśniny Perskiey (*).

CXI. *Rachunek zakrycia gwiazd stałych i planet przez xiężyc, i użycie tych fenomenów do znalezienia długości jeograficzney mieysca. Uwagi w robieniu obserwacyy tego rodzaju.*

Xiężyc zasłaniać jeszcze może planety i gwiazdy stałe, co się zowie zakryciem gwiazd przez xiężyc (occultation). Rachunek tego fenomenu zupełnie jest tenże sam co i zaćmień słońca, z tą uwagą, że odległość środków słońca i xiężyca wynaydowała się przez różnicę w długości tych gwiazd i przez szerokość xiężyca, gdyż słońce nie ma szerokości, w zakryciach zaś gwiazd przez xiężyc, trzeba wziąść różnicę w szerokości między gwiazdą a środkiem xiężyca. I tak na fig. 90 *H* jest mieysce gwiazdy, *P* biegun ekliptyki, odległość gwiazdy od środka xiężyca oznacza linija *HX*. Poprowadziwszy koło *DCX* równoległe do ekliptyki, *HD* wyrazi nam różnicę między szerokością gwiazdy a xiężyca, *DX* zaś jest różnicą w długości rozmnożoną przez dostawę szerokości xiężyca. Długość i szerokość gwiazdy wynaydziemy z katalogu, długość xiężyca, jego szerokość, i parallaxę poziomą, dadzą nam tablice xię-

(*) Memoir relative to the Annular eclipse of the sun which will happen on September 7 1820 by *Francis Baily*.

życa, parallaxę zaś w długości i szerokości wyciągniemy ze znanych zrównań § 103; tym sposobem mieć będziemy HD i DX znane, a stąd otrzymamy odległość pozorną gwiazdy od środka xiężyca przez zrównanie

$$HX = \sqrt{\{DX^2 + HD^2\}}.$$

Szukając zaś kiedy ta odległość równa jest promieniowi xiężyca, otrzymamy czas dotknięcia gwiazdy czyli *zanurzenia się* (immersion); podobnym sposobem otrzymać można czas wyyścia gwiazdy z pod tarczy xiężyca, czyli czas *wynurzenia się* (emmersion). Obserwacya którególwiek z tych fenomenów daje poznać bardzo dokładnie długość jeograficzną mieysca znaną przez przybliżenie skąd inąd, *np.* z zaćmień xiężyców Jowiszowych. Jakoż w momencie zniknienia gwiazdy w punkcie g odległość jey od środka xiężyca jest znaną, równa jest bowiem promieniowi xiężyca; tablice dadzą nam szerokość xiężyca pozorną, skąd otrzymamy wartość na gC. Wynaydziemy przeto CX przez zrównanie

$$CX = \sqrt{gX^2 - gC^2}$$

gdzie ilości pod znakiem pierwiastku będące, są znane. Wartość na CX rozdzielona przez dostawę pozorney szerokości xiężyca da nam wartość na AB, wyrażającą różnicę między długością gwiazdy, a długością pozorną xiężyca. Różnica ta powiększona lub zmnieyszona parallaxą w długości, da różnicę między długością gwiazdy a długością prawdziwą xiężyca, z którey łatwo jest wyciągnąć czas kiedy gwiazda, środek xiężyca, i środek ziemi znaydowały się na témże samém kole szerokości, porównanie bowiem biegu godzinnego xiężyca w długości z różnicą prawdziwą w długości xiężyca i gwiazdy, da czas tego fenomenu. Fenomen ten, tak jak nów prawdziwy xiężyca, jest równie fenomenem jednoczesnym dla całey ziemi, równie też do wynalezienia długości jeograficzney użytym dydź może. Można czas nowiu wyciągniony z obserwacyi porównać z czasem wyciągnionym z tablic, i tym sposobem mieć różnicę długości jeograficzney co do mieysca na które tablice są ułożone. W tym ostatnim sposobie należy mieć błąd tablic w długości i szerokości; w sposobach poprzedzających dosyć błąd ten znać tylko w szerokości xiężyca. Błędy te wynaydą się z obserwacyi położenia xiężyca robioney przed czasem zakrycia lub po tym fenomenie. Jakoż obserwuymy dnia tego kiedy zakrycie gwiazd przypada, przeyście xiężyca przez południk i jego wysokość południkową, i porównaymy z jaką gwiazdą znaną. Wyciągniemy z takiey obserwacyi pozorne wznoszenie się prosto i zboczenie xiężyca a ztąd jego długość i szerokość pozorną, którą łatwo jest zamienić na prawdziwą mając parallaxę w długości i szerokości xiężyca. Porównywając tym sposobem otrzymaną prawdziwą długość i szerokość xiężyca z jego szerokością i długością wyciągnioną z tablic na czas obserwacyi, otrzymamy błąd tablic w długości i szerokości w tém mieyscu drogi xiężyca, gdzie się dnia tego znachodzi.

Zakrycia gwiazd przez xiężyc i ich wynurzenia się służą naydokładniey do oznaczenia długości mieysca, gdyż fenomena te są momentalne, i dla tego z wielką dokładnością obserwowane bydź mogą. Naypewnieysze obserwacye są z brzegu ciemnego xiężyca, i dla tego obserwacye nayważnieysze są te, które przypadają w kilka dni po nowiu lub przed nowiem kiedy mały tylko skrawek *ABC*, fig. 91, jest oświecony, naówczas gwiazda zanurzając się lub wychodząc z pod xiężyca w punkcie *g*, znayduje się w znaczney odległości od części oświeconey, a przeto z przyczyny światła xiężyca nie wiele traci na swoim własnym blasku. Swiatło popielate którém za zwyczay przed nowiem i po nowiu świeci tarcza ciemna xiężyca, przyczynia się do pewności obserwacyi, oznaczając w obserwacyi wynurzenia się brzeg xiężyca *AC*, bez tego światła niewidzialny, na którym się trafi fenomen, i gdzie przeto obserwator wzrok swóy skierować powinien; w obserwacyi zaś zanurzenia się gwiazdy za brzeg ciemny xiężyca, światło popielate brzeg ten oświecając daje poznać jak jeszcze daleko od tego brzegu gwiazda znayduje się, skąd można sądzić o chwili w jakiey się fenomen ma zdarzyć, i kiedy go przeto obserwator pilnować powinien. Za pomocą sposobów w zaćmieniu słońca wyłożonych, można oznaczyć punkt na obwodzie xiężyca gdzie gwiazda ma się pokazać. Kiedy się ma obserwować zakrycie gwiazdy i razem jey wynurzenie się, naówczas jeżeli się obserwacya robi przez lunetę zastosowaną do machiny równikowéy, należy gwiazdę zostawić blizko nici wyobrażającey równoleżnik, gwiazda ta bowiem w czasie wynurzenia się zostawać będzie w témże samém względem téy nici położeniu; łatwo więc z położenia téy nicy oznaczyć na brzegu xiężyca punkt gdzie się gwiazda pokazać powinna.

CXII. *Jak się dochodzi różnica południków z obserwacyy przeyścia xiężyca przez południki dwóch mieysc.*

Różnica południków dwóch mieysc może się jeszcze bardzo dobrze wyciągnąć z obserwacyy przeyścia xiężyca przez te południki. I tak daymy, że SX, fig. 92, wyraża południk wileński, SX' południk paryzki, łuk zaś XX' mierzący kąt XSX' jest to łuk równika między południkami zajęty, jest to właśnie różnica w długości jeograficzney mieysc, którą wynaleśdź należy. W obserwacyi przeyścia xiężyca przez południk obserwuje się brzeg tylko jeden xiężyca, gdyż brzeg drugi jest ciemny, otrzymać więc naprzód należy przeyście środka xiężyca przez południk. Promień poziomy xiężyca wyrachować można z tablic na każdy moment czasu rachowanego w Paryżu, dodając więc do niego ilość powiększenia się w miarę jego wysokości nad poziom, otrzymamy promień pozorny w czasie jego przeyścia przez południk paryzki który wyrażmy przez d. Xiężyc w biegu pozornym dziennym od wschodu na zachód ubiega 15° w jedney godzinie, bieg zaś właściwy jego we wznoszeniu się prostém od zachodu na wschód wyraźmy na jednę godzinę przez h, skąd bieg jego względny od wschodu na zachod wyrazi się przez $15^\circ - h$. Czas przeto τ, którego potrzebuje promień xiężyca do przesunienia się przez południk będzie

$$\tau = \frac{d}{15^\circ - h} \cdot 1^g = 3600'' \left(\frac{d}{15^\circ - h}\right)$$

gdzie ilości w nawiasie mają bydź wyrażone w jednychże jednościach *np.* w sekundach. Dodając czas τ do czasu przeyścia brzegu xiężyca przez południk paryzki, otrzymujemy czas przeyścia środka xiężyca przez tenże południk. Czas przeyścia środka xiężyca przez południk wileński podobnym wynaydzie się sposobem, z tą tylko uwagą, że jeśliby długość Wilna wcale znaną nie była, byłby mały błąd w użyciu tablic na rachowanie poziomey tarczy xiężyca, bobyśmy nie wiedzieli jaki jest czas odpowiadający wileńskiey obserwacyi pod południkiem na który tablice są ułożone. Ale naprzód błąd ten jest bardzo mały, powtóre jeżeli różnica południków z tego względu będzie cokolwiek niedokładną, tedy powtórzenie racnunku lub inne obserwacye tego rodzaju, w których rachunek wprowadzona będzie długość mieysca znana przez przybliżenie, dadzą wypadek ze wszelką dokładnością. Mając czas przeyścia środka xiężyca przez południk, porównaymy go z czasem przeyścia przez tenże południk gwiazdy znaney blizkiey xiężyca i jeśli można na tym samym leżącey równoleżniku. Z takowego porównania czasów wyciągniemy wznoszenie się proste xiężyca. Niech A wyraża to wznoszenie się proste xiężyca w czasie jego przeyścia przez południk wileński, A' wznoszenie się proste na czas przeyścia przez południk paryzki, $A'-A$ wyrażać będzie przybyt wznoszenia się prostego w czasie przeyścia xiężyca od południka wileńskiego do paryzkiego.

Ponieważ znamy z tablic bieg xiężyca we wznoszeniu się prostem, łatwo znaydziemy czas jakiego potrzebował xiężyc do przebieżenia od jednego południka do drugiego, nazywając bowiem ten czas przez t mamy

$$t=\frac{A'-A}{h}\cdot 1^{\text{g}}=1^{\text{g}}\,\frac{a}{h}\,\cdots\cdots\cdot(1)$$

gdzie $a=A'-A$, h oznacza przybyt wznoszenia się prostego xiężyca w przeciągu jedney godziny gwiazdowey. Szukaymy teraz jaki jest łuk XX' przebieżony przez xiężyc biegiem złożonym z biegu dziennego i biegu właściwego xiężyca, co właśnie będzie różnicą w długosci jeograficzney między Paryżem i Wilnem. Żeby xiężyc nie miał biegu własnego, tedy w godzinę gwiazdową po przeyściu przez południk znachodziłby się o $15°$ od tego południka odległy, dla biegu zaś własnego znachodzić się będzie o $15°-h$, stąd

$$1^g : 15° - h = t : \varrho$$

gdzie ϱ oznacza odległość południka na którym się xiężyc znachodzi w czasie t po przeyściu przez południk wileński, jest to więc różnica w długości jeograficzney mieysc.

$$\varrho = (15° - h)\frac{t}{1^g}$$

kładąc w tém zrównaniu za t wartość wyciągnioną ze zrównania wyższego, wypada różnica południków wyrażona przez formułę bardzo prostą.

$$\varrho = (15° - h)\frac{a}{h} \cdots\cdots (2).$$

W rachunku tym wyraziliśmy przez h bieg xiężyca w przeciągu jedney godziny gwiazdowey, tablice zaś dają ten bieg na godziny czasu średniego. Wypada więc, albo mając stosunek czasu średniego do gwiazdowego wynaleśdź wartość na h czyli bieg w czasie godziny gwiazdowéy, i naówczas zrównania wyżey wywiedzione służą do wynalezienia różnicy w długości jeograficzney; albo też można przyyść do zrównań dających tę różnicę wprost przez bieg godzinny xiężyca w czasie średnim. Jakoż nazywając przez H bieg godzinny xiężyca wzięty z tablic, a przez T czas średni potrzebny na zrobienie we wznoszeniu się prostém ilości a, mieć będziemy podobnie jak wyżey

$$T = \frac{a \cdot 1^g}{H}.$$

Nadto bieg wirowy ziemi w godzinie średniey jest $15° + n$, gdzie $n = 2'.27'',8$, bieg więc względny xiężyca w godzinie średniey wyrazi się przez

$$15° + n - H.$$

Stąd podobnie jak wyżey mieć będziemy różnicę południków wyrażoną przez następujące zrównanie

$$\varepsilon = a\left(\frac{15^\circ + n - H}{H}\right)$$

Jeżeli rachunek wykonywa się nie z tablic ale ze zwyczaynych kalendarzów Astronomicznych (connoissance des tems) gdzie położenie xiężyca dane jest na czas prawdziwego południa i prawdziwéy północy, naówczas bieg xiężyca we wznoszeniu się prostém w godzinach prawdziwych wyrażać należy. Dla objaśnienia tego rachunku weźmy za przykład rachunek różnicy w długości Królewca i Gettyngi, wynalezioney przez Bessela z obserwacyy w tych mieyscach robionych.

Przechód przez południk gwiazd i xiężyca.

	w Królewcu	*w Getyndze.*
54. Lwa	10ᵍ. 2'. 29",79	10ᵍ. 2'. 10",11
7—8. wielkości	6'. 6,37	5. 46,56
8. — —	17. 36,79	17. 17,11
1szy brzeg ☽	10. 4",32	11. 4,57

Stąd się wyciągnie różnica w odległości xiężyca od gwiazd obserwowanéy w obu obserwatoryach.

Królewiec	*Getynga*	*różnica*
+ 7'. 34",53	+ 8'. 54",46	79",93
+ 3. 57,95	+ 5. 18,01	80,06
— 7. 32,47	— 6. 12,54	79,93
	Różnica śred. =	79",973

To jednak nie jest różnicą dokładną we wznoszeniu się prostém w czasie przeyścia środka xiężyca przez południki, gdyż czas przesuwania się tarczy xiężyca przez południk odmienia się w czasie przeyścia od południka królewieckiego do gettyngskiego, i w tem ostatniém mieyscu krótszym jest o 0",035 jak to w Efemerydach Berlińskich widzieć można. Stąd za prawdziwą różnicę wznoszeń prostych xiężyca wziąść wypada 79",94. Oznaczmy przez t i t'

czas gwiazdowy przeyścia środka xiężyca przez południk królewiecki i gettyngski, przez m i m' odległość tych południków od Paryża. Nadto wyraźmy przez $AR.\odot$ wznoszenie się proste słońca w czasie przeyścia jego przez południk paryzki, a przez $\delta\odot$ odmianę we wznoszeniu się prostém w czasie, w przeciągu dnia prawdziwego zrobioną. Mieć będziemy czas prawdziwy rachowany w Paryżu w czasie przeyścia środka xiężyca przez południk królewiecki wyrażony przez

$$t-m-AR.\odot-\frac{\delta\odot\,(t-m)}{24^g+\delta\odot}$$

gdyż

$$24^g+\delta\odot:\delta\odot=t-m:\frac{(t-m)\,\delta\odot}{24^g+\delta\odot}.$$

Czyli czas pr. w Paryżu $=(t-m)\dfrac{24}{24+\delta\odot}-AR.\odot.$

Podobnie czas prawdziwy w Paryżu w czasie obserwacyi w Gettyndze wyrazi się przez

$$(t'-m')\frac{24}{24+\delta\odot}-AR.\odot.$$

Różnica wynalezionych tu czasów będzie to różnica prawdziwego czasu rachowanego w Paryżu w czasie obserwacyy w Królewcu i Gettyndze, i wyrazi się przez

$$(t'-t+m-m')\frac{24}{24+\delta\odot}.$$

Wyrachuymy teraz z Efemeryd Paryzkich na czas środkujący między dwiema obserwacyami dwónastogodzinny bieg xiężyca we wznoszeniu się prostém, i nazwiymy go przez $\delta\,☽$, bieg w czasie $(t'-t+m-m')\dfrac{24}{24+\delta\odot}$ wyrazi się przez

$$(t'-t+m-m')\frac{24}{24+\delta\odot}\cdot\frac{\delta\,☽}{43200}.$$

Jest to różnica wznoszenia się prostego xiężyca rachowanego na czas dwóch obserwacyy w Królewcu i Gettyndze. Lecz że ta różnica jest jak wiemy

$$15''(79,94) = 15(t'-t), \quad \text{więc}$$

$$15''(t'-t) = (t'-t+m-m')\frac{24}{24+\delta\odot}\cdot\frac{\delta\odot}{43200}.$$

Stąd

$$\varrho = m - m' = \left\{\frac{24+\delta\odot}{24}\cdot\frac{64800}{\delta☽} - 1\right\}(t'-t) \ldots\ldots (\alpha).$$

To jest zrównanie podług którego Bessel rachował różnicę w długości Królewca i Gettyngi. W przykładzie tu przytoczonym

Cz. gw. w Król. $t = 10^g.\ 9'.\ 33'',0.$	w Gett. $t' =$	$10^g.\ 10'.\ 53''.$
Różnica południków 1. 12. 37''.0.	....	30'. 25.
Czas paryzki .... 8. 56'. 56''	....	9. 40. 28.
Wschod. odl. ⊙ od ♈ 21. 58. 44	....	21. 58. 37.
Czas praw. w Paryżu $6^g.\ 55'.\ 40''$	....	$7^g.\ 39'.\ 5''.$

Czas środkujący między obserwacyami $7^g.\ 17'.\ 22'',5$. Wyciągniona na ten czas dwónastogodzinna odmiana wznoszenia się prostego xiężyca jest

$$\delta☽ = 5^\circ.31'.\ 9'',32 = 19869'',32$$

$$\delta\odot = \quad 3'.44'',6$$

$$l.\frac{24+\delta\odot}{24} \ldots\ 0,00113$$

$$l.64800 \ldots\ldots\ 5,81158$$

$$\text{dopeł. } l.\delta☽ \ldots\ldots\ldots\ldots\ 5,70181$$

$$lk = 1,51452$$

$$l.(k-1) = 1,50103$$

$$l.(t'-t) = l(79'',94) = 1,90276$$

$$l(m-m') = 3,40379$$

$$m - m' = \varrho = 42'.13'',88.$$

Gdybyśmy chcieli rozwiązać zadanie podług zrównania pierwiey otrzymanego to jest

$$\varsigma = \frac{a}{H}\{15^{\circ} + m - H\}$$

które co do kształtu rzeczywiście nie różni się od zrównania (α), naówczas za H wzięlibyśmy odmianę wznoszenia się prostego xiężyca w przeciągu jedney godziny średniey. W dniu obserwacyi dwanaście godzin średnich zamykają w sobie $12^{g} + 6''$ prawdziwych, więc jeżeli weźmiemy tak jak wyżey dwunastogodzinny bieg xiężyca we wznoszeniu się prostém równy $19869'',32$ tedy bieg ten w dwunastu godzinach średnich będzie $19872''$, gdyż w przeciągu $6''$ xiężyc robi we wznoszeniu się prostém $2'',7$. Stąd

$$H = \frac{19872''}{12} = 1656''$$

$$\varsigma = 79'',94 \left\{\frac{15^{\circ}.2'.27'',8 - 1656''}{1656''}\right\}$$

$$\varsigma = 42'.13'',83.$$

wypadek zupełnie tenże sam jakiśmy przez zrównanie (α) otrzymali.

Sposób tu wyłożony ma wielkie nad innemi korzyści, bo naprzód, niezależny jest od znajomości dokładney czasu bezwzględnego obserwacyi, idzie bowiem tylko o różnicę przeyścia przez południk xiężyca i gwiazdy; powtóre parallaxa xiężyca tu nie wchodzi, stąd niepotrzebna nam jest wiadomość figury ziemi; potrzecie sposób ten jest jeszcze niezależny od tablic xiężyca, bo nie potrzebujemy bezwzględnego mieysca tey gwiazdy. Nakoniec rodzay obserwacyy jest dokładny, a ich rachunek prosty i łatwy.

ROZDZIAŁ XVIII.

Przeyście planet niższych przez tarczę słońca.

CXIII. *Peryody w których przypadają przeyścia Wenusa przez tarczę słońca.*

Przeyścia Merkuryusza i Wenusa przez tarczę słońca są fenomena zupełnie tego samego rodzaju co zaćmienia słońca przez xiężyc, ale z przyczyny, że średnice pozorne Wenusa i Merkuryusza są bardzo małe, a ich obroty około słońca daleko dłuższe od obrotu xiężyca około ziemi, zaćmienia słońca przez te planety rzadziey się nierównie trafiać muszą niżeli zaćmienia słońca przez xiężyc. Obrot Wenusa gwiazdowy wynosi dni 224,7, obrot zaś synodyczny blisko 584 dni; w przeciągu więc roku i 219 dni Wenus powraca do złączenia niższego, ale jeżeli w czasie złączenia poprzedzającego był w węźle, tedy w następującém złączeniu już w nim bydź nie może, gdyż w tym przeciągu czasu ziemia zrobiła obrot cały więcey 216°, po każdym więc obrocie synodycznym Wenusa długość tego planety i długość ziemi powiększają się o 216°. Po pięciu obrotach synodycznych długości te powiększają się o $5.216^\circ = 1080^\circ = 3.360^\circ$, czyli o trzy obwody, a zatém Ziemia i Wenus po pięciu obrotach synodycznych powracając do złączenia powracają prawie do tego samego punktu nieba, a zatém i do tego samego prawie położenia względem węzła, gdyż położenie węzła Wenusa w przeciągu pięciu obrotów synodycznych nie wiele się bardzo odmieni; odmiana bowiem wiekowa położenia tych węzłów wynosi tylko 1879″,8. Nadto ponieważ pięć obrotów synodycznych Wenusa wynosi lat ośm, wypada więc, że złączenie Wenusa w lat ośm przypada prawie na tenże sam dzień roku. Jeśli więc którego roku Wenus w czasie złączenia znaydował się w węzle, a zatém przechodził przez tarczę słońca, w lat ośm podobnego fenomenu spodziewać się należy. Fenomena te jednak nie przypadają zawsze co lat ośm, gdyż powrót do węzła i razem do złączenia nie wykonywa się dokładnie w tymże samym przeciągu czasu, rachunek bowiem wyżey położony jest tylko rachunkiem przybliżonym do prawdy. Owszem jeżeli dwa następne przeyścia trafiły się w lat ośm, trzecie pewnie w lat ośm nie przypadnie, gdyż szerokość Wenusa odmienna jest w następnych co lat ośm złączeniach, i odmiana ta w przeciągu lat ośmiu może wynosić 20 lub 24 minut, a zatem w przeciągu lat 16 odmiana ta naymniey 40′ wyniesie, co znacznie średnicę pozorną słońca przewyższa. Oprócz peryodu lat ośmiu są inne z któremi przeyścia Wenusa powracać zwykły. Peryody te są 105, 113, albo 121 lat, to jest 113 i 113 ± 8. Wszakże powroty fenomenu z upłynieniem peryodów nie są doskonale pewne i rachunek ściśleyszy powinien bydź użytym dla przekonania się azali rzeczywiście fenomen przypadnie. Przeyścia Wenusa trafiają się zawsze w grudniu tylko lub w czerwcu n. s., to jest wtenczas kiedy słońce ma 75 lub 255 stopni w długości, gdyż takie właśnie w tym wieku są długości węzłów Wenusa. W czasie tego fenomenu Wenus pokazuje się na słońcu w postaci małey okrągłey plamy którey średnica blisko jednę minutę wynosi. Plama ta posuwając się od wschodu na zachod po tarczy słońca opisuje większą lub mnieyszą cięciwę a stąd dłużey lub krócey bawi na tarczy słońca, podług tego jaka jest szerokość Wenusa w czasie tego fenomenu. Naydłuższe trwanie przeyścia wypadające wtenczas kiedy planeta przechodzi przez środek słońca, wynosi siedm godzin i 52 albo 54 minuty, podług tego jak się ten fenomen trafia zimą lub latem.

CXIV. *Jak się rachuje przeyście Wenusa przez tarczę słońca. Odmiana fenomenu na różne mieysca wynikająca z parallaxy słońca i Wenusa.*

Sposoby rachowania przeyścia Wenusa przez tarczę słońca są zupełnie też same jakich używaliśmy do rachowania zaćmień słonecznych; to jest należy szukać odległości środków słońca i Wenusa, która w czasie zetknięcia się tych dwóch gwiazd równa jest summie ich promieni; szukać więc wypada tych odległości na kilka momentów blizkich fenomenu, albo można wyciągnąć zrównanie między tą odległością a czasem oddzielającym moment złączenia od momentu, kiedy odległość środków jest daney wielkości. I tak daymy, że *SO* (fig. 93) wyraża ekliptykę, *AW* drogę względną Wenusa, punkt *A* jest mieyscem planety w czasie złączenia. Odległość środków *SW* na jakikolwiek moment może się wynaleśdź z troykąta *SWM* przez funkcyą czasu jakiego Wenus potrzebuje do przyyścia do złączenia. Jakoż wyraźmy przez τ dodatne czas upłyniony po złączeniu, przez τ odjemne rozumieć będziemy czas jakiego potrzebuje Wenus do przyyścia do złączenia z mieysca w którém jest uważany. Niech m oznacza bieg godzinny Wenusa w długości środoziemney, a n bieg godzinny w szerokości środoziemney, gdzie n jest dodatne lub odjemne, podług tego jak Wenus zbliża się lub oddala się od bieguna północnego ekliptyki. *MW* jest to szerokość planety w czasie złączenia powiększona ilością $n\tau$, to jest przybytem w szerokości w przeciągu czasu τ; *SM* wyraża ilość w tymże samym czasie biegu względnego na ekliptyce która się wyrazi przez $(m+m')\tau$, oznaczając przez m' bieg godzinny w długości słońca, który jest w stronę przeciwną biegowi środoziemnemu Wenusa, jako biegowi w tem położeniu wstecznemu.

$$SW^2 = SM^2 + MW^2$$

$$= (m+m')^2\tau^2 + (\lambda + n\tau)^2 = K^2$$

gdzie λ oznacza szerokość środoziemną Wenusa w czasie złączenia; znak ilości λ jest dodatny jeżeli szerokość jest północna i przeciwnie. Z tego zrównania sposobem wyłożonym pod liczbą 95 łatwo się otrzymuje wyrażenie na τ

$$\tau = -\frac{\lambda \,\text{wst}^2 N \pm \text{wst}\, N \sqrt{K^2 - \lambda^2 \,\text{dost}^2 N}}{n} \ldots\ldots (\delta).$$

Wyrażenie zupełnie podobne jakieśmy w rachunku zaćmień xiężyca otrzymali, z tą jedną różnicą, że wartość na N wyraża się tu przez

$$\mathrm{sty}\, N = \frac{n}{-(m+m')}.$$

Kładąc znak — w mianowniku dla oznaczenia biegu wstecznego, bośmy postępujący wyrazili przez znak dodatny. Wszakże można wziąść znak dodatny przy $(m+m')$, gdyż położenie drogi względney Wenusa względem ekliptyki przez znak sty N oznaczone, łatwo się jeszcze może oznaczyć z szerokości Wenusa w czasie nowiu, i z kierunku biegu w szerokości.

Zrównanie (δ) daje nam związek między odległością środków K, a czasem oddzielającym moment kiedy odległość dana ma mieysce, od czasu złączenia. Wyrażając więc czas złączenia przez T, otrzymamy czas w którym odległość środków jest żądana, wyrażony przez $T \pm \tau$ podług znaku jaki z rozwiązania formuły (δ) na τ wypadnie. Podstawując w zrównaniu (δ) za K summę promieni słońca i Wenusa, otrzymamy dwie wartości na τ, co nam da czas początku i końca fenomenu. Połowa trwania dodana do czasu początku lub odciągniona od czasu końca, oznaczy czas środka zaćmienia. Mając ten czas wiadomy, znamy tém samém jak daleko fenomen ten przypada przed złączeniem lub po złączeniu, znamy przeto czas τ odpowiadający środkowi zaćmienia; kładąc więc tę wartość na τ w zrównaniu (δ) możemy z niego wyciągnąć na ten moment K, to jest naymnieyszą odległość środków słońca i planety. Wreszcie wiemy skąd inąd, że się ta odległość wyraża przez $\lambda \,\mathrm{dost}\, N$, co też i ze zrównania (δ) wypada, wartość bowiem na τ pojedyńczą bydź musi, a stąd

$$\sqrt{K^2 - \lambda^2 \,\mathrm{dost}^2 N} = 0$$

co daje

$$K = \lambda \,\mathrm{dost}\, N.$$

Tym sposobem rachunek zrobiony służyć będzie na środek ziemi, lecz że parallaxa słonca i Wenusa jest bardzo mała, postać tego fenomenu, oraz czas jego początku i konca, będą też same dla wszystkich mieysc gdzie tylko słońce widzianém będzie. Chcąc zaś z większą dokładnością wyrachować fenomen przeyścia Wenusa na pewne jakie mieysce, postąpilibyśmy sposobem tym samym co i w zaćmieniach słońca, szukając *np.* długości i szerokości pozorney Wenusa i słońca, a stąd odległości pozorney środków z którey czas początku lub końca fenomenu znajomym wyciąga się sposobem.

Obserwacya przeyścia Wenusa przez tarczę słońca, robiona w różnych odległych od siebie mieyscach, jest jednym z naylepszych sposobów otrzymania dokładnie parallaxy słońca, a stąd wynalezienia odległości tey gwiazdy od ziemi, służącey jakeśmy widzieli za miarę porównania odległości od słońca wszystkich ciał niebieskich około tey gwiazdy bieg swóy odbywających. Widzieliśmy, że dla znalezienia parallaxy Marsa albo xiężyca, formowaliśmy troykąt, którego podstawą jest cięciwa kuli zielskiey, a wierzchołkiem planeta którego parallaxy szukamy. Podobnego sposobu moglibyśmy użyć na słońce i na inne planety, ale wypadki takowego postępowania tym się bardziey oddalają od prawdy, im szukana parallaxa jest mnieyszą; w mierzeniu bowiem kątów wchodzących do tego rachunku błąd dwóch lub trzech sekund popełniony, o też samę ilość błędną uczynić może parallaxę, co w szukaniu parallaxy xiężyca która blisko jeden stopień wynosi, jest rzeczą małą, ale w parallaxie słońca która nie wynosi dziewięciu sekund, błąd trzech sekund uczyniłby tę parallaxę, a stąd i odległość słońca od ziemi nie pewną o jednę trzecią część rzeczywistey jey wartości. Zamiast więc mierzenia tych kątów wypadało szukać fenomenów, któreby zależąc od parallaxy słońca z większą dokładnością mierzone bydź mogły, i z którychby tę parallaxę przez rachunek otrzymać można było. Takim fenomenem jest właśnie czas przeyścia Wenusa przez tarczę słońca obserwowany na różnych mieyscach. Jakoż wyobraźmy sobie ziemię w punkcie *Z* (fig. 91) słońce w punkcie *S*, planetę w punkcie *W*. Z przyczyny acz nie wielkiey parallaxy słońca i Wenusa mieszkańcy ziemi widzą planetę w różnych od środka słońca odległościach, i tak: ze środka ziemi cięciwa słońca po którey idzie planeta jest *FbG*, cięciwa ta dla mieszkańca będącego w punkcie *M* leży bliżey środka, przeciwnie dla mieszkańca *O* cięciwa ta jest krótszą, gdyż bardziey od środka słońca jest oddalona. Czas więc użyty na opisanie tych cięciw jest różny, i skutek ten jak widzimy pochodzi jedynie z parallaxy Wenusa i słońca. Nadto różnica ta może bydź bardzo znaczną, gdyż jedna sekunda parallaxy względney Wenusa i słońca uczynić może o kilkadziesiąt sekund trwanie fenomenu dłuższém lub krótszém dla jakiego mieszkańca jak dla środka ziemi. Skutek ten można podwoić porównywając z sobą obserwacye robione na obu półkulach w mieyscach leżących z różnych stron równoleżnika, na którym się słońce znachodzi, jeśli bowiem cięciwa którą opisuje Wenus na tarczy słońca, zbliży się przez parallaxę do środka słońca, i przez to stanie się dłuższą dla mieszkańców leżących ze strony półnoeney równoleżnika słonecznego, tedy mieszkańcy leżący ze strony południowey widzieć będą tę cięciwę posunioną w stronę przeciwną, a zatém oddaloną od środka słońca. Błędy więc kilku sekund popełnione w obserwacyi czasu początku lub końca fenomenu na dziesiąte tylko części sekundy w parallaxie względney słońca i Wenusa wpływ mieć mogą; i to jest właśnie co fenomen przeyścia Wenusa przez tarczę słońca robi fenomenem ważnym w dochodzeniu parallaxy słońca, z którey potém parallaxy wszystkich planet łatwo się wyciągają, gdyż stosunek odległości słońca i planet od ziemi jest nam znajomy z tablic, które jak wiemy mogą bydź ułożone, chociaż bezwzględna od słońca odległość ziemi i planet innych nie jest znajoma. Wyłożyć nam teraz wypada rachunek podług którego z obserwacyi przeyścia Wenusa przez słońce, parallaxę względną tych gwiazd a stąd potém parallaxę każdéy z nich właściwą wyprowadzić można.

CXV. *Wyciąga się zrównanie dające różnicę parallax poziomych słońca i Wenusa wyrażoną przez różnice w trwaniu przeyścia Wenusa przez tarczę słońca obserwowanem na różnych mieyscach.*

Wyraźmy przez T' czas złączenia prawdziwego, a przez $T'-T$ czas dotknięcia brzegów słońca i Wenusa, rachowany na pewnym południku znanym, *np.* na południku paryzkim. Czas ten z przyczyny parallaxy różny jest dla różnych punktów powierzchni ziemi. Wyraźmy przez $(T+t)$ czas upłyniony między złączeniem prawdziwém a dotknięciem w Wilnie, rachując zawsze ten czas podług południka paryzkiego. Czas więc dotknięcia brzegów w Wilnie rachowany na zegarze paryzkim będzie

$$T'-(T+t).$$

Nazwiymy jeszcze na czas $T'-T$

Długość środoziemną Wenusa przez	l
jego szerokość	λ
Parallaxę poziomą	π
Bieg godzinny w długości środoziem. . .	m
Bieg godz. w szerokości	n
Długość słońca środoziemną	l'
Parallaxę poziomą ⊙	π'
Bieg godzinny w długości	m'.

Znając parallaxę poziomą ciała niebieskiego mieć możemy parallaxę w długości i szerokości. W naszym rachunku naywygodnieysze zrownania są te, w których parallaxa pozioma jest spólnym mnożnikiem, zrównania te łatwo się bardzo otrzymują ze zrownań na parallaxę wznoszenia się prostego i zboczenia, któreśmy w § 58 otrzymali, a które są

$$da=\frac{\pi \operatorname{dost} H \operatorname{wst} P}{\operatorname{wst} \Delta} \ldots\ldots (h)$$

$$d\Delta=\pi(\operatorname{wst}\Delta \operatorname{wst} H-\operatorname{dost}\Delta \operatorname{dost} H \operatorname{dost} P) \ldots\ldots (k).$$

Jakož dosyć jest w troykątach ZPG i ZPG' (fig. c) z których powyższe wyciągnęliśmy zrównania, uważać zamiast bieguna świata P, biegun ekliptyki, naówczas kąt ZPG czyli P wyrażać będzie różnicę między długością zenit, którą nazwiymy przez D, a długością gwiazdy którą wyrażmy przez d. Związki między bokami i kątami troykątów ZPG i ZPG' będą zachodzić też same jakie nas przyprowadziły do zrównań (h) i (k); zamiast więc przechodzenia przez te związki dla otrzymania parallaxy w szerokości, dosyć jest wprowadzić w zrównania (h) i (k) odmiany, jakie w ilościach zachodzą z téy przyczyny, że zamiast bieguna równika uważamy biegun ekliptyki: oczywista bowiem rzecz, że co się tycze kształtu zrównań, ten zupełnie tenże sam zostanie. Nazywając więc przez s szerokość zenit czyli odległość jego od ekliptyki, a przez λ szerokość gwiazdy, i wprowadzając te ilości na mieyscu odpowiadających im w zrównaniach (h) i (k), łatwo otrzymamy żądane zrównania na parallaxę w długości i szerokości.

$$dl = (l' - l) = \frac{\pi \operatorname{dost} s \operatorname{wst}(L - l)}{\operatorname{dost} \lambda} \dots\dots (h')$$

$$d\lambda = (\lambda' - \lambda) = \pi \{\operatorname{dost}\lambda \operatorname{wst} s - \operatorname{wst}\lambda \operatorname{dost} s \operatorname{dost}(L - l)\} \dots (k').$$

Otrzymaliśmy więc wzory gdzie parallaxa długości i szerokości wyraża się przez parallaxę poziomą, rozmnożoną przez funkcyą długości i szerokości prawdziwey, które to ilości na czas przeyścia Wenusa przez tarczę słońca są też same dla słońca i dla planety, dla tego mnożniki parallaxy poziomey w szukaniu parallaxy w długości i szerokości, będą też same dla słońca i dla planety; oznaczając te mnożniki przez a i b wyrazimy parallaxę słońca w długości przez $\pi' a$, w szerokości przez πb; parallaxa zaś Wenusa w długości i w szerokości wyrazi się przez πa i πb. Długość więc pozorna Wenusa na czas $T + t$ będzie . . . . $l + mt - \pi a$

Szerokość pozorna Wenusa . . . $\lambda + nt - \pi b$

Długość pozorna słońca . . . . . $l' + m't - \pi' a$

Szerokość pozorna słońca . . . . $0^\circ - \pi' b$.

Uważając odległość pozorną środków SV jako przeciw prostokątną w troykącie SWM (fig. 95), gdzie MW wyraża różnicę w szerokości pozorney słońca i Wenusa, a SM różnicę w długości tychże gwiazd, mieć będziemy

$$SW^2 = K^2 = \{(l + mt - \pi a) - (l' + m't - \pi' a)\}^2$$
$$+ (\lambda + nt - \pi b + \pi' b)^2$$

K jest odległością środków Wenusa i słońca, równą w czasie dotknięcia, summie promieni tych gwiazd

$$K^2 = \{(l - l') + t(m - m') - (\pi - \pi')a\}^2 + \{\lambda + nt - b(\pi - \pi')\}^2 =$$
$$= \{(l - l') + t(m - m') - pa\}^2 + \{\lambda + nt - bp\}^2 \ldots\ldots\ldots (\gamma)$$

gdzie p oznacza parallaxę względną $\pi - \pi'$.

Z tego zrównania można wyciągnąć t, a stąd mieć $T + t$, to jest czas dotknięcia dla pewnego mieysca brzegów słońca i Wenusa rachowany w Paryżu. Jeśli długość tego mieysca jest znana, łatwo jest mieć czas tego fenomenu rachowany w mieyscu gdzie ma bydź obserwowany. Jakoż wyrażając długość Wilna rachowaną ku wschodowi od Paryża przez D, czas dotknięcia w tém mieyscu wyrazi się przez

$$T' + D(T + t).$$

Dla wyciągnienia wartości na t, ze zrównania (γ) dosyć jest rozwiązać je przez przybliżenie; to jest ponieważ parallaxa Wenusa i słońca jest bardzo mała, równie jak i czas t, którego wielkość jedynie od wielkosci parallaxy zawisła, a zatém tegoż samego jest porządku co do wielkości; możemy więc w rozwinieniu wyrazów zrównania opuścić mnogości i potęgi drugie wymienionych ilości małych, tym sposobem zrównanie (γ) zamieni się na następujące

$$K^2 = (l - l')^2 + 2(l - l')(m - m')t - 2(l - l')pa$$
$$- 2t(m - m')pa + \lambda^2 + 2\lambda nt - 2\lambda bp.$$

Jest to wyrażenie na odległość pozorną środków słońca i Wenusa na pewne mieysce, która w czasie dotknięcia jak wiemy równa jest summie promieni słońca i planety. Lecz że ilości l, l', i λ są wyciągnione na moment dotknięcia dla środka ziemi, stąd

$$K^2=(l-l')^2+\lambda^2$$

podstawując tę wartość za K^2 w zrównaniu poprzedzającém otrzymujemy

$$o=t\{(l-l')(m-m')+\lambda n\}+(l-l')pa-\lambda pb$$

$$t=\frac{-(l-l')pa+\lambda pb}{(l-l')(m-m')+\lambda n}.$$

Nazywając przez θ czas pierwszego dotknięcia w Wilnie, wyrażenie na ten czas będzie

$$\theta=T'+D-(T+t)$$

$$\theta=T'+D-T-\frac{(l-l')pa+\lambda pb}{(l-l')(m-m')+\lambda n}$$

czyniąc

$$\frac{(l-l')a+\lambda b}{(l-l')(m-m')+\lambda n}=A$$

wypada

$$\theta=T'+D-T-Ap.$$

Zrównanie to zawiéra związek między czasem obserwacyi, długością mieysca i parallaxą względną p, gdyby więc tablice słońca i Wenusa i ich średnice pozorne były doskonale znane i długość mieysca znajoma, moglibyśmy z jedney obserwacyi dotknięcia brzegów słońca i Wenusa wynaleśdź parallaxę względną p. Ale w szukaniu tak małey ilości błędy tablic jakkolwiek małe stają się wielkiemi, tak że w ogólności zrównanie to zawiera związek między błędami tablic w szerokości, i w różnicy długości słońca i planety, między parallaxą względną p, błędami wielkości pozornych słońca i Wenusa, i błędem długości jeograficzney mieysca na które obserwacya robioną była. Co się tycze długości mieysca możemy się od dokładney jey znajomości uczynić niezależnemi, obserwując czas ostatniego dotknięcia brzegów słońca i Wenusa. Wyraźmy ten czas przez θ'

$$\theta'=T'+D+(T_1+t')=T'+D+T_1+\frac{\{(l_1-l'_1)a'+\lambda_1 b'\}p}{(l_1-l'_1)(m_1-m'_1)+\lambda_1 n_1}$$

Nazywając mnożnika ilości p przez A' otrzymamy

$$\theta'=T'+D+T_1+A'p$$

Czas trwania fenomenu wyrazi się przez

$$\theta'-\theta=T_1+T+(A+A')p.$$

Daymy teraz że w drugiém mieyscu podobnież obserwowano i rachowano trwanie fenomenu, i że czas ten wyraża się przez

$$\tau'-\tau=T_1+T+(B+B')p$$

Wzięlismy w tém zrównaniu T_1 i T to samo co w zrównaniu pierwszém, gdyż T_1 oznacza przeciąg czasu między złączeniem a końcem zaćmienia, T wyraża przeciąg czasu między złączeniem a początkiem zaćmienia, uważażając te fenomena dla środka ziemi. Przeciągi więc te czasów czyli ilości T_1 i T w obu zrównaniach będą też same. Biorąc różnicę trwania fenomenu w dwóch mieyscach obserwowanego wypada

$$(\theta'-\theta)-(\tau'-\tau)=\{(A+A')-(B+B')\}p$$

$$p=\frac{(\theta'-\theta)-(\tau'-\tau)}{(A+A')-(B+B')}\cdots\cdots\cdot(\varphi)$$

Otrzymujemy więc różnicę parallax poziomych słońca i Wenusa wyrażoną przez ułamek w którym licznik otrzymuje się z obserwacyi, a mianownik z rachunku. Zastanówmy się teraz nad ilościami wchodzącemi do mianownika i staraymy się poznać, azali rachunek tych ilości może bydź dokładnie zrobionym. Każda z ilości A, A', B, B' jest jak wiemy tego kształtu

$$A=\frac{(l-l')a+\lambda b}{(l-l')(m-m')+\lambda n}.$$

W otrzymywaniu z tego wyrażenia wartości na A wchodzi błąd tablic w długości i szerokości, który wyrażmy przez α, błąd podobny wchodzi także w wyrażenie na A' należącem do drugiego dotknięcia, który może bydź nieco różnym od pierwszego, a przeto wyrażmy go przez α'. Ilość więc $(A+A')$ może z tego względu bydź błędną o ilość $(\alpha-\alpha')$. Lecz ponieważ do wyrażenia na B wchodzą też same prawie ilości rachowane z tablic jakie wchodzą na wyrażenie A, gdyż te ilości są rachowane także na początek zaćmienia, który wprawdzie różny jest nieco w drugiém mieyscu, ale różnica tak mała czasu nie może wpłynąć na odmianę błędów tablic, wypada więc, że błąd ilości B jest tenże sam co ilości A. Dla téyże saméy przyczyny błąd wyrażenia A' jest jenże sam co B'. Błędy więc tablic w wyrażeniu $(A+A')-(B-B')$ zniszczą się i mianownik zostaje zupełnie od nich wolnym. Co się tycze długości mieysc w których obserwacye są robione, te jak widzimy, wyraźnie w zrównanie nie wchodzą; wchodzą jednak do wynalezienia wartości na współczynniki A, A', B, B'. Do wyrażeń bowiem na te ilości wchodzi długość i szerokość zenit, których znajomość jak wiemy (z § 103) od wznoszenia się prostego i zboczenia zenit zawisły. Zboczenie zenit jest to szerokość jeograficzna mieysca, wznoszenie się zaś proste zenit jest to wznoszenie się proste słońca, powiększone albo zmnieyszone kątem godzinnym, licząc kąt godzinny od południka do 180° w jednę i drugą stronę, to jest ku wschodowi i zachodowi. Kąt godzinny daje obserwacya fenomenu, byleby zegar do południka mieysca dobrze był urządzony, czas bowiem ten zamieniony na czas prawdziwy, oznacza kąt godzinny słońca albo jego dopełnienie do 12^s. Do znalezienia zaś wznoszenia się prostego słońca potrzeba użyć tablic, z których na moment obserwacyi ilość się ta wyciąga. Wypada więc jak widzimy potrzeba ze znanego czasu fenomenu w mieyscu obserwacyi, wyciągnąć odpowiadający czas na południku, na który tablice są zrobione, a stąd potrzeba znajomości położenia tego południka względem południka mieysca, czyli znajomości długości jeograficzney mieysca. Lecz że dotknięcia brzegów słońca i Wenusa rachowane na środek ziemi i na różne punkta powierzchni ziemskiey, różnią się bardzo mało co do czasu z przyczyny małéy bardzo parallaxy względnéy tych planet, możemy więc wznoszenie się proste słońca rachować na moment dotknięcia rachowany na środek ziemi; bieg słońca w téy różnicy co do czasu zrobi małą tylko liczbę sekund we wznoszeniu się prostém, która błędu w rachunku parallaxy długości i szerokości nie zrobi. Jakoż błąd ten w ilościach A, A' i t. d: jest tegoż samego stopnia wielkości co i parallaxa szukana, ponieważ z niey właśnie wypływa; możemy więc uważać, że mianownik wyrażenia na p błędny jest o ilość bardzo małą E, przenieśmy na drugą stronę ten mianownik a tym sposobem będzie mnożonym przez p, gdzie ilość E mnożona przez p, podług stopnia przybliżenia z jakim rachunek robimy, opuszczoną bydź powinna. Widzimy więc, że znajomość długości mieysc gdzie się obserwacye robią wcale nie jest potrzebną. Nadto długość ta jest zawsze mniey więcey znaną, a mała w niey niepewność wcale na dokładność wypadku nie wpływa. Znajomość przeto parallaxy względney zupełnie jak widzimy zależy od dokładności obserwacyi, z tą uwagą, że błąd kilku sekund popełniony co do czasu trwania zaćmienia, na dziesiętne tylko części sekundy parallaxy względney wpływ mieć może.

Mając parallaxę względną czyli różnicę parallax słońca i Wenusa, i oprócz tego stosunek tychże parallax ze stosunku odległości ziemi i Wenusa od słońca, mamy dwa zrównania z których obie nieznane, to jest parallaxę słońca i parallaxę Wenusa, łatwo wyciągnąć można.

CXVI. *Zastosowanie zrównania dającego różnicę parallax słońca i Wenusa do obserwacyy przeyścia Wenusa w roku 1769 robionych; skąd się wyciąga parallaxa pozioma słońca na moment obserwacyi, potém parallaxa pozioma średnia, a z niey odległość średnia słońca od wszystkich planet.*

Halley wysłany na wyspę ś. Heleny dla robienia katalogu gwiazd na południowey półkuli nieba, obserwował tam przeyście Merkuryusza przez tarczę słońca, i pierwszy wpadł na mysl, że z podobnych fenomenów, a szczególniey z obserwacyi przeyścia Wenusa, z wielką dokładnością parallaxę słońca oznaczyć można, wezwał przeto Astronomów ażeby w przypadających tego rodzaju fenomenach w r. 1761 i 1769 użyli wszelkich starań i obrali naydogodnieysze stanowiska do zastosowania podanego przez niego sposobu. Jakoż zaćmienia te a zwłaszcza zaćmienia 1769 obserwowane w różnych i odległych od siebie punktach powierzchni ziemi, przez wysłanych z Anglii, Francyi, i innych krajów Astronomów, dały wypadek z wielkiém do prawdy przybliżeniem. Z obserwacyy tych wypada

$$(\theta' - \theta) - (\tau' - \tau) = 1416'' = 23'.36''$$

$$(A + A') - (B + B') = 65,72962$$

$$p = \frac{1416}{65,72962} \cdot 1'' = 21'',5428 \quad (*).$$

Na moment obserwacyi rachowana z tablic odległość ziemi od słońca wypadła 1,01515, odległość zaś Wenusa od słońca 0,72619, odległość przeto Wenusa od ziemi =0,28896; co nam daje stosunek parallaxy słońca do parallaxy Wenusa. Mamy przeto dwa zrównania

$$p = \pi - \pi' = 21'',5428$$

$$\frac{\pi'}{\pi} = \frac{0,28896}{1,01515} = a.$$

Stąd łatwo jest otrzymać szukaną parallaxę słońca, jakoż

$$\pi' = \pi - p = \frac{\pi'}{a} - p$$

$$\pi\left(\frac{1}{a} - 1\right) = p$$

$$\pi' = \frac{pa}{1 - a} = p\,\frac{0,28896}{0,72619}$$

(*) Rachunek szczegołowy tego wypadku znaydzie czytelnik w Astronomii Biota k. 257 T. III.

$$\pi' = 21'',5428 \times \frac{28896}{72619} = 8'',5721.$$

Jest to parallaxa słońca w odległości jego od ziemi równey 1,01515. Parallaxa średnia, czyli odpowiadająca odległości średniey słońca od ziemi, którąśmy wzięli za jedność, będzie większa, i wyrazi się przez

$$P = \pi'.\ 1,01515 = 8'',5721 \times 1.01515 = 8'',7017.$$

Znając już parallaxę słońca i Wenusa można w zrównaniu (γ), któreśmy tylko przez przybliżenie rozwiązali, za opuszczone wyrazy małe, w które wchodziła parallaxa względna i czas t, położyć ich wartość, biorąc za p wartość znalezioną i wypadającą z niey wartość na t, a potém raz drugi przyyść do wartości nowych na t i p, różnice jednak obu wypadków będą bardzo małe.

W wyrażeniu

$$p = \frac{1416''}{65,72962}$$

widzimy, że gdybyśmy się omylili o 65'' w różnicy czasów trwania, parallaxa względna o jednę tylko sekundę byłaby błędną, ponieważ zaś dla otrzymania parallaxy słońca mnożymy parallaxę względną przez $\frac{28896}{72619} = \frac{2}{5}$ blizko, błąd więc także w parallaxie słońca w tym stosunku jest mnieyszy, to jest że 65'' błędu w różnicy trwania robi tylko $\frac{2}{5}$ sekundy błędu w parallaxie słońca, czyli że na zrobienie błędu jedney dziesiątey sekundy w parallaxie słońca błąd różnicy trwania przeyścia wynosić powinien przeszło 16'', przez tę uwagę czujemy wielką korzyść w otrzymywaniu przez ten sposób parallaxy słońca. Dla tego Astronomowie nie wątpili, że z obserwacyy robionych w różnych mieyscach w 1769 dokładną ilość parallaxy nawet co do setnych części sekundy wyciągnąć będą mogli. Wypadki jednak z różnych obserwacyy wyciągnione i porównane z sobą dawały różnice bardzo znaczne, jak to widzieć można w tablicy wypadków umieszczoney w Astronomii Delambra (T. II. k. 505), gdzie parallaxa słońca wyciągniona z obserwacyy robionych w Kalifornii i w fortecy Xięcia Gallii na brzegu odlewiska Hudsona wypada 8″,153 gdy tym czasem obserwacye na tem ostatniem mieyscu porównane z obserwacyami w Paryżu i Petersburgu, dają wypadek wynoszący blizko 9″,25, wypadki jednak innych obserwacyy daleko mniey od siebie różnią się. Niezgody te wynikły naprzód stąd, że obserwacye nie były wszędzie pewne, gdyż w większey liczbie stanowisk słońce w czasie obserwacyi było blisko bardzo poziomu, a stąd obwód jego tarczy ulegał trzęsieniu się (ondulation), które przeszkadzało ocenić z pewnością moment dotknięcia. Powtóre, obserwacya dotknięcia, jak się pokazuje, w przyjaznych nawet okolicznościach nie jest pewną o kilka sekund czasu z przyczyny powolnego biegu względnego Wenusa. Podług wypadków z naylepszych obserwacyy parallaxa słońca z wielkiém bardzo podobieństwem do prawdy zajęta jest między 8″,7 a 8″,5, biorąc więc wypadek średni 8″,6 otrzymujemy ilość parallaxy słońca którą można uważać za dostatecznie zbliżoną do prawdy, tak że ją do wszystkich zastosowań Astronomii bez znacznego błędu użyć można. Ze znaney parallaxy słońca łatwo jest mieć średnią odległość téy gwiazdy od ziemi wyrażoną przez promienie ziemskie, oznaczając bowiem promień ziemski przez R a odległość słońca od ziemi przez ϱ mamy

$$\varrho = \frac{R}{\text{wst}\, 8'',7} = 23909 . R .$$

Kładąc za R wartość jego w milach lub innych miarach podłużnych otrzymać można odległość słońca od ziemi wyrażoną w tychże miarach. Ponieważ zaś mówiąc o planetach widzieliśmy, że odległość średnią każdego planety wyrazić można przez odległość słońca od ziemi, polegając na prawie Keplera: że kwadraty z czasów peryodycznych planet, tak się mają do siebie jak trzecie potęgi odległości średnich od słońca tychże planet; to jest nazywając odległość średnią planety od słońca przez a, jego obrot peryodyczny przez T, obrot zaś ziemi około słońca przez T' mamy:

$$a = \varrho\sqrt[5]{\frac{T^2}{T'^2}} = K\varrho = K.23935.R.$$

Kładąc w tém zrównaniu za k różne wartości odpowiadające różnym planetóm, otrzymujemy z niego odległości tychże planet od słońca wyrażone w promieniach ziemskich.

CXVII. *Oznaczenie mieysc na powierzchni ziemi gdzie przeyście Wenusa przez tarczę słońca może bydź obserwowane, i gdzie te obserwacye naykorzystniey do oznaczenia parallaxy słońca służyć mogą.*

Sposób tu wyłożony otrzymania parallaxy słońca z przeyścia Wenusa przez tarczę słońca zasadza się, jak łatwo jest widzieć, na obserwacyi tego fenomenu w odległych od siebie mieyscach, żeby skutek parallaxy otrzymać jak naywiększy; bo wtenczas i mianownik w wyrażeniu na parallaxę względną będzie także naywiększy, a stąd błąd obserwacyi naymniey, ile tylko można, na wypadek wpływu mieć będzie; ważną tedy jest rzeczą wybrać stosowne do tego celu na kuli ziemskiey stanowiska. Do wynalezienia mieysc, które będą widzieć początek lub koniec zaćmienia, możnaby użyć tych samych sposobów, jakieśmy na zaćmienie słońca podali, lecz że ten rachunek byłby długim, można go zastąpić przez sposób bardzo prosty, przez który łatwo jest oznaczyć mieysca, które fenomen całkowity widzieć będą, i wybrać z nich te, gdzie ten fenomen z naywiększą obserwować można korzyścią. Mając z tablic wyrachowany czas początku i końca fenomenu, ustawmy kulę sztuczną tak, żeby jéy punkt naywyższy był mieyscem, gdzie w czasie początku fenomenu słońce jest u zenit, zrobimy to tym samym sposobem jakeśmy robili w zaćmieniach xiężyca. W tém położeniu kuli, mieysca będące nad jéy poziomem będą widzieć początek zaćmienia; podobnym sposobem znaydziemy mieysca, które widzieć będą koniec fenomenu, a stąd łatwo jest oznaczyć te dla których początek i koniec widzianym będzie. I tak: w czasie przeyścia

Wenusa przez tarczę słońca w r. 1769 3° czerwca, zboczenie północne słońca było 22°½, mieszkańcy więc będący pod równoleżnikiem, którego szerokość jest 22°½, mają słońce u zenit w czasie przeyścia téy gwiazdy przez ich południk; ustawmy więc kulę sztuczną ziemską tak, żeby biegun północny był podniesiony o 22°½ nad poziom, w tém położeniu wszystkie punkta równoleżnika na którym się słońce znachodzi, będą przechodzić przez punkt wierzchołkowy kuli. Podług rachunku, dotknięcie pierwsze tarcz słońca i Wenusa powinno się zdarzyć o 7^g.31′ czasu prawdziwego rachowanego w Paryżu, wyyście zaś czyli dotknięcie ostatnie o 13^g.46′; mieysce więc którego szerokość północna jest 22°½, i które względem Paryża leży na wschód o 7^g.31′ czyli 113°, widzieć będzie dotknięcie w czasie przeyścia słońca przez zenit. Stąd położenie tego mieysca jest zupełnie oznaczone, mamy bowiem jego szerokość i długość: w tém właśnie położeniu znayduje się przylądek ś. Łukasza w Kalifornii, podprowadzmy więc go pod południk, a wszystkie mieysca znaydujące się nad poziomem, widzieć będą dotknięcie pierwsze tarcz słońca i Wenusa. Podobnym sposobem podwodząc pod południk mieysce leżące na zachód od Paryża o 13^g.46′ czyli o 206°, którego szerokość północna jest 22°½ otrzymamy położenie kuli sztuczney takie, że półkula wierzchnia oznaczać będzie wszystkie mieysca, gdzie koniec zaćmienia widzianym bydź może. Stąd łatwo jest oznaczyć część spólną półkulom na początek i koniec zaćmienia oznaczonym, a zatém mieysca gdzie oba te fenomena obserwowane bydź mogą. W przykładzie tu przytoczonym łatwo jest naprzód widzieć, że mieysca wszystkie, których szerokość północna większa jest jak 67°½, nie będą mieć nocy, w tych więc mieyscach fenomen cały może bydź obserwowany; takiemi mieyscami są: Nowa Ziemia, Przylądek Północny, Wardhus, brzegi Samojedyi i t. d. Oprócz tego wyspy Japońskie, Kamczatka, Kalifornija, zatoka Hudsona i t. d., były mieysca na półkuli północney, gdzie cały fenomen mógł bydź widzianym. Szerokość Wenusa naówczas była północna i wynosiła minut 4, mieszkańcy więc będący ze strony północnéy równoleżnika opisywanego przez słońce, widzieli słońce i Wenus ku stronie południowéy, parallaxa więc dla tych mieszkańców znižając bardziey planetę jak słońce, przysuwała do środka słońca cięciwę, jaką Wenus po tarczy słońca opisuje, trwanie więc fenomenu większe było dla tych mieszkańców aniżeli dla środka ziemi. Przeciwnie mieszkańcy krajów położonych ze strony południowéy równoleżnika tegoż, widzieli przez parallaxę planetę oddalonego od środka słońca, a stąd czas trwania fenomenu krotszy aniżeli dla środka ziemi. Mieyscem naydogodnieyszém na półkuli południowéy była wyspa *Taiti* na wielkim oceanie południowym, gdzie *Green*, *Kook* i *Solander* obserwowali fenomen całkowity, obserwacya ta porównana z obserwacyami na stanowiskach północnych robionemi, okazała skutek parallaxy naywiększy, a stąd naylepiéy do jéy oznaczenia służyć mogła; wypadek któryśmy za przykład wyżéy wzięli, był wyciągniony z obserwacyy na téy wyspie i w Cajaneburgu w Rossyi robionych. Oprócz obserwacyy zupełnych fenomenu były jeszcze robione obserwacye w innych mieyscach, gdzie tylko początek lub koniec mógł bydź obserwowanym. I tak: w Paryżu obserwowano przy zachodzie słońca weyście Wenusa na tarczę słońca, a w Petersburgu gdzie tego fenomenu widzieć nie można było, obserwowano w czasie wschodu słońca wyyście planety z tarczy jego. Ponieważ różnica długości Petersburga i Paryża z licznych obserwacyy dobrze jest znana, można więc było wyciągnąć z obserwacyi wyyścia w Petersburgu, moment tego fenomenu w Paryżu, a stąd wyciągnąć czas trwania fenomenu w Paryżu, i ten potém z innemi porównać obserwacyami.

CXVIII. *Użycie obserwacyy przeyścia Wenusa przez tarczę słońca do znalezienia długości mieysca, i do oznaczenia położenia węzła drogi tego planety.*

Przeyście Wenusa przez tarczę słońca posłużyło nam, jakeśmy widzieli, do oznaczenia parallaxy słońca, fenomen ten może poźniey służyć do wynalezienia długości mieysca, tak jak służą zaćmienia słońca. jakoż w zrównaniu

$$\theta = T' + D - T - Ap$$

jedna jest tylko nieznana D, łatwo więc ją z tego zrównania wyciągnąć można. Chcąc uczynić wypadek niezależnym od błędu tablic, dosyć jest porównać obserwacyą w jedném mieyscu z obserwacyą tego fenomenu w mieyscu drugiém robioną, gdzie

$$\theta' = T' + D' - T - A'p$$

a stąd

$$\theta' - \theta = D' - D - (A' - A)p$$

$$D' - D = p(A' - A) + \theta' - \theta$$

otrzymujemy różnicę w długości niezależną od błędów tablic. Użycie jednak tego fenomenu do znalezienia długości mieysc jest mało ważne, z przyczyny powolnego bardzo biegu względnego Wenusa, błąd bowiem popełniony w obserwacyi dotknięcia daleko większy może bydź niż w zaćmieniach słońca lub w zakryciach gwiazd przez xiężyc, tak, że błędy w wypadkach tych obserwacyy można uważać jako odwrotnie proporcyonalne biegóm Wenusa i xiężyca. Nadto fenomen ten jest bardzo rzadkim, i tak po zdarzoném w 1769 roku przeyściu Wenusa przez tarczę słońca, przeyście następne nie przypadnie aż w roku 1874 grudnia 8.

Żeby obserwacyą pierwszego dotknięcia tarcz Wenusa i słońca dokładnie zrobić, należy narysować figurę tego fenomenu, to jest oznaczyć dokładnie punkt na obwodzie słońca, gdzie się dotknięcie ma trafić, punkt ten oznacza się zupełnie tym samym sposobem, jak i w zaćmieniu słońca przez xiężyc. Po obserwacyi dotknięcia zewnętrznego i wewnętrznego, można mierzyć naymnieyszą odległość ab (fig. 95) brzegów Wenusa i słońca, którą odciągając od promienia słońca mamy odległość Sb; ta zmnieyszona promieniem planety, da nam na każdy moment obserwacyi odległość środków słońca i Wenusa. Odległość brzegów a i b obserwuje się za pomocą mikrometru niciowego albo mikrometru przedmiotowego. Z tych obserwacyy powtarzanych ciągle, łatwo jest wynaleśdź moment, kiedy odległość środków Wenusa i słońca jest naymnieyszą, i ocenić tę naykrótszą odległość. Odległość naykrótsza środków słońca i Wenusa służy bardzo dobrze do oznaczenia dokładnie długości węzła drogi Wenusa, dzieląc bowiem tę odległość przez dostawę pochyłości drogi względney Wenusa do ekliptyki, otrzymujemy szerokość środoziemną pozorną Wenusa na czas złączenia, którą należy poprawić co do parallaxy i aberracyi. I tak na (fig. 96), gdzie SIV oznacza naykrótszą odległość, a kąt $IVIS$ jest pochyłością drogi względney planety do ekliptyki, mamy:

$$SN = \text{szerok. w czasie nowiu} = \frac{SIV}{\text{dost}\, I}$$

poprawując tę szerokość co do parallaxy i aberracyi, otrzymujemy szerokość środoziemną poprawną, którą nazwiymy przez λ. Nazwiymy odległość Wenusa od ziemi przez R, odległość zaś od słońca przez r; szerokość środosłoneczna $W'K$ (fig. 97) wyrazi się przez

$$\lambda \cdot \frac{R}{r}$$

można bowiem w tym przypadku gdzie szerokość jest bardzo mała, uważać kąt szerokości jako odwrotnie proporcyonalny odległości planety od mieysc, z których jest uważany. Mając szerokość środosłoneczną $W'K$, łatwo jest znaleśdź odległość węzła od słońca, jeżeli pochyłość drogi Wenusa do ekliptyki jest znajoma, albowiem

$$\text{sty}\, KW' = \text{sty}\, N \,\text{wst}\, KN.$$

$$\text{wst}\, KN = \frac{\text{sty}\, KW'}{\text{sty}\, N}.$$

Różnica między długością słońca i ilością KN daje nam długość węzła

$$N_0 \Upsilon = \text{Dług.} \odot - KN.$$

CXIX. *Przeyście Merkuryusza przez tarczę słońca; peryody tych fenomenów.*

Wszystko to cośmy dotąd mowili o przeyściu Wenusa przez tarczę słońca, stosuje się do przeyścia Merkuryusza przez tęż tarczę; sposób rachowania tego fenomenu i wyciągania stąd parallaxy słońca jest zupełnie tenże sam, z tą różnicą, że ten fenomen nie może służyć tak dobrze do oznaczenia parallaxy słońca, jak przeyście Wenusa, z przyczyny, że Merkuryusz jest bardzo blizkim słońca, a stąd parallaxa względna i różnica w trwaniu fenomenu, dla różnych mieysc powierzchni ziemi, jest bardzo mała. Przeyścia Merkuryusza są daleko częstsze niż przeyścia Wenusa, peryody w których też same przeyścia powracać mogą są lat 6, 7, 13, 46 i 263. Długość węzła górnego drogi Merkuryusza jest 45°.57′. Przeyścia więc Merkuryusza mogą się zdarzać tylko wtenczas, kiedy ziemia ma długość 45°.57′ albo 180° + 45°.57′ to jest w listopadzie i w maju. Ostatnie przeyście Merkuryusza przypadło 5 listopada 1822 rano, środek fenomenu wypadł na 2^{g}.39′ czasu pr. w Paryżu biorąc początek dnia o północy, fenomen więc ten, jak z jego czasu widzieć jest łatwo, nie był widzianym w Europie, gdyż słońce naówczas znaydowało się pod poziomem krajów europeyskich. Przeyście Merkuryusza naybliższe wypada 5 maja 1832, i to w całey Europie będzie mogło bydź widzianém, środek bowiem tego fenomenu przypada prawie na czas przeyścia słońca przez południk paryzki.

ROZDZIAŁ XIX.

Różne sposoby oznaczenia szerokości jeograficzney mieysca, i kąta jaki czyni południk mieysca z kołem wiérzchołkowém danem.

CXX. *Wywodzi się wzór dający poprawę wysokości branych blizko południka.*

Szerokość jeograficzna mieysca oznacza się przez obserwacye wysokości południkowych gwiazd w kołobiegunowych, robione w przeyściach ich wyższych i niższych; tym sposobem otrzymana szerokość jeograficzna mieysca jest niezależna zupełnie od znajomości zboczenia gwiazdy, owszem to zboczenie z tychże samych wyciąga się obserwacyy. Nadto można otrzymać szerokość jeograficzną mieysca z obserwacyi południkowey słońca lub jakieykolwiek gwiazdy, ale naówczas wywiedziona szerokość jeograficzna mieysca polega zupełnie na znaném w tym momencie zboczeniu słońca lub gwiazdy obserwowaney. Jeżeli się ma oznaczyć w kraju jakim pewna liczba punktów znakomitszych, na których nie masz obserwatoriów stałych, do takowych robot używają się za zwyczay narzędzia miernemy tylko wielkości, iżby z łatwością z mieysc jednych na drugie przenaszane bydź mogły. Naówczas nie można przestać na pojedyńczych obserwacyach południkowych, ale robią się liczne obserwacye z jedney i z drugiey strony południka i z nich wszystkich szerokość się mieysca wyciąga. Do robienia takowych obserwacyy służy naylepiey koło powtarzające, którego skład i użycie w § 14 opisaliśmy. Obserwacye tego rodzaju robią się wciąż zaczynając je na kilka lub kilkanaście minut przed przeyściem, a kończąc w tyleż minut po przeyściu przez południk kiedy odmiany w wysokości zaczynają bydź coraz znacznieysze. W ciągu tey roboty nie masz potrzeby (*) za każdą obserwacyą czytać łuk przebieżony, owszem łuk ten czyta się tylko raz jeden po skończeniu obserwacyi ostatniey, ale czas każdey obserwacyi jak nadokładniey oznaczać potrzeba: bo od niego zależy poprawka wynikająca stąd, że nie obserwujemy

(*) Nie masz także potrzeby ustanawiać zawsze libellę dokładnie do tegoż samego podziału, coby wiele zaymowało czasu i wstrzymywało robotę, która w małym przeciągu czasu ukończona bydź powinna: widoczna bowiem jest rzecz, że dosyć jest przy każdey obserwacyi zapisać położenie libelli, strzegąc się tylko, żeby bulka powietrza końców libelli nie dotykała; znając wartość podziałów libelli, łatwo jest z tego względu poprawić otrzymaną z obserwacyy odległość od zenit.

gwiazdy na południku, ale tylko blizko téy płaszczyzny, poprawka którą nam wynaleśdź potrzeba.

Na ten koniec wyobraźmy sobie na fig. 98, przez Z zenit mieysca, przez P biegun świata, a przez G gwiazdę w niewielkiey od południka odległości. Odetniymy na południku mieysca $Pg = PG$ to jest dopełnieniu zboczenia gwiazdy, mieć będziemy w tém położeniu gwiazdy

$$ZG = Zg + u$$

$$Zg = PZ - Pg = (90^\circ - H) - (90 - \beta) = \beta - H$$

gdzie β znaczy zboczenie gwiazdy, a H szerokość jeograficzną mieysca

Stąd $$ZG = \beta - H + u.$$

W troykącie ZPG mamy

$$\text{dost}\, P = \frac{\text{dost}\, ZG - \text{dost}\, PG \,\text{dost}\, ZP}{\text{wst}\, PG \,\text{wst}\, ZP}$$

$$= \frac{\text{dost}\, ZG - \text{wst}\, \beta \,\text{wst}\, H}{\text{dost}\, \beta \,\text{dost}\, H}$$

a następnie

$$\text{dost}\, ZG = \text{dost}\,(\beta - H + u) = \text{wst}\,\beta\,\text{wst}\, H + \text{dost}\,\beta\,\text{dost}\, H\,\text{dost}\, P$$

$$= \text{wst}\,\beta\,\text{wst}\, H + \text{dost}\,\beta\,\text{dost}\, H - 2\text{wst}^2\tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\,\beta\,\text{dost}\, H$$

$$= \text{dost}(\beta - H) - 2\text{wst}^2\tfrac{1}{2} P\,\text{dost}\,\beta\,\text{dost}\, H$$

Połóżmy

$$x = -2\text{wst}^2\tfrac{1}{2} P\,\text{dost}\,\beta\,\text{dost}\, H, \qquad A = \beta - H$$

będzie $$\text{dost}(A + u) - \text{dost}\, A = x \,\ldots\ldots (a).$$

Stąd można wyciągnąć u przez funkcyą x, mamy bowiem zrównanie pod kształtem

$$x = F.u$$

Stąd $$u = fx = (u) + \left(\frac{du}{dx}\right) x + \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)\frac{x^2}{1.2} + \text{etc.}$$

Wyrazy objęte nawiasem oznaczają funkcyą ilości u i współczynniki różniczkowe tey funkcyi, w których to wyrazach x jest uczynione równem zero. Lecz ponieważ kiedy x jest zero, u także staje się równem zero, jak to w zrównaniu (a) widzieć można, stąd

$$u = \frac{du}{dx} \cdot x + \frac{d^2u}{dx^2} x^2 + \text{etc.}$$

gdzie w wyrażeniach na $\frac{du}{dx}$, $\frac{d^2u}{dx^2}$ i t. d. uczynić potrzeba $u = o$.

Dla otrzymania $\frac{du}{dx}$, $\frac{d^2u}{dx^2}$ etc. różniczkuymy zrównanie (a) uważając u jako funkcyą, a x jako zmienną nie zależną

$$dx = - du \,\text{wst}(A+u)$$

$$o = - \text{dost}(A+u)\, du^2 - d^2u \,\text{wst}(A+u)$$

$$d^2u = - \frac{\text{dost}(A+u)\, du^2}{\text{wst}(A+u)} = - \text{dosty}(A+u)\, du^2$$

a że $\qquad du^2 = \dfrac{dx^2}{\text{wst}^2(A+u)}$

Stąd $\qquad d^2u = - \dfrac{\text{dosty}(A+u)\, dx^2}{\text{wst}^2(A+u)}$

Czyniąc w tych wyrażeniach $u = o$, otrzymujemy

$$\frac{du}{dx} = \frac{-1}{\text{wst}\,A} = \frac{-1}{\text{wst}(\beta - H)}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = - \frac{\text{dosty}\,A}{\text{wst}^2 A} = - \frac{\text{dosty}(\beta - H)}{\text{wst}^2(\beta - H)}$$

a następnie

$$u = \frac{1}{\text{wst}(\beta - H)} \cdot 2\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\,\beta \,\text{dost}\, H -$$

$$- \tfrac{1}{2} \frac{\text{dosty}(\beta - H)}{\text{wst}^2(\beta - H)} (2\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\,\beta \,\text{dost}\, H)^2$$

Żeby mieć u w sekundach łuku, potrzeba otrzymaną tu wartość w częściach promienia rozmnożyć przez liczbę sekund zawartych w promieniu czyli przez $\frac{1}{\text{wst } 1''}$, a tak otrzymamy

$$u = \frac{2\,\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\, H \,\text{dost}\, \beta}{\text{wst}.1''\,\text{wst}(\beta - H)} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{2\,\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\, H \,\text{dost}\, \beta}{\text{wst}(\beta - H)}\right)^2 \frac{\text{dosty}(\beta - H)}{\text{wst}.1''} \ldots (\alpha)$$

Przestajemy tu na dwóch początkowych wyrazach szeregu, gdyż u jest ilością bardzo małą, w obserwacyach blizkich południka, z tey więc przyczyny dost$(A+u)$ nie wiele się różni od dost$A$, tak że wyrazy mnożone przez tę różnicę podniesioną do potęgi wyższey jak druga, opuszczonemi bez błędu bydź mogą.

Tak otrzymana wartość na u powinna zawsze bydź odjętą od obserwowanéy odległości od zenit, wszakże wartość ta i co do znaku i co do niektórych wyrazów odmienia się z odmianą położenia gwiazdy. I tak kiedy gwiazda przechodzi między zenit a biegunem, przypadek na któryśmy właśnie poprawkę wyciągnęli, wypada

$$Ze = Z = Z - \frac{2\,\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\, \beta \,\text{dost}\, H}{\text{wst}(\beta - H)\,\text{wst } 1''} +$$

$$+ \tfrac{1}{2}\left(\frac{2\,\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\, H \,\text{dost}\, \beta}{\text{wst}\, \beta - H}\right)^2 \frac{\text{dosty}(\beta - H)}{\text{wst } 1''}$$

gdzie $Z = ZG$. Jeżeli gwiazda przechodzi ze strony południowey zenit, należy zamiast $\beta - H$ położyć $H - \beta$, gdyż w tym przypadku $Ze = H - \beta$, i formuła będzie następująca

$$Z' = Z - u = Z - \frac{2\,\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\, \beta \,\text{dost}\, H}{\text{wst}(H - \beta)\,\text{wst } 1''} +$$

$$+ \tfrac{1}{2}\left(\frac{\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P \,\text{dost}\, \beta \,\text{dost}\, H}{\text{wst}(H - \beta)}\right)^2 \frac{\text{dosty}(H - \beta)}{\text{wst } 1''}$$

Pamiętając odmienić znak, β ilekroć razy zboczenie gwiazdy będzie południowe.

Nareszcie kiedy gwiazda obserwuje się w czasie jéy przeyścia niższego przez południk, chcąc wtenczas znaleśdź wartość na u, odpowiadającą temu położeniu gwiazdy, należy uważać, że odległość od bieguna liczy się w stronę zupełnie przeciwną, więc tę odległość należy uważać za odjemną, czyli co na jedno wychodzi, odległość gwiazdy od równika Re', licząc tę odległość w tęż samę stronę, wyrazi się przez $90 + \Delta = 180 - \beta$; potrzeba więc w zrównanie położyc $180^\circ - \beta$ za β, a wartość na u będzie następująca

$$u = -\frac{2\,\text{wst}^2\tfrac{1}{2}P\,\text{dost}\,H\,\text{dost}\,\beta}{\text{wst}(\beta+H)\,\text{wst}\,1''} +$$

$$+\tfrac{1}{2}\left(\frac{\text{wst}^2\tfrac{1}{2}P\,\text{dost}\,H\,\text{dost}}{\text{wst}(\beta+H)}\right)^2\frac{\text{dosty}(\beta+H)}{\text{wst}\,1''}.$$

Odciągając tę wartość na u od odległości obserwowaney podług reguły ogólnéy, otrzymujemy na ten przypadek

$$Z' = Z - u = Z + \frac{2\,\text{wst}^2\tfrac{1}{2}P\,\text{dost}\,H\,\text{dost}\,\beta}{\text{wst}(\beta+H)\,\text{wst}\,1''} -$$

$$-\tfrac{1}{2}\left(\frac{2\,\text{wst}^2\tfrac{1}{2}P\,\text{dost}\,H\,\text{dost}\,\beta}{\text{wst}(\beta+H)}\right)^2\frac{\text{dosty}(\beta+H)}{\text{wst}\,1''}.$$

CXXI. *Ułatwienie dochodzenia poprawek wysokości obserwowanych kołem powtarzającem. Poprawka obserwacyy słońca.*

Czyniąc w zrównaniu (α) § poprzedającego

$$\frac{2\,\text{wst}^2\tfrac{1}{2}P\,\text{dost}\,H\,\text{dost}\,\beta}{\text{wst}\,1''\,\text{wst}(\beta-H)} = A$$

będzie

$$u = A - A^2\,\text{dosty}(\beta-H)\,\text{wst}\,1''$$

gdzie drugi wyraz szeregu, jak widzimy, łatwo się z pierwszego wyciąga. Nadto w wartości na u ilości β i H są ilości stateczne, zmienną zaś jest tylko ilość P, rozwiązywanie więc formuły nie jest długie. Żeby jednak jeszcze bardziéy to rozwiązywanie uczynić łatwém, zrobione są tablice dające na każde 10″ czasu, logarytmy $\text{wst}^2\tfrac{1}{2}P$ i $\text{wst}^4\tfrac{1}{2}P$, albo co na jedno wychodzi, dany jest logarytm $\text{wst}^2\tfrac{1}{2}\,10''$ i $\text{wst}^4\tfrac{1}{2}\,10''$ a potém położone są różnice logarytmów $\text{wst}^2\tfrac{1}{2}P$ i $\text{wst}^4\tfrac{1}{2}P$ od dziesięciu do dwudziestu sekund, od dwudziestu do trzydziestu i t. d. Tablice takie widzieć można w Tomie II *Base du Système métr. déc.*

p. 241, i w Geodezyi Puissana (T. II. Tab. XVII). Tym sposobem z wielką łatwością ułożyć można tablicę wartości na u czyli poprawek odległości gwiazdy od zenit na każdą odmianę o 10″ kąta godzinnego, dosyć bowiem do logarytmu ilości stałych w pierwszym wyrazie dodawać naprzód $l.\text{wst}^2 \frac{1}{2} 10''$, a potém różnice logarytmów z tablicy wymienioney; w drugim zaś wyrazie dodaje się naprzód $l.\text{wst}^4 \frac{1}{2} P$, a potém różnice logarytmów $\text{wst}^4 \frac{1}{2} P$. Mając zrobioną takową tablicę na jaką gwiazdę, bierze się z niey wartość u na każdą obserwacyą, summa tych wartości rozdzielona przez liczbę obserwacyy daje wartość na u średnią, którą potrzeba dodać lub odciągnąć od odległości od zenit otrzymaney z obserwacyi, jakeśmy to pierwiey objaśnili. I tak weźmy za przykład obserwacye gwiazdy biegunowey w przeyściu wyższém, któreśmy robili w Sygnale (Eytintaycy) na Żmudzi dla znalezienia szerokości jeograficzney tego sygnału (*)

1824 sierpnia 10 c. astron. α. Małego Niedzwiedzia.

Czas obserwacyi na zegarze.	*Kąt godzinny P w czasie gwiazdowym.*	*Wartość na u.*
15^g. 41′ 50″.	0^g. 7′. 30″,3.	— 3″,28.
— 42. 51.	— 6. 29,2.	2,45.
— 43. 40.	— 5. 40,1.	1,87.
— 44. 54.	— 4. 25,9.	1,15
— 45. 57.	— 3. 22,8.	0,67.
— 46. 40.	— 2. 39,6.	0,41.
— 48. 6.	— 1. 13,4.	0,09.
— 48. 58.	— 0. 21,3.	0,01.
		Sred. — 1,24.
Czas przeyś. gwiazdy przez połud. = 15^g. 49′. 19″. na zegarze.		

(*) Obserwacye te robione były przez koło powtarzające Reichenbacha 18 cali średnicy, ktore w czerwcu 1824 z *Munich* do Obserwatorium wileńskiego sprowadzone było.

W ciągu zrobionych ośmiu obserwacyy łuk przebieżony na kole przez lunetę był 258°. 36'. 50", który dzieląc przez liczbę obserwacyy otrzymujemy pojedynczą odległość gwiazdy od zenit

Odl. od Zen. gwiazdy biegunowéy. . . .	32°. 19' 36",25.
Poprawa téy odległości	— 1",24.
Odległość południkowa od Zenit.	32°. 19'. 35",01.
Refrakcya.	+ 35",46.
	32°. 20'. 10",47.

Odległość od bieguna gwiazdy, poprawiona

Co do Aberr. i Nut. (Naut. Alm. 1824). .	1°. 37'. 44",51.
Odległość Zenit od bieguna	= 33°. 57'. 54",98.
Szerokość jeogr. Sygnału wypada . .	= 56°. 2'. 5",02.

Jeżeli się obserwuje znaczna gwiazd liczba, naówczas robienie osobnych tablic dla każdey, długiey wymagałoby pracy. Wynachodzenie naówczas poprawek uczynić można bardzo krótkiem przez tę uwagę, że poprawka każda u jest pod tym kształtem

$$u = \frac{B\, 2\,\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P}{\text{wst}\, 1''} + \frac{C\, 2\,\text{wst}^4 \tfrac{1}{2} P}{\text{wst}\, 1''}$$

albo

$$u = Bx + Cy$$

gdzie B i C dla teyże samey gwiazdy są ilościami stałemi. a zaś x i y są to ilości zmienne jako funkcye odmieniających się ciągle kątów godzinnych. Poprawka więc całkowita

$$\Sigma u = u + u' + u'' + \text{etc.}$$

będzie pod tym kształtem

$$\Sigma u = B(x + x' + x'' + \ldots) + C(y + y' + y'' + \ldots).$$

Ponieważ ilości x, x'... y, y'. . zależą tylko od kąta godzinnego P, więc ich wartości na każdą wielkość kąta P, mogą bydź zawczasu wyrachowane i raz na zawsze służyć do ułatwienia rachunku. Takowe tablice znaydzie czytelnik w Tomie II. *Base du Syst. metr. déc. p. 244*, także w Geodezyi Puissana T. II. Tab. XVIII i XIX. Biorą się z nich ilości odpowiadające obserwowanym kątom godzinnym, summa ich dzieli się przez liczbę obserwacyy, i logarytmy odpowiednie dodają się do logarytmów stałych, to jest do $l.B$ i do $l.C$, a liczby odpowiadające tak otrzymanym logarytmóm, stanowią poprawkę średnią pojedyńczey odległości gwiazdy od zenit. Po przykład dający zastosowanie tego sposobu odsyłam do Geodezyi Puissana T. II. k. 132.

Mając znaczną liczbę wypadków szerokości jeograficzney, z tych wszystkich wyciąga się wypadek średni, gdzie należy mieć wzgląd na liczbę obserwacyy, z których się każdy szczególny wyciągnął wypadek. Wszystko to cośmy tu o poprawie odległości od zenit branych nie na południku mówili, polega na tém przypuszczeniu, że gwiazda zboczenia swego w ciągu czasu między obserwacyą a przeyściem przez południk nie odmienia, co rzeczywiście ma mieysce, kiedy obserwujemy gwiazdy stałe, lecz jeżeli obserwujemy słońce, którego zboczenie ciągle się odmienia, naówczas mieć wzgląd na tę odmianę należy. Jakoż wyobraźmy przez SZ (fig. 99) obserwowaną odległość słońca przed południkiem; gdyby słońce w biegu dziennym opisywało równoleżnik SN, wtenczas odległość od zenit południkowa, otrzymałaby się podług sposobów wyżey podanych, lecz jeżeli słońce zbliża się *np.* ku biegunowi północnemu i spotyka południk mieysca w mieyscu *np.* S'', wyraźna rzecz, że odległość od zenit wyrachowana z obserwacyi w mieyscu S robioney, będzie mnieyszą od prawdziwey o ilość NS'', jaką słońce robi w zboczeniu w przeciągu czasu, jakiego słońce potrzebuje do przyyścia od punktu S do południka mieysca. Przypuszczając więc, że przybyty w zboczeniu są proporcyonalne czasowi w małym jego przeciągu, otrzymamy ilość NS'', o którą zmnieyszyć potrzeba wypadek, mnożąc wynalezioną z kalendarzów Astronomicznych odmianę w zboczeniu na jednę minutę, przez liczbę minut upłynionych między obserwacyą a przeyściem słońca przez południk. W tém położeniu słońca, jakieśmy wzięli na figurze, poprawka jest odjenną w obserwacyach robionych przed południkiem, dodatną zaś w obserwacyach po przeyściu przez południk. Rachunek ten w znaczney liczbie obserwacyy robionych z jedney i drugiey strony południka, można uczynić bardzo prostym, biorąc summę kątów godzinnych odpowiadających obserwacyom przed południkiem, i odciągając ją od summy kątów godzinnych po południu; różnicę tę należy rozdzielić przez liczbę obserwacyy, a otrzymany tym sposobem kąt godzinny średni w czasie, rozmnożony przez odmianę w zboczeniu na jednę minutę, da poprawkę szukaną, która w naszym przykładzie będzie odjemną lub dodatną podług tego, jak różnica między summą kątów godzinnych po południu i przed południem jest odjemną lub dodatną. Poprawka ta będzie ze znakiem przeciwnym znakowi tey różnicy, jeżeli słońce oddala się od bieguna północnego. Przykład tego rachunku znaydzie czytelnik w Geod. Puissana T. II. k. 137. Widoczna rzecz, że szukana poprawka będzie tym mnieysza, im różnica między kątami godzinnemi z jedney i drugiey strony południka, będzie mnieysza. Dla uczynienia więc tey poprawki ile można naymnieyszą, potrzeba się starać robić równą liczbę obserwacyy przed południem i po południu, i nadto robić te obserwacye ile można w teyże samey odległości od południka po południu, w jakiey były brane przed przeyściem słońca przez południk. W przypadku kiedy zegar urządzony jest do czasu gwiazdowego naówczas dla znalezienia kątów godzinnych P, P' wchodzących w rachowanie poprawek, należy czas między obserwacyą a przeyściem przez południk, zamienić na czas prawdziwy lub średni. Jeżeli wysokość słońca bierze się dla znalezienia szerokości jeograficzney mieysca, naówczas zboczenie słońca na czas przeyścia jego przez południk, wyciąga się z Efemeryd Astronomicznych, albo dokładniey z tablic słońca.

CXXII. *Oznaczenie biegu zegaru przez wysokości odpowiadające i bezwzględne* (absolues) *słońca i gwiazd.*

Wartości na P w drugiey kolumnie tablicy § 121 położone, otrzymują się biorąc różnicę między czasem obserwacyi a czasem przeyścia gwiazdy przez południk. Żeby mieć czas przeyścia przez południk, można w obserwatoryach zwyczaynych, gdzie się znayduje luneta południkowa, czas ten obserwować w czasie przechodu gwiazdy przez południk; w innych zaś przypadkach czas ten wyciąga się z rachunku; mając bowiem znane wznoszenie się proste gwiazdy do obserwacyi użytéy, i mniey więcey znaną długość i szerokość jeograficzną mieysca, łatwo jest podług znajomych sposobów, wyrachować czas przeyścia gwiazdy przez południk, naprzód w czasie gwiazdowym lub średnim, a potém w czasie zegaru na którym się obserwacye wysokości robią. Cała rzecz zależy na znalezieniu zrównania czasu zegarowego, co się wykonywa albo przez wysokości odpowiadające słońca, z których się wyciąga przechód jego przez południk, i porównywa się z przechodem rachowanym na mieysce obserwacyi z Kalendarzów Astronomicznych, albo przez obserwacye wysokości gwiazdy w znaczney jéy od południka odległości. W pierwszym przypadku wysokości odpowiadające biorą się pospolicie za pomocą kwadransa lub sextansa (*), a dodając dwa czasy wysokości teyże saméy brzegu słońca obserwowanéy zrana i po południu, i dzieląc przez dwa, wyciąga się czas przeyścia słońca przez południk, który się potém poprawia z przyczyny odmieniającego się zboczenia słońca, przez formułę

$$\tfrac{1}{2}\,dP = \tfrac{1}{2}\,d\delta\left\{\frac{\text{sty}\,H}{\text{wst}\,P} - \frac{\text{sty}\,\delta}{\text{sty}\,P}\right\}.$$

Jakož wyobraźmy sobie przez PZL fig. 98 (b) południk mieysca Z. Jeżeli obserwujemy jaką gwiazdę stałą w punkcie C' i w punkcie C, to jest, jeżeli bierzemy równe jéy odległości od zenit ZC' i ZC z jednéy i z drugiey strony południka, i znaczymy czasy T' i T odpowiadające takowym równym wysokościóm gwiazdy stałey, naówczas widoczna jest rzecz, że summa tych czasów rozdzielona przez

(*) W obserwacyach w Eytintaycach używaliśmy do tego małego sextansa roboty Troughtona, opisanie jego znaydzie czytelnik w Rozdz. XX.

dwa, da czas przeyścia gwiazdy przez południk *PZ*, gdyż bieg gwiazdy jest jednostayny, i południk dzieli symetrycznie co do poziomu równoleżniki gwiazd wszystkich, a przeto równe wysokości gwiazdy odpowiadają równymże kątóm godzinnym rachowanym od gwiazdy do południka. Lecz jeżeli gwiazda ma bieg własny, jak to ma mieysce wtenczas, kiedy obserwujemy wysokości odpowiadające słońca, naówczas wyciągniony podług wyższych uwag czas przeyścia gwiazdy przez południk potrzebuje poprawki, która widocznie zależeć będzie od odmiany w zboczeniu gwiazdy obserwowaney w przeciągu czasu upłynionym między obserwacyami. Dla znalezienia tey poprawki szukaymy związku między kątem godzinnym i zboczeniem gwiazdy; związek ten daje nam zrównanie wyciągnione z troykąta *CPZ*

$$\mathrm{dost}\, P = \frac{\mathrm{wst}\, W - \mathrm{wst}\,\beta\, \mathrm{wst}\, H}{\mathrm{dost}\,\beta\, \mathrm{dost}\, H}$$

gdzie P wyraża kąt godzinny, W wysokość gwiazdy, β jey zboczenie, a H szerokość jeograficzną mieysca. Różniczkując to zrównanie co do β i P otrzymamy:

$$-dP\,\mathrm{wst}\,P\,\mathrm{dost}\,\beta\,\mathrm{dost}\,H - d\beta\,\mathrm{wst}\,\beta\,\mathrm{dost}\,H\,\mathrm{dost}\,P = -d\beta\,\mathrm{dost}\,\beta\,\mathrm{wst}\,H$$

$$dP = \frac{d\beta\{\mathrm{dost}\,\beta\,\mathrm{wst}\,H - \mathrm{wst}\,\beta\,\mathrm{dost}\,H\,\mathrm{dost}\,P\}}{\mathrm{wst}\,P\,\mathrm{dost}\,\beta\,\mathrm{dost}\,H}$$

$$= d\beta\left\{\frac{\mathrm{sty}\,H}{\mathrm{wst}\,P} - \frac{\mathrm{sty}\,\beta}{\mathrm{sty}\,P}\right\}.$$

Jest to zrównie (α) dające nam odmianę kąta godzinnego czyli różnicę między kątem godzinnym *C'ZL* i kątem godzinnym *KPL*, wypadającą stąd, że słońce nie idzie po równoleżniku *C'C*, ale jak w tym przypadku podnosi się nad ten równoleżnik, a stąd przyszedłszy do teyże samey odległości od południka ze strony zachodniey, nie przychodzi jeszcze do teyże samey wysokości; i wtenczas kiedy słońce przyydzie do teyże samey wysokości, jest odległe od południka daley niżeli było w obserwacyi pierwszey; i tą różnicą w odległości jest kąt *KPC*. Stąd czas prawdziwego południa wyrażony przez $\frac{T+T'}{2}$ jest błędnym o połowę tego kąta rozdzielonego przez 15, czas ten na naszey figurze jest za wielki o ilość $\frac{1}{2}\cdot\frac{dP}{15}\cdot$ Czas więc prawdziwego południa wyrazi się przez

$$\frac{T+T'}{2}-\frac{1}{2}\frac{dP}{15}=\frac{T+T'}{2}-\frac{d\beta}{2.\,15}\left\{\frac{\text{sty}\,H}{\text{wst}\,P}-\frac{\text{sty}\,\beta}{\text{sty}\,P}\right\}$$

W tém wyrażeniu należy uważać β za dodatne jeżeli zboczenie słońca jest północne i przeciwnie; co się zaś tycze $d\beta$, ilość ta jest dodatna kiedy się słońce zbliża do bieguna północnego, odjemna zaś kiedy się od tego bieguna oddala. W rozbiorze tego rachunku bieg we wznoszeniu się prostém słońca uważamy za jednostayny w przeciagu między dwiema obserwacyami.

Wyrażenie (β) służy do rachunku czasu prawdziwego południa z obserwacyy odpowiadających słońca, z których pierwsze były robione zrana drugie zaś wieczorem; lecz jeżeli obserwacye piéwsze były robione wieczorem a ostatnie zrana, naówczas wyciąga się z nich czas północy prawdziwey, który się wyraża przez

$$\frac{T+T'}{2}+\tfrac{1}{2}\,d\beta\left\{\frac{\text{sty}\,H}{\text{wst}(180-P)}-\frac{\text{sty}\,\beta}{\text{sty}(180^\circ-P)}\right\}\cdots\cdots(\beta').$$

Zrównanie (β') wyciąga się ze zrównania (β) uważając naprzód, że poprawka północy będzie zupełnie co do znaku przeciwna, powtóre, że w tym rachunku należy uważać kąt godzinny jako odniesiony do północy, a stąd należy wziąść $180^\circ - P$ za P.

Jeżeli chcemy uważać kąt godzinny P jako rachowany zawsze w obserwacyi pierwszey od południa ku wschodowi, a w obserwacyi drugiey od południa ku zachodowi, naówczas zrównanie (β) służyć będzie ze swojemi znakami do wyrachowania północy, bylebyśmy w niem kąt P powiększyli o 180°; naówczas zrównanie (β) zamieni się na

$$\frac{T+T'}{2}-\tfrac{1}{2}\cdot\frac{d\beta}{15}\left\{\frac{\text{sty}\,H}{\text{wst}\,(180^\circ+P)}-\frac{\text{sty}\,\beta}{\text{sty}\,(180^\circ+P)}\right\}$$

Zrównanie to jest zupełnie to same co zrównanie (5) gdyż $\text{wst}(180^\circ+P)=-\text{wst}(180^\circ-P)$, $\text{sty}(180^\circ+P)=-\text{sty}(180^\circ-P)$ We wszystkich tych zrównaniach kąt P wyraża połowę czasu między dwiema obserwacyami upłynionego.

Podług tych wzorów można ułożyć na pewną szerokość jeograficzną mieysca tablicę poprawek, na każdy kąt godzinny i na każdy dzień roku; gdyż ilość β zależy od różnych dni roku, a zaś $d\beta$ od kąta godzinnego i także od różnych dni roku, tak, że właściwie mówiąc w zrównaniach dających poprawkę, jeżeli szerokość jeograficzną mieysca uważamy za stateczną, dwie tylko są ilości zmienne, to jest β i kąt P, można więc ułożyć tablicę na tę poprawkę o podwóynem weyściu (à double entrée) z którey podług wiadomey godziny obserwacyi, i ilości β, można znaleśdź odpowiadającą poprawkę. W kolumnie zawierającey różne wartości β można zamiast zboczenia położyć dni roku, albo odpowiadające im długości słońca, gdyż wszystkie te trzy ilości wprost jedne od drugich zależą. Podług tych uwag w każdém obserwatoryum szczególne do rachowania takowych poprawek są ułożone tablice. Dla ułatwienia rachunku takowych tablic, jako też dla ułatwienia w ogólności rozwiązywań szczególnych zrównań (β) i (β'), ułożone są tablice ogólne, dające na każdy dzień albo też na każdą długość słońca, odpowiadające wartości logarytmów ilości $\frac{d\beta}{360^\circ}$ i $\frac{d\beta\,\text{sty}\,\beta}{360}$, tudzież dające na każdy kąt godzinny logarytmy ilości $\frac{t}{\text{wst}.15.t}$ i $\frac{t}{\text{sty}.15.t}$; formuła bowiem na poprawkę

$$\frac{-d\beta}{2.15}\left\{\frac{\text{sty}\,H}{\text{wst}\,P}-\frac{\text{sty}\,\beta}{\text{sty}\,P}\right\}$$

może się tak wyrazić

$$-\frac{d\beta}{360^\circ}\cdot\frac{t\,\text{sty}H}{\text{wst}\,(15^\circ\,t)}+\frac{d\beta}{360^\circ}\cdot\frac{t\,\text{sty}\,\beta}{\text{sty}\,(15^\circ\,t)}\cdots\cdot(\beta'').$$

Z tém ostrzeżeniem, że ilość $d\beta$ w tém drugiém wyrażeniu, nie znaczy już odmiany zboczenia zrobioney w przeciągu czasu upłynionym między obserwacyami, ale wyraża odmianę dzienną zboczenia. Wyrażenie więc drugie wypada z pierwszego kiedy w niem za $d\beta$ podstawimy $\frac{2t.d\beta}{24^g}$, nazywając przez t kąt godzinny P zamieniony na czas, to jest rozdzielony przez 15 Tym sposobem za pomocą ułożonych podług zrównania (β'') tablic, szukanie poprawki czasu prawdziwego południa lub północy w jakieykolwiek bądź szerokości jeograficzney mieysca znacznie się ułatwia, (Astronomia Delambra T. I. k. 576). Co się tycze wysokości bezwzględnych gwiazdy, sposób ten otrzymywania zrównania czasu zegarowego wyłożyliśmy krótko w § 22. Przykłady tu przytoczone użycie wyłożonych sposobów objaśnią.

CXXIII. *Przykłady rachunku zrównania zegaru z wysokości odpowiadających słońca i wysokości bezwzględnych gwiazdy* (*).

4 Sierpnia n. s. 1824.

Czas wysokości odp. ⊙ branych przez Sextans Troughtona w poziomie merkuryalnym.		*Południe niepoprawne.*	*Kąt godzinny.*
rano.	*po południu.*		
$8^g.\ 17'.\ 2''$	$4^g.\ 11'.\ 40''$	$12^g.\ 14'.\ 21'',0$	$3^g.\ 57'$
21. 59,5	6. 45	22,25	53
25. 49,5	2. 57	23,25	49
26. 22	2. 23	22,50	48
38. 20	$5^g.$ 50. 19	19,50	36
41. 0,5	47. 40	20,25	33
42. 58	45. 46	22,00	31
43. 35	45. 7,5	21,25	31
46. 12,5	42. 37	24,75	28
46. 51	41. 55	23,00	28
54. 44,5	34. 1,5	23,00	20
57. 20	31. 27,5	23,75	17
58. 3	30. 42,5	22,75	16
58. 40	30. 5,0	22,50	16

(*) Obserwacye tu przytoczone robione były w Sygnale zwanym Eytentaycy na Żmudzi.

Poprawka południa z przyczyny odmiany zboczenia słońca dochodzi się ze zrównania w numerze poprzedzającym danego, albo przez formułę podobną zupełnie, daną w (*Monatliche Correspon. v. Zach.* 1811 k. 402).

$$\text{Poprawka} = -\mu \operatorname{sty}\varphi \frac{h}{15.48^g.\text{wst}\,15h} + \mu \operatorname{sty}\delta \frac{h}{15.48^g.\text{sty}\,15h}$$

$$= -A\mu \operatorname{sty}\varphi + B\mu \operatorname{sty}\delta$$

δ ... zboczenie ⊙ w południe

$\mu =$ odmiana zboczenia słońca we dwóch dniach, to jest od południa poprzedzającego dzień obserwacyi do południa następującego po nim.

φ ... Dopełnienie szerokości

$h =$ Kąt godzinny.

Dla rozwiązania téy formuły użyć można tablic dających logarytmy ilości A i B. (Monatl. Corr. 1811 k. 404) i rachunek wykonywa się tym sposobem

$$\left.\begin{array}{l}\mu = 1922''\\ \delta = 17^\circ.14'.8''.\end{array}\right\}\text{(Astr. Jahr. 1824)}$$

$l.A = 7{,}7891\ -$	$l.B = 7{,}5661\ +$
$l.\mu = 3{,}28375 -$	$5{,}28375 -$
$l.\text{sty}\varphi .. 0{,}17156 +$	$l.\text{sty}\delta = 9{,}49170 +$
$1{,}24431 \ldots + 17'',55$	$0{,}34155 - \ldots - 2'',20.$

Poprawa całkowita .. $= 17'',55 - 2'',20 = 15'',35$

Południe niepoprawne $=$ $12^g.\ 14'.\ 22'',27$

poprawa .... $+$ $15''.35$

Połud. poprawne .... $=$ $12^g.\ 14'.\ 37'',62$

Połud. rachowane na mieysce obser. $12.\ 5'.\ 45'',24$ cz. śred.

Pośpiech zegaru nad czas średni .... $8'.\ 52'',38$

Tegoż samego dnia (4 sierpia n. s.) obserwowano wieczorem przez koło powtarzające odległość od zenit Arktura, stąd zrównanie czasu zegarowego następującym otrzymuje się sposobem.

Miejsce Wernierów.	*Czas obserwacyi*	
I... 0°.0'.0".	$9^g.\ 7'.49'',5$	
IV..270. 0'.0".	9. 10	Bar. $27^c.6^l.0 = 0^m,7445$
Werniery odczytane.	10. 20	Th. Réa. $+10,33 = 12°,88$ setk.
	12. 31,5	
I...331.17'.8".	14. 9,5	
IV..241.17.8.	15. 41	

Czas średni obserwacyi .... $9^g.\ 11'.\ 36'',92$

$$\text{Odległ. od zenit Arkt.} = \frac{331°.\ 17'.\ 8''}{6} = 55°.\ 12'.\ 51'',33 = Z.$$

Dla poprawienia odległości od zenit co do refrakcyi, wzięliśmy tablice umieszczone w drugim tomie Geod. Puissana (wydanie 2gie).

l. Refr. śred.	T. V.	1,9227
Bar.	T. VI.	9,9909
Th.	T. VII.	9,9950
l. refr. prawdz.		$= 1,9086 = l.r.$

$$r = 1'.\ 21'',02.$$

Odległ. Arkt. od Zen. obserwowana ...	55°. 12'. 51",33
	+ 1'. 21",02
Odległ. prawdz.	55°. 14'. 12",35

Wypada teraz rozwiązać formułę znajomą

$$\text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P = \frac{\text{wst}\, R\ \text{wst}\, R'}{\text{wst}\,\Delta\ \text{wst}\,(90 - H)}$$

która służy na znalezienie kąta godzinnego ze znanych trzech boków, i która jest znajomem przerobieniem zrównania fundamentalnego, gdzie $R = \frac{1}{2}(Z + \Delta + 90° - H) - \Delta$, $R' = \frac{1}{2}(Z + \Delta + 90° - H) - (90° - H)$.

Odległ. od Zen. Ark. .... 55°. 14′. 12″,55 = Z
Δ = odl. Ark. od bieg. płn. .... 69. 53. 54,30 ... (N. al. 1824)
Dopełnienie szerokości 33. 57. 55,94

Summa ..... 159. 6′. 2″,59
½ summy 79. 33. 1,29
Δ = ... 69. 53. 54,30

½ summy — Δ = R = 9. 39′. 6″,99
79. 33′. 1″,29
90 — H = 33. 57. 55,94

½ summy — (90 — H) = 45°. 35′. 5″,35 = R'

l. wst R = 9,2244361
l. wst R' = 9,8538728
Dop. l. wst Δ = 0,0272952
D. l. wst(90° — H) = 0,2528259

19,3584300 = l. wst² ½ P.

l. wst ½ P = 9,6792150
½ P = 28°. 32′. 22″,48
P = 3^g. 48′. 18″,99

Wznosz. pr. Arkt. (n. Al. 1824) .... 14^g. 7′. 40″,90 pozorne
P = .. 3^g. 48. 18,99

Czas gwiazd. obser. 17. 55. 59,89
Czas gw. w połud. śred. (Astr. J.) 8. 51. 44,00

Czas średni niepoprawny ...... 9. 4. 15″,89
Popr. .... — 1′. 29″,16

9. 2′. 46,73

Czas śred. obser. .... 9. 2′. 46,73
Czas wskazany przez zegar 9. 11. 36,92

Pośpiech zegaru nad czas średni ..... 8′. 50,19

Ponieważ te sposoby znachodzenia zrównania czasu zegarowego są niezmiernie częstego w Astronomii praktyczney użycia, dla tego za rzecz potrzebną osądziłem objaśnić je przykładami. Teorya ich jest widoczna z samego przykładu, i zasadza się na początkach wyjaśnionych w § 22 i 122. Sposób otrzymania biegu zegaru z obserwacyi bezwzględney wysokości słońca jest zupełnie tenże sam, co i z obserwacyi gwiazdy, dla tego nie ma potrzeby osobnym go objaśniać przykładem.

CXXIV. *Rozbiór błędów w obserwacyach kołem powtarzającém zayśdź mogących.*

W obserwacyach kołem powtarzającém nayważnieyszą jest rzeczą *naprzód*, ustanowić jak naydokładniey narzędzie do płaszczyzny wierzchołkowey za pomocą osobney do tego celu służącey libelli; *powtóre*, upewnić się czy oś optyczna jest doskonale równoległą do płaszczyzny koła, co się wykonywa tym sposobem. Kieruje się luneta narzędzia do przedmiotu odległego tak, żeby przecięcie nici padało na ten przedmiot; obraca się potém narzędzie około osi wierzchołkowey na 180° dokładnie, i jeżeli przecięcie lunety na wysokość przedmiotu posunioney nie trafi doskonale na ten przedmiot, naówczas nić wierzchołkowa posuwa się nieco w stronę przedmiotu widzianego; co się robi póty, aż nareszcie w obrocie na 180° narzędzia nić wierzchołkowa na tenże sam trafia przedmiot. Jeżeli oś optyczna nie jest dobrze urządzona, albo jeżeli płaszczyzna narzędzia nie jest doskonale kołem wierzchołkowém, naówczas odległości od zenit czytane na kole narzędzia, mnieysze są od prawdziwych, gdyż są tylko ich projekcyami na płaszczyznę narzędzia, i błąd tym jest większy im odległość od zenit jest mnieysza, jak to można widzieć w wyrazeniu tych błędów przez funkcyą odległości przedmiotu od zenit.

Wyobraźmy sobie na figurze (p) przez PZO koło wierzchołkowe przechodzące przez liniją PO, gdzie się płaszczyzna narzędzia $PZ'O$ przecina z poziomem; kąt $ZPZ'=P$ oznaczać będzie pochyłość płaszczyzny narzędzia do koła wierzchołkowego. Niech E wyraża mieysce gwiazdy, którey obserwacyą robimy, prawdziwa jey odległość od zenit jest ZE, odległość zaś brana przez narzędzie jest $Z'E$, która mnieyszą jest od ZE, gdyż w troykącie $ZZ'E$ prostokątnym przy Z' mamy

$$\text{dost}\, ZE = \text{dost}\, Z'E\, \text{dost}\, ZZ' = \text{dost}\, Z'E\, \text{dost}\, P.$$

Nazwiymy przez α różnicę między ZE i $Z'E$, będziemy mieć

$$\text{dost}(Z'E+\alpha) = \text{dost}\, Z'E\, \text{dost}\, P =$$
$$= \text{dost}\, Z'E - 2\text{dost}\, Z'E\, \text{wst} - 2\text{dost}\, Z'E\, \text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P$$

albo

$$\text{dost}(Z'E+\alpha) - \text{dost}\, Z'E = -2\text{dost}\, Z'E\, \text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P = x \ldots\ldots (m).$$

Zrównanie to jest zupełnie téy saméy postaci co zrównanie (a) § 120, wartość więc na α oznaczy się podobnym sposobem jakeśmy wyżey oznaczyli wartość na u to jest

$$\alpha = fx = (\alpha) + \left(\frac{d\alpha}{dx}\right) x + \left(\frac{d^2\alpha}{dx^2}\right) \frac{x^2}{1.2} + \text{etc.}$$

gdzie w wyrazach objętych nawiasem uczynić potrzeba $x=0$, albo co to samo jest, uczynić $\alpha=0$, gdyż te ilości jednocześnie stają się zero. Różniczkuymy zrównanie (m) uważając α jako funkcyą ilości x

$$dx = -d\alpha\, \text{wst}(Z'E+\alpha)$$

$$o = -\text{dost}(Z'E+\alpha)\, d\alpha^2 - d^2\alpha\, \text{wst}(Z'E+\alpha)$$

$$d^2\alpha = -\frac{\text{dost}(Z'E+\alpha)\, d\alpha^2}{\text{wst}(Z'E+\alpha)}$$

$$= -\frac{\text{dosty}(Z'E+\alpha)\, dx^2}{\text{wst}(Z'E+\alpha)}$$

Stąd

$$(\alpha) = 0$$

$$\left(\frac{d\alpha}{dx}\right) = -\frac{1}{\text{wst}\, Z'E}$$

$$\left(\frac{d^2\alpha}{dx^2}\right)^2 = -\frac{\text{dosty}\, Z'E}{\text{wst}^3 Z'E}$$

$$\alpha = \frac{2\,\text{dosty}\, Z'E\, \text{wst}^2 \tfrac{1}{2} P}{\text{wst}\, 1''} - \frac{2\,\text{dosty}^3 Z'E\, \text{wst}^4 \tfrac{1}{2} P}{\text{wst}\, 1''}$$

Drugi wyraz w wyrażeniu na α zawsze prawie dla swey małości opuszczonym bydź może.

Widoczna jest rzecz, że wyrażenie błędu obserwowaney odległości od zenit, pochodzącego z przyczyny, że oś widzenia nie jest równoległą do płaszczyzny narzędzia, ale robi z tą płaszczyzną pewny kąt φ, jest zupełnie podobne i tymże samym otrzymuje się sposobem. Nazywając błąd ten przez α', będzie

$$\alpha' = 2 \,\mathrm{dosty}\, Z'E \,\mathrm{wst}^2\, \tfrac{1}{2}\varphi - 2 \,\mathrm{dosty}\, Z'E \,\mathrm{wst}^4\, \tfrac{1}{2}\varphi.$$

Błąd ten α' przez wiadome sposoby może bydź przywiedzionym do ilości bardzo małey, a w ogólności w rozwadze wypadków szerokości jeograficzney mieysca, błąd ten razem z błędem wyżey opisanym uważa się i ocenia, gdyż mamy:

$$\alpha'' = \alpha + \alpha' = 2 \,\mathrm{dosty}\, ZE \,\mathrm{wst}^2\, \tfrac{1}{2}\psi - 2 \,\mathrm{dosty}^3\, Z'E \,\mathrm{wst}^4\, \tfrac{1}{2}\psi$$

gdzie $\psi = P + \varphi.$

Błędy tu opisane tym są niebezpiecznieysze, że są stałeczne, tak że w wypadku średnim z wielu obserwacyy, całkowitą swoję zachowują wartość. Ponieważ zaś zupełne zniszczenie tych błędów jest prawie niepodobne, dla tego przywiodłszy je ile można do ilości naymnieyszey, należy w szukaniu szerokości jeograficzney obserwować gwiazdy ze strony południowey i ze strony północney zenit, naówczas bowiem jeżeli obserwacye pierwszych, z przyczyny wyżey wskazanych błędów, dają szerokość za małą, obserwacye gwiazd drugich, dadzą szerokość większą od prawdziwey, tak że tym sposobem w wypadku średnim błąd ten znacznie się zmnieyszy, i nareszcie z różnic między wypadkami otrzymanemi z obserwacyy w dwojakiem gwiazd względem zenit położeniu, można sądzić o dokładności w położeniu narzędzia, i o stopniu pewności robionych przezeń obserwacyy. Nadto z takowych obserwacyy porównanych z sobą, wyciąga się błąd średni w położeniu narzędzia, a stąd przyzwoita każdey odległości od zenit poprawa.

Oprócz wymienionych tu błędów, może jeszcze wypadek otrzymany przez obserwacye bydź błędnym, z przyczyny zgięcia się lunety przez ciążenie nie równe jéy końców, zwłaszcza jeżeli te przez ciężary przeciwne nie są równoważone. Tu zachodzą dwa przypadki, to jest bydź może, że koniec ze szkłem okowem bardziey zgina lunetę, niż koniec ze szkłem przedmiotowém; naówczas przecięcie się dwóch nici środkowych, w ognisku lunety będących, gdzie się bierze wysokość gwiazdy, to jest punkt A (fig. q), spada do punktu A', oś widzenia bierze położenie $A'C$, i nie trafi na przedmiot P, na któryby w tém położeniu narzędzia trafiła, gdyby skutku zgięcia się nie było. Wyobrażam tu na figurze przez C środek szkła przedmiotowego, przez AA' przewyżkę zgięcia się czyli spadnienia dwóch końców lunety. W takim przypadku podeymując razem z lunetą nić poziomą do którey się odnoszą wysokości przedmiotów, żeby trafić na przedmiot P, powiększa się uważana na narzędziu odległość od zenit tegoż przedmiotu. Stąd w obserwacyach kołem powtarzającém, w którem koniec lunety ze szkłem okowém bardziey się zniża, niż koniec ze szkłem przedmiotowém, wszystkie odległości gwiazd są za małe o ilość pewną stateczną dla gwiazd pod jedną wysokością obserwowanych, różną zaś podług różney ich od wierzchołka odległości.

Jeżeli koniec ze szkłem przedmiotowém zgina bardziey lunetę niż koniec ze szkłem okowém, naówczas rozumując podobnie jak wyżey, łatwo jest widzieć, że skutkiem téy przewyżki w zniżaniu się końców lunety, jest powiększenie się wszystkich obserwowanych odległości od zenit. Nareszcie jeżeli oba końce lunety równie ciążą tak, że środek szkła przedmiotowego i nić pozioma mikrometru o równą ilość zniżają się, takowe zgięcie się lunety żadnego wpływu nie ma na wysokości obserwowane ciał niebieskich i wszystkich znacznie odległych przedmiotów.

Dla odkrycia i ocenienia błędu zgięcia się w kole powtarzającém, można postąpić następującym sposobem: Nazwiymy ilość zgięcia się lunety, wtenczas kiedy luneta jest pozioma, przez x; ilość ta będzie mnieyszą w każdém innćm położeniu lunety, tak że jeżeli gwiazda jest u zenit, ilość ta jest zero. Jakoż widoczna rzecz, że siła ciążenia będąc zawsze taż sama, a jey kierunek raz pionowy do lunety w położeniu jey poziomém, drugi raz w położeniu jey innem pochylony do niey o kąt równy temu, jaki czyni luneta z liniją wierzchołkową, wypada, że wyraziwszy zgięcie się poziomu przez x, zgięcie się w odległości od zenit Z wyrazi się przez $x \operatorname{wst} Z$ (*). Obserwuymy teraz kołem powtarzającém, którego błędu zgięcia się szukamy, dwie gwiazdy a i b (fig. 99) i daymy, że piérwszey odległość obserwowana jest O, drugiey O'; odległości te są błędne z przyczyny zgięcia się lunety, jeżeli to rzeczywiście ma mieysce. Odległości więc prawdziwe Za i Zb wyrażą się tym sposobem

$$aZ = O + x \operatorname{wst} aZ$$

$$bZ = O' + x \operatorname{wst} bZ$$

gdzie x może bydź dodatne lub odjemne,

$$ab = O + O' + x\{\operatorname{wst} aZ + \operatorname{wst} bZ\}$$

$$x = \frac{ab - (O + O')}{\operatorname{wst} aZ + \operatorname{wst} bZ} = \frac{ab - (O + O')}{2 \operatorname{wst} \tfrac{1}{2}(aZ + bZ) \operatorname{dost} \tfrac{1}{2}(aZ - bZ)}.$$

Tym sposobem z wielką dokładnością zgięcie się poziome lunety ocenić można, a mnożąc je przez wstawę odległości od zenit gwiazd obserwowanych, wynaleśdź poprawkę wszystkich obserwacyy i wyciągnionych z nich szerokości. W wyrażeniu na x tu otrzymaném, O i O' są to odległości od zenit obserwowane, poprawione co do refrakcyi; ilość ab oznacza różnicę odległości pozornych gwiazd a i b od bieguna północnego P, to jest różnicę odległości wziętych z katalogu i poprawionych co do poprzedzania punktów równonocnych, aberracyi i nutacyi. Co się ty-

---

(*) Chociaż siła zginania lunety jest zupełnie proporcyonalna wstawie odległości od zenit, bydź jednak może, że skutek, to jest zgięcie się lunety, nie idzie doskonale w tymże samym stosunku; wszakże zdaje się, że oddalenie się od tego prawa w zwyczaynych narzędziach astronomicznych, nie może bydź bardzo wielkie.

cze mianownika, w nim za ilości *aZ* i *bZ* można wziąść ilości *O* i *O'*, jako nie wiele od tamtych różne. Owszem w rachunku praktycznym w łukach *aZ* i *bZ*, sekundy dla łatwości rachunku bez błędu opuszczone bydź mogą.

Oprócz wyłożonego tu sposobu wynaydowania zgięcia się lunety, można jeszcze to zgięcie się ocenić podług sposobu wymyślonego i użytego przez Jenerała *Tennera*, który się zasadza na znalezieniu dokładném różnicy ciężarów dwóch końców lunety, odniesionych do téyże samey od punktu podpory odległości, i na szukaniu przez zawieszanie różnych ciężarków na obu końcach lunety, w czasie brania odległości od zenit jakiego przedmiotu, ile ta różnica odmienia kąt odległości od zenit na wysokość daną, skąd się potém łatwo zgięcie się poziome wyciąga.

Sposób nowy Bessela, którego użył do wynalezienia zgięcia się lunety w kole południkowem Reichenbacha, opisany jest w *Astronomische Nachrichten* N. 61.

Weźmy za przykład rąchunku zgięcia się lunety, obserwacye robione w Sygnale Eytintayckim. Wypadki tych obserwacyy są następujące:

Gwiazdy obserwowane.	*Liczba obserwacyy.*	*Szerokość Sygnału.*
α Małego Niedzwiedzia	318	56°. 2'. 5",86
α Orła.	120	56. 1. 49,47
α Liry.	110	56. 1. 54,80
α Łabędzia.	50	56. 1. 54,37
α Ofiucha (Ophiuchus).	102	56. 1. 50,74 (*).

Niezgoda tak wielka między wypadkami nie mogła pochodzić z błędów obserwacyy, gdyż szeregi pojedyncze obserwacyy dla każdey gwiazdy dobrze się z sobą zgadzają; źródła więc tego błędu w narzędziu samém szukać wypada.

Pierwszy rzut oka na otrzymane wypadki przekonywa,

(*) Wypadki te są rachowane podług katalogu Bessela (Astronomische Beob. Siebente Abth. von Bessel 1822).

że błąd ten nie pochodzi z przyczyny, że płaszczyzna narzędzia w ciągu robionych obserwacyy mogła nie bydź statecznie na płaszczyznie koła wierzchołkowggo, gdyż wypadki gwiazd nayblizszych zenit, jak są α *Liry* i α *Łabędzia*, środkują między wypadkami, co dowodzi, że błąd maleje w miarę zbliżenia się gwiazdy do zenit i przeciwnie. Przypuśćmy więc, że błąd ten pochodzi stąd, że koniec lunety gdzie jest szkło przedmiotowe, więcey zgina lunetę niżeli koniec przeciwny (*), w tém przypuszczeniu otrzymamy zgięcie się poziome lunety x następującym sposobem.

Użyymy do tego wypadków z gwiazd nayodległeyszych od zenit i obserwowanych w stronach przeciwnych względem zenit, jak są: α *Małego Niedźwiedzia*, α *Orła*, i α *Ofiucha*. Nazywając przez H szerokość prawdziwą sygnału, mamy

$$\alpha \text{ Orła} \ldots\ldots\ldots\ldots H = 56^\circ.\,1'.\,49'',47 + x\,\text{wst}(47^\circ.\,36').$$
$$\alpha \text{ Mał. Niedźw.} \ldots\ldots H = 56.\ \ 2.\ \ 5,86 - x\,\text{wst}(32^\circ.\,19').$$

$$x = \frac{16'',39}{\text{wst}(47^\circ.\,36') + \text{wst}(32^\circ.\,19')} = 12'',871 \ldots \text{błąd poziomy.}$$

$$\alpha \text{ Ofiucha} \ldots\ldots\ldots\ldots H = 56^\circ.\,1'.\,50'',74 + x\,\text{wst}(43^\circ.\,19').$$
$$\alpha \text{ Mał. Niedźw.} \ldots\ldots H = 56.\ \ 2.\ \ 5,86 - x\,\text{wst}(32.\ 19').$$

$$x = \frac{15'',12}{\text{wst}(43^\circ\ 19') + \text{wst}(32^\circ.\,19')} = 12'',387 \ldots \text{błąd poziomy.}$$

Błąd zgięcia się średni z dwóch wypadków jest:

$$x = 12'',630.$$

Rachując teraz błąd zgięcia się na każdą gwiazdę, to jest $x\,\text{wst}\,Z$, $x\,\text{wst}\,Z'$ i t. d. otrzymamy

(*) Ze składu samego narzędzia można się przekonać, że tak jest w rzeczy samey.

Gwiazdy obserwowane.	Szerokość niepoprawiona.			Błąd zgięcia się.	Szerokość poprawiona.		
α Mał. Niedźw.	56°.	2′.	5″,86	— 6″,75	56°.	1′.	59″,11
α Orła.	56.	1.	49,47	+ 9,32	56.	1.	58,79
α Liry.	56.	1.	54,80	+ 3,77	56.	1.	58,57
α Łabędzia.	56.	1.	54,37	+ 2,49	56.	1.	56,86
α Ofiucha.	56.	1.	50,74	+ 8,66	56.	1.	59,40

Zbliżenie tak wielkie wypadków zupełnie od siebie różnych, jest oczywistym dowodem, że przyczyna tey różnicy między otrzymanemi wprost wypadkami była dobrze oznaczona, i co do swojey natury i co do wielkości. Robione potém obserwacye w obserwatoryum wileńskiem w jesieni 1825 roku, dały podług katalogu Bessela błąd zgięcia się poziomego

$$x = 11'',481.$$

Wypadek, który się nieco różni od wypadku poprzedzającego, co może pochodzić: *naprzód* ztąd, że gwiazdy do obserwacyy użyte nie były wszystkie też same, które były obserwowane w Eytintaycach, a zatém błędy w ich położeniu mogły bydź różne. *Powtóre*, liczba zrobionych obserwacyy nie była dostateczną do zniszczenia zupełnie błędów sameyże obserwacyi. *Nareszcie*, bydź może, że błąd zgięcia się lunety większy jest nieco latem kiedy temperatura jest wysoką, niż w temperaturze zniżoney jesienney. Obserwacye w poziomie sztucznym, jakie zamierzamy tu robić, rzucą nowe światło na błędy tego narzędzia, i posłużą do ich zniszczenia lub przywiedzenia do ilości bardzo małey. Dzisiay kiedy wielka moc optyczna teleskopów błędy obserwacyy samych czyni małemi, nie wielka ich liczba przy pewney wprawie obserwatora, może przywieśdź błąd obserwacyy do ilości bardzo małey. Ale obserwacye powtarzane tysiąc razy, z naywiększem staraniem, zostaną zawsze błędnemi, jeżeli się jaki błąd stateczny w narzędziu znayduje. Szukanie tych błędów stałych, niszczących owoc licznych i z pracą robionych obserwacyy, powinno bydź nayważnieyszém Astronoma staraniem. Trafne ich postrzeżenie i oznaczenie, jest to co dzisiay cechuje wyższość talentu Astronoma obserwatora, i co stan dzisieyszy Astronomii na wyższy może podnieść stopień.

CXXV. *Sposoby ułatwiające znalezienie gwiazdy w obserwacyi kołem powtarzającém.*

Ponieważ w robieniu obserwacyi kołem powtarzającém zależy bardzo na tém, iżby w krótkim czasie jak naywiększa ich liczba zrobiona bydź mogła, dla tego potrzeba starać się o jak naychyższe w każdéy obserwacyi znalezienie gwiazdy, co nie jest zawsze rzeczą łatwą, zwłaszcza jeżeli gwiazda jest małą, lub kiedy się obserwacya w dzień robi. Do tego w zwyczaynych kołach powtarzających zawiesza się poziomie przed narzędziem nić, na którą nakierowana luneta trafia na gwiazdę; ta więc nić służyć będzie do znaydowania wysokości gwiazdy. W kołach powtarzających *Reichenbacha*, jest małe koło równoległe do koła wierzchołkowego, na którém się bierze wysokość; koło to ze skazówką mającą noniusz służy bardzo wygodnie do nastawienia lunety na wysokość gwiazdy, położenie bowiem i ruchy skazówki są zupełnie spólne położeniu i ruchowi lunety. Do znalezienia zaś poziomołuku gwiazdy służy będące u dołu koło poziome, byleby tylko poziomołuk gwiazd na każdy moment obserwacyi był znanym. Poziomołuk więc ten wypada pierwiey wyrachować na każdą wielkość kąta godzinnego, co łatwo jest wykonać, jak tylko szerokość jeograficzna mieysca i zboczenie gwiazdy jest blizko znane. W troykącie bowiem ZPG (fig. 98), mamy boki ZP i PG, i kąt P, do wynalezienia więc kąta PZG, użyjemy zrównania trzeciego głównego.

$$\text{dosty}\, PZG = \frac{\text{wst}\, PZ\, \text{dosty}\, PG}{\text{wst}\, P} - \text{dosty}\, P\, \text{dost}\, PZ.$$

Licząc poziomołuk od południa mamy

$$\text{poziomołuk} = Z = 180 - PZG$$

nadto

$$PZ = 90^\circ - H, \quad PG = 90^\circ - \beta$$

stąd

$$\text{dosty}\,Z = \text{dosty}\,P\,\text{wst}\,H - \frac{\text{dost}\,H\,\text{sty}\,\beta}{\text{wst}\,P}$$

$$\text{sty}\,Z = \frac{\text{siecz}\,H\,\text{wst}\,P}{\text{sty}\,H\,\text{dost}\,P - \text{sty}\,\beta}.$$

Znak przy styczney β zostaje odjemny, jeżeli obserwujemy gwiazdę między biegunem a równikiem, lecz jeżeli obserwujemy gwiazdę południową, naówczas znak styβ odmienić należy. Nadto jeżeli gwiazda przechodzi przez południk w przeyściu niższém, wtenczas dost P jest odjemna, i wyrażenie poziomołuku rachowanego od południa będzie

$$\text{sty}\,Z = \frac{-\text{siecz}\,H\,\text{wst}\,P}{\text{sty}\,H\,\text{dost}\,P + \text{sty}\,\beta}.$$

Uważając więc kąt P jako kąt między kołem godzinném gwiazdy a częścią południka naybliższą gwiazdy, a kąt Z jako kąt rachowany od południka dla gwiazd przechodzących przez południk ze strony południowey bieguna, a jako rachowany od północy dla gwiazd w przeyściach ich niższych, będziemy mieć w ogólności formułę pod tym kształtem

$$\text{sty}\,Z = \frac{\text{siecz}\,H\,\text{wst}\,P\,\text{dosty}\,\beta}{\text{sty}\,H\,\text{dost}\,P\,\text{dosty}\,\beta \mp 1}.$$

Znak wyższy w drugim wyrazie mianownika bierze się wtenczas tylko, kiedy gwiazda przechodzi przez południk między biegunem północnym a równikiem ze strony południowey, przeciwnie kiedy gwiazda przechodzi przez południk pod równikiem lub pod biegunem północnym, wziąść należy znak niższy.

Otrzymuje się jeszcze z wielką dokładnością szerokość jeograficzna mieysca przez obserwacye gwiazdy biegunowey w naywiększych jey od południka wschodnich lub zachodnich odległościach (Puis. § 520). Nakoniec szerokość ta wynachodzić się może przez obserwacye gwiazdy biegunowey robione w jakiémkolwiek bądź jey położeniu, podług sposobu podanego przez P. Littrowa. (Astronomisches Jahrbuch 1825 k. 174) (*).

CXXVI. *Sposób oznaczenia szerokości jeograficzney mieysca za pomocą lunety południkowey ustawioney pionowo do południka mieysca.*

W numerze 49 (*Astronomische Nachrichten dritter Band.*) podał Bessel myśl dochodzenia szerokości jeograficzney mieysca za pomocą lunety pionowo do płaszczyzny południka ustawioney; teorya tego sposobu zależy na tém. Wystawmy sobie południk mieysca PZ przecięty przez koło wierzchołkowe AZB (**), opisywane przez lunetę południkową, którey oś optyczna piérwiey urządzoną została; wyraźmy przez T i T' obserwowany na zegarze gwiazdowym czas przeyścia gwiazdy przez nić lunety, wyrażającą koło wiérzchołkowe AB, raz kiedy to przeyście ma mieysce ze strony wschodniey w punkcie A, drugi raz ze strony zachodniey w punkcie B; przez τ zaś i τ' oznaczmy poprawy czyli różnice czasu zegaru od czasu gwiazdowego, odpowiadające czasóm obserwacyy T i T'. Nadto nazwiymy wznoszenie się proste gwiazdy przez α,

$$APZ = p \qquad BPZ = p' \qquad AP = 90 - \beta$$

$$PZA = a \qquad PZB = a' \qquad PZ = 90 - H.$$

$$\text{dosty}\, a = \frac{\text{sty}\, \beta \,\text{dost}\, H - \text{wst}\, H \,\text{dost}\, p}{\text{wst}\, p}$$

$$\text{dosty}\, a' = \frac{\text{sty}\, \beta \,\text{dost}\, H - \text{wst}\, H \,\text{dost}\, p'}{\text{wst}\, p'}.$$

Że zaś

$$a = 180^\circ - a', \qquad \text{dosty}\, a = -\text{dosty}\, a'.$$

Stąd

(*) Uwagi nad tym sposobem znaydzie czytelnik w *Connoissance des tems* 1825. k. 373.

(**) Figurę łatwo jest sobie wystawić.

$$\text{wst}p'(\text{sty}\beta\,\text{dost}H-\text{wst}H\,\text{dost}p)=\text{wst}p(\text{wst}H\,\text{dost}p'\,\text{sty}-\beta\,\text{dost}H)$$

$$\text{wst}p'\,\text{sty}\beta-\text{sty}H\,\text{dost}p\,\text{wst}p'=\text{wst}p\,\text{sty}H\,\text{dost}p'-\text{sty}\beta\,\text{wst}p$$

$$\text{sty}H\,\text{wst}(p+p')=\text{sty}\beta(\text{wst}p'+\text{wst}p)$$

$$\text{sty}H\,\text{wst}\tfrac{1}{2}(p+p')\text{dost}\tfrac{1}{2}(p+p')=\text{sty}\beta\,\text{wst}\tfrac{1}{2}(p'+p)\text{dost}\tfrac{1}{2}(p'-p)$$

$$\text{sty}H=\text{sty}\beta\frac{\text{dost}\frac{1}{2}(p'-p)}{\text{dost}\frac{1}{2}(p'+p)}\ldots\ldots\ldots\ldots(m)$$

$$=\text{sty}\beta\frac{\text{dost}\left\{\frac{T'+\tau'+T+\tau}{2}-\alpha\right\}}{\text{dost}\left(\frac{T'+\tau'-T-\tau}{2}\right)}\ldots\ldots(m').$$

Podług tego zrównania mając znane α, β, τ, i τ', można z dwóch obserwacyy T i T' wyciągnąć szerokość jeograficzną mieysca. Jeżeli te ilości α, β, τ i τ' nie są doskonale znane, szerokość H będzie błędną o ilość dH, która zależeć będzie od wpływu jakie mają błędy $d\alpha$, $d\beta$, $d\tau$ i $d\tau'$ na szerokość H.

Różniczkując zrównanie (m') co do H, α, β, τ, i τ', otrzymujemy

$$\frac{dH}{\text{dost}^2H}=\frac{d\beta}{\text{dost}^2\beta}\frac{\text{dost}\frac{1}{2}(p'-p)}{\text{dost}\frac{1}{2}(p'+p)}+d\alpha\,\text{sty}\beta\,\text{sty}\tfrac{1}{2}(p'-p)$$

$$-\frac{\frac{1}{2}d\tau\,\text{sty}\beta\,\text{wst}p'}{\text{dost}^2\frac{1}{2}(p'+p)}+\frac{\frac{1}{2}d\tau'\,\text{sty}\beta\,\text{wst}p}{\text{dost}^2\frac{1}{2}(p'+p)}.$$

Wyrzucając z pierwszego wyrazu drugiey strony mnożnika ilości $\frac{d\beta}{\text{dost}^2\beta}$ przez zrównanie (m) i kładąc w innych wyrazach zamiast $\text{sty}\,\beta$ wyrażenie jéy z tegoż zrównania (m) wyciągnione, przyydziemy do następującego zrównania

$$dH=\frac{d\beta\,\text{wst}\,2H}{\text{wst}\,2\beta}+d\alpha\,\tfrac{1}{2}\,\text{wst}\,2H\,\text{sty}\tfrac{1}{2}(p'-p)$$

$$-\frac{d\tau\,\text{wst}\,2H\,\text{wst}p'}{2(\text{dost}p'+\text{dost}p)}+\frac{d\tau'\,\text{wst}\,2H\,\text{wst}p}{2(\text{dost}p'+\text{dost}p)}.$$

Jest to ogólne zrównanie gdzie można widzieć ile każdy z błędów może mieć wpływu na szerokość mieysca, i w jakich przypadkach wpływ ten jest większy lub mnieyszy. Lecz jeżeli ustawimy lunetę południkową tak, iżby opisywane koło wierzchołkowe było pionowe do południka, naówczas

$$\frac{T'+\tau'+T+\tau}{2}=\alpha$$

$$\text{sty}\,H=\text{sty}\,\beta\,\text{siecz}\,\tfrac{1}{2}(T'+\tau'-T-\tau)\;\ldots\ldots(m'')$$

$$dH=\frac{d\beta\,\text{wst}\,2H}{\text{wst}\,2\beta}+\tfrac{1}{4}(d\tau'-d\tau)\text{wst}\,2H\,\text{sty}\,\tfrac{1}{2}(T'+\tau'-T-\tau).$$

Tu widzimy, że błąd w szerokości zależy od błędu w zboczeniu gwiazdy i od błędu w znajomości biegu zegaru w przeciągu między obserwacyami. Lecz ponieważ bieg zegaru można zawsze uważać jako dostatecznie znajomy, tak, iż ilość $d\tau'-d\tau$ z dokładnością wiadomą bydź może, błąd więc ten za żaden uważać można, tym bardziey, kiedy weźmiemy gwiazdę górującą nie dalcko zenit, gdyż wtenczas ilość $T'-T$ jest mnieyszą, stąd błąd w znajomości czasu mnieyszy wpływ ma na szerokość szukaną. Pozostaje więc jeden błąd w szerokości wypadający z przyczyny błędu w przyjętém zboczeniu gwiazdy. Błąd ten wyraża się przez

$$dH=d\beta\frac{\text{wst}\,2H}{\text{wst}\,2\beta}$$

gdzie, jak widzimy, błąd w zboczeniu tym bardziey wpływa na szerokość jeograficzną mieysca, im wst 2β mnieyszą jest od wst $2H$. Jeżeli weźmiemy gwiazdę przechodzącą przez zenit, naówczas

$$dH=d\beta$$

to jest całkowity błąd w zboczeniu znayduje się w otrzymaney szerokości jeograficzney mieysca. Nieprzyzwoitość ta wspólna jest wszystkim sposobom znachodzenia szerokości jeograficzney mieysca, które się na znaném zboczeniu gwiazdy zasadzają. W dzisieyszym stanie Astronomii znaczna już liczba gwiazd stałych tak jest dobrze oznaczona, iż ich położenie w szukaniu szerokości jeograficzney mieysca za doskonale wiadome przyjąć można; powtóre jeżeli tego sposobu użyć chcemy do oznaczenia różnicy w szerokości dwóch mieysc, oddzielonych od siebie kilku stopniami południka, *np.* mieysc leżących pod 51° i 56° szerokości północney, i jeżeli używamy téyże samey gwiazdy przechodzącey *np.* przez zenit mieysca mającego szerokość jeograficzną 51°, naówczas łatwo się jest przekonać, że błąd dwóch sekund w zboczeniu gwiazdy nie zrobi więcey błędu nad 0″,11 w otrzymaney różnicy szerokości jeograficzney mieysc (*). Ważną jest korzyścią tego sposobu *naprzód* to, że w ustawieniu lunety południkowey pionowo do płaszczyzny południka, dosyć jest bydź pewnym o jednę tylko minutę łuku; *powtóre*, robiąc obserwacye dnia każdego w odmiennem położeniu końców osi obrotu lunety co do północy i południa otrzymujemy wypadek średni niezależny od błędów narzędzia, to jest od urządzenia mniey dokładnego osi optyczney, i od nie równey wielkości średnic obu walców na których się obraca luneta.

Jeżeli koło wierzchołkowe opisywane przez lunetę nie jest doskonale pionowe do południka, ale robi kąt blizki 90°, tak że $\frac{1}{2}(p'-p)$ nie przechodzi 1′. 30″, i wtenczas jeszcze zrównanie (m') może bydź rozwiązane bez błędu, podług zrównania (m''); gdyż biorąc logarytmy o siedmiu liczbach dziesiętnych znaydujemy, że l.dost(1′. 30″) = 0. Chcąc wiedzieć jaki błąd w poziomołuku odpowiada błędowi jedney minuty i pół w kącie godzinnym na szerokość H, różniczkuymy zrównanie

(*) Chcąc wiedzieć ile błąd popełniony w czasie obserwacyi wpływa na szerokość szukaną, dosyć jest rozważyć zrównanie

$$dH = \tfrac{1}{2}\, dp.\text{sty } p \text{ wst } 2H\,,$$

które jest zrównaniem różniczkowem zrównania

$$\text{sty } H = \text{sty } \beta \text{ siecz. } p$$

gdzie H i p uważamy za zmienne. Zastanawiając się nad temi zrównaniami łatwo jest widzieć, jakie gwiazdy wybierać należy żeby błąd popełniony w obserwacyi naymnieyszy miał wpływ na szerokość szukaną.

$$\text{dosty}\,a\,\text{wst}\,p = \text{sty}\,\beta\,\text{dost}\,H - \text{wst}\,H\,\text{dost}\,p.$$

uważając a i p za zmienne; otrzymujemy zrównanie

$$\frac{da}{\text{wst}^2 a}\,\text{wst}\,p = \text{wst}\,H dp\,\text{wst}\,p - dp\,\text{dost}\,p\,\text{dosty}\,a$$

w którém $dp = 1'.30''$.

Biorąc w tém zrównaniu przez przybliżenie

$$\text{wst}^2 a = 1, \qquad dp\,\text{dost}\,p\,\text{dosty}\,a = 0$$

wypada $$da = dp\,\text{wst}\,H.$$

Na szerokość jeograficzną $H = 55°$ mamy

$$da = 90''\,\text{wst}\,55° = 73'',7 = 1'.\ 13'',7.$$

Może więc koło wierzchołkowe opisywane przez lunetę bydź pochylone do południka mieysca na $90° \pm 73'',5$ a w użyciu zrównania (m'') żaden stąd błąd wyniknąć nie może. Wreszcie łatwo się jest przekonać, że w szerokości jeograficzney 55°, jeżeli poziomołuk płaszczyzny przez lunetę opisywaney jest $90° \pm 5'$, błąd w wypadku na szerokość nie wynosi jednéy dziesiątéy sekundy (*).

Łatwo jest widzieć, że otrzymując przez sposob tu wy-

(*) Dzisiay kiedy wymiary jeodezyczne w Guberuii Wileńskiey, Kurlandskiey i Grodzieńskiey z matematyczną prawie dokładnością wykonane zostały, mając oznaczone z pewnością przez obserwacye astronomiczne położenie jednego w tey sieci mieysca, długość i szerokość jeograficzną kilku tysięcy mieysc można stąd wyrachować. Położenie to jednak tym sposobem otrzymywane zależy zupełnie od kształtu i wielkości ellipsy, zgadzającey się z łukiem południka, przez sieć rozmiarów przechodzącym; tak, że rachunki robione na rożne spłaszczenia ziemi wartości, dają wypadki bardzo od siebie rożne. Z tego względu niezmordowany w śledzeniu prawdy uczony tych rozmiarow Naczelnik Jenerał *Tenner*, przedsięwziął oznaczenie wielkości różnych części mierzonego południka, żeby z nich wyciągnąć ellipsę jaka w prowincyach blizkich Wilna naylepiey z figurą południka zgadza się. Troskliwa o doskonalenie nauk Zwierzłożony szerokość jeograficzną mieysca, można razem otrzymać kąt jaki robi południk mieysca z liniją łączącą to mieysce z Sygnałem jeodezycznym. Do tego potrzeba znać nie tylko bieg dzienny zegaru, ale jeszcze jego różnicę od czasu gwiazdowego, co się łatwo otrzymuje przez wyżey podane w tém dziele sposoby. Mając szerokość jeograficzną mieysca, położenie gwiazdy, i zrównanie czasu zegarowego znane, wynaydźmy przechód tey gwiazdy przez południk; przechód ten porównany z obserwacyą przeyścia gwiazdy przez koło wierzchołkowe da kąt godzinny. Z troykąta więc PZA gdzie boki PZ i PA, oraz kąt godzinny P jest znany, wynaydziemy kąt Z, to jest pochyłość dokładną koła wierzchołkowego opisywanego przez lunetę do południka mieysca, która jakeśmy mówili może wynosić $90 \pm \delta$, gdzie δ jest ilością bardzo małą. Znając tym sposobem poziomołuk koła opisywanego przez lunetę, dosyć jest za pomocą koła powtarzającego wymierzyć kąt na poziomie między znakiem do którego luneta jest ustawiona a sygnałem jeodezycznym, żeby stąd wyciągnąć poziomołuk tego Sygnału, wzięty na poziomie mieysca któregośmy szerokość jeograficzną oznaczyli.

---

chność Uniwersytetu naszego chciała żeby Obserwatoryum tuteysze dzieliło trudy tak ważnego przedsięwzięcia. Przy końcu lata roku bieżącego 1826 zaczną się roboty od oznaczenia łuku południka przeszło $1^{\circ}\frac{3}{4}$ wynoszącego, między Sygnałem na granicy połnocney Kurlandyi a Sygnałem w okolicach Wilna będącym, przez obserwacye astronomiczne jednocześnie w obu mieyscach robione; w latach następnych wykonane zostaną podobne obserwacye astronomiczne na południowey części łuku. Dokładne oznaczenie jeograficznego położenia wielkiey liczby mieysc, i pomnożenie małego zbioru prawd jakie do téy pory względem figury ziemi otrzymać potrafiono, będzie owocem téy długiey pracy. Sposob tu wyłożony Bessela, oznaczenia szerokości jeograficzney mieysc po raz pierwszy w wymiarze stopni południka użytym będzie.

CXXVII. *Obserwacye dające położenie południka mieysca względem danego koła wierzchołkowego.*

Dla znalezienia kąta jaki robi bok troykąta lub inna jaka linija na poziomie z południkiem mieysca, nayprostszy jest sposób użyć lunety południkowey. I tak daymy, że *PZB* (fig. 100) oznacza nam południk mieysca, z którym bok troykąta jeodezycznego *ZA*, czyli koło wierzchołkowe przechodzące przez wierzchołek troykąta *A*, robi kąt *BZA*, potrzeba oznaczyć ten kąt czyli poziomołuk Sygnału *A*. Na ten koniec ustawmy lunetę południkową doskonale do płaszczyzny południka podług sposobów wyżey podanych, i podług ustawioney tak lunety umieśćmy znak *B* na płaszczyźnie południka, naówczas nic więcey nie pozostaje, jak mierzyć ciągle kołem powtarzającém odległość punktu *A* od punktu *B*, to jest łuk *AB*, którego projekcya na płaszczyznę poziomu jest właśnie miarą kąta *AZB*. Kąt ten *AZB* łatwo się dochodzi z troykąta *ABZ*, gdzie *AB* jest znane, a zaś *AZ* i *BZ* piérwiey wynalezione bydź powinny przez wymiar kołem powtarzającém odległości od zenit punktów *A* i *B*.

W wymiarach jeodezycznych gdzie się używają narzędzia przenośne, a zatém małego tylko wymiaru, nie zawsze można użyć wyłożonego teraz sposobu, który wymaga doskonałey lunety południkowey i dokładnego jey ustawienia. Naówczas można go zastąpić przez obserwacye odległości słońca lub gwiazdy od punktu, którego się poziomołuk wynachodzi. Jakoż wyobraźmy sobie gwiazdę w punkcie *S*, którey odległość od punku *A* jest *SA*; mierzmy tę odległość za pomocą koła ustawionego do płaszczyzny przedmiotów *A* i *S*, i znaczmy czas takowey obserwacyi, naówczas w troykącie *SZA* będziemy mieć boki *AZ* i *AS* z obserwacyi, a bok *SZ* z rachunku, gdyż mając szerokość jeograficzną mieysca, zboczenie gwiazdy, i czas obserwacyi, a stąd kąt godzinny gwiazdy daney, możemy łatwo otrzymać na ten moment jey odległość od zenit. Rozwiązując więc troykąt *SZA* otrzymujemy kąt *SZA*, który dodając do kąta *SZB*, mogącego się wyrachować z troykąta SZP, otrzymujemy kąt AZB, to jest poziomołuk szukany punktu A. Jeżeli do obserwacyi wybraliśmy jaką gwiazdę, naówczas obserwacyą robić musimy w nocy i w punkcie A ustanowić latarnię, z tego względu wygodnieyszą jest obserwacya słońca, gdzie się bierze odległość jego brzegu od przedmiotu, dodając potém lub odciągając promień słońca otrzymujemy odległość środka słońca od przedmiotu. Albo też można obserwować raz jeden brzeg drugi raz brzeg drugi, tym sposobem otrzymana odległość jest już odległością środka słońca. Obserwacye te zazwyczay robią się przez koło powtarzające, i tym sposobem otrzymuje się odległość wielokrotna, że zaś ta odległość ciągle jest inna, dla tego znaczy się doskonale czas każdey obserwacyi, a wypadek średni z kilku obserwacyy może się uważać za odległość odpowiadającą czasowi średniemu; z tą jednak uwagą, że takowy wypadek z małéy tylko liczby obserwacyy wyciągany bydź może, odmiany bowiem odległości słońca lub gwiazdy od przedmiotu jakiego ziemskiego nie są proporcyonalne czasowi, i przez małą tylko liczbę minut za takie uważane bydź mogą.

Dla znalezienia przez rachunek boku ZS i poziomołuku SZP z troykąta SZP, gdzie znany jest kąt P i dwa boki $ZP=q$ i $SP=\Delta$, można użyć analogii Nepera.

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}(Z+S)=\text{dosty}\,\tfrac{1}{2}P\,\frac{\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(\Delta-q)}{\text{dost}\,\tfrac{1}{2}(\Delta+q)}$$

$$\text{sty}\,\tfrac{1}{2}(Z-S)=\text{dosty}\,\tfrac{1}{2}P\,\frac{\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(\Delta-q)}{\text{wst}\,\tfrac{1}{2}(\Delta+q)}$$

gdzie $Z=SZP$.

Mając tym sposobem kąt S, otrzymamy bok SZ przez zrównanie

$$\text{wst}\,SZ=\frac{\text{wst}\,P\,\text{wst}\,\Delta}{\text{wst}\,Z}$$

SZ oznacza odległość środoziemną środka słońca od zenit, chcąc więc z niey otrzymać odległość pozorną, to jest taką jaka się rzeczywiście znayduje w troykącie SZA, gdzie S uważamy za mieysce pozorne środka słońca, potrzeba otrzymaną z rachunku odległość zmnieyszyć o ilość refrakcyi a powiększyć o ilość parallaxy. Przystąpić potém należy do rozwiązania troykąta *SZA*, gdzie *SZ*, *AZ*, i *AS* są znane, łatwo więc jest otrzymać kąt *SZA*, a następnie kąt szukany *AZB*.

W szukaniu poziomołuku przez obserwacye słońca należy po każdych czterech lub sześciu obserwacyach przeczytać łuk przebieżony na kole powtarzającém, gdyż wzrost poziomołuku jakeśmy tu już namienili, przez krótki tylko przeciąg czasu za proporcyonalny czasowi uważać można. Otrzymuje się tym sposobem pewna liczba wypadków z których każdy polega na małey tylko liczbie robionych obserwacyy, i z tych wszystkich potém wyciąga się wypadek średni. Naykorzystnieysze tego rodzaju obserwacye są te, które się robią blizko na sześć godzin przed południem i w tyleż godzin po południu, gdyż wtenczas omyłka w czasie czyli w kącie godzinnym rachowanym, naymnieyszy ma wpływ na poziomołuk, jak to w wyrażeniu błędu poziomołuku przez funkcyą kąta godzinnego widzieć można (Base du S. metr. T. II. p. 150). Obserwacye odległości gwiazdy biegunowey w naywiększych jey od południka odległościach, służą bardzo dobrze do oznaczenia poziomołuku. Jakoż znając moment kiedy gwiazda biegunowa jest w odległości sześciu godzin od południka, szukaymy na ten moment jey odległości od punktu *A* (fig. 101), co się otrzymuje przez obserwacye robione przed tą chwilą i po niey. Mamy więc w troykącie *ZGP*,

$$\text{dost}\, ZG = \text{dost}\, PZ\ \text{dost}\, \Delta$$

gdzie *P* i $\Delta = PG$ powinny bydź znane.

$$\text{wst} PZG = \frac{\text{wst}\, \Delta}{\text{wst} PZ}.$$

W troykącie *GZA* mamy trzy boki znane, otrzymamy przeto kąt *GZA*,

$$GZA + GZP = A'ZP' = A'P'$$

gdzie *A'* i *P'* są punkta gdzie koło wierzchołkowe znaku A i południk mieysca spotykają poziom $A'GP'$. Nareszcie otrzymuje się jeszcze poziomołuk punktu danego przez obserwacye naywiększey jego i naymnieyszey odległości od gwiazdy biegunowey. Wyłożenie tego sposobu znaydzie czytelnik w Astr. Delambra T. III. k. 591. (Puis. Geod. T. II. p. 158).

ROZDZIAŁ XX.

Sextans źwierciadłowy (*Sextant de Réflexion*).

CXXVIII. *Skład Sextansa źwierciadłowego i jak się przezeń mierzy odległość dwóch przedmiotów.*

Wyobraźmy sobie łuk AB (fig. 102) zrobiony z metallu i podzielony na części, którego środek jest w punkcie C. Linija CB ma przy końcu B wernier służący do czytania łuku przezeń przebieżonego, na drugim zaś końcu jest zwierciadło LM, pionowie do płaszczyzny narzędzia ABC osadzone, i uległe tymże samym ruchom jakie linii CB nadawane bydź mogą; zwierciadło to zowie się źwierciadłem wielkiém. Drugie źwierciadło małe, jest w mieyscu F ustawione także pionowie do płaszczyzny narzędzia, i zakończone szkłem przeźroczystém tak, że luneta umieszczona w mieyscu O wykierowana jest na liniją oddzielającą szkło od źwierciadła. Zwierciadło małe jest statecznie przytwierdzone do narzędzia, pochyłość jego do źwierciadła wielkiego odmieniać się tylko może przez odmianę położenia linii CB, i kiedy linija ta takie ma położenie, że wernier B jest doskonale na zero, źwierciadło wielkie powinno bydź doskonale równoległe źwierciadłu małemu. W tém położeniu jeżeli patrzymy na przedmiot jaki bardzo odległy, jak jest *np.* gwiazda będąca w punkcie G, gwiazdę tę widzieć naprzód będziemy przez szkło po linii GO, powtóre widzieć będziemy drugi obraz tey gwiazdy po téyże samey linii, pochodzący z odbicia się promienia *GC* równoległego promieniowi *GN* od zwierciadła wielkiego, a potém od zwierciadła małego, kąt bowiem $GCN = CNO$. Daymy teraz, że patrząc ciągle przez lunetę na przedmiot *G* posuwamy koniec linii *CB* ku *A*, tak, że linija ta unosząc z sobą zwierciadło *LGM* bierze teraz położenie *lCmD*, widoczna rzecz, że obraz gwiazdy *G* formowany przez podwóyne odbicie się, nie będzie mógł bydź widziany razem z przedmiotem przez lunetę *O*, natomiast inny jaki przedmiot *np.* xiężyc będący w mieyscu ☽ może przez podwóyne odbicie się robić obraz widziany przez lunetę w kierunku *ON*, tak, że xiężyc i gwiazda odległe od siebie kątem ☽*CG*, będą widziane w dotknięciu z sobą; jeżeli tedy jest związek między łukiem *BD* przebieżonym przez wernier, a kątem ☽*CG*, i jeśli potrafimy oznaczyć ten związek, naówczas czytając przebieżony łuk *BD* od zera do punktu *D*, wnieść z tego będziemy mogli wielkość kąta ☽*CG* między gwiazdą i xiężycem, czyli w ogólności będziemy mogli mierzyć odległość kątową dwóch przedmiotów jakichkolwiek, byleby ich odległość od obserwatora była tak wielka, iżby odległość dwóch zwierciadeł *N* i *C* była niczém w porównaniu do odległości przedmiotów.

Ponieważ xiężyc ma bydź widziany przez odbicie w témże samém mieyscu co gwiazda, wypada więc, że powtórnie odbity promień idący od xiężyca powinien iśdź w kierunku promienia *NO* idącego wprost od gwiazdy. Nazwiymy kąt *LCG*, jaki czyni promień od xiężyca idący z płaszczyzną zwierciadła wielkiego, przez *A*, kąt zaś *DCB* ubieżony przez ramie *CB* nazwiymy przez θ; widoczna rzecz, że kąt między promieniem *GC* a płaszczyzną zwierciadła jest teraz $A+\theta$, kąt zaś między tą płaszczyzną a promieniem *NC* jest $A-\theta$; kąt ten podług praw odbicia jest tenże sam co kąt, jaki czyni promień wpadający xiężyca z płaszczyzną *lC*. Mamy więc, że kąt między *GC* i płaszczyzną zwierciadła wielkiego jest $A+\theta$, kąt między tąż płaszczyzną a promieniem ☽*C* jest $A-\theta$, stąd różnica tych kątów czyli odległość xiężyca od gwiazdy równa jest

$$A+\theta-(A-\theta)=2\theta.$$

Chcąc więc wymierzyć odległość dwóch przedmiotów *np.* xiężyca i gwiazdy, dosyć jest patrząc przez lunetę na gwiazdę, posuwać liniją *LCB* tak, iżby podwóynie odbity obraz brzegu xiężyca malował się w dotknieciu z gwiazdą; łuk *BD* przebieżony rozmnożony przez dwa, daje odległość gwiazdy od brzegu xiężyca. Albo można podzielić jak się to zwyczaynie robi, łuk *AB* wynoszący *np.* 60° na liczbę stopni podwóyną, naówczas przeczytane po obserwacyi położenie werniera, daje zaraz szukany kąt odległości dwóch przedmiotów. Stąd wypada, że w narzędziach tego rodzaju, łuk pewnéy wielkości jest wystarczający do mierzenia dwa razy większey odległości między przedmiotami; i tak Sextansem można mierzyć odległości 120°, kwadransem 180° i tak daley Oprócz mierzenia Sextansem odległości dwóch jakichkolwiek przedmiotów, można jeszcze mierzyć tarcze słońca lub xiężyca poziome lub wierzchołkowe, i znachodzić wysokość ciał niebieskich nad poziomem. W tym ostatnim rodzaju obserwacyi poziom jest widziany przez górną część źwierciadła małego, zakończonego szkłem przezroczystém, i dla tego ta część zowie się szkłem poziomowém (*horizon glass*), na morzu gdzie poziom zazwyczay z dostateczną jest oznaczony dokładnością, wysokość gwiazdy otrzymuje się robiąc sposobem opisanym jey dotknięcie z punktem nayblizszym poziomu. Na lądzie w podobnych obserwacyach używa się poziom sztuczny, takim jest jakakolwiek bądź powierzchnia wypolerowana i ustawiona do poziomu, albo po prostu powierzchnia wody, żywego srebra, lub innego rozcieku w spoczynku zostającego. Naówczas ruszając źwierciadłem wielkiem, przyprowadzić można w ognisko lunety dwa obrazy *np.* słońca, jeden odbity od poziomu sztucznego, drugi formujący się przez podwóyne odbicie się w dwóch źwierciadłach. Obserwacya zależy na zetknięciu brzegów tych obrazów, wyższego z niższym, lub niższego z wyższym. Kąt wskazany przez narzędzie jest podwóyną wysokością brzegu wyższego lub niższego, odciągając więc lub dodając średnicę słońca do wypadku obserwacyi, otrzymujemy podwóyną wysokość środka słońca. W obserwacyach słońca dla osłabienia światła tey gwiazdy są przy źwierciadle wielkiem i przy szkle poziomowém szkła ćmiące, któremi moc światła miarkować można.

CXXIX. *Rozbiór i poprawa różnych błędów w obserwacyach Sextansem źwierciadłowym znaydować się mogących.*

W obserwacyach opisaném tu narzędziem potrzeba naprzód upewnić się, czy źwierciadła przy narzędziu będące są doskonale pionowe do płaszczyzny narzędzia. Dla sprawdzenia pionowości źwierciadła wielkiego, należy dać takie położenie oku, iżby brzeg narzędzia razem z obrazem w źwierciadle mógł bydź widzianym; jeśli brzeg odbity zgadza się z brzegiem rzeczywistym tak, że się wydaje bydź jego dokończeniem, znakiem jest, że źwierciadło jest pionowe do płaszczyzny narzędzia; w przeciwnym przypadku warunek pionowości uskutecznia się za pomocą śrub przytwierdzających źwierciadło do alidady *LB*. To zrobiwszy uważa się jakikolwiek przedmiot ziemski, i posuwa się alidada póty póki przedmiot wprost widziany i obraz przez podwóyne odbicie się zrobiony, nie zeydą się zupełnie, jeśli to w jakiemkolwiek położeniu ma mieysce, naówczas źwierciadło małe jest równoległe wielkiemu a zatém pionowe do płaszczyzny narzędzia. Jeżeli przedmiot wprost widziany nie może się zeyść zupełnie z obrazem odbitym, należy za pomocą śrub odmienić pochyłość płaszczyzny źwierciadła małego, tak iżby dwa widziane obrazy doskonale z sobą zgodzić się mogły.

Dla robienia obserwacyy na płaszczyźnie równoległey do płaszczyzny narzędzia, staraniem powinno bydź artysty umieścić lunetę równolegle do tey płaszczyzny, naówczas obserwacya robi się na linii którąby rozdzieliła pole lunety na dwie równe części. Dla oznaczenia dokładnieyszego tey linii, są w ognisku lunety dwie nici równoległe do płaszczyzny narzędzia, odległe od siebie na stopień lub dwa, stykające się więc punkta dwóch obrazów w równey od tych nici odległości znaydować się powinny. Żeby kąt przeczytany na narzędziu był kątem rzeczywistym, widoczna jest, że źwierciadła powinny bydź sobie równoległe wtenczas, kiedy wernier odpowiada zero. Dosyć więc jest obrać jaki przedmiot i uważać, czyli w tém położeniu werniera obrazy przedmiotu uważanego mogą się z sobą zgodzić doskonale lub nie. W tym ostatnim przypadku należy zwierciadło małe posunąć tak, iżby się obrazy z sobą zeszły, albo co jest łatwiey, zeyście się to obrazów wykonać przez poruszenie werniera, i uważać potém jakiemu podziałowi wernier odpowiada; ilość odeyścia werniera za zero lub w stronę liczących się podziałów, będzie ilością którą do wszystkich odległości obserwowanych dodać lub odciągnąć należy, żeby otrzymać kąt prawdziwy. Sprawdzenie to można jeszcze otrzymać przez obserwacyą słońca następującym sposobem. Posuwając alidadę *LCB*, złączmy jeden z brzegów odbitego obrazu z brzegiem naybliższym obrazu wprost widzianego, i przeczytaymy podział któremu skazówka werniera odpowiada, przesuńmy potém dwa obrazy jeden przez drugi, aż póki drugie dwa brzegi nie zetkną się z sobą, i przeczytaymy znowu położenie werniera. Ponieważ zwierciadła są równoległe wtenczas kiedy oba obrazy są w témże samém mieyscu, jeśli więc punkt zera jest właśnie położeniem skazówki werniera w tém położeniu zwierciadeł, wypada, że w obu opisanych teraz obserwacyach, położenie werniera powinno bydź równo oddalone od zera, raz w jednę stronę drugi raz w drugą. Jeżeli wypadek ten mieysca nie ma, naówczas połowa różnicy dwóch odczytanych obserwacyy jest błędem narzędzia, który do wszystkich odległości z przyzwoitym znakiem dodany bydź powinien.

Narzędzie tu opisane jest ważnego bardzo użycia na morzu, służy bowiem do znalezienia szerokości i długości jeograficzney mieysca przez obserwacye wysokości i odległości słońca lub gwiazd od xiężyca; na lądzie do tegoż samego celu w niedostatku innych narzędzi użytém bydź może. Obserwacya robi się trzymając w ręce prawey narzędzie, a lewą posuwając alidadę. Albo też dla większey wygody użyć można pewnego rodzaju podstawka, na którym narzędzie z boku opartém bydź może. Narzędzie to dla małego zazwyczay rozmiaru i łatwego użycia bardzo jest wygodne w podróżach astronomicznych; wszakże niepodobna jest przezeń ostateczněy w obserwacyach otrzymać dokładności z przyczyny, że moc optyczna lunety jest bardzo mała, obserwacya narzędziem nie mającém stałéy posady mniey pewna, nareszcie błąd w podziałach lub w przeczytaniu stopni podwaja się, gdyż kąt przebieżony na narzędziu jest połową kąta szukanego.

Początek na którym się opiéra teorya *koła źwierciadłowego* (Cercle de reflexion) jest ten sam jaki tu wyłożyliśmy; obszerne tego narzędzia opisanie znayduje się w dziele pod tytułem: *Description et usage du cercle de réflexion par Ch. De Borda*, także w Astronomii Biota (T. I. k. 378).

KONIEC.

Położenie średnie nayznakomitszych gwiazd na początek roku 1823. (Nautical Almau. for the year 1827).

Nazwisko i wielkość gwiazdy.	Wznoszenie się proste w czasie.	Odmiana roczna.	Odległość od bieguna północnego.	Odmiana roczna.
α Małego Niedź. 2—3	0ᵍ. 57'.46",5	+15",01	1°. 38'. 8"	— 19",4
Aldebaran. 1	4. 25'.46,6	3,43	73. 51. 18	7,7
Kapella 1	5. 3. 37,8	4,41	44. 11. 37	4,3
Rigiel 1	5. 6. 2,2	2,88	98. 24. 48	4,5
α Oriona. 1	5. 45. 35,6	3,25	82. 38. 4	1,1
Syriusz 1	6. 37. 20,9	2,64	106. 28. 49	+ 4,8
Kastor . . . . . . 1—2	7. 23. 17,6	3,85	57. 43. 59	7,2
Procyon . . . . . 1—2	7. 30. 2,2	3,17	84. 19. 43	8,9
Pollux . . . . . . 2—3	7. 34. 28,5	3,69	61. 33. 17	8,1
Regulus 1	9. 58. 56,3	3,21	77. 10. 16	17,3
α Panny 1	13. 15. 52,9	3,14	100. 14. 0	18,9
Arkturus. 1	14. 7. 35,6	2,73	69. 53. 29	19,0
Antares 1	16. 18. 34,2	3,66	116. 1. 43	8,7
α Liry. 1	18. 30. 57,0	2,03	51. 22. 31	— 3,0
α Orła . . . . . . 1—2	19. 42. 8,9	2,93	81. 35. 30	8,9
α Łabędzia 2	20. 35. 23,2	2,05	45. 20. 52	12,5
α Pegaza 2	22. 55. 57,2	2,98	75. 44. 42	19,0
α Andromedy. . 2—3	23. 59. 15,6	3,08	61. 53. 12	19,8

Tablica elementów planet.

Planety.	Odległość średnia planet od słońca.		
	W promieniach ziemi.	W milionach mil jeograf.	W częściach odległości średniey ziemi od słońca.
Merkuryusz.	9328	8	0,38710
Wenus.	17429	15	0,7233324
Ziemia.	24096	21	1,0000
Mars.	36715	32	1,5236927
Ceres.	66674	58	2,767245
Jowisz.	125367	108	5.202792
Saturn.	229846	199	9,538-705
Uranus.	462241	398	19,1833050

*

	Srednice obserwo.		Objętości.	Massy.	Gęstości.
	Nay-większe.	Nay-mnieysze			
Słońce.	32',595	1',316	1395324,0	529630	0,25624
Merkuryusz.	11",27	4",99	0,0565	0,1627	2,875646
Wenus.	59",84	9",62	0,8828	0,9243	1,04701
Ziemia.	—	—	1.	1.	1.
Xiężyc.	33',518	29',655	0,0204	0,0146	0,715076
Mars.	17",07	3",56	0,1386	0.1294	0,930736
Jowisz.	44",48	30",13	1280,8	308,84	0,24119
Saturn (*).	20",12	16",30	974,78	93,271	0,095684
Uranus.	4",12	2",93	81,26	1,6904	0,020802

	Obrot gwiazdowy.	Obrot Synodyczny.	Obrot wirowy.
Słońce.	— —	— —	25^{d},012
Merkuryusz.	87^{d},96926	115^{d},877	1,00382
Wenus.	224,70082	583,920	0,97313
Ziemia.	365,256384	— —	0,99727
Xiężyc.	27,32169	29,5306	27,32156
Mars.	686,97962	779,936	1,02735
Ceres.	1460,2	479,672	nieznany
Jowisz.	4332,59631	398,867	0,41358
Saturn.	10758,96984	378,090	0,428 (**)
Uranus.	30688,71269	369,656	nieznany

Obroty gwiazdowe xiężyców około swych planet głównych.

Xiężyce Jowisza.				Xiężyce Saturna.			Xiężyce Urana.		
I.	1^{d}.	18^{g}.	28^{m}.	I.	0^{d}.	$22^{g}\frac{1}{2}$.	I.	5^{d}.	21^{g}.
II.	3.	13.	18'.	II.	1.	9.	II	8.	17.
III.	7.	3.	59'.	III.	1.	21.	III.	10.	23.
IV.	16.	18.	5'.	IV.	2.	18.	IV.	13.	11.
				V.	4.	12.	V.	38.	2.
				VI.	15.	23.	VI.	107.	17.
				VII.	79.	8.			

(*) Odległość pierścienia ♄ od planety tak jak i szerokość tegoż pierścienia = 6".

(**) Obrot wirowy pierścienia Saturna w tymże samym odbywa się czasie.

OMYŁKI.

stronica.	*wiersz.*		*czytay.*
44.	10.	Bradlaja	Bradleja.
50.	5.	$xi -$	$xi =$
108.	2 i 3 od końca.	zamiast z położyć wszędzie Z.	
126.	6.	trapique	tropique.
130.	24.	równoleżnik ziemski	równoleżniki ziemskie.
140.	17.	bm	Om.
162.	2 od końca	$\frac{1-e}{1+e}$	$\frac{(1-e)}{(1+e)}$
178.	14.	0,00046	0,000046.
178.	18.	0,00042	0,000042.
197.	21.	popielanego	popielatego
209.	18.	19°	19
249.	10.	$p =$	$p' =$
262.	12.	też	ten
265.	26.	summą	różnicą
—	27.	różnicą	summą
267.	6.	$\frac{30''}{62}$	$\frac{20''}{62}$
	Fig. 30	φ zamiast φ' i wzajemnie	
	— 99.	SSS czytay zgóry $S'S''S$.	
386.	16.	$Ze =$	Zg
395.	4 od końca.	Zrównanie (β'') powinno bydź takie:	

$$-\frac{d\beta}{360^\circ}\cdot\frac{t.styH}{wst(15^\circ.t)}+\frac{d\beta}{360^\circ}\cdot\frac{t\ sty\beta}{sty\ (15^\circ.t)}$$


A
P
Q
R
Fig. a
D

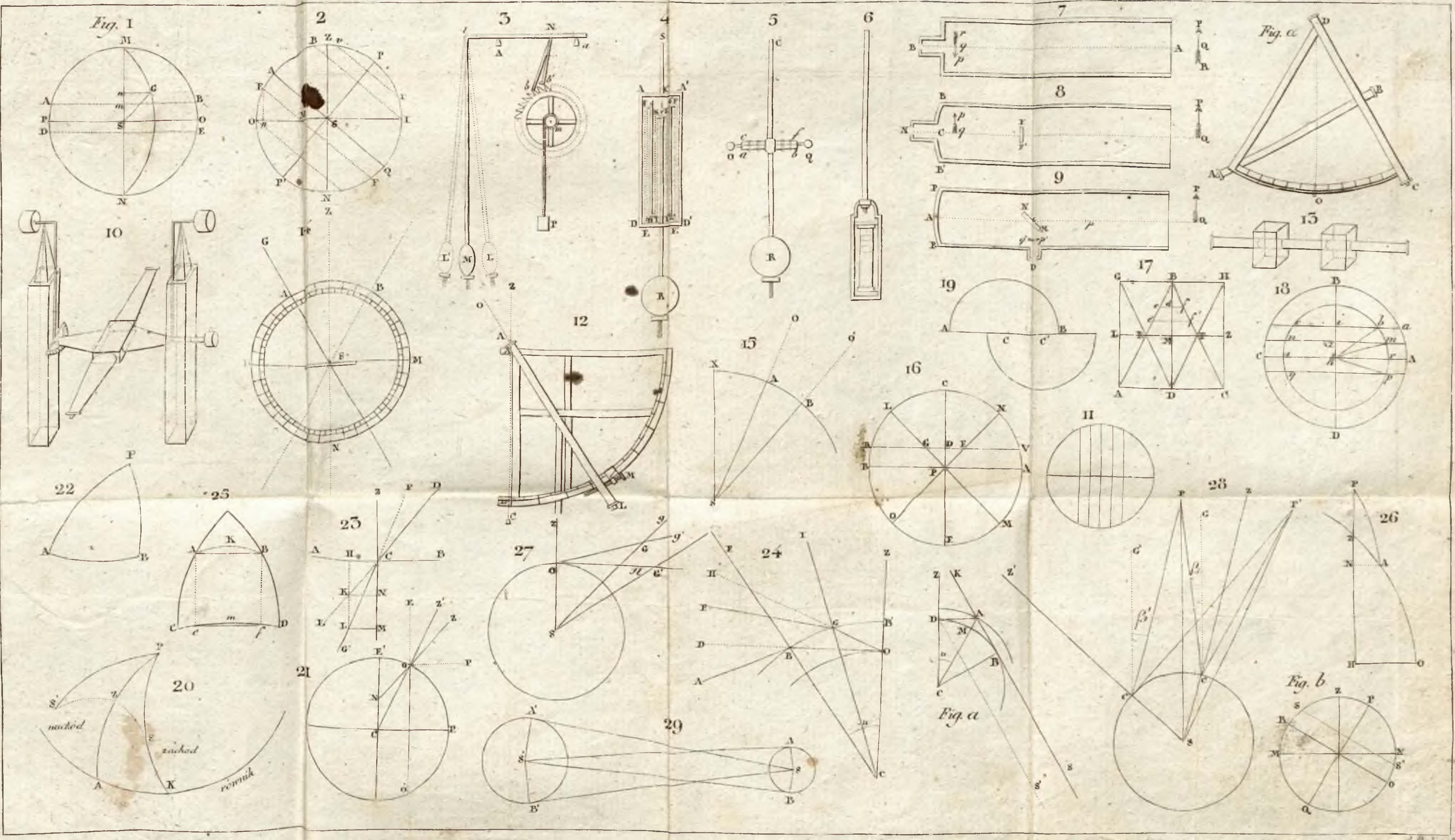
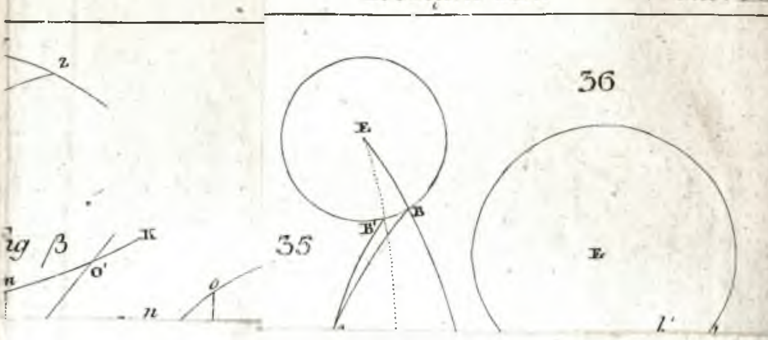


Fig. I
2
3
4
5
6
7
8
9
Fig. a
10
12
13
15
16
17
18
19
II
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
wschód
zachód
równik
Fig. a
Fig. b



z
Fig β
K
O'
n
n
o
35
E
B
B'
36
E
L'

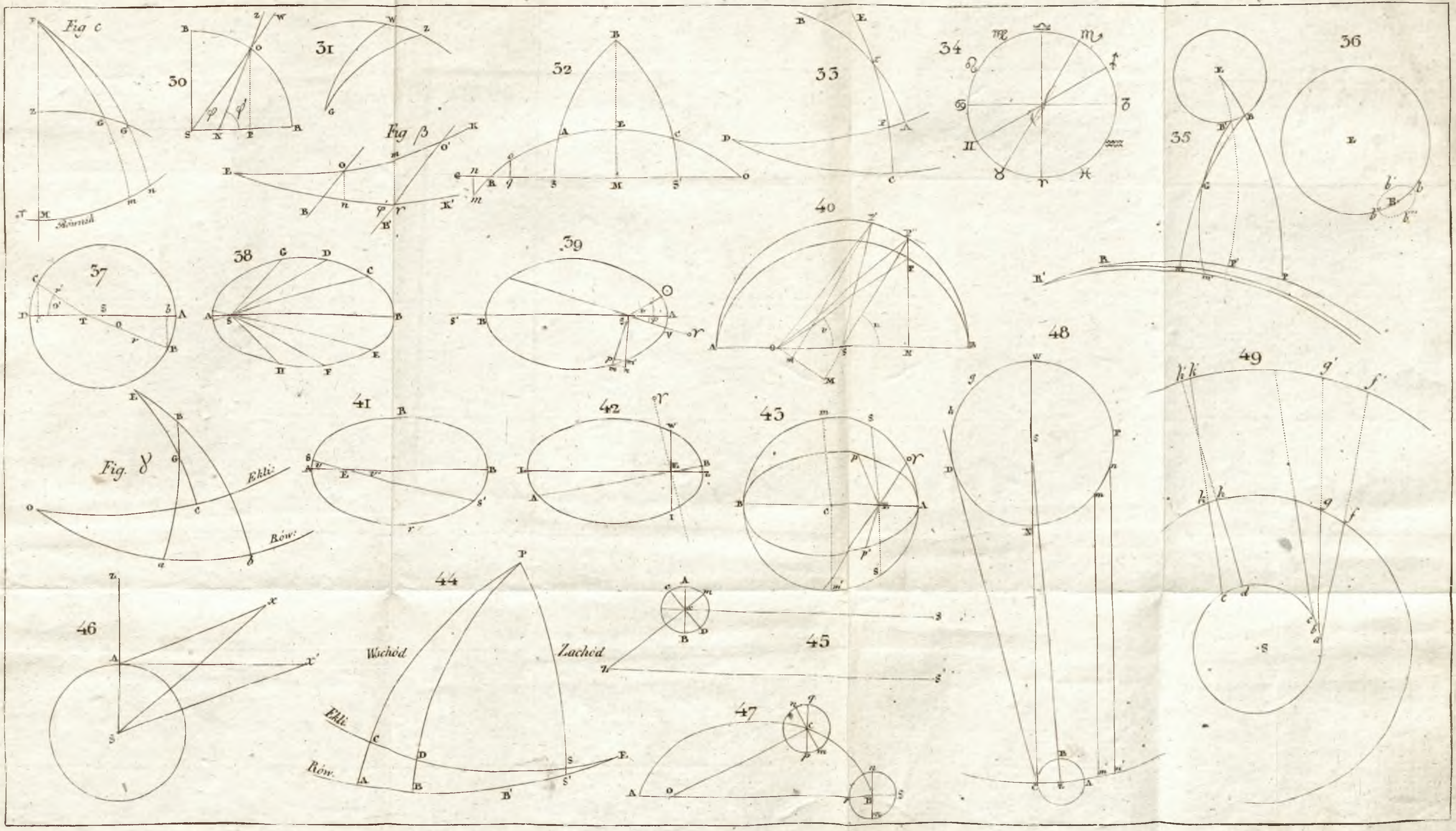
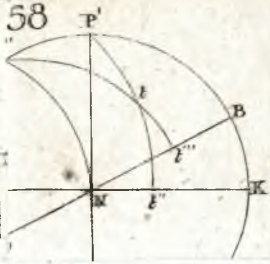


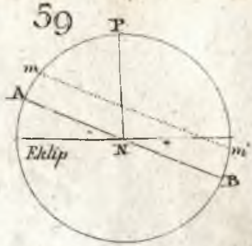
Fig c
30
31
Fig β
32
33
34
35
36
37
38
39
40
Fig. γ
Ekli:
Rów:
41
42
43
44
Wschód
Zachód
Ekli.
Rów.
45
46
47
48
49

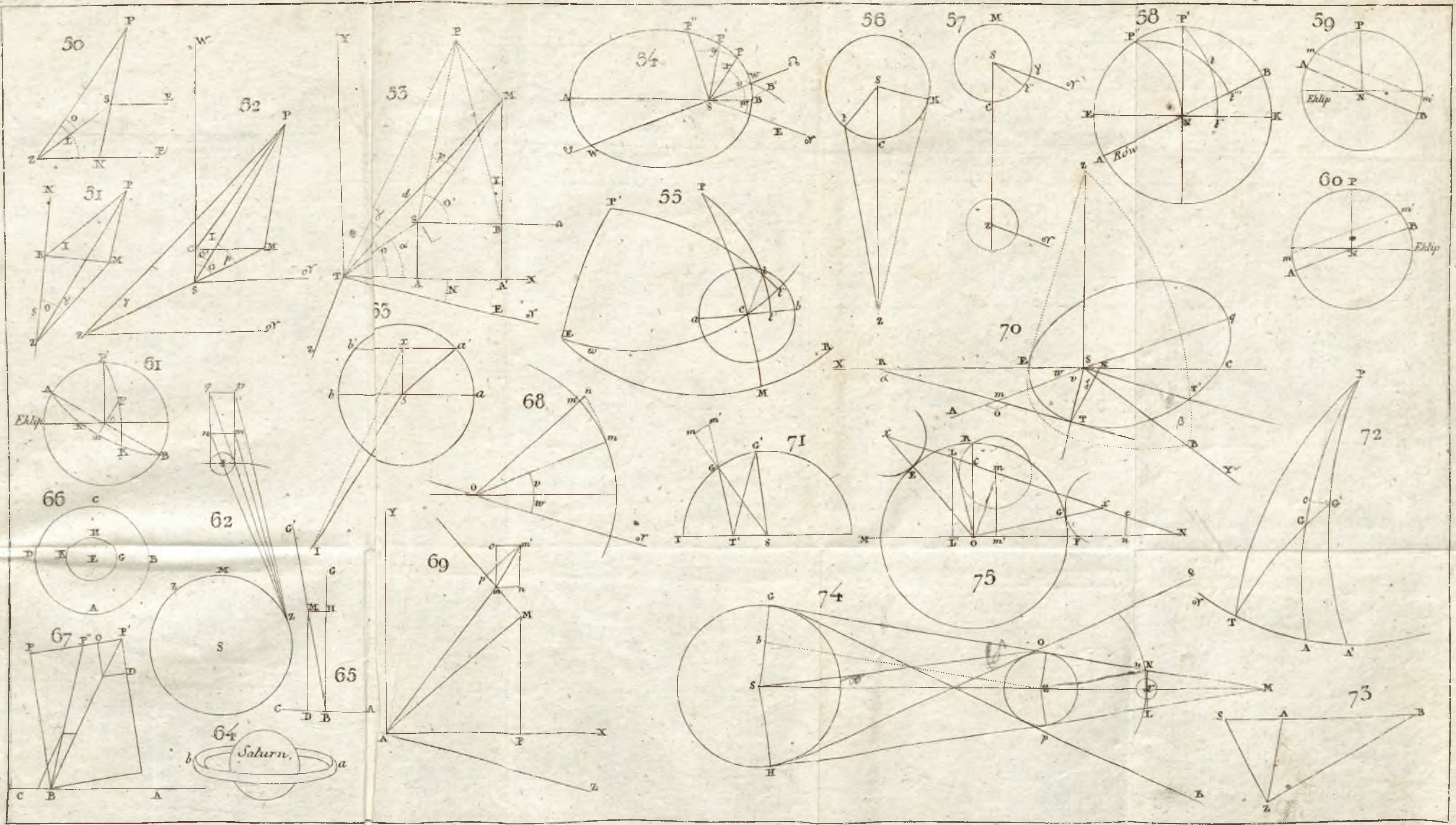
53

58



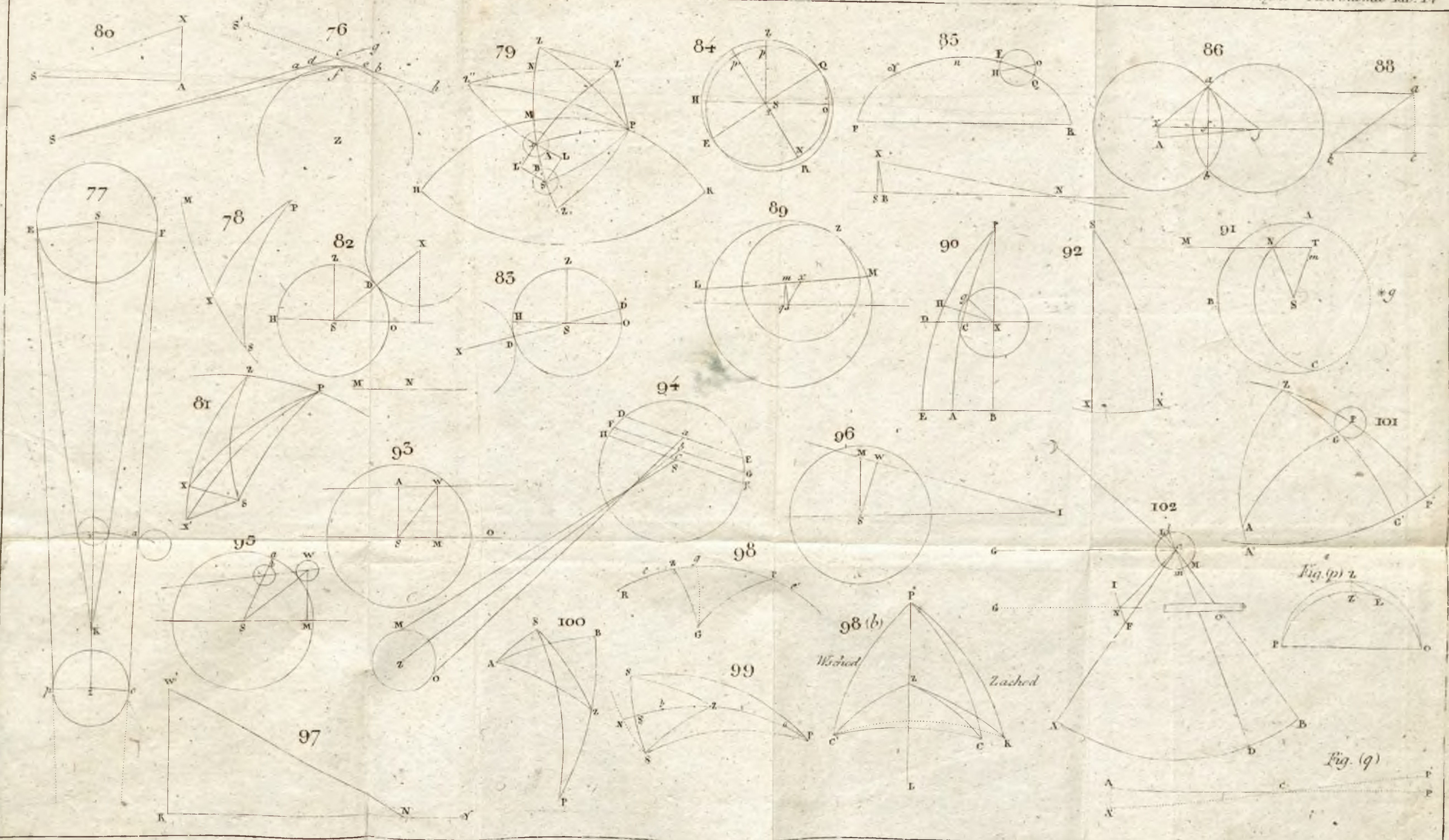
59




50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
Eklip
Rów
Saturn

86

88


80
76
79
84
85
86
88
77
78
82
83
89
90
92
91
81
93
94
96
101
95
98
102
100
98 (b)
99
97
Wschód
Zachód
Fig. (p)
Fig. (q)