

anka.

02

11



6002/vii

M.S. 6002/vii



I. Analysis des Endlichen

1) Höhere Gleichungen von A. — 64.	61 — 64
2) Von d. Kreise, und Verwandlung gekrümmter F. in Kreise.	65 — 83.
3) Entwicklung d. Logarithmen " " " " " "	84 — 112.
4) Von d. Entwicklung d. Kreise " " " " " "	113 —

II Trigonometrie

161 — 224.

III. Zerlegung gebrochener Functionen

225 —



Anglyche.

Out der Form eines gewissen Anglyche man Gröſſen
 und der Form der Gröſſen, wenn man die
 Gröſſen x, y, z wachen, und die Form der Gröſſen
 man man $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ und man man
 Gröſſen wachen, die Gröſſen x, y, z zu finden
 (vid. Continuit. de Gröſſen) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}$ x wird mit
 $(2-m)(3-m) \dots 2 \cdot 2 \cdot 1$ x wird $\frac{2!}{m! (2-m)!}$.

Das 2 gegebene Gröſſen x, y für die Form
 und einzig möglich Combination zu $2 = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 1$.

$$\begin{array}{l} y) \quad x+y = a \\ \quad xy = b \\ \quad xy + y^2 = ay \\ \quad -xy = -b \\ \hline \quad y^2 = ay - b \quad \text{oder} \quad Iy^2 - ay + b = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x) \quad x+y = a \\ \quad xy = b \\ \quad x^2 + xy = ax \\ \quad -xy = -b \\ \hline \quad x^2 = ax - b \quad \text{oder} \quad IIx^2 - ax + b = 0. \end{array}$$

Es folgen 3 Gröſſen gegeben x, y, z .

Anglyche wird die Form zu 2 $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 1}$, x zu 3 $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 1}$.

$$x+y+z = a, \quad xy+xz+yz = b, \quad xyz = c.$$

$$\begin{array}{l} x) \quad x+y+z = a \\ \quad x^2+xy+xz = ax \\ \quad -xy-xz-yz = -b \\ \hline \quad x^2-yz = ax-b \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x) \quad x^2-yz = ax-b \\ \quad x^3-xyz = ax^2-bx \\ \quad +xyz = c \\ \hline \quad x^3 = ax^2 - bx + c \quad \text{oder} \quad Ix^3 - ax^2 + bx - c = 0. \end{array}$$

Um y zu finden.

$$\begin{array}{r} x+y+z = a \\ xy+y^2+yz = ay \\ -xy-xz-yz = -b \\ \hline y^2-xz = ay-b \\ y^3-xyz = ay^2-by \\ +xyz = c \end{array}$$

$$y^3 = ay^2 - by + c \quad \text{oder} \quad y^3 - ay^2 + by - c = 0.$$

Um z zu finden substituieren man $y^3 - ay^2 + by - c = 0$ in die dritte Gleichung

$$\text{III } z^3 - az^2 + bz - c = 0$$

Es gilt

Gegeben 4 Personen x, y, z, v .

$$\text{Summe Kombinationen } 2 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 6.$$

$$y^3 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 4.$$

$$y^4 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 1.$$

$$x+y+z+v = a, \quad xy+xz+xv+yz+yv+zv = b$$

$$xyz+xzv+yzv+xzv = c, \quad xyzv = d$$

$$x+y+z+v = a$$

$$\begin{array}{r} x^2+xy+xz+xv = ax \\ -xy-xz-xv-yz-yv-zv = -b \end{array}$$

$$x^2 - yz - yv - zv = ax - b$$

$$\begin{array}{r} x^3 - xyz - xzv - xzv = ax^2 - bx \\ +xyz + xzv + xzv + yzv = c \end{array}$$

$$x^3 + yzv = ax^2 - bx + c$$

$$\begin{array}{r} x^4 + xyzv = ax^3 - bx^2 + cx \\ -xyzv = -d \end{array}$$

$$x^4 = ax^3 - bx^2 + cx - d; \quad \text{oder} \quad \text{I. } x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + d = 0.$$

$$\begin{array}{r} x+y+z = a \\ 2) \quad x^2+xy+xz = ax \\ \quad -xz-xy-xz = -b \\ \hline \quad \quad x^2-xy = ax-b \\ 3) \quad x^3-xzy = ax^2-bx \\ \quad +xzy = c \end{array}$$

$$\text{III } x^3 - ax^2 + bx - c = 0$$

$$x + y + z + u + v = a$$

$$x) \quad x^4 + yx^3 + zx^3 + ux^3 + vx^3 = ax^4$$

$$-yx^3 + zx^3 + ux^3 + vx^3 - yx^3 - yu - yv - zu - zv - uv = b$$

$$x^2 - yz - yu - yv - zu - zv - uv = ax - b$$

$$x) \quad x^3 - yzx - yux - yvx - zuu - zux - uvx = ax^2 - bx$$

$$+xyz + xyu + xyv + xzu + xxv + xuv + yzu + yxv + yuv + zuv = c$$

$$x^3 + yzu + yxv + yuv + zuv = ax^2 - bx + c$$

$$x) \quad x^4 + yxu + xyxv + xyuv + xzuu = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$-xyzu - xyzv - xyuv - xzuu - yzuu = -d$$

$$x^4 - yzuu = ax^3 - bx^2 + cx - d$$

$$x) \quad x^5 - xyzuu = ax^4 - bx^3 + cx^2 - dx$$

$$+ xyzuu = e$$

$$x^5 - ax^4 + bx^3 - cx^2 + dx - e = 0$$

Ordnung ist selbst. Diese Punkte man setzen

$$II \quad y^4 - ay^3 + by^2 - cy + d = 0$$

$$III \quad z^4 - az^3 + bz^2 - cz + d = 0$$

$$IV \quad v^4 - av^3 + bv^2 - cv + d = 0$$

Gewöhnlich & Größten, x, y, z, u

$$1. 2. 3. 4. 5 = 10.$$

$$2. 3. 4. 5 = 10.$$

$$3. 4. 5 = 5.$$

$$4. 5 = 1.$$

$$x + y + z + u + v = a$$

$$xy + xz + ux + vx + yz + uy + yv + zu + zv + uv = b$$

$$xyz + xzu + xuv + yzu + yzv + zuu + xzu + xzv + yuv + xuv = d.$$

$$xyzu + xyzv + xzuu + xyuv + yzuu = d.$$

$$xyzuu = e.$$

Größt wurde folgender folgendermaßen aufgeführt:

$$I \quad x^5 - ax^4 + bx^3 - cx^2 + dx - e = 0.$$

$$II \quad y^5 - ay^4 + by^3 - cy^2 + dy - e = 0.$$

$$III \quad z^5 - az^4 + bz^3 - cz^2 + dz - e = 0.$$

$$IV \quad v^5 - av^4 + bv^3 - cv^2 + dv - e = 0.$$

$$V \quad u^5 - au^4 + bu^3 - cu^2 + du - e = 0.$$

Setzt man nun so stark so wird man finden
dass man immer größere Größten erhält, wenn
den Größten als Größte Größten vorfinden
müssen.

In Signifikanten der Zahlenreihe Größten

auszuwählen, und wählte sie
größen.

Und weil man die Anzahl der bekannten Größen
wie hier bestimmt, so nennt das 2^{te} Glied ober-
halb des Hauptzeichens die Summe aller Maximalen
unbekannten Größen. Das 3^{te} Glied oberhalb
des Hauptzeichens die Summe aller Kombinations-
von 2 zu 2 Größen, das 4^{te} Hauptzeichen die
Summe aller Kombi. zu 3 zu 3 Größen, u.
s. u. das Hauptzeichen die Summe aller Komb. von
2 zu 2 Größen aufstellen.

Das letzte Glied heißt auch x^n und ist nicht
andere als Produkt aus allen unbekannten
Größen aufstellen.

Folgerungen fürst.

Unter allen möglichen Bedingungen kann man
nur 4 Fälle unterscheiden von dem Grade selbst
nämlich wie viel unbekannte Größen schon
selbst gegeben werden, und nachher
nicht in allen Fällen aus einer einzigen
gleichung Summen, das eine Resultat aber
nachher die Bestimmung der Summe gelassen sein.

In dem Gleichung $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 60 = 0$
sind also 4 Größen, Maximalen 4. Gleichung
zum Grunde gelegt. Sie aber nicht möglich

Bestand einer Gleichung, wie in der Folge
ausfallen wird.

Bestand man nun die nach der Aufgabe vorge-
schriebene Gleichung, so wird man zu sehen
den nachstehenden gegebenen Gleichungen die Summe
u. g. die Gleichung in der die Gleichungen zu
einander setzen, gleich sein, und man wird
dieses leicht erkennen können, daß nach einer
Vergleichung nur eine mit derselben Gleichung
3. bestanden ist. Allein die 3. d. Aufgabe nachher
zum Grunde gelegt werden so zeigt es sich
wie leicht nachzuweisen ist, daß es möglich ist, die
nachstehenden Gleichungen ausfallen können, man
ist selbst in der Lage so zu sein, daß das was in
einer dieser Gleichungen steht, nicht vorhanden
in der anderen ausfallen kann, und nachstehenden
beiden Grund und die Gleichungen der
ersten Summe und daß die Ableitungen welche
4. einer Gleichung ergeben, auf vollständig in
einer anderen ausfallen kann, nämlich, welche
dies gezeigt ist.

3f. $x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 12x + 50 = 0$

wird man folgern:

zu ist gegeben 4V, dann Summe + 8 ist,

von

8f.

Entwickelt zu 2. grad, $y^2 - 5$. In Const. zu 3. grad
 $y^3 - 12$ und setzt ihr Constante $+50$, und
 dass zu dieser Gleichung noch 3. grad zusetzen
 die nun genau nur in der Lösung der
 unbekannten Grösse messbarer sind, also nur

$$y^4 - 8y^3 - 5y^2 + 12y + 50 = 0$$

$$z^4 - 8z^3 - 5z^2 + 12z + 50 = 0$$

$$u^4 - 8u^3 - 5u^2 + 12u + 50 = 0..$$

und da nun die Lösung aller 4 Gleichungen
 möglich ist, so muss das was in der ersten
 unbekannt, nun in den übrigen bekannt sein.
 Allgemein kann man nun eine gewisse Gleichung
 so bezeichnen

$$x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} + \dots + px^{m-r} + qx^{m-r-1} + \dots + rx + u = 0;$$

und in ihr so vollständig die unbekannten
 Grösse so viel Wurzeln haben als der höchsten
 Grad ist.

In Manchen neueren Lösungen,
 können nun abhief die Gleichung selbst
 rational ist, weil rational heißt ist,

irrationell. Ist möglich und unmöglich
 sein. Bedenken Sie, wenn Sie x annehmen, so geht
 es nicht an, nur wenn Sie x das Mal
 Lythionien mit einem rationalen
 & ungleichen Werth geben, welches aus den
 Gleichungen die man aus Multiplikationen
 aufstellen kann nicht zu erhalten wird.

Man setzt nun auf die Gleichungen
 & folgt ihnen nach wenn $x = a$; $x = b$
 $x = c$; $x = d$ & s. w. folgt, und drückt die
 4 Gleichungen der Gleichung; man verfährt
 nun für $x = 0$ den Fall ihrer Multiplikation,
 um überhaupt eine gewisse Gleichung $= 0$
 zu erhalten. man erhält also

$$x - a = 0, x - b = 0, x - c = 0, x - d = 0, \dots$$

Multipliziert man

$$\begin{array}{r} x - a = 0 \\ x - b = 0 \end{array}$$

$$x^2 - ax + ab = 0.$$

Das ist aber künstlich, da man auf x
 x ansetzt, so ist es in d. Wirklichkeit nicht
 so, man hat nur zwei Multiplikationen aus
 verschiedenen Werten a , & b ist, & es ist

Dieses ist Multiplikation rückwärts, die
 Frage so zu verstehen: daß x denselben
 Rest besitzt wie wenn a, b, c, d —
 mit x multipliziert, die Reste m, n, p, q —
 bleiben also:

$$x - a = m, \quad x - b = n, \quad x - c = p, \quad x - d = q$$

Diese Multiplikation geht:

$$\begin{array}{r} x - a = m \\ x - b = n \\ \hline x^2 - a \mid x + ab = mn \\ \quad -b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - c = p \\ \hline x^3 - a \mid x^2 + ab \mid x - abc = mnp \\ \quad -b \quad +ac \\ \quad -c \quad +bc \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - d = q \\ \hline x^4 - a \mid x^3 + ab \mid x^2 - abc \mid x + abcd = mnpq. \\ \quad -b \quad +ac \quad -abd \\ \quad -c \quad +bc \quad -acd \\ \quad -d \quad +ad \quad -bcd \\ \quad \quad +bd \\ \quad \quad +cd \end{array}$$

So wie für die Multiplikation der ganzen
 Zahlen muß immer noch die Gleichung
 aufgestellt werden, wie auf wie häufig
 eingetrafen ist, und die Multiplikation
 der Produkte ist dann rückwärts.

die selben Gleichungen spielt man nun
aber $m = 0$ zu schreiben, d. h. zu setzen,
daß f Null ist. Man in einem Punkt
mit $h = 0$ so wird es ganz leicht
zu lösen. Setzt man also für $V = x$
 $x - a = x$ oder $x - a = 0$, so wird

die ganze Gleichung $= 0$.

Man setze in einer jeden Gleichung ein
Zahl für x gesetzt werden kann, die die ganze
Gleichung zu Null macht, so ist dies notwendig
dies Zahl eine Wurzel der Gleichung sein.

Alle möglichen und merkmalen Wurzeln
in einer Gleichung welche rational ist, müssen
notwendig, folgend sein haben:

$x + a + \sqrt{b} = m,$	$x + a + \sqrt{-b} = p$
$x + a - \sqrt{b} = n,$	$x + a - \sqrt{-b} = q$
$x^2 + a x + x\sqrt{b}$	$x^2 + a x + x\sqrt{-b}$
$+ a \quad + a^2 + a\sqrt{b}$	$a \quad + a^2 + a\sqrt{-b}$
$- \sqrt{b} \quad - a\sqrt{b} - b = mn$	$- \sqrt{-b} \quad - a\sqrt{-b} + b$
$x^2 + 2ax + a^2 - b = mn$	$x^2 + 2ax + a^2 + b = pq$

Die Größe a kann nun für bestimmt sein
und für m oder n , d. h. $f = 0$,

Aus obigen Multiplikationen finden man m und p

Die Voraussetzung heißt voraus daß die
irrationale oder unmöglich $\sqrt{b}$ doppelt mit auf-
genommen: zwischen zwei Punkten sein. Aus dem rationalen
Größen unmöglich, doppelt schon mit demselben
zwischen genommen sein, damit bei der Multi-
plikation, die irrationalen und unmöglich Produkt
verschwinden, wird das Produkt beiden m oder p
oder unmöglich q rational werden. Dieses
ist es also zu notwendig, daß das multiplizierte
denn rationale Produkt aus irrationalen q
entsteht, und wird imaginären, wenn man

Handwritten note: f ... 257

Adem die Gleichung durchwurzeln nicht kann
 $(x-a)(x+b)=0$

bedeutet, dass es. 1. unauflösbar ist
 2. unauflösbar ist

$$\begin{array}{r} x-x \\ x-a \\ \hline x^2-x^2-ax+ax \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x-\sqrt{\pm b} \\ x+\sqrt{\pm b} \\ \hline x^2-x\sqrt{\pm b}+x\sqrt{\pm b} \\ +x\sqrt{\pm b}\pm b \\ \hline x\sqrt{\pm b} \\ x-a \\ \hline x^2+xb-ax^2\pm ab \\ x^2+ax^2\pm bx\pm ab \end{array}$$

+ so mind. unauflöslich $x = -a \pm \sqrt{\pm b}$ unauflösbar
 und. Daraus ist $x = -a - \sqrt{\pm b}$ und
 $x = -a + \sqrt{\pm b}$

und mit einem kleinen Zusatz: wenn 0
 und multipliziert ist, so muss die ratio
 Gleichung $x^2+ax+a^2\pm b=0$

ist unauflöslich. Grosse Arbeit, wenn es man
 möglich ist, so selbst. Dann kann es in
 zwei Teile zerfallen. Kommt das nur
 in einer rationalen Gleichung involviert, so
 ist es nur so, können wir es nicht, und
 wird es nicht so zerfallen

$$x + a \pm \sqrt{\pm b} = 0.$$

und notwendig als gewöhnliche
 für Gleichung eines gewöhnlichen Ordners
 ist es nur, wenn es eine mögliche $\sqrt{\pm b}$
 notwendig 2 geben, da bei unauflöslich
 muss man eine ganze Zahl
 wie wir oben sahen.

für Gleichung ganzer Ordnung ist es nur
 aber nur notwendig eine mögliche $\sqrt{\pm b}$
 und es ist nur im ersten Theile der
 Gleichung $\pm b$ rational sein können.

Man wie man eine solche Gleichung
 so ist d. Gleichung von $\sqrt{\pm b}$
 und es ist nur, so ist notwendig
 ist es 0 und die Gleichung ist dann
 eine Gleichung ohne $\sqrt{\pm b}$ und es ist dann

und ist eine Gleichung von einem Grad
niedrigeren als vorher.

Von den Wurzeln der Gleichung.

Man beachte, daß eine Gleichung höchstens
mögliche Wurzeln haben, so wie z. B. folgend
man die Frage, ob in einer gegebenen
Gleichung so viele Abweichungen der
Wurzeln gegen vordere mit + & vordere
sind, so wie die Folgen d. Wurzeln selbst
hinter vordere mit - & vordere sind.

Abweichung d. Wurzeln gegen die Wurzeln
zuvor unwillkürlich ist einander folgender so ist
Gleichung. Folgen der Wurzeln sind auch so
daß wenn 2 unwillkürlich ist einander folgend
Wurzeln einander gleich sind.

Es ist nicht nur von mir schon gesagt
eine Gleichung ist eine V Gleichung, so wie
es eine um einen Grad niedrigeren Gleichung
ist, wenn diese nun vordere Gleichung von
oben so viele + & - & V, ist, ist die Wurzeln
von, weniger der V ist die man direkt
ist, so ist die Gleichung höchstens möglich V
ist

Wenn $x=a$ $x=b$ $x=c$ $x=d$ gegeben
und $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$ multipliziert
man gl: $x^4 - \alpha x^3 + \beta x^2 - \gamma x + \delta = 0$ mit
4 Abweichungen von + zu - und - zu
+, also 4 Abweichungen haben 4 Wurzeln
dies wenn $x=-a$ $x=-b$ $x=-c$ $x=-d$
und multipliziert $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = 0$ so
gibt dies $x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta = 0$
also 4 Polynome, umgekehrt also geben
4 Polynome 4, negat: Wurzeln.

Es ist wenn $x=a$ $x=b$ $x=-c$ $x=-d$

$$\begin{aligned} (x-a)(x-b) &= x^2 - \alpha x + \beta = 0 \\ (x+c)(x+d) &= x^2 + \gamma x + \delta = 0 \\ \hline x^4 - \alpha x^3 + \beta x^2 &+ \gamma x^3 + (\gamma - \alpha)x^2 + \gamma \beta x \\ &+ \delta x^2 - \alpha \delta x + \delta \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 + (\gamma - \alpha)x^3 + (\delta + \gamma - \alpha + \beta)x^2 &+ (\gamma \beta - \alpha \delta)x + \delta \beta \\ \hline \text{bleibt übrig, wenn man Druck von } \alpha \beta \text{ } \gamma \delta \\ \text{abstrahiert} \quad \frac{x-a}{x-b} \quad x^2 - 6x - \alpha x + \alpha b = x^2 - (\alpha + 6)x + \alpha b = 0 \\ \frac{x+\gamma}{x+\delta} \quad x^2 + 7x + \gamma x + \gamma \delta = x^2 + (\gamma + 7)x + \gamma \delta = 0 \\ \hline x^4 - (\alpha + 6)x^3 + \alpha b x^2 &+ (\gamma + 7)x^3 - (\alpha + 6 - \gamma \delta)x^2 + \alpha b + \gamma \delta \end{aligned}$$

wird in der Lösung gegeben, und zur Ausübung
gefordert.

Es ist gegeben:

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

Man kann +1 als eine Lösung annehmen.
Die Division nach diesem Ansatz und es geben
sich die Faktoren $x - 1 = 0$ und $x^2 - 2x - 3 = 0$
als Resultat. Die Gleichung $x^2 - 2x - 3 = 0$ lässt sich
nach dem Schema der quadratischen Gleichung
in die absolute Form (2.6) der V. 1. bringen
so dass man erhält $x = 1$ und $x = -1$
als Lösungen der V.

Es bleiben nun 3 Faktoren 1, 2, 3.

Es ist $+1 = x$ oder $x - 1 = 0$ und $x^2 - 2x - 3 = 0$
so wird es finden $x^2 - 2x - 3 = 0$
wird durch $x = 1$ und $x = -1$ erfüllt man

$$\begin{array}{r} x - 1 = 0 \\ x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \quad | : x - 1 \\ \hline x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 - x + 3 \\ + 2x^2 + 2x \\ \hline -3x + 3 \\ + 3x + 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\text{Der Rest ist } \frac{0}{0}$$

ist vollständig zerlegt, und es heißt

Die Gleichung

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Kann man nicht mit einer gewöhnlichen Formel
auflösen? Versuchen wir es.
Die Lösungen sind $x = 3$ und $x = -1$.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 4$$

$$x = +1 \pm \sqrt{4} = 1 \pm 2 \text{ also}$$

$$x_{\text{min}} = 3 \text{ und}$$

$$x_{\text{max}} = -1$$

Alle Wurzeln d. Gleichung sind also

$$+1, -1, +3,$$

Die Lösung

$$x^4 - 9x^3 + 30x^2 - 44x + 24 = 0$$

Die Faktoren von 24 = 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 12. 24.

$x = 2$ erfüllt die Bedingungen.

$$x - 2 = 0$$

$$x^4 - 9x^3 + 30x^2 - 44x + 24 = (x - 2)(x^3 - 7x^2 + 16x - 12) = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 9x^3 + 30x^2 - 44x + 24 \\ - (x^4 - 2x^3) \\ \hline -7x^3 + 30x^2 - 44x + 24 \\ - (-7x^3 + 14x^2) \\ \hline +16x^2 - 44x + 24 \\ - (16x^2 - 32x) \\ \hline -12x + 24 \\ - (-12x + 24) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = 0$$

Faktoren von 12 = 1, 2, 3, 4, 6, 12.

$$x = 2, \text{ ist } x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x-2=0 & x^2-5x+6=0 \\ x^3-7x^2+16x-12=0 & \\ \underline{x^3-2x^2} & \\ -5x^2+16x-12 & \\ \underline{-5x^2+10x} & \\ +6x-12 & \\ \underline{+6x-12} & \\ 0 & \end{array}$$

Ans:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ ist}$$

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4} - 6$$

$$x = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x = 3 \text{ und } x = 2$$

Mitglied sind alle Brüche

$$+2 + 2 + 2 + 3$$

Dies nun in einer Gleichung nach x aufzulösen & zu verstehen so würde man x in man x in 7 den absoluten Glied 12 setzen wollte, $x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = 0$ man müßte x dieses anderen Gleichheitsmittel bestimmen...

Es ist hier nur nach x gefragt $x = 2$ & $x = 3$

andere Gl. ist $x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = 0$ ist $x = 2$ eingesetzt den Gl zu 0 macht.

schicken möglich.

Wenn man V eines Glases & ein ganz
fest ist, so muss sein gewicht 2 jungen
Glasen liegen $\gamma - \delta$. VII = 3, 22 ... liegt
auf beiden gewicht 3 und 4.

Kommt: Ich muss eine solche Glasung mit
Substitutions auf einander & beliebig angestrichen
werden für die unbekannte Glasur, und findet
man das.

a) nachdem die Welle der man dadurch
für die Glasung überlegt nachfolgend. Bezeichnet
+ ist. leicht und - schwer, so kann es sein, dass
das folgende, das unbekannte gewicht der
beiden Welle ganz einer V d. Glasung
liegt, od. dass sie in gegenseitiger Lage
liegen, od. 2. 4. 6. 8. ...

oder ähnlich man

b) die Welle d. Glasung. bei obigen
Substitutions, und nachfolgenden Glasur,
so liegt schwerer eine V d. Glasung
oder auf vielfache manchen mancher und
in ungewissen Lage.

Kommt dann man die folgende Glasur, dass
man man d. eine Glasung, für nachfolgende 3
unter Welle od. X, mit einer Welle der

Einleitung. Dann stellt man sich vor
jeden von + & über die O. und - & über
in die Glasung stellt & man wird nachfolgend
tut, so bekommt die Gl. nachfolgende möglichkeit
Welle von + & über O. und - & über. Nachfolgend
man & d. Welle a und b, folgen für stellt &
in die Gl. man für stellt man in beiden
beiden nachfolgende Glasur. So kann man
für die Glasur beiden Welle von a und b
nachfolgende Glasur. Dann findet man
die Welle von a, dass die Gl. zu O. und - &
liegen.

Dann durch die Glasung der Glasung
hat. Kommt man + zu +, oder - zu -, oder
über die O. und -
zu + und b, die Welle
nachfolgende Glasur. Dann findet man
die Welle d. Welle Glasur stellt das
Glasungsbild von + & über +, und
+ man zu nachfolgenden über O zu Glasur
man findet man in + & über

Nachfolgend, wenn die Glasungsbild der a
und b für Glasur, dann ist es über
O nachfolgenden man oder 3, 5. 7. etc.
nachfolgenden. So liegt das Glasur
Glasur a und b nachfolgenden, oder
3 oder 5, etc. nachfolgenden.

Nachfolgend stellt & man - a, dann + &
so man die Glasur stellt, dass Glasur
nachfolgenden, nachfolgenden man, so findet die
Welle man in man

Zwischen zweierten kann, so ist dies ein
vollständiges Quadrat ist die Gleichung mit der
möglichst V. gest.
Es ist gegeben:

$$x^7 - 11x^6 + 44x^5 + 814x^4 - 29807x^3 + 67155x^2 + 256050x - 567000 = 0$$

in welcher letzter ganze $\frac{1}{2}$ Bruchzahlen sind,
S. die Gleichung auf 5 + 3 2 - V. auszulösen
sind. Nach dem nun
 $x = 21$ so wird:

$$180108841 - 2516410961 + 1813340844 + 158307534 - 276042627 + 296153555 + \\ + 5377050 - 567000 = 2807729324 - 2793020588 = + 14708736.$$

also $x = 18$ ist

$$612220032 - 1394501184 + 838968192 + 85450464 - 17384424 + 21758220 + \\ + 4608900 - 567000 = 1563005808 - 1568902608 = - 5896800.$$

Zwischen $x = 21$ & $x = 18$ ist also vollständig
ein Bruch liegen wo die Gleichung 0 wird,
d. h. d. Abhangig sind + auf - ist 0 gest.

Nach dem nun $x = 12$ so ist

$$35831808 - 122425344 + 110481408 + 161879104 - 51506496 + 9670320 + \\ + 2072600 - 567000 = 174835240 - 174498840 = + 1436400;$$

Man sieht, so die Anzahl zwischen $x = 21$ & $x = 12$ ist
sind d. Bruch + 3 d. ist 0 möglich ist nun

negativer Werth der Querschnitte liegt. Ist also eine
 Querschnitt, so ist die negative 2. Querschnitt liegen
 mit 2. Querschnitt ist 0. Ist also

für $x = 8$ ist

$$2097152 - 10747904 + 14548992 + 3334144 - 15261184 + 4297920 + 2048400 =$$

$$- 567000 = 2632608 - 2657608 = -249480.$$

für $x = 4$.

$$16384 - 167926 + 484636 + 208384 - 1907648 + 1074480 + 1024200 - 567000 =$$

$$= 2778104 - 2642584 = +135520$$

Wegen $x = 0$ ist

$$0 - 0 + 0 + 0 - 0 + 0 + 0 - 567000 = -567000.$$

Ist also eine 7. Gleichung gegeben 4 ist 0.

Es ist also auf die Lösungen der 7. Gleichung
 zwischen 0 und 100000000 - 7. Gleichung ist

Setzt man

$$x = -6$$

$$279936 - 1912896 - 3452544 + 1054944 + 6408312 + 2417580 - 1536300 -$$

$$- 567000 = 9910836 - 7748676 = 2162160.$$

für $x = -10$.

$$10000000 - 41000000 + 44400000 + 8140000 + 29807000 + 6715500 - 2360500 -$$

$$- 567000 = -98527500 + 44662500 = -53865000$$

Zwischen diesen 7. Wurzeln so müssen gegeben
 diesen auf die 7. Gleichung. Setzt man also

$$x = 20 \text{ } \frac{1}{2} \text{ } \frac{1}{2}$$

$$1280000000 - 2624000000 + 1420800000 + 1302400000 - 238456000 + \\ + 26862000 + 5121000 - 567000 = 2863023000 - 2863023000 = 0.$$

$$x = 15.$$

$$170859375 - 467015625 + 237162500 + 41208750 - 100598625 + 15109875 + \\ 3840750 - 567000 = 568181250 - 568181250 = 0.$$

$$x = 9.$$

$$4782969 - 21789081 + 26217766 + 5340654 - 21729303 + 5439555 + \\ + 2304450 - 567000 = 44085384 - 44085384 = 0.$$

$$x = 5.$$

$$78125 - 640625 + 1387500 + 508750 - 3725875 + 1678875 + 1280250 - \\ - 567000 = 4933500 - 4933500 = 0.$$

$$x = 2.$$

$$128 - 2684 + 14208 + 13024 - 238456 + 268620 + 512100 - 567000 = \\ = 808080 - 808080 = 0.$$

$$x = -3.$$

$$-2187 - 29889 - 107892 + 65934 + 804789 + 604395 - 768150 - 567000 = \\ = 1475118 - 1475118 = 0.$$

$$x = -7.$$

$$-823543 - 4823609 - 7462308 + 1954414 + 10223801 + 3240593 - \\ - 1792350 - 567000 = 15468810 - 15468810 = 0.$$

nach dem Binomialschen Lehrsatz, so wird:

$$\begin{aligned}
 (y+w)^m &= y^m + my^{m-1}w + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 2} y^{m-2}w^2 + \frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{m-3}w^3 + \dots \\
 a(y+w)^{m-1} &= ay^{m-1} + a(m-1)y^{m-2}w + a \cdot \frac{m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2} y^{m-3}w^2 + a \cdot \frac{m-1 \cdot m-2 \cdot m-3}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{m-4}w^3 + \dots \\
 b(y+w)^{m-2} &= by^{m-2} + b(m-2)y^{m-3}w + b \cdot \frac{m-2 \cdot m-3}{1 \cdot 2} y^{m-4}w^2 + b \cdot \frac{m-2 \cdot m-3 \cdot m-4}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{m-5}w^3 + \dots \\
 c(y+w)^{m-3} &= cy^{m-3} + c(m-3)y^{m-4}w + c \cdot \frac{m-3 \cdot m-4}{1 \cdot 2} y^{m-5}w^2 + c \cdot \frac{m-3 \cdot m-4 \cdot m-5}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{m-6}w^3 + \dots \\
 &\vdots \\
 p &= p.
 \end{aligned}$$

Umirt man nun beide Maſſen ſo ſetzt ſie
 nach der linken Seite des Gleichzeichens
 ein gegebenes $= 0$ geſetzte Gleichung, nach
 der linken Seite wird man die Substitution
 nachfolgender Substitution ſubſtituiren in die
 in gleicher Richtung nachzukommen w und
 die Substitution abſenken, alſo:

$$\begin{aligned}
 0 &= y^m + ay^{m-1} + by^{m-2} + cy^{m-3} + \dots + p + \left[my^{m-1} + a \cdot m-1 \cdot y^{m-2} + b \cdot m-2 \cdot y^{m-3} + \right. \\
 &\quad \left. + c \cdot m-3 \cdot y^{m-4} + \dots \right] w + \left[\frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 2} y^{m-2} + a \cdot \frac{m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2} y^{m-3} + b \cdot \frac{m-2 \cdot m-3}{1 \cdot 2} y^{m-4} + \right. \\
 &\quad \left. + c \cdot \frac{m-3 \cdot m-4}{1 \cdot 2} y^{m-5} + \dots \right] w^2 + \left[\frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{m-3} + a \cdot \frac{m-1 \cdot m-2 \cdot m-3}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{m-4} + \right. \\
 &\quad \left. + b \cdot \frac{m-2 \cdot m-3 \cdot m-4}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{m-5} + c \cdot \frac{m-3 \cdot m-4 \cdot m-5}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{m-6} \right] w^3 + \dots
 \end{aligned}$$

1) Ist die Einheit der Gleisung unendlich groß,
 d. h. in einem Theilchen ist w ganz 0, in dem
 folgenden in der That $2^{\frac{1}{2}}$, $3^{\frac{1}{2}}$, $4^{\frac{1}{2}}$ u. s. w. die Einheit
 aufstellen. In dem y ist x in der That
 stellen gesamtene Darstellung nach d. V. zeigen soll,
 w. ab. nur der gesamtene Theil, der denormalisiert ist,
 d. h. die gesamtene Einheit der Gleisung stellt
 dar. In der That ist $y = 0, 37$ gesamt,
 in d. d. ist $w = 0,002$ gesamt der
 Gleisung der gesamtene Theil $= 0,0000004$,
 in der That $0,0000000008$ zeigen. Ist der
 also die gesamtene Einheit von w ganz 0,
 darstellt zeigen, und die Gleisung in welcher die
 darstellt dargestellt werden können.
 In der That ist die Darstellung der w nach
 darstellt der Gleisung d. d. darstellt, immer
 die wird die Gleisung der Gleisung wird,
 in der That ist y gesamt der Gleisung, aber nur
 der gesamtene Gleisung, weil der Gleisung
 der w darstellt der Gleisung immer wird
 in d. d. stellt die Gleisung der Gleisung.
 Ist man nur als in der That darstellt
 Gleisung der gesamtene Darstellung von w nach,

Es sei also nun:

$$y^m + ay^{m-1} + by^{m-2} + cy^{m-3} + \dots + p + [my^{m-1} + a.m-1.y^{m-2} + b.m-2.y^{m-3} + c.m-3.y^{m-4} + \dots] w = 0$$

und ferner ist

$$w = \frac{-y^m - ay^{m-1} - by^{m-2} - cy^{m-3} - \dots - p}{my^{m-1} + a.m-1.y^{m-2} + b.m-2.y^{m-3} + c.m-3.y^{m-4} + \dots} +$$

+ ist $m = 0$ der Fall, die nachfolgenden sind
so ist $y^0 = 1$, $m - (m-1) = 1$, und ab
bleibt also das letzte Coeff. von y ist, nur $\pm y$ für x , & ist alle zwischen liegen
also alle übrigen letzten Glied am Ende steht. Die arithmetische Combination

ist ab ganz dieselbe; der Name der
steht mit einer nur eine Veränderung, die
nicht von y an; die übrigen in dem nur
 y in der eine selbständige Combination vorhanden, sind
genau & die Eigenschaften der Zahlen von,
besten & Prozess ist der erste Glied, & den
suchen in d. Gleichung nach dem Exponent
von x , die übrigen ab alle & den in dem
variablen x exponenten, als Substanz
bestehen, & welche Combination ist nun
auf möglich, wenn der Name abhört, wenn
ist wenn eines dieser Substanz = 0
wird.

Man kann diese gegebenen Formel eines
 Lösungsgesamtheit nennen, so ist leicht aus
 leicht an sie für spezielle Fälle anzuwenden,
 wissen. So wird ab. b. eine Annahme
 die ist Gleichung + Doppelte + bestimme
 wird, so kann man sie für diese Gleichungen
 die ist 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. anwenden.

3f.

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \text{ ist } m=3. \text{ d.}$$

$$w = \frac{-y^3 - ay^2 - by - c}{3y^2 + 2ay + b};$$

Kann man so angegeben:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \text{ ist } m=4.$$

$$w = \frac{-y^4 - ay^3 - by^2 - cy - d}{4y^3 + 3ay^2 + 2by + c};$$

Kann man so

$$x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0 \text{ ist}$$

$$w = \frac{-y^5 - ay^4 - by^3 - cy^2 - dy - e}{5y^4 + 4ay^3 + 3by^2 + 2cy + d};$$

und so wird man also leicht die Gesetze der
 Differenzierung für jede Gleichung anwenden
 können. Ganzes ist ein Lehrsatz. Ist es

folgt aus. einer Annahme:

Frage. Das Quadrat, die Anzahl Zahlen der
Zugewandten, zu finden, und das ist der
Fall, dass man sich nicht die fünfzig
von a bis $a+1$ also -2 bis -3 in $a \cdot x = 0$.

$$x^3 - 8x^2 - 3x + 60 = 0$$

denen Quersatz der fünfzig Zahlen der

$$0 - 0 - 0 + 60 = +60.$$

denen Quersatz, die in der 50. Anzahl der

$$1 - 8 - 3 + 60 = +50$$

ultate haben, die in der 50. Anzahl der

$$8 - 32 - 6 + 60 = +30.$$

also zu finden $+26$ und -30 in der 50. Anzahl der

$$27 - 72 - 9 + 60 = +6.$$

der in der 50. Anzahl der

$$64 - 128 - 12 + 60 = -16.$$

$-30 = 56$ fünfzig ist, so kann man

$$343 - 392 - 21 + 60 = -10.$$

sich die fünfzig fünfzig fünfzig

$$512 - 512 - 24 + 60 = +36.$$

denen

Man hat 2 positive V. wenn also 2 positive

denen fünfzig fünfzig $(2+56)$ in der 50. Anzahl der

Man hat 2 positive V. wenn also 2 positive

folgt zum Resultate muss also $26+1 \cdot x = -1$

$$-1 - 8 + 3 + 60 = 34$$

$-(2+\frac{26}{56})$ zum Ref. $26-2$ in $x \cdot x$ so $26-2$

$$-8 - 32 + 6 + 60 = 26.$$

$-(2+\frac{26}{56})$ zum Ref. $26-26=0$ geben, so $26-26$

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

denen die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

folgt w, w, w etc. die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

denen die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

folgt w, w, w etc. die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

denen die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

folgt w, w, w etc. die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

denen die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

folgt w, w, w etc. die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

denen die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

folgt w, w, w etc. die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

denen die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

folgt w, w, w etc. die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

denen die Resultate werden $26-26$ etc.

$$-27 - 72 + 9 + 60 = -30$$

der weitere Erfolg wird auf die Forderung ab-
gesehen, welche sich in d. Annahme gewisser
Hörsatzungen mit d. Bewegung verbindet.

29.
Kann man das neue Gesetz zu Lagers
führen. Das Lagerungsgeld wird
selbst abgenommen sein $\frac{m}{m+n}$
Die Lagersumme ab der Woll für-2
oder der für-3 der o. w. Läng
ist nicht zum Woll, dann der für-

günzungsbrief wird mir von - 3
dann muss von - 2 eingezahlt.
so Anweisung zuzuführen, dass
dann der Rest für - 2 der 0 Rest liegt
der Rest von - 2 eingezahlt von - 2
und mit eingezahlt

Sehen wir die abgekehrte Rechnung an

man:

$$\begin{array}{r}
 -2,53334 \\
 -2,53334 \\
 \hline
 18,13336 \\
 76,0002 \\
 760,002 \\
 7600,02 \\
 1266670 \\
 506668 \\
 \hline
 64878,115536 = y^2 \\
 -2,53334 \\
 \hline
 12,833623112 \\
 3,2089057778 \\
 1425343467 \\
 142534346 \\
 19253433 \\
 2567125 \\
 \hline
 16,2584987264 = y^0
 \end{array}$$

Folgt die erste Wurzel in der Summe zu 10000

man

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{16,2584987264 + 51,342492448 - 7,60002}{14,253434668 + 40,33344 - 3} \\
 &= \frac{67,6009911744 - 67,6002}{39,786874668 - 3} = \frac{0,0007911744}{36,786874668}
 \end{aligned}$$

$$w = +0,000017103 \text{ und also ist}$$

$$x = y + w \text{ ist die Wurzel}$$

$$x = -2,53334 + 0,000017103$$

große Mangel

$$x = -2,533322898 \text{ bei } +9 \text{ Dec. Stellen}$$

nichtig

Sei 24 V. zeigt eine sehr groÙe
+3 und +4. Bei +3 war die Rechnung

$$+3. = \text{---} +6$$

$$+4 = \text{---} -16$$

24. also 6 ist die $4\frac{1}{2}$ Teil
 von 24 also können wir hier manuellen
 als $x = 3,25$ setzen.

$$x = 3,25 + w. \text{ nach d. Ansatz}$$

$$w = \frac{-y^3 + 8y^2 + 3y - 60}{3y^2 - 16y - 3} =$$

$$w = \frac{-34,328125 + 84,5 + 9,7 - 60}{31,6875 - 52 - 3}.$$

$$w = \frac{94,25 - 94,328125}{31,6875 - 55} = \frac{-0,078125}{-23,3125} =$$

$$= +0,00335.$$

$$x \text{ also} = 3,25 + 0,00335 = 3,25335.$$

Geht man nun weiter so ist:

$$x = 3,25335 + w, \text{ mit } w \text{ als neuer Rest}$$

und findet man

$$w = +0,000002051509 \text{ so wird}$$

$$y = +3,25335$$

$$x = 3,253352051509$$

Die 3^{te} V ist nun leicht zu finden indem
 die Zahlen unter V im Auszug stehen
 2^{te} Glied ist nach gegebenem Graden auch
 selbst ist.

der Term der 2. Potenz von x ist:

$$\begin{array}{r} -2,533322898 \\ +3,2533520514 \\ \hline +0,7200291534 \end{array}$$

der 2. Coefficient ist -8 also ist der Term
aller $x = +8$ also

$$\begin{array}{r} +8,00 \\ +0,7200291534 \\ \hline +7,2799708466 = x = \text{der} \end{array}$$

3. Term der Gleichung.

derselben Term wird nicht mehr gesetzt wenn
man die Wurzelgröße 7 u. 8 nicht

$$y = 7,28 \text{ angeb. ist}$$

$$x = 7,28 + w \text{ setzen}$$

Man findet jetzt

$$w = -0,00002326$$

$$\text{Also } x = +7,28$$

$$x = +7,27997674$$

den übrigen Teil zu einem Bruchteil der
Gleichung bringt ganz einfach.

Man sieht nun auf nach neuen Werten
suchen können, daß man die so neuen
Zurückführung wird, nachdem man die

erste Gleichung gegeben, für eine neue Gleichung
 zweifache Wertigkeit; nämlich.

$$mx = -2,533323 \text{ oder, schiefte,}$$

$$x + 2,533323 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 - 3x + 60 = 0 \quad x^2 - 10,533323x + 23,684315 = 0.$$

$$x^3 + 2,533323x^2$$

$$-10,533323x^2 + 3x + 60.$$

$$= 10,533323x^2 = 23,684315x$$

$$+ 23,684315x + 60.$$

$$+ 23,684315x + 60$$

0

0

Nun ist

$$x^2 - 10,533323x = -23,684315$$

$$x = 5,266661 \pm \sqrt{-23,684315 + 27,737715}$$

und gefunden

$$x = 7,2799 \dots \text{ wie oben.}$$

$$\begin{array}{r} 23,684315 \\ 2,533323 \\ \hline 47,368630 \\ 10,842155 \\ \hline 0,410529 \\ 70052 \\ \hline 7105 \\ 473 \\ \hline 71 \\ \hline 60,000015 \end{array}$$

Es kann nun der Fall eintreten daß
 in einer Gleichung von einem höheren Grade
 als dem 2. verschiedenen Wurzeln
 Man sieht der Fall ist (unterstellt) in Gleichung
 ist wiederum so gegeben wie in der ersten
 ausgeglichen, nur solche Wurzel mit

nicht unrichtig X gibt guten natürlichen gemachten

höchste Gleichungen.

Es ist zu sehen, dass man solche Punkte gefunden
X gibt zu sehen, dass jeder Gleichung ± 1 natürlichen
gerade ist Gleichung ± 1 ist ein Divisor, indem
es dann eine nur 2 Grad nicht gegeben wird.

Es folgt:

Beispiel.

$$x^5 + x - 23x^3 - 42x^2 - 50x + 24 = 0.$$

Man kann sich prüfen, dass $2 + 5 = 3$ - Vorgehens

folgt man sich

x						
0	0	-	0	-	0	+24 = +24;
-1	-1	+	23	-	42	+50 +24 = +34;
-2	-32	+	184	-	168	+100 +24 = +108;
-3	-243	+	621	-	378	+150 +24 = +166;
-4	-1024	+	1472	-	672	+200 +24 = 0.

Also:

$$x+4=0 \quad f = x^4 - 4x^3 - 7x^2 - 14x + 6 = 0$$

$$x^5 + x - 23x^3 - 42x^2 - 50x + 24 = 0$$

$$x^5 + 4x^4$$

$$-4x^4 - 23x^3$$

$$-4x^4 = 16x^3$$

$$-7x^3 - 42x^2$$

$$-7x^3 = 28x^2$$

$$-14x^2 - 50x$$

$$-14x^2 = 56x$$

$$+6x + 24$$

$$+6x + 24$$

$$0$$

und den so erhaltenen V. Gleichung einführen

ist.

Einmal man nun

$$x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 - 7x^2 - 14x + 6 = 0 \\ \underline{-x^4 + 6x^3 - 2x^2} \end{array} \quad \text{oder} \quad x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$+ 2x^3 - 9x^2 - 14x$$

$$+ 2x^3 - 12x^2 + 4x$$

$$+ 3x^2 - 18x + 6$$

$$+ 3x^2 - 18x + 6$$

$$0.$$

Also $x^2 + 2x + 3 = 0$ ist nun

$$x^2 + 2x = -3.$$

$$x = -1 \pm \sqrt{-2}.$$

also 2 unmögliche Wurzeln, woraus weiter nichts gefolgert werden kann.

Daß die Gleichung mit $x = -4$ für sich, ungeachtet was man, unmögliche Resultat

$$x^4 - 4x^3 - 7x^2 - 14x + 6 = 0$$

man stellt man sie für - 688 ein

so ist:

$$x^4 - 4x^3 - 7x^2 - 14x + 6 = 0.$$

$$\begin{array}{r} 0 + 0 - 0 + 0 + 6 = +6 \\ -1 \quad 1 + 4 - 7 + 14 + 6 = +18 \end{array}$$

man merkt sich also das mit immer größerem - 488 die behaupt. Masse immer + 7 werden und die Zahlen muß man

hört ich d. dass. ob sie besser - 7. Feb.,
+ 10. Feb. sie - nach als die gestrichen
Hier oben die andere namentlich sagen.

Pyram. Trigonal.

$$x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 22x - 10 = 0.$$

Grain für die V

$$x = +1$$

$$x = +5$$

$$x = -1 + \sqrt{3} = -0,7320508$$

$$x = -1 - \sqrt{3} = -2,7320508.$$

#

Da der Engel Lina in d. Pinnwand eingekleidet
war, war sie glücklich, und war sie
ist Lina mit glücklich gewesen.

Später wird nämlich in der hiesigen Kalligraphie
 o. t. ±, und mancher mit ihnen alle möglichen
 Variationen (z. B. t. ohne Haken) nur 2 Reihen
 oder V. d. Führung nach der Größe geordnet, nur
 allgemein, = + u. = mit -, so können
 wir 4 mögliche V. v. führen, wie so zu zwei
 nützlichen V. in d. Führung. yf.

1875

$$x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 22x - 10 = 0$$

$$0) \quad 0 - 0 - 0 + 0 - 10 = -10$$

$$+ 1) \quad 1 - 4 - 9 + 22 - 10 = 0$$

$$+ 2) \quad 16 - 32 - 36 + 44 - 10 = -18$$

$$+ 3) \quad 81 - 108 - 81 + 66 - 10 = -52$$

$$+4) \quad 256 - 256 - 144 + 88 - 10 = -76$$

$$+s) 625 - 500 - 225 + 110 - 10 = 0$$

Für $x = +6, 4$, also, mind x^4 ist $22x$
 ein negativer Zahlen überwinden und
 einen + kleineren in Replikate dafür
 Länge dgl. kleiner + V. messen

X-1
X-5

$$x^2 - x - 5x + 5$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 22x - 10 = x^2 + 2x - 2 \\ x^4 - 6x^3 + 5x^2 \end{array}$$

$$x^4 - 6x^3 + 5x^2$$

$$+ 2x^3 - 14x^2 + 22x - 10$$

$$+ 2x^3 - 12x^2 + 10x$$

$$-2x^2 + 12x - 10$$

$$-2x^2 + 17x - 10$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{2+1} - 1 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{-1 - \sqrt{3}}$$

$$x^5 * * - 7x^2 * + 8 = 0$$

1) Anzahl 3 Lösungen 2. Ordnung $x^5 + 0 + 0 - 7x^2 + 0 + 8 = 0$

3) $x^5 - 0 - 0 - 7x^2 - 0 + 8 = 0$

3) bei $\pm$ immer $x^5 + 0 = 0 - 7x^2 \pm 0 + 8 = 0$

4) bei $\pm$ immer 4. Ordnung 1. Lösung $x^5 - 0 + 0 - 7x \pm 0 + 8 = 0$

Da No 1) $x^5 + 0 + 0 - 7x^2 + 0 + 8 = 0$

Da 2) $x^5 - 0 - 0 - 7x^2 - 0 + 8 = 0$

3) $x^5 + 0 = 0 - 7x^2 \pm 0 + 8 = 0$

4) $x^5 - 0 + 0 - 7x \pm 0 + 8 = 0$

4) aber $x^5 - 0 + 0 - 7x \pm 0 + 8 = 0$

allein sind nicht beachtet für x möglich
 V zu prüfen.

Prüfung wechselt man aber x möglich für
 aber nur ist man frei.

Über x möglich für V .

Gleichung: $x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 14x + 39 = 0$

Lösung der letzten Gleichung für $3 + 13$

nach ab. der Gleichung $x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 14x + 39 = 0$ weiter
 auf + gehen.

Die Gleichung soll aber x möglich nach $2 +$

2 - Wurzeln haben $x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 14x + 39 = 0$

in $x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 14x + 39 = 0$.

x						
0	0	+	0	+	0	- 0 + 39 = +39
-1	1	+	2	+	8	- 14 + 39 = +36

Der jetzt nachher + Nachher x erfüllt die Gp
d. Gleichung nie 0 wird.

Wird es für diese Gleichung = 0 werden, so ist

$$x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 14x + 39 = 0.$$

0	0	-	0	+	0	+ 39 = +39.
-1	1	+	2	+	8	+ 14 + 39 = +60.

und für ist es das ist für einen Zahlen

- Nach der Gleichung nie = 0 werden

Lösung.

Es ist also ein Beweis dass für keinen der
möglichen Wurzeln gilt.

Man kann solche Mögliche Wurzeln auf
folgende Art haben:

Hier müssen wir die quadratischen Ausdrücke
von unmöglichen V. nach fünf. mit der Hilfe
ander folgenden Formeln ausdrücken.

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + cx + d = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} x^4 + a & x^3 + b & x^2 + c \\ + c & + d & + d \end{array} x + bd = 0.$$

der Gl. $x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 14x + 39 = 0$
gibt für + negative die selben Zahlen
für - Wurzeln sind dort gegeben
dies + 2x³ und - 14x in entgegenge-
setztem Sinne also die Gleichung drei-
mal umzuwerfen und sieht.

$$x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 14x + 39 = 0.$$

und sieht also nachher einander
absolute Wurzeln sind

Nach d. Multiplikation 2 so sehr genähert
 lassen Gleichungen + unmögliche Lösungen
 finden wir nun also das absolute Gleich
 und 2 exakte Lösungen beibehalten, und so
 ausgeführt wird und für a b c zu setzen
 ist.

in gegebener Gleichung wird also

$$b^2 = 29 = 3.13.$$

$$x + a + c = -2 \text{ also das 2te Glied ist}$$

Summe d. 2 quadratischen Zahlen ist.

Welche Zahlen es sind kann man nicht
 auf gegebene Zeit bestimmen

Um die Exakte, solche unmögliche Werte
 suchen ist wohl gut, ob. in d. Annahme
 an unmögliche Vorkommen, können sie
 gebildet werden und selbst bekannt sein
 ist es nun für.

Aufgabe.

Annahme man am Tage 2 des Monats y
 um 12 Uhr x geboren wurde soll das Gesetz
 + folgenden Gleichungen beibehalten:

$$I \cdot x = 2x^2 + 8y.$$

$$II \quad x + \frac{2}{3}y = y^3 + 2z$$

$$III \quad z^3 = y^3 + xy + \frac{5}{3}y + z^2 + 16z;$$

Ansatz 3. für was gelassen.

y. 29^{te} Decbr 1778.

$$tI \quad x = 2z^2 + 8y$$

$$tII \quad x = y^3 + 2z - \frac{2}{3}y.$$

$$2z^2 + 8y = y^3 + 2z - \frac{2}{3}y.$$

$$z^2 - z = \frac{1}{2}y^3 - \frac{13}{3}y$$

$$z = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}y^3 - \frac{13}{3}y + \frac{1}{4}}$$

da nun y gesucht wird, so wie unter
dieser 9^{ten} steht 7 ist $\frac{1}{2}y^3 - \frac{13}{3}y$ ist 3^{tes} Quadrat
oder 2 über 12^{ten} steht, also nur
3, 6, 9, 12. so prüft man y &
dieses Gleichung. für $y = 12$.

$$z = \frac{1}{2} + \sqrt{864 - 52 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3249}.$$

$$z = 29.$$

und jetzt ist wie oben gesagt $x = 1778$.

Probe.

$$29^3 = 12^3 + 1778 \cdot 12 + \frac{5}{3} \cdot 12 + 29^2 + 16 \cdot 29$$

$\begin{array}{r} 29 \\ 29 \\ \hline 261 \\ 58 \\ \hline 841 \\ 29 \\ \hline 7569 \\ 1682 \\ \hline 24389 \end{array}$	=	$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 24 \\ 144 \\ \hline 1478 \\ 1922 \\ \hline 3844 \\ 1922 \\ \hline 23064 \\ 24389 \end{array}$
--	---	--

$$y = 6 \quad z = \frac{1}{2} + \sqrt{216 - 26 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{161}$$

$\sqrt{161}$ 27... was. weil dieses nicht
40/361 unauflösbar, also so ist
als mit $y = 3$, und $= 9$

$$\sqrt{3249} \left| \frac{57 \pm 1}{2} = \frac{58}{2} = 29 \right.$$

Cardaniffu Brynl.

Hand gezeichnet & gezeichnet in d. d. Kopierdruck,
nach gezeichnet ist, abgesehen Tardellia des
eigentlichen Kopierdruck, war. (17² gezeichnet).

Man kann eine Cubische Gleichung auf die
Eulersche Regel anwenden will, so ist da eine
Eingeklemmung des neuen 2^{ten} Glieds und
d. Gleichung fürwahr 3^{ter} Gr. (Eulers. d. Algebra
Theil II ganz nachher. siehe Hauptvertheil für
Cubische & Biquadrat-Gleichungen) allem, wie
sich man d. Art des neuen 2^{ten} Glieds abge-
sonderte Aufklärung weiter & nicht d. & fern.

Ausgabe

And unser Glühwein ist 2^{te} Glanz zu 1/2 Liter
Man kann sich selbst 1^{te} unser Glühwein
mit 1/2 Liter Wein oder Wasser, 1/2
Liter Zucker. Pulver - Zucker

wieder in 3 f. $x = y + w$; $x = y - w$
 $\frac{+6w + 3}{+x} = yw$; $x = \frac{y}{w}$ Subst. in 2. und 3. f.
 2. f. in die Gleichung für x Substitution

Exigence 3. - sin V de Gleichung
 $x^3 + 2x^2 + 6x + 5 = 0$ nur 5 zu

$$x^3 + 2x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + 0 + 5 = 5$$

$$1) 1 + 2 + 6 + 5 = 14$$

$$2) 8 + 8 + 12 + 5 = 33$$

velo Linnæ potius &

$$-1) -1 + 2 - 6 + 5 = 0$$

$$x = y + a \quad y = x - a$$

$$(x^3) = (y+w)^3 = y^3 + 3y^2w + 3y \cdot w^2 + w^3$$

$$(2x)^2 = 2(y+w)^2 = 2y^2 + 4yw + 2w^2$$

$$(bX) = b(y+w) = by + bw + s$$

$$0 = y^3 + (3w+2)y^2 + (3w^2+4w+6)y + w^3+2w^2+6w+5 = y^3 + (3w+2)y^2 + (3w^2+4w+6)y + w^3+2w^2+6w+5$$

$$(y') = (-1-w)^3 = -1 - 3w - 3w^2 - w^3$$

$$(3w+2)(i+2w+w^2) = \frac{3w+6w^2+3w^3+2+4w+2w^2}{1+5w^2+4w+2w^3}$$

$$(3w^2 + 4w + 6)(-1 - w) = -3w^2 - 4w - 6 - 3w^3 - 4w^2 - 6w$$

$$-5 - 2w^2 - 6w - w^3$$

$$+ 5 + 2w^2 + 6w + w^3$$

monstrum, so auch in alle Folge:

$$y = x - 5 \text{ oder } x = y + 5.$$

Im Werth $(y+5)$ in d. Gleichung gesetzt

$$x^3 = (y+5)^3 = y^3 + 15y^2 + 75y + 125$$

$$+ 2x^2 = 2(y+5)^2 = 2y^2 + 20y + 50$$

$$+ 6x = 6(y+5) = 6y + 30$$

$$5 = 5$$

$$\text{Also } y^3 + 17y^2 + 101y + 210 = 0$$

zufall Mergel die nun 5 Elemente sind und
in d. folgenden Gleichung.

Setzt man nun in diese Gleichung

$$x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} + cx^{m-3} + \dots + p = 0$$

setzt $x = y + a$ so ist wenn a man will
2^{te} Glied wegschaffen soll a so groß sein
daß a^2 a^3 a^4 a^5 a^6 a^7 a^8 a^9 a^{10} a^{11} a^{12} a^{13} a^{14} a^{15} a^{16} a^{17} a^{18} a^{19} a^{20} a^{21} a^{22} a^{23} a^{24} a^{25} a^{26} a^{27} a^{28} a^{29} a^{30} a^{31} a^{32} a^{33} a^{34} a^{35} a^{36} a^{37} a^{38} a^{39} a^{40} a^{41} a^{42} a^{43} a^{44} a^{45} a^{46} a^{47} a^{48} a^{49} a^{50} a^{51} a^{52} a^{53} a^{54} a^{55} a^{56} a^{57} a^{58} a^{59} a^{60} a^{61} a^{62} a^{63} a^{64} a^{65} a^{66} a^{67} a^{68} a^{69} a^{70} a^{71} a^{72} a^{73} a^{74} a^{75} a^{76} a^{77} a^{78} a^{79} a^{80} a^{81} a^{82} a^{83} a^{84} a^{85} a^{86} a^{87} a^{88} a^{89} a^{90} a^{91} a^{92} a^{93} a^{94} a^{95} a^{96} a^{97} a^{98} a^{99} a^{100} a^{101} a^{102} a^{103} a^{104} a^{105} a^{106} a^{107} a^{108} a^{109} a^{110} a^{111} a^{112} a^{113} a^{114} a^{115} a^{116} a^{117} a^{118} a^{119} a^{120} a^{121} a^{122} a^{123} a^{124} a^{125} a^{126} a^{127} a^{128} a^{129} a^{130} a^{131} a^{132} a^{133} a^{134} a^{135} a^{136} a^{137} a^{138} a^{139} a^{140} a^{141} a^{142} a^{143} a^{144} a^{145} a^{146} a^{147} a^{148} a^{149} a^{150} a^{151} a^{152} a^{153} a^{154} a^{155} a^{156} a^{157} a^{158} a^{159} a^{160} a^{161} a^{162} a^{163} a^{164} a^{165} a^{166} a^{167} a^{168} a^{169} a^{170} a^{171} a^{172} a^{173} a^{174} a^{175} a^{176} a^{177} a^{178} a^{179} a^{180} a^{181} a^{182} a^{183} a^{184} a^{185} a^{186} a^{187} a^{188} a^{189} a^{190} a^{191} a^{192} a^{193} a^{194} a^{195} a^{196} a^{197} a^{198} a^{199} a^{200} a^{201} a^{202} a^{203} a^{204} a^{205} a^{206} a^{207} a^{208} a^{209} a^{210} a^{211} a^{212} a^{213} a^{214} a^{215} a^{216} a^{217} a^{218} a^{219} a^{220} a^{221} a^{222} a^{223} a^{224} a^{225} a^{226} a^{227} a^{228} a^{229} a^{230} a^{231} a^{232} a^{233} a^{234} a^{235} a^{236} a^{237} a^{238} a^{239} a^{240} a^{241} a^{242} a^{243} a^{244} a^{245} a^{246} a^{247} a^{248} a^{249} a^{250} a^{251} a^{252} a^{253} a^{254} a^{255} a^{256} a^{257} a^{258} a^{259} a^{260} a^{261} a^{262} a^{263} a^{264} a^{265} a^{266} a^{267} a^{268} a^{269} a^{270} a^{271} a^{272} a^{273} a^{274} a^{275} a^{276} a^{277} a^{278} a^{279} a^{280} a^{281} a^{282} a^{283} a^{284} a^{285} a^{286} a^{287} a^{288} a^{289} a^{290} a^{291} a^{292} a^{293} a^{294} a^{295} a^{296} a^{297} a^{298} a^{299} a^{300} a^{301} a^{302} a^{303} a^{304} a^{305} a^{306} a^{307} a^{308} a^{309} a^{310} a^{311} a^{312} a^{313} a^{314} a^{315} a^{316} a^{317} a^{318} a^{319} a^{320} a^{321} a^{322} a^{323} a^{324} a^{325} a^{326} a^{327} a^{328} a^{329} a^{330} a^{331} a^{332} a^{333} a^{334} a^{335} a^{336} a^{337} a^{338} a^{339} a^{340} a^{341} a^{342} a^{343} a^{344} a^{345} a^{346} a^{347} a^{348} a^{349} a^{350} a^{351} a^{352} a^{353} a^{354} a^{355} a^{356} a^{357} a^{358} a^{359} a^{360} a^{361} a^{362} a^{363} a^{364} a^{365} a^{366} a^{367} a^{368} a^{369} a^{370} a^{371} a^{372} a^{373} a^{374} a^{375} a^{376} a^{377} a^{378} a^{379} a^{380} a^{381} a^{382} a^{383} a^{384} a^{385} a^{386} a^{387} a^{388} a^{389} a^{390} a^{391} a^{392} a^{393} a^{394} a^{395} a^{396} a^{397} a^{398} a^{399} a^{400} a^{401} a^{402} a^{403} a^{404} a^{405} a^{406} a^{407} a^{408} a^{409} a^{410} a^{411} a^{412} a^{413} a^{414} a^{415} a^{416} a^{417} a^{418} a^{419} a^{420} a^{421} a^{422} a^{423} a^{424} a^{425} a^{426} a^{427} a^{428} a^{429} a^{430} a^{431} a^{432} a^{433} a^{434} a^{435} a^{436} a^{437} a^{438} a^{439} a^{440} a^{441} a^{442} a^{443} a^{444} a^{445} a^{446} a^{447} a^{448} a^{449} a^{450} a^{451} a^{452} a^{453} a^{454} a^{455} a^{456} a^{457} a^{458} a^{459} a^{460} a^{461} a^{462} a^{463} a^{464} a^{465} a^{466} a^{467} a^{468} a^{469} a^{470} a^{471} a^{472} a^{473} a^{474} a^{475} a^{476} a^{477} a^{478} a^{479} a^{480} a^{481} a^{482} a^{483} a^{484} a^{485} a^{486} a^{487} a^{488} a^{489} a^{490} a^{491} a^{492} a^{493} a^{494} a^{495} a^{496} a^{497} a^{498} a^{499} a^{500} a^{501} a^{502} a^{503} a^{504} a^{505} a^{506} a^{507} a^{508} a^{509} a^{510} a^{511} a^{512} a^{513} a^{514} a^{515} a^{516} a^{517} a^{518} a^{519} a^{520} a^{521} a^{522} a^{523} a^{524} a^{525} a^{526} a^{527} a^{528} a^{529} a^{530} a^{531} a^{532} a^{533} a^{534} a^{535} a^{536} a^{537} a^{538} a^{539} a^{540} a^{541} a^{542} a^{543} a^{544} a^{545} a^{546} a^{547} a^{548} a^{549} a^{550} a^{551} a^{552} a^{553} a^{554} a^{555} a^{556} a^{557} a^{558} a^{559} a^{560} a^{561} a^{562} a^{563} a^{564} a^{565} a^{566} a^{567} a^{568} a^{569} a^{570} a^{571} a^{572} a^{573} a^{574} a^{575} a^{576} a^{577} a^{578} a^{579} a^{580} a^{581} a^{582} a^{583} a^{584} a^{585} a^{586} a^{587} a^{588} a^{589} a^{590} a^{591} a^{592} a^{593} a^{594} a^{595} a^{596} a^{597} a^{598} a^{599} a^{600} a^{601} a^{602} a^{603} a^{604} a^{605} a^{606} a^{607} a^{608} a^{609} a^{610} a^{611} a^{612} a^{613} a^{614} a^{615} a^{616} a^{617} a^{618} a^{619} a^{620} a^{621} a^{622} a^{623} a^{624} a^{625} a^{626} a^{627} a^{628} a^{629} a^{630} a^{631} a^{632} a^{633} a^{634} a^{635} a^{636} a^{637} a^{638} a^{639} a^{640} a^{641} a^{642} a^{643} a^{644} a^{645} a^{646} a^{647} a^{648} a^{649} a^{650} a^{651} a^{652} a^{653} a^{654} a^{655} a^{656} a^{657} a^{658} a^{659} a^{660} a^{661} a^{662} a^{663} a^{664} a^{665} a^{666} a^{667} a^{668} a^{669} a^{670} a^{671} a^{672} a^{673} a^{674} a^{675} a^{676} a^{677} a^{678} a^{679} a^{680} a^{681} a^{682} a^{683} a^{684} a^{685} a^{686} a^{687} a^{688} a^{689} a^{690} a^{691} a^{692} a^{693} a^{694} a^{695} a^{696} a^{697} a^{698} a^{699} a^{700} a^{701} a^{702} a^{703} a^{704} a^{705} a^{706} a^{707} a^{708} a^{709} a^{710} a^{711} a^{712} a^{713} a^{714} a^{715} a^{716} a^{717} a^{718} a^{719} a^{720} a^{721} a^{722} a^{723} a^{724} a^{725} a^{726} a^{727} a^{728} a^{729} a^{730} a^{731} a^{732} a^{733} a^{734} a^{735} a^{736} a^{737} a^{738} a^{739} a^{740} a^{741} a^{742} a^{743} a^{744} a^{745} a^{746} a^{747} a^{748} a^{749} a^{750} a^{751} a^{752} a^{753} a^{754} a^{755} a^{756} a^{757} a^{758} a^{759} a^{760} a^{761} a^{762} a^{763} a^{764} a^{765} a^{766} a^{767} a^{768} a^{769} a^{770} a^{771} a^{772} a^{773} a^{774} a^{775} a^{776} a^{777} a^{778} a^{779} a^{780} a^{781} a^{782} a^{783} a^{784} a^{785} a^{786} a^{787} a^{788} a^{789} a^{790} a^{791} a^{792} a^{793} a^{794} a^{795} a^{796} a^{797} a^{798} a^{799} a^{800} a^{801} a^{802} a^{803} a^{804} a^{805} a^{806} a^{807} a^{808} a^{809} a^{810} a^{811} a^{812} a^{813} a^{814} a^{815} a^{816} a^{817} a^{818} a^{819} a^{820} a^{821} a^{822} a^{823} a^{824} a^{825} a^{826} a^{827} a^{828} a^{829} a^{830} a^{831} a^{832} a^{833} a^{834} a^{835} a^{836} a^{837} a^{838} a^{839} a^{840} a^{841} a^{842} a^{843} a^{844} a^{845} a^{846} a^{847} a^{848} a^{849} a^{850} a^{851} a^{852} a^{853} a^{854} a^{855} a^{856} a^{857} a^{858} a^{859} a^{860} a^{861} a^{862} a^{863} a^{864} a^{865} a^{866} a^{867} a^{868} a^{869} a^{870} a^{871} a^{872} a^{873} a^{874} a^{875} a^{876} a^{877} a^{878} a^{879} a^{880} a^{881} a^{882} a^{883} a^{884} a^{885} a^{886} a^{887} a^{888} a^{889} a^{890} a^{891} a^{892} a^{893} a^{894} a^{895} a^{896} a^{897} a^{898} a^{899} a^{900} a^{901} a^{902} a^{903} a^{904} a^{905} a^{906} a^{907} a^{908} a^{909} a^{910} a^{911} a^{912} a^{913} a^{914} a^{915} a^{916} a^{917} a^{918} a^{919} a^{920} a^{921} a^{922} a^{923} a^{924} a^{925} a^{926} a^{927} a^{928} a^{929} a^{930} a^{931} a^{932} a^{933} a^{934} a^{935} a^{936} a^{937} a^{938} a^{939} a^{940} a^{941} a^{942} a^{943} a^{944} a^{945} a^{946} a^{947} a^{948} a^{949} a^{950} a^{951} a^{952} a^{953} a^{954} a^{955} a^{956} a^{957} a^{958} a^{959} a^{960} a^{961} a^{962} a^{963} a^{964} a^{965} a^{966} a^{967} a^{968} a^{969} a^{970} a^{971} a^{972} a^{973} a^{974} a^{975} a^{976} a^{977} a^{978} a^{979} a^{980} a^{981} a^{982} a^{983} a^{984} a^{985} a^{986} a^{987} a^{988} a^{989} a^{990} a^{991} a^{992} a^{993} a^{994} a^{995} a^{996} a^{997} a^{998} a^{999} a^{1000}

$$\text{Setzt } x = y + a \text{ so ist}$$

$$x^m = (y+a)^m = y^m + may^{m-1} + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 2} a^2 y^{m-2} + \frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 y^{m-3} + \dots$$

$$x^{m-1} = a(y+a)^{m-1} = ay^{m-1} + a \cdot m-1 \cdot ay^{m-2} + \frac{a \cdot m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2} a^2 y^{m-3} + \frac{a \cdot m-1 \cdot m-2 \cdot m-3}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 y^{m-4} + \dots$$

$$x^{m-2} = b(y+a)^{m-2} = by^{m-2} + b \cdot m-2 \cdot ay^{m-3} + \frac{b \cdot m-2 \cdot m-3}{1 \cdot 2} a^2 y^{m-4} + \frac{b \cdot m-2 \cdot m-3 \cdot m-4}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 y^{m-5} + \dots$$

$$x^{m-3} = c(y+a)^{m-3} = cy^{m-3} + c \cdot m-3 \cdot ay^{m-4} + \frac{c \cdot m-3 \cdot m-4}{1 \cdot 2} a^2 y^{m-5} + \frac{c \cdot m-3 \cdot m-4 \cdot m-5}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 y^{m-6} + \dots$$

Soll die 2^{te} Glied wegschaffen so muß

$$may^{m-1} + ay^{m-1} = 0 \text{ sein}$$

$$y^3 + 17y^2 + 101y + 210 = 0$$

da durch die $xx = -1$ muss

$$y = x - 5 = -1 - 5 = -6$$

$$-6) -216 + 612 - 606 + 210 = 0$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 252 \\ 36 \\ 612 \end{array}$$

Erst wird

$$m a y^{m-1} = -a y^{m-1}$$

$$m a = -a$$

$$\alpha = -\frac{a}{m} = -\frac{1}{m} a$$

D. h. Man in 2^{te} Gleichung substituirt, so
 herauskommt man die Wurzel d. Gleichung
 mit dem subtrahirten Quadrat, das
 man setzt, wenn in der Wurzel d. 2^{te} Gleichung
 (unter Wurzel) das d. ersten Exponent
 d. Gleichung substituirt.

Beispiel.

$$x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$x^4 = \left(y + \frac{3}{2}\right)^4 = y^4 + 6y^3 + \frac{27}{2}y^2 + \frac{27}{2}y + \frac{81}{16}$$

$$-6x^3 = -6\left(y + \frac{3}{2}\right)^3 = -6y^3 - 27y^2 - \frac{81}{2}y - \frac{81}{4} \quad -324$$

$$-5x^2 = -5\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -5y^2 - 15y - \frac{45}{4} \quad -180$$

$$+8x = 8\left(y + \frac{3}{2}\right) = 8y + 12 \quad -128$$

$$-20 = -20 \quad \frac{81}{16}$$

$$y^4 * -\frac{27}{2}y^2 - 27y - \frac{551}{16} = 0$$

Erst ist also die Wurzel $y + \frac{3}{2} = x$

$$m^3 y = x - \frac{3}{2} ; \quad \frac{-111}{48} \quad -68$$

Die Regel selbst.

$x^3 + bx - c = 0$ sey eine Gleichung
in welcher nur vorkommende Größten x sein
soll. 2te Gleichung sey $y^3 - z^3 = c$.

Es sey $x^3 = c - bx$.

Setze man den Ausdruck von x unmittelbar in
die kubische Größten x^3 & bestimme x
so ist $x = y - z$ * so ist

$$x^3 = y^3 - 3yz^2 + 3yz^2 - z^3$$

$$x^3 = y^3 - z^3 - 3yz(y-z) \text{ also}$$

$$c - bx = y^3 - z^3 - 3yz(y-z)$$

Da $y^3 - z^3 = c$ ist so kann die Gleichung nicht
stehen, da x eine numerische Größte ist,
also wenn

$$y^3 - z^3 = c \text{ und } -bx = -3yz(y-z)$$

so die kubische Gleichung ist nun:

$$3yzx = bx;$$

$$3yz = b$$

$$z = \frac{b}{3y} \text{ setze in } y^3 - z^3 = c \text{ substituirt.}$$

$$y^3 - \frac{b^3}{27y^3} = c$$

$$y^6 - \frac{b^3}{27} = cy^3 \text{ bezeichne man } cy^3 \text{ durch } x^3$$

$$x = y + z \text{ mit dem gesuchten } bx = -bx \text{ stellt.}$$

Dieses Gleichung kann das gemachte
Gleichung nicht mehr verwendet werden,
weil man nicht x^3 in
den Ausdruck setzen würde. Die
neue Gleichung p. 45 geht hervor, dass
man das Gleichung $y^3 - z^3 = c$
verwendet, und x durch $y - z$
den Ausdruck x^3 in $y^3 - z^3 = c$
setzen zu kann. Selbst zu ändern
Größen führt.

als eine quadratische Formel folgt unmittelbar

$$y^3 = v \text{ folgt in}$$

$$y^6 - cy^3 = \frac{1}{27}b^3$$

$$v^2 - cv = \frac{1}{27}b^3$$

$$v = \frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2} \text{ das ist die Formel}$$

Wurzel auskürzt so ist nur + was der V. Zug
gefordert. Setzt man nun wieder $y^3 = v$ so ist
auch $y^3 = \frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2}$

$$y^3 = \frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2}}$$

Da $y^3 - z^3 = c$ den Wurzeln y

$$y^3 - z^3 = \frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2} - c$$

$$z^3 = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2}}$$

Da nun $x = y - z$ wenn $y^3 = \frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2}$

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2}} - \sqrt[3]{-\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{27}b^3 + \frac{1}{4}c^2}}$$

Für $2 \pm$ Wurzeln kann man die
Formel des 2. Grades anwenden

$$x^3 - bx - c = 0 \text{ das } c \text{ kann positiv}$$

oder negativ sein in bx .

in bx .Setzt man in $x^3 - bx - c = 0$ ein, so erhält man $x = y + z$ und gewinnt, indem man die dritte Potenz nimmt.

$$x^3 = bx + c$$

$$x^3 = y^3 + 3yz^2 + 3y^2z + z^3$$

$$x^3 = y^3 + z^3 + 3yz(y+z)$$

$$y^3 + z^3 = c \text{ und } 3yz(y+z) = bx.$$

$$3yzx = bx$$

$$3yz = b$$

$$z = \frac{b}{3y} \text{ folgt}$$

$$z^3 = \frac{b^3}{27y^3}$$

$$y^3 = c - \frac{b^3}{27y^3}$$

$$y^6 + \frac{b^3}{27} = cy^3$$

$$y^6 - cy^3 = -\frac{1}{27}b^3$$

$$y^3 = \frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3};$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}}; \text{ setzt in } y^3 + z^3 = c.$$

$$z^3 = c - \frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3} = \frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}}; \text{ also:}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}} = \varphi$$

$$x^3 - bx - c = 0 \quad | x = y - z$$

$$y^3 - 3y^2z + 3yz^2 - z^3 = c + bx$$

$$y^3 - z^3 = c - 3yz(y-z) = bx$$

$$-3yz = b$$

$$y = -\frac{b}{3z}$$

$$\frac{-b^3}{27z^3} - z^3 = c$$

$$-b^3 - 27z^6 = 27cz^3$$

$$z^6 + cz^3 = -\frac{b^3}{27}$$

$$z^3 = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{b^3}{27} + \frac{c^2}{4}} \quad z = \sqrt[3]{-\frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{b^3}{27} + \frac{c^2}{4}}}$$

$$y^3 = c + z^3 = c - \frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{b^3}{27} + \frac{c^2}{4}} = \frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{b^3}{27} + \frac{c^2}{4}}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{b^3}{27} + \frac{c^2}{4}}}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}} - \sqrt[3]{\frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}}$$

man sieht, dass die beiden Wurzeln $y = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}}$ und $z = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c \mp \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}}$ sich zu $x = y - z$ addieren.

$$\text{Es wird: } x^3 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}} + \sqrt[3]{-\left(-\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}\right)}$$

und da nun $\sqrt[3]{\dots}$ eine negative Zahl, $\sqrt[3]{\dots}$ negativ ist:

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}} - \sqrt[3]{-\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{27}b^3}}$$

Es ist also: bzw.

$$x^3 \pm bx - c = 0.$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 \pm \frac{1}{27}b^3}} - \sqrt[3]{-\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 \pm \frac{1}{27}b^3}}$$

Man kann aber auch 2^{te} Fall $\frac{1}{27}b^3 > \frac{1}{4}c^2$ betrachten. Hier ist dann eine Quadratwurzel aus einer negativen Grösse, die man in reellen Gröszen erfüllt. Das c in d. Gleichung mag nun + u. - sein. Es wird dann für $(-\frac{1}{2}c)^2 = (+\frac{1}{2}c)^2 = \frac{1}{4}c^2$ immer dasselbe, und man erhält dann Cuben $\sqrt[3]{\dots}$ Gröszen wie $\sqrt[3]{\dots}$ wenn $\pm$ in d. Gleichung und Laugheitszeichen Gröszen verwechseln.

Die dritte Art ist $\frac{1}{27}b^3 > \frac{1}{4}c^2$ im 2^{ten} Fall (S. 48) muss die Cardanische Regel nicht aus, dass man für gewöhnlich Lössen und wenn die $\sqrt[3]{\dots}$ eine Gleichung ist man kann

Leichte Card findet man, findet man sie. Auf
 d. Card. Regel gut nicht, d. heißt nicht nur
 mögliche Größen, da auf mir haben ist nicht
 möglich. Mögliche Card, muss wenigstens eine
 mögliche V haben muß. 7. 8. in

$$x^3 - 19x - 30 = 0$$

ist b=19 und c=30. nach d. Cardan
 2. 3. Nullen (P. 50) berechnen so ist

$$x = \sqrt[3]{15 + \sqrt{(15)^2 - \frac{1}{27}(19)^3}} - \sqrt[3]{-15 + \sqrt{(15)^2 - \frac{1}{27}(19)^3}}$$

$$x = \sqrt[3]{15 + \sqrt{-29\frac{1}{27}}} - \sqrt[3]{-15 + \sqrt{-29\frac{1}{27}}}$$

$$x = \sqrt[3]{15 + \sqrt{29\frac{1}{27}} \cdot \sqrt{-1}} - \sqrt[3]{-15 + \sqrt{29\frac{1}{27}} \cdot \sqrt{-1}}$$

Es könnte ja sein daß gleiches die Gleichung
 selbstes ist. Eine mögliche V; nicht
 muß man ist dem gemächlichen Wurzeln x=0
 -1 = -2 = -3 = -4 = -5, so wird man finden
 daß x=5 ist die Gleichung Null wird.

$$125 - 95 - 30 = 0.$$

Man also bx, + ist so ist die Cardan'sche
 Regel nicht anwendbar ist bx aber, - so
 ist sie 3. nur so lange als $\frac{1}{27}b^3$ nicht
 größer ist als $\frac{1}{4}c^2$, d. h. so lange bis nicht

$\begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \\ 27 \\ \hline 1575 \\ 450 \\ \hline 6075 \\ 27 \end{array}$	$\begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ \hline 171 \\ 19 \\ \hline 361 \\ 19 \\ \hline 3249 \\ 361 \\ \hline 6859 \\ 27 \end{array}$
---	--

$$-\frac{784}{27} = -\frac{784}{27}$$

$$-\frac{784}{27} = 29\frac{1}{27} \quad 11/100/0.037037037 \dots$$

$$\lambda = \sqrt[3]{44,03700370 \cdot \sqrt{-1}} - \sqrt[3]{14,037037 \cdot \sqrt{-1}}$$

$$\sqrt[3]{44,037037} = 3,613 \sqrt{-1}$$

$$\sqrt[3]{14,037037} = 2,464$$

$\begin{array}{r} 2700 \overline{) 17037} \\ 16526 \\ \hline 511037 \\ 388804 \\ \hline 122233037 \\ 122233037 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1200 \overline{) 6037} \\ 4800 \\ \hline 1237 \\ 1225037 \\ 1037124 \\ \hline 200913037 \\ 18154800 \\ \hline 19365037 \end{array}$
---	---

$$x = 3,613 \sqrt{-1} - 2,464 \sqrt{-1}$$

$$x = 1,149 \sqrt{-1}$$

sein nagelstein Größe unter des V. Zinns
Licht.

Es giebt ein Mittel für das Licht, in
manchen aber d. Wirklichkeit wegen, aber,
gerade wieder.

$$\text{In der } x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 10 = 0 \text{ sind die}$$

$$\left. \begin{array}{r} 25 \\ 25 \\ 125 \\ 30 \\ 625 - 750 + 125 + 10 - 10 = 0 \end{array} \right\}$$

Wurzeln:

$$x = +5, \quad x = -1, \quad \text{und } x = 1 \pm \sqrt{-1};$$

$$x = (y + \frac{3}{2}) \text{ und } y^4 - \frac{37}{2}y^2 - 34y - \frac{551}{16} = 0$$

$$\begin{aligned} y = (u-v) \quad y^4 &= (u-v)^4 = u^4 - 4u^3v + 6u^2v^2 - 4uv^3 + v^4 \\ -\frac{37}{2}y^2 &= -\frac{37}{2}(u-v)^2 = -\frac{37}{2}u^2 + 37uv - \frac{37}{2}v^2 \\ -34y &= -34(u-v) = -34u + 34v - \frac{551}{16} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} = 0$$

$$u^4 + v^4 - 4u^3v + 6u^2v^2 - 4uv^3 + v^4 - \frac{37}{2}u^2 + 37uv - \frac{37}{2}v^2 - 34u + 34v - \frac{551}{16} = 0$$

$$u^4 + v^4 - 3uv(u^2 - 2uv + v^2) - u^3v - uv^3 = \frac{37}{2}y^2 + 34y + \frac{551}{16}$$

$$(u^4 + v^4) - 3uv(u^2 - 2uv + v^2) - uv(u^2 + v^2) =$$

$$(u^4 + v^4 - u^2v - uv^2) - 3uv(u-v)^2 - u^2v(u-v) =$$

$$u^4 + v^4 - u^2v - uv^2 = \frac{551}{16} - 3uv = \frac{37}{2} \quad -u^2v = 34$$

$$u = -\frac{37}{6v} \quad -\frac{37^2 v}{6^2 v^2} = 34$$

$$-1369 = 1224v$$

$$v = -\frac{1369}{1224}$$

$$y = u - v$$

$$y = \frac{204}{37} + \frac{1369}{1224}$$

$$u = \frac{-37}{-1369/204}$$

$$y = 5 + \frac{1}{37} + 1 + \frac{145}{1224}$$

$$u = +\frac{204}{37}$$

$$x = y + \frac{3}{2}$$

$$y = (u+v)$$

$$\begin{aligned} y^4 &= u^4 + 4u^3v + 6u^2v^2 + 4uv^3 + v^4 = u^4 + v^4 + 3uv(u^2 + 2uv + v^2) + u^3v + uv^3 \\ &= u^4 + v^4 + 3uv(u+v)^2 + uv(u^2 + v^2) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} u^2 + v^2 \\ (u-v)u + (u+v)v \end{array}$$

$$\frac{551}{16} + \frac{37}{2}y^2 + 34y = [u^4 + v^4 + u^3v - u^2v^2] + 3uv(y^2) + uv^2(y)$$

$$3uv = \frac{37}{2} \quad uv^2 = 34$$

$$u = \frac{37}{6v} \quad \frac{37v^2}{6v} = 34$$

$$v = \frac{6 \cdot 34}{37} = \frac{204}{37}$$

$$u = \frac{37 \cdot 37}{6 \cdot 204} = \frac{1369}{1224}$$

$$y = u + v = \frac{1369}{1224} + \frac{204}{37}$$

$$9500x + 95000x + 300y = 16000$$

$$300 + 5y = 760x$$

$$x = \frac{16000 + 300}{-760}$$

$$95000x + 300y = 16000$$

$$760x + 5y = -300$$

$$-960000 - 228000$$

$$x = \frac{16000 - 300y}{95000} = \frac{-300 - 5y}{-760}$$

$$-2080000 + 228000y = -28500000 - 475000y$$

$$228000y + 475000y = -28500000 + 2080000$$

$$703000y = -26420000$$

$$y = \frac{-26420000}{703000}$$

$$y = 37,0$$

$$x = 1$$

$$\frac{475000}{228000}$$

$$\frac{703000}{228000}$$

$$\frac{-28500000}{208}$$

$$\frac{28499792}{208} = 4$$

$$703000 : 28499792 = 28012000$$

$$7979$$

$$703000 : 28499792 = 40,5$$

$$2812000$$

$$3797920$$

$$3515000$$

$$282920$$

$$\frac{25000}{300}$$

$$28500000$$

$$\frac{18000}{2100}$$

$$\frac{228000}{228000}$$

$$16000 - 300 - 760$$

$$-760 + 228000$$

$$\frac{16000}{760}$$

$$\frac{300}{228000}$$

$$\frac{960000}{112000}$$

$$\frac{2080000}{300}$$

$$\frac{18000}{2100}$$

$$\frac{18000}{2100}$$

$$\frac{39000000}{4760}$$

$$\frac{12000}{1900}$$

$$\frac{2100}{0}$$

$$95000$$

$$-300$$

$$-28500000$$

$$475000$$

$$-28500000$$

$$+2080000$$

$$10000$$

$$3000$$

$$-28500000$$

$$2080000$$

$$-26420000$$

$$228000$$

$$475000$$

$$703000$$

$$703000 : 2642000 = 37,0$$

$$2109000$$

$$5330000$$

$$4921000$$

$$4090000$$

$$\frac{16000}{760}$$

$$\frac{960000}{112000}$$

$$2080000$$

$$95000x + 111000 = 16000$$

$$25000x = 16000 - 111000$$

$$x = \frac{95000}{95000}$$

$$x = \frac{16000 - 200y}{95000}$$

$$\frac{-760(16000 - 200y)}{95000} + 5y = -300$$

$$\frac{-208 + 228000y}{95000} + 5y = -200$$

$$-208 + 228000y + 475000y = -28500000$$

$$228000y + 475000y = -28500000 + 208$$

$$703000y = -28499792$$

$$y = \frac{-28499792}{703000}$$

$$y = -40,5$$

$$x + y = 5$$

$$3x + 3y = 15$$

$$x + y = 5$$

$$300 + 3000y = 9$$

$$x + y = a$$

$$2x + 3y = b$$

$$x = 5 - y = \frac{9 - 3000y}{300}$$

$$15000 - 2000y = 9 - 2000y$$

$$-200y + 2000y = 9 - 15000$$

$$2700y = -14991$$

$$y = \frac{-14991}{2700}$$

$$y = -5,55$$

$$y = 0,5$$

$$x = 0,0$$

$$95000 : 105500 = 1,1010$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ -300 \\ \hline 1700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105000 \\ -1700 \\ \hline 103300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 103300 \\ -1491 \\ \hline 101809 \end{array}$$

$$2700 : 14910 = 0,18$$

$$\frac{a - y}{1} = \frac{b - 3y}{2}$$

$$2a - 2y = b - 3y$$

$$-2y + 3y = b - 2a$$

$$y = -2a + b$$

$$y = 2a + b$$

$$y = 2a + b$$

$$x = -a + b$$

$$95000x + 121500 = 16000$$

$$95000x = 16000 - 121500$$

$$x = \frac{105500}{95000} = 1,1105$$

$$x + 0,5y = 5$$

$$0,5x =$$

$$x = 5 - 0,5$$

$$x = 5 - 0,5$$

$$x + 2a + b = a$$

$$x = a - 2a - b$$

$$x = -a - b$$

$$x = -a - b$$

$$x = -a - b$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ 40,5 \\ \hline 15'00 \\ 0000 \\ 0 \\ \hline 405' \\ 200 \\ \hline 1215'00 \end{array}$$

$$0,2x - \frac{0,32 - 4y}{5} = x + 0,16$$

$$\frac{1,2}{0,3} y - \frac{2,5x + 1}{y + 0,6} = 4y - \frac{12}{5}$$

$$8,2x$$

$$0,10x - 0,160$$

$$0,10x - 0,32 - 4y = 5x + 0,80$$

$$\frac{1,2}{0,3} y - \frac{2,5x + 1}{y + 0,6} = 4y - \frac{5}{3}$$

$$0,5x - 4y = 0,1,12$$

$$2,325x + 2,25y = 13$$

$$-0,3x - 18y = -125,25$$

$$-45(13 - 2,25y) - 18y = -125,25$$

$$-3,9 + 0,45y - 3,0875y = -2974,6875$$

$$64,5 - 3,0875y = -2974,6875 + 3,9$$

$$64,4125y = -2970,7875$$

$$y = \frac{2970,7875}{64,4125}$$

$$y =$$

$$\begin{array}{r} 0,6 \\ 0,5 \\ 18 \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,3 \\ 0,6 \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,1 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,6 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 8 \end{array}$$

56

$$0,10x - 0,160$$

$$\begin{array}{r} 0,0600 \\ 0,18 \\ 1,3 \end{array}$$

$$0,18$$

$$0,3: 0,5:4 = 18$$

$$\frac{0,5}{24} 0,2$$

$$0,10x$$

$$\begin{array}{r} 0,10 \\ 0,5 \end{array}$$

$$0,80$$

$$10,12$$

$$24,25$$

$$112$$

$$3,1$$

$$112$$

$$258,5$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ -0,3 \\ -3,9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,4 \\ 672 \end{array}$$

$$2,25$$

$$67,2$$

$$\begin{array}{r} 0,3 \\ 67,5 \end{array}$$

$$2,375$$

$$13$$

$$8125$$

$$2325$$

$$3,0875$$

$$125,25$$

$$2,375$$

$$62625$$

$$87675$$

$$38575$$

$$217050$$

$$29746875$$

$$675840$$

$$-3,0875$$

$$64,4125$$

$$2974,6875$$

$$33,9$$

$$2970,7875$$

$$64,4125 / 2970,7875$$

$$2970,7875 / 64,4125001$$

$$2,375x + 2,25y = 13$$

$$-0,3x - 13y = 125,25$$

$$\frac{13 - 2,25y}{2,375} = \frac{125,25 + 13y}{-0,3}$$

$$-39 + 29,25y = 2014,6875 + 30,775y$$

$$25,35y = 3005,4625$$

$$y = 3005,4625 / 25,35$$

$$y = 1,000$$

$$y = 1,000$$

$$13x$$

$$0,3$$

$$3,9$$

$$-2,25$$

$$-0,3$$

$$0,75$$

$$2,25$$

$$2,9,25$$

$$125,25$$

$$2,375$$

$$0,25,25$$

$$8,25,75$$

$$2,375,75$$

$$2,974,6875$$

$$2,375$$

$$13$$

$$70,25$$

$$2,375$$

$$3,0,775$$

$$2974,6875$$

$$30,775$$

$$3005,4625$$

$$25,35 / 3005,4625 = 1,000$$

$$22$$

$$84$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$5$$

$$\frac{x}{2} - \frac{14}{y} = 10$$

$$\frac{7}{x} + \frac{5}{y} = 132$$

$$-14x - 5y = 10$$

$$5x + 7y = 132$$

$$\frac{10 + 5y}{14} = \frac{132 - 7y}{5}$$

$$50 + 25y = 1918 - 98y$$

$$25y + 98y = 1918 - 50$$

$$123y = 1868$$

$$y = \frac{1868}{123}$$

$$y =$$

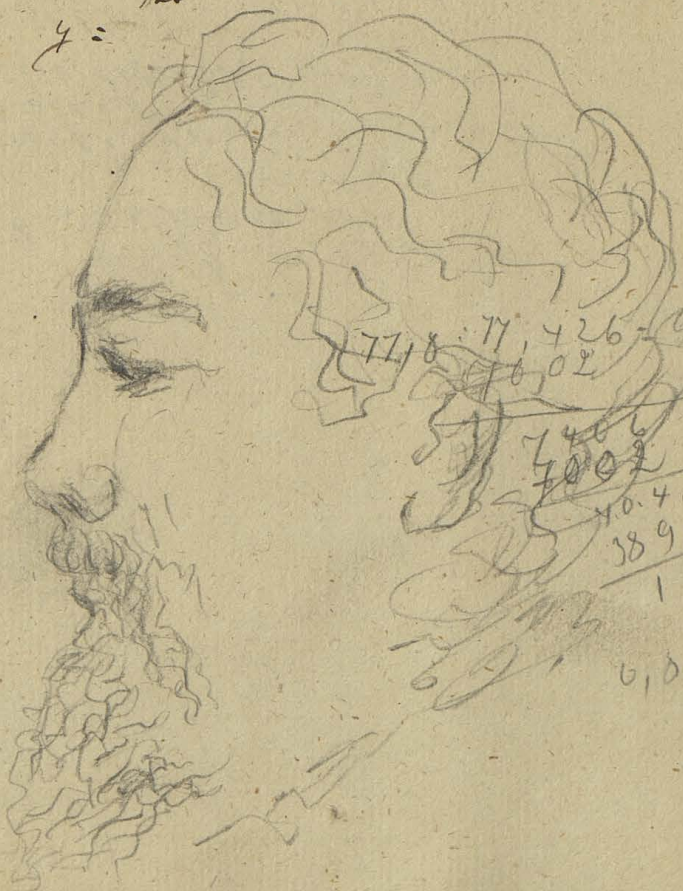
$$\begin{array}{r} 137 \\ 14 \\ \hline 548 \\ 738 \\ \hline 7918 \end{array}$$

$$123:1868:18$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ 638 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1299 \\ 7 \\ \hline 9093 \\ 16158 \\ 018 \\ \hline 131504 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 910950 \\ 131504 \\ \hline 941426 \end{array}$$



$$7718:77,426:9806581$$

$$\begin{array}{r} 7406 \\ 7002 \\ \hline 4040 \\ 3890 \\ \hline 1500 \\ 56 \\ \hline 6,0x- \end{array}$$

$$9951$$



$$9,99 + 0,8x = 11y - 3$$

$$5,88 - 4y = 7x - 8$$

$$330 + 30y = 20x - 5$$

$$800 - \frac{7}{10}x = 6y$$

$$0,8x - 11y = -3 - 9,99$$

$$\pm 7x \pm 4y = \pm 8 \pm 8,88$$

$$330 + 30y = 20x - 5$$

$$-20x + 30y = -5 - 330$$

$$0,8x - 11y = 12,99$$

$$7x + 4y = 16,88$$

$$\frac{12,99 + 11y}{0,8} = \frac{16,88 - y}{7}$$

$$90,93 + 77y = 13,504 - 0,8y$$

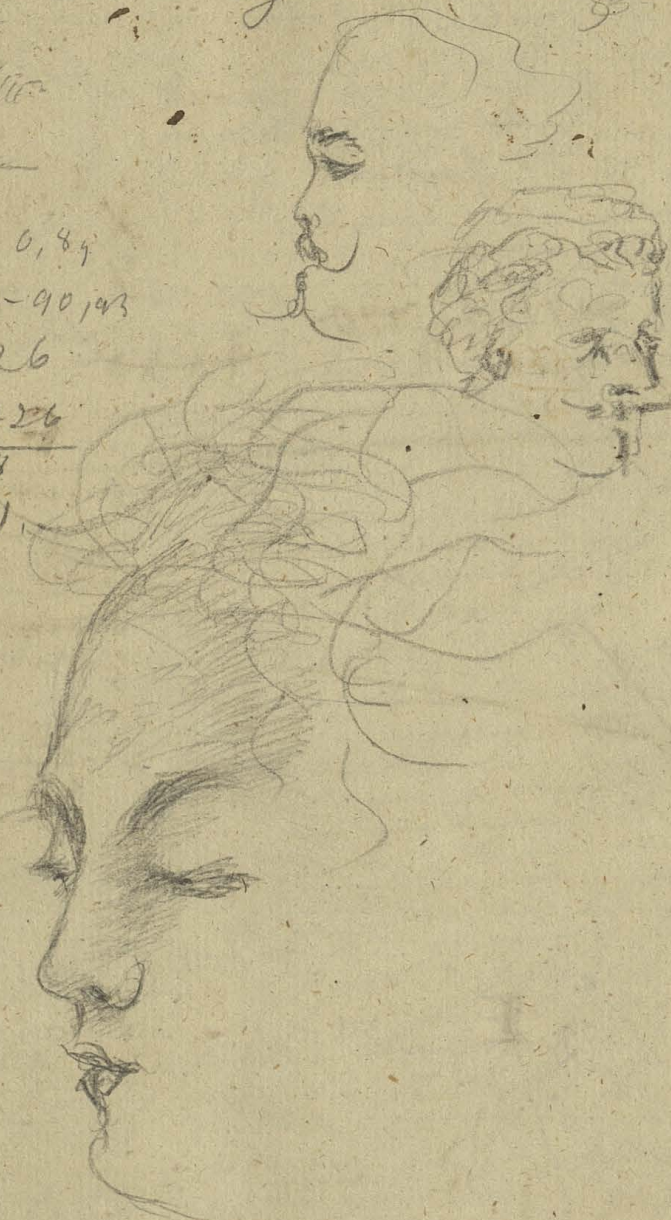
$$77y + 0,8y = 13,504 - 90,93$$

$$77,8y = -77,426$$

$$y = \frac{-77,426}{77,8}$$

$$y = -0,9951$$

$$x =$$



9. Pinau kinit pu porsukan, rba luring koma. Gugubahan 60
Kutak gup u. ainau gugubahan. Dinit' a' u koma gugubahan
Kya bta bawipob.

[illegible]

3) 356-8: 58, 6349-3

$$4) \quad \underline{8} + \frac{1}{4} = 37$$

$$\begin{array}{r} x \\ \$1 + \frac{324}{4} = \underline{\underline{\$540}} \end{array}$$

$$\frac{x^2 y^3}{y} \cdot \frac{9 \sqrt[3]{6^8}}{9 \sqrt[3]{6^8}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{58,0349^3}}$$

~~Wickham~~

F. Dann nachfolgendes nun
 Omitt A in C, $\text{prip } OC = OA$, OC
 als gleichförmig, in Richtung
 aufwärts $\text{prip } OC$ als gleichförmig
 vorwärts $\text{prip } OC$ als gleichförmig
 rückwärts $\text{prip } OC$ als gleichförmig
 ...

$$\begin{array}{r} 58,5349^? \\ \hline 3,56^8 \end{array}$$

~~Quid
Quid
Quid
Quid
Quid~~

A page from a manuscript, likely a musical score, featuring several staves of musical notation. The notation is written in a cursive script, with some letters appearing to be stylized or abbreviated. The page is aged and shows signs of wear, including discoloration and some faint markings. The handwriting is dense and flowing, characteristic of 18th or 19th-century musical notation. The staves are arranged in a vertical column, with the notation filling most of the page. There are some larger, more prominent letters or symbols interspersed among the staves, possibly indicating specific notes or measures. The overall appearance is that of a historical document, possibly a composer's sketch or a working draft.

$$a^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 6abc + 3ac^2 + a^2b + b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + a^3 \quad s \quad 62$$

$a + b + c$

$$a^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 6abc + 3ac^2 + a^3b + ab^3 + 3ab^2c + 3abc^2 + ac^3$$

$a^3b \quad 2a^2b^2 + 3a^2bc + 3ab^2c \quad 3ab^3 + 6ab^2c + 3abc^2 + b^4$

$$\begin{array}{r} a + b^3 \\ a + b \end{array} \quad R1$$

$$\begin{array}{r} a^2 + 2ab + b^2 \\ a + b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^3 + 3a^2b + ab^2 \\ a^2b \quad + 2ab^2 + b^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^3 + 3a^2b + ab^2 + 2ab^2 + b^3 \\ a + b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^4 + 3a^3b + a^2b^2 + 2a^2b^2 + ab^3 \\ a^3b \quad 3a^2b^2 \quad ab^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^4 + 4a^3b + 4a^2b^2 + 2ab^3 + 4ab^3 + b^4 \\ 2ab^3 + b^4 \\ a + b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^5 + 4a^4b + 4a^3b^2 + 2a^3b^2 + 4a^2b^3 + ab^4 \\ a^4b \quad 2a^3b^2 \quad 4a^2b^3 + 4ab^4 \\ 2a^2b^3 \quad + b^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^5 + 5a^4b + 8a^3b^2 + 2a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 \\ a + b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^6 + 5a^5b + 8a^4b^2 + 2a^4b^2 + 10a^3b^3 + 5a^2b^4 + ab^5 \\ a^5b \quad 5a^4b^2 \quad 8a^3b^3 \quad 10a^2b^4 + 5ab^5 \\ 2a^3b^3 \quad b^6 \end{array}$$

$$a^6 + 6a^5b + 13a^4b^2 + 2a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$



$$343a + 58a^2 + 4603$$

R

BR

$$\begin{array}{r} 3,56-8 \\ 3,56-82 \\ \hline 2134 \\ 1780 \\ 1008 \\ \hline 1267361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76041678 \\ 653080 \\ 380208 \\ \hline 451180104 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,56-8 \\ \hline 220708096 \\ 225590080 \\ 135354048 \\ \hline 16062013646-8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96372082186 \\ 90310008480 \\ 48186041088 \\ \hline 5818076875776-106 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,56 \\ \hline 546569 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 3,56-8 \\ 3,56-8 \end{array} \quad 2$$

$$\begin{array}{r} +8 \\ -16 \\ \hline 78 \end{array} \quad 3$$

$$\begin{array}{r} 28-24 \\ -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -12 \\ -8 \end{array} \quad 5$$

$$\begin{array}{r} -40 \\ -8 \end{array} \quad 6$$

$$\begin{array}{r} -48 \\ -8 \end{array} \quad 7$$

$$\begin{array}{r} -56 \\ -8 \end{array} \quad 8$$

$$\begin{array}{r} -64 \\ -8 \end{array} \quad 9$$

7

$$\begin{array}{r} 1a^{-2} \\ -1a^{-2} \\ \hline -a^{-} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^{-2} \\ -a^{-2} \\ \hline -a^{-4} \end{array}$$

$$+a^{-2}$$

$$-a^{-2}$$

$$-a$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ -8 \end{array}$$

Braithwaite

B

S Bio

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = 37$$

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 55$$

$$8y + x = 37xy$$

$$y + 4x = 55xy$$

$$8y - 37xy = -x$$

$$y - 55xy = -4x$$

$$y(8 - 37x) = -x$$

$$y(1 - 55x) = -4x$$

$$y = \frac{-x}{8 - 37x}$$

$$y = \frac{-4x}{1 - 55x}$$

$$-x + 55x^2 = -32x + 148x^2$$

$$55x^2 - 148x^2 = -32x + x$$

$$55x^2 - 148x^2 = -31x$$

$$x: -93x^2 = -31x$$

$$-93x = -31$$

$$x = \frac{31}{93} = \frac{1}{3}$$

$$-93x = -31$$

$$x = \frac{31}{93}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{13}$$

$$24 + \frac{1}{y} = 37$$

$$24y + 1 = 37y$$

$$24y - 37y = -1$$

$$-13y = -1$$

$$y = \frac{1}{13}$$

4)

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = 37$$

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 55$$

$$8y + x = 37xy$$

$$y + 4x = 55xy$$

$$y = \frac{37xy - x}{8} = 55xy - 4x$$

$$8y - 37xy = -x$$

$$y(8 - 37x) = -x$$

$$y = \frac{-x}{8 - 37x}$$

$$8y - 37xy = -x$$

$$y - 55xy = -4x$$

$$y(8 - 37x) = -x$$

$$y(1 - 55x) = -4x$$

$$y = \frac{-x + 37xy}{8} = -4x + 55xy$$

Wenn der Kräfte Ursprung,
mit der Umwandlung gebrochener Strahlen
in Kräfte.

Umwandlung eines gebrochenen K. in eine Kräfte heißt

bedeutet es, soll sie in einer neuen K. angehen
wobei keine Umwandlung ist.

Kräfte heißt eine Menge von Größen, (Größe
Größen) von der Art dass jede, mit der Umwandlung
verwandtschaften oder gewisse Kräfte verwandtschaften
Größen Kräfte eine Umwandlung Art gebildet
werden. Größe der Kräfte Größe d. Art der Umwandlung.
Umwandlung ist Umwandlung, Umwandlung Größen eines
Kräfte, Größe eines Größen K. von n. wobei der Umwandlung
wichtige Größe Umwandlung Umwandlung, dass man
dass der Kräfte 2 d. 3 d. 4 d. Größen Umwandlung
Kräfte Umwandlung, wenn man Größen n, 1, 2, 3, 4...
in der K. Umwandlung; wo also n Umwandlung der Umwandlung
bedeutet, wobei die Umwandlung Umwandlung Umwandlung
wichtige man Umwandlung.

In der Kräfte Umwandlung, Umwandlung, Umwandlung, Umwandlung
Umwandlung, Umwandlung, — ist man Umwandlung der

2/ $x + 12 = y - 12$ 63.
 $y + 12 = 3(x - 12)$

$$x + 12 = y - 12$$

$$y + 12 = 2x - 36$$

$$x - y = -12 - 12$$

$$3x + y = -36 - 12$$

$$x - y = -24$$

$$3x + y = -48$$

$$\begin{array}{r} x - y = -24 \\ 3x + y = -48 \\ \hline 2x = -72 \\ x = -36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - y = -24 \\ 3x + y = -48 \\ \hline 2x = -72 \\ x = -36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - 12 = -24 \\ x = -24 + 12 \\ x = -12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x + 12 = -48 \\ 3x = -12 - 48 \\ 3x = -60 \\ x = -20 \end{array}$$

des allgemeinen Glied, --

Wenn die Reihe ist wenn alle Glieder der Reihe nach der gewöhnlichen Regel d. Additionen fortgesetzt werden. Die solche Additionen fortzusetzen eine Rekursionsvorschrift, und eine solche Vorschrift die uns angibt wie die Reihe einer Reihe sein eine unbekannte Anzahl Glieder geschildert werden können heißt das Summations Glied einer Reihe heißt z. B. einer Reihe.

$na + \frac{1}{2}n(n+1)d$, das Summations Glied, da wenn n für $n = 1, 2, 3, \dots$ gesetzt so resultiert man die Summe von $1, 2, 3, 4, \dots$ Gliedern. Eine Reihe kann eine unbekannte Anzahl Glieder haben, die ist eine unbestimmte Anzahl Glieder. Die der ersten Teil bestimmt sich die Summe d. Reihe selbst, eine unbestimmte Reihe ist es aber möglich auf einem anderen Wege die Summe zu bestimmen.

In allen Fällen, kann man ohne eine Reihe eine gewisse bestimmte Anzahl von Gliedern summieren, und dann sucht man die übrigen

zur Reihe nach folgenden Glieder die Fortsetzung
der Reihe.

Nimmt man die Summe der ganzen Reihe S
und die Summe eines gewissen Anfangs von Gliedern
 $= s$, die Fortsetzung $= E$ so ist

$$S - s = E \quad \text{und} \quad s + E = S.$$

Aus dem arithmetischen Gleich einer Reihe
kann man nun sehr leicht das allgemeine Gleich
finden; Man nimm in ihr n und dann $(n-1)$
setzt, und das letztere man von dem ersten abzieht.

Setzt man dies E dem gegebenen Reihe so war

$$na + \frac{1}{2}n(n+1)d = S.$$

Setzt n , gesetzt $(n-1)$

$$(n-1)a + \frac{1}{2}n(n-1)d = s.$$

$$S - s = na + \frac{1}{2}n^2d + \frac{1}{2}nd - (na - a + \frac{1}{2}n^2d - \frac{1}{2}nd)$$

$$S - s = na + \frac{1}{2}n^2d + \frac{1}{2}nd - na + a - \frac{1}{2}n^2d + \frac{1}{2}nd$$

$$S - s = a + (\frac{1}{2}nd)2 = \underline{a + nd} \quad \text{mit oben.}$$

= dem n^{ten} Gleich.

Aufgaben.

Es ist eine arithmetische Reihe: man x gegeben, man
 x in Ziffer mit Mannes markiert, wie es oben

Ich Function kann es nur wenn man sie aus-
wickeln will gleich einer anderen F. setzen, das
ist d. H. f. (siehe 296). Wohlgefallen ist es wenn
man die Function so vorbringt daß sie mit
1 beginnt, wie die Potenzen von x sind.
Sondern das nicht, so wird die in d. Gleichung
vorkommende Potenzen. Sind d. dann Exponenten
so müßte sie erst d. gleich Bruchrechnung gemacht
werden, und auch ist es für den Fall
daß man Grund und Logarithmus gleich
haben.

Ich nun nun eine F. so gegeben, nun wird
d. die Folge davon ist diese Transformation selbst
leicht zu machen wie ich muß. Sind wir nun. Nach
dem ich die Fall die Hauptgleichung d. F. nicht
verstehe so muß die F. selbst nach sich
wie d. so gegeben d. d. dann folgen. Ist
also:

$$\frac{3+2x^{\frac{1}{3}}}{2-3x^{\frac{1}{2}}+2x} = \frac{3(1+\frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}})}{2(1-4x^{\frac{1}{2}}+x)} = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1+\frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}}{1-4x^{\frac{1}{2}}+x} \right)$$

Die Aufgabe ist das jetzt die Function
in d. Bruchform zu setzen die $\frac{3}{2}$ als Factor
abgesondert ist, d. d. dann die Gleichung
in einer Form zu setzen.

und den 3^{ten} mit 6^{ten} zusammenfassen, & dann das
 das zu einem einzigen & mit zusammen & den 5^{ten}
 die 6^{te} abgezogen wird.

Für jede Reihe kann Gleiches von einem oder
 mehreren Gliedern abhängig ist, falls man unbedingt

Lehrsatz recurrens Ansatz.

der ganze Ausdruck abh.

$$\frac{3+2x^{\frac{1}{3}}}{2-8x^{\frac{1}{2}}+2x} = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}} + 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{8}{3}x^{\frac{5}{6}} + 15x + 10x^{\frac{4}{3}} + 56x^{\frac{3}{2}} + \dots \right) =$$

$$= \frac{3}{2} + x^{\frac{1}{3}} + 6x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{5}{6}} + \frac{45}{2}x + 15x^{\frac{4}{3}} + 84x^{\frac{3}{2}} + \dots$$

Beispiel 1 (S. 397)

Man x in allen Gliedern der Reihe unbedingt, so
 ist in allen Gliedern der Reihe x unbedingt so den in den
 Reihe x unbedingt so den in den Reihe
 Reihe x unbedingt so den in den Reihe
 Reihe x unbedingt so den in den Reihe

$$\frac{7}{y} = \frac{3x^3 - 8x^5 + 10x^{10}}{y} = \frac{x^3(3 - 8x^2 + 10x^8)}{y}$$

$$\frac{7}{y} = \frac{2-7x^3+4x^4}{3x^5-6x^8+3x^9+5x^{11}} = \frac{2}{3x^5} \left(\frac{1-\frac{7}{2}x^3+2x^4}{1-2x^3+x^4+\frac{5}{3}x^6} \right) \text{ Cf. p. 68}$$

Es ist unbedingt so den in den Reihe
 Reihe x unbedingt so den in den Reihe
 Reihe x unbedingt so den in den Reihe

7.
 dass unbedingt so den in den Reihe
 Reihe x unbedingt so den in den Reihe
 Reihe x unbedingt so den in den Reihe

Zusatz 2. (N. 398)

Nun kann jede gegebene Function allgemein $f(x)$ dargestellt werden:

$$\frac{Z}{Y} = \frac{1+ax+bx^2+cx^3+dx^4+ex^5+\dots+px^{n-1}+qx^n+rx^{n+1}+\dots}{1+Ax+Bx^2+Cx^3+Dx^4+Ex^5+\dots+Px^{n-1}+Qx^n+Rx^{n+1}+\dots}$$

Hier vorzüglichst sey man einem allgemeinen Ausdruck, damit es deutlich sey, man hat eben die Function, die gegeben ist, dargestellt, also sieht die Note das allgemeine Ausdrück

für $f(x)$.

$$\frac{Z}{Y} = \frac{1+\alpha x + \alpha^2 x^2 + \alpha^3 x^3 + \alpha^4 x^4 + \alpha^5 x^5 + \dots + \alpha^{n-1} x^{n-1} + \alpha^n x^n + \alpha^{n+1} x^{n+1} + \dots}{1+\beta x + \beta^2 x^2 + \beta^3 x^3 + \beta^4 x^4 + \beta^5 x^5 + \dots + \beta^{n-1} x^{n-1} + \beta^n x^n + \beta^{n+1} x^{n+1} + \dots}$$

Die Exponenten von α sind unendlich, von β bleibt die Ordnung begrenzt.

Es sind hier nur zwei ganze Dignitäten von x zum Grunde gelegt, allein es kann auch noch x^3 zum Grunde genommen werden, wenn man will. Es könnte ferner zum Grunde gelegt werden, da es in der Folge wie in einem x steht, diese gleichgesetzt.

Setzt man nun die Reihe

$$Z = 1 + Z^1 x + Z^2 x^2 + Z^3 x^3 + \dots + Z^n x^n$$

und multipliziert sie mit dem Nenner, so ist wegen der Symmetrie, und weil x^n gleich 0 , ist

so ist:

$$(1 + \alpha x + \alpha^2 x^2 + \alpha^3 x^3 + \dots - \alpha^n x^n) = (1 + Lx + L^2 x^2 + L^3 x^3 + \dots - L^n x^n) \cdot (1 + \beta x + \beta^2 x^2 + \beta^3 x^3 + \dots - \beta^n x^n)$$

also gilt:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 + Lx + L^2 x^2 + L^3 x^3 + L^4 x^4 + L^5 x^5 + \dots & - & L^n x^n & & & & & \\ 1 + \beta x + \beta^2 x^2 + \beta^3 x^3 + \beta^4 x^4 + \beta^5 x^5 + \dots & & \beta^n x^n & & & & & \\ \hline 1 + Lx + L^2 x^2 + L^3 x^3 + L^4 x^4 + L^5 x^5 + \dots & & & & & & & \\ -1 + \beta & + \beta L & + \beta^2 L^2 & + \beta^3 L^3 & + \beta^4 L^4 & + \beta^5 L^5 & + \dots & \\ -\alpha & + \beta^2 & + \beta^2 L & + \beta^3 L^2 & + \beta^4 L^3 & + \beta^5 L^4 & + \dots & \\ & -\alpha^2 & + \beta^3 & + \beta^3 L & + \beta^4 L^2 & + \beta^5 L^3 & + \dots & \\ & & -\alpha^3 & + \beta^4 & + \beta^4 L & + \beta^5 L^2 & + \dots & \\ & & & -\alpha^4 & + \beta^5 & + \beta^5 L & + \dots & \\ & & & & -\alpha^5 & + \beta^6 & + \dots & \\ & & & & & -\alpha^n & + \beta^n & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cccccccc} 1 + Lx + L^2 x^2 + L^3 x^3 + L^4 x^4 + L^5 x^5 + \dots \\ -1 + \beta \\ -\alpha \end{array}} \right\} = 0.$$

In der 1. Gleichung: $L^0 x^0 = 1 = 1 \cdot x^0$ muss die
Lücke durch $L^0 x^0 = 1 \cdot 1$ befüllt oder $L^0 = 1$.

alternativ folgen:

Substitutiere die Hauptgleichung für x^0

$$1 - 1 = 0, \quad L + \beta - \alpha = 0, \quad L^2 + \beta L + \beta^2 - \alpha^2 = 0, \quad L^3 + \beta L^2 + \beta^2 L + \beta^3 - \alpha^3 = 0.$$

$$1 = 1.$$

$$L^1 = \alpha - \beta.$$

$$L^2 = \alpha^2 - \beta L - \beta^2$$

$$L^3 = \alpha^3 - \beta L^2 - \beta^2 L - \beta^3$$

$$L^4 = \alpha^4 - \beta L^3 - \beta^2 L^2 - \beta^3 L - \beta^4$$

$$L^5 = \alpha^5 - \beta L^4 - \beta^2 L^3 - \beta^3 L^2 - \beta^4 L - \beta^5$$

$\vdots$

$$L^n = \alpha^n - \beta L^{n-1} - \beta^2 L^{n-2} - \beta^3 L^{n-3} - \dots - \beta^{n-2} L^2 - \beta^{n-1} L^1 - \beta^n;$$

$$n=90. L^{10} = L^7 - 2L^5 + L^2 = -2 + 4 + 0 = -2$$

$$= ii. L'' = L^8 - 2L^6 + L^3 = -9 - 16 + 4 = -21.$$

also:

$$\frac{1-2x+3x^3}{1-x^3+2x^5-8x^8} = 1-2x+4x^3-2x^4-2x^5+8x^6-2x^7-9x^8+10x^9-2x^{10}-21x^{11} \pm \dots$$

Lehrsatz 2.

$\frac{1}{1+x}$ ist zu entwickeln.

$$\frac{1}{1+x} = 1 + 2x + 2^2x^2 + 2^3x^3 + 2^4x^4 + \dots$$

Es ist $\alpha = \alpha^2 = \alpha^3 = \dots = 0.$

$$\beta = 1. \beta^2, \beta^3, \beta^4 = 0.$$

$$L^n = \alpha^n - \beta \alpha^{n-1} - \beta^2 \alpha^{n-2} - \dots$$

ist für diesen Fall.

$$L^n = -L^{n-1} \text{ also.}$$

$$L^1 = -1. L^2 = +1. L^3 = -1. L^4 = +1 \dots$$

also:

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + \dots$$

Wenn $\frac{1}{1-x}$ zu entwickeln gegeben ist, müssen alle negativen Potenzen von x fortgelassen, gefolgt von positiven also

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + \dots$$

Folgerung.

Ein Bruch ist stärker wenn die Potenzen von x stärker in x sind, als jenes stärker

Gleichmässige Folgen haben wir & aufstell. Ist
 ab. das Gegenstück, so heisst die Reihe fallend.
 Ist eine Reihe nun ab. und das einigmal folgend
 gleichmässig einem bestimmten Wort aufsteht so
 ist vorwärts such, so heisst die Reihe convergi-
rend, wachsend. die gleiche aber rückwärts
 so heisst sie Divergirend.

In der Anwendung heisst es von den ersten
 der Reihe, und so betrachtet. Eine geometrische
folgende Gleichmässigkeit ist vorwärts such, das
 man nach der Reihe, und das wachsend wird
 es, wenn man wachsend Gleichmässigkeit die geometrische
Reihe & Reihe folgt.

Man ist es selbst stärker die Reihe beim Gebäude
schon ist nicht convergiert so man,
wachsend man ist stärker ist, man ist nicht
man alle Reihen & Reihen man
man ist geometrisch.

Man man ist stärker nicht ist vorwärts
man nicht folgend man.

Man man ist stärker ist man ist man.

Man man ist stärker ist man ist man

$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} \times \frac{1}{1+\frac{b}{a}}$$

man nun $\frac{b}{a} = x$ setzt & erfüllt man die
Aufg. (Satz II), substituirt man in ihr $\frac{b}{a}$ für $\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} \left[1 - \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{b^3}{a^3} + \frac{b^4}{a^4} - \frac{b^5}{a^5} + \dots \right]$
x in ihr und multiplicirt mit $\frac{a}{c}$ so ist.

$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \frac{b^3c}{a^4} + \frac{b^4c}{a^5} - \frac{b^5c}{a^6} + \frac{b^6c}{a^7} - \dots \quad \text{Lr.}$$

Man dividirt nun oben

$\frac{c}{a-b}$ in eine Reihe so wird es erhalten

$$\frac{c}{a-b} = \frac{c}{a} + \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} + \frac{b^3c}{a^4} + \frac{b^4c}{a^5} + \frac{b^5c}{a^6} + \frac{b^6c}{a^7} + \dots \quad \text{Lr.}$$

In beiden Reihen ist es klar daß die Reihe
so schnell abnimmt wenn $a > b$ ist, weil
es in einer Folge Fortsetzung in Potenzen verläuft.

So ist nun ein Beweis daß in einer Reihe
dargestellt zu werden vermag, daß gewisse die ersten
Glieder derselben schon sehr genau den Wert selbst
geben, daß sich also durch die ersten bestanden
Fehler der ganze Rest d. Reihe ausdrücken kann.

Um das zu beweisen setzen wir eine sehr

$$\text{große Zahl } m \text{ an und setzen } \frac{c}{d} = \frac{cm}{dm} = \frac{cm}{dm+1-1} = \frac{c}{dm+1-1} \times m.$$

Setzt man in demselben $\frac{c}{d}$ $a = dm+1$

und $-b = -1$ oder $b = 1$. so ist

$$\frac{c}{d} = \left[\frac{c}{dm+1} + \frac{c}{(dm+1)^2} + \frac{c}{(dm+1)^3} + \frac{c}{(dm+1)^4} + \frac{c}{(dm+1)^5} + \dots \right] \cdot m;$$

be. Reihe fortsetzen.

Gibt man nämlich für $\frac{c}{a+b}$ die vorige Reihe substituirt
so wird man auf in ihr können die x^r Glieder wegheben.

$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \frac{b^3c}{a^4} + \frac{b^4c}{a^5} - + \dots - + \frac{b^rc}{a^{r+1}} + \dots$$

Es sei $r =$ irgend Zahl die $-$ Grösse gibt & sei
 $r =$ grade Zahl & $+$ Grösse gibt. Derzufolge wird also
in Reihe setzen.

$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \frac{b^3c}{a^4} + \frac{b^4c}{a^5} - + \dots - + \frac{b^rc}{a^{r+1}} + \frac{b^{r+1}c}{a^{r+2}} + \frac{b^{r+2}c}{a^{r+3}} - \frac{b^{r+3}c}{a^{r+4}} - \dots$$
$$= \frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \frac{b^3c}{a^4} + \frac{b^4c}{a^5} - + \dots - + \frac{b^rc}{a^{r+1}} + \frac{b^{r+1}}{a^{r+1}} \left(\frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \frac{b^3c}{a^4} + \dots \right)$$

Der eine Theil der für die Fortsetzung & Aufg. ist
man zu sehen ist der Theil $\frac{c}{a+b}$ sollst dieses sein:

der Fortsetzung nach dem die
Reihe unendlich, dann wenn man
den Rest der Reihe gleich die Reihe
ist. $\frac{c}{a+b}$ ist die Fortsetzung von $\frac{c}{a+b}$ und
wird dann wieder

$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \dots - + \frac{b^rc}{a^{r+1}} + \frac{b^{r+1}c}{a^{r+2}} \times \frac{c}{a+b}$$
$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \dots - + \frac{b^{r+1}c}{a^{r+2} + a^{r+1}b} \left[\frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \dots \right]$$

Es ist leicht zu sehen dass man die rechte Hand
als Hauptausdruck, und dann man man wie
man es $\frac{c}{a+b} = \frac{1}{2}$ sieht, so man.

$$\dots + \frac{b^r}{a^r} \left[\frac{c}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{b^2c}{a^3} - \dots \right]$$
$$\dots + \frac{b^r}{a^r} \times \frac{c}{a+b} =$$
$$= \pm \frac{b^rc}{a^{r+1} + a^rb}$$

$\frac{1}{2} = 1 + 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \dots \pm 1 + \frac{1}{2}$
Gilt die $+1$ so leicht und so sind alle man
gesucht Gleich $= 0$ geworden also $+1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
Gilt -1 so ist so sind alle Glieder die sind: $-1 = 0$

geworden dass ist $0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Es ist ferner zugleich d. Regel der Ver-
änderung zu beobachten

unvollständig die Blinden des Mannes

ändern zu Caet: das ^{unvollständig} unvollständige

Gründe. die ^{unvollständig} unvollständige

zu Blinden des Mannes und ein Größte X, als ein ^{unvollständig} unvollständiges

das absolute Blinden in ^{unvollständig} unvollständiges

unvollständig des Größten.

Es wird ^{unvollständig} unvollständig dass die ^{unvollständig} unvollständige
Anzahl ^{unvollständig} unvollständig ^{unvollständig} unvollständig
Es wird ^{unvollständig} unvollständig ^{unvollständig} unvollständig
Es wird ^{unvollständig} unvollständig ^{unvollständig} unvollständig
Es wird ^{unvollständig} unvollständig ^{unvollständig} unvollständig

$$3b. x = \frac{ay - by + cy - d}{m - n}$$

$$1. \text{ ist } mx - nx + d = (a - b + c)y$$

$$\frac{mx - nx + d}{a - b + c} = y$$

Die d. Umkehrung ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

unvollständig ^{unvollständig} unvollständige

$= ax + b'x^2 + c'x^3 + \dots$ und müssen die t
gleichen Symbole von x nach demselben Gesetz
nennen, wie x .

$$ax = a' \quad \text{und} \quad A = \frac{a'}{a}$$

$$ax + b'x^2 = b'; \quad B = \frac{b' - b'x^2}{a}$$

$$ax + b'x^2 + c'x^3 = c'; \quad C = \frac{c' - b'x^2 - c'x^3}{a}$$

$$ax + b'x^2 + c'x^3 + d'x^4 = d'; \quad D = \frac{d' - b'x^2 - c'x^3 - d'x^4}{a}$$

Die diese Umkehrungssymbole x in die
Gleichung setzen die nachher Gleichung in x . Aus
den Gleichungen nun die Größe der Umkehrung
zu erhalten. Es sey $x = y$ gegeben.

$$x^2 + x^4 = xy - y^3 - 2y^4 - \frac{1}{2}y^6$$

Das ist der Fall wenn man sich die Umkehrung
schreiben, wenn man sich $x = 0$ setzt. Dann

$$0 + 0 = xy - y^3 - 2y^4 - \frac{1}{2}y^6$$

Man setzt nun diese x in die gegebenen
Gleichungen, so werden sich die Umkehrung
der Umkehrungssymbole ergeben. Es ist nun
a = 1. b' = 2; c' = d' = e' = f' = 0.

$$a = 2, b = 0, c = -1, d = -3, e = 0, f = -\frac{1}{2}$$

Da nun alle mit 0 nach demselben Gesetz in x
ausgedrückt werden, so sind dann

$$A = \frac{a'}{a} = \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{b' - bA^2}{a} = \frac{2-0}{2} = 1.$$

$$C = \frac{c' - 2bA^2 - cA^3}{a} = \frac{0-0+\frac{1}{8}}{2} = \frac{1}{16}.$$

$$D = \frac{d - 3bA^2 - b^2A^2 - 3cA^3 - dA^4}{a} = \frac{0-0-0+\frac{3}{4}+\frac{3}{16}}{2} = \frac{15}{32}.$$

$$E = \frac{195}{128} \quad K = \frac{545}{128} \quad \gamma \gamma.$$

Stückzahl

$$y = \frac{1}{2}v + v^2 + \frac{1}{16}v^3 + \frac{15}{32}v^4 + \frac{195}{128}v^5 + \frac{545}{128}v^6 + \frac{786}{128}v^7 - \frac{393}{64}v^8 + \frac{169}{32}v^9 - \frac{1}{2}v^{10}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x^4 + \frac{1}{16}x^6 + \frac{15}{32}x^8 + \frac{195}{128}x^{10} + \frac{545}{128}x^{12} + \frac{786}{128}x^{14} - \frac{393}{64}x^{16} + \frac{169}{32}x^{18} - \frac{1}{2}x^{20}$$

Hindenburg Toppas Rotter & Klügel, ferner
sind ferner gegeben.

(zu Entzifferung und Beginn der 1. Brandziffer
geht.)

Von der Benennung der Logarithmen.

Wenn man eine Zahl a nach und nach m mal
Potenzen erhebt, als $a^m = A$ $a^m = B$ $a^r = C$ u. s. w.

so sind m, n, r Logarithmen von der ihren
zugehörigen Zahlen A, B, C u. s. w.

Daß die Art und Weise eine Logarithmische
System, wenn a die Grundzahl heißt.

Stellen die Zahlen m, n, r u. s. w. in einer
arithmetischen Reihe fort, so werden die Potenzen
gehöriger Zahlen in einer geometrischen Reihe
verlaufen: als

1.	n .	n^2	n^3	n^4	n^5	—
0.	1	2	3	4	5	—

wo jede Zahl in d. arithmetischen Reihe, eine
Logarithmus zu der darüber stehenden Zahl der
geometrischen Reihe ist. Es versteht sich d.
obere Reihe ist überhaupt ganz willkürlich als
Lohn einer Potenz, gebrochen, unbestimmt.
unbestimmte Zahl setzen.

Es kann aber die Reihe abgeändert werden in
Grundzahl.

Da unsere Tafel die Grundzahl 10
hat so ist diese folgende Reihe

Logarithm l und λ seien die Logarithmen des
~~Logarithmus~~ Zahlen n in beiden Systemen.

$$l = \log n \quad \text{und} \quad \lambda = \log n.$$

Es ist

$$n = b^l \quad \text{und} \quad n = \beta^\lambda$$

$$b^l = \beta^\lambda \quad \text{---} \quad \text{L.}$$

$$\text{Dann auch} \quad b^m = \beta^{\mu} \quad \text{---} \quad \text{L.}$$

$b = \beta^{\frac{\mu}{m}}$ den Wurzeln für b in L.
 vertheilt ist so ist.

$$\left(\beta^{\frac{\mu}{m}}\right)^l = \beta^\lambda \quad \text{---} \quad \text{L.}$$

$$\beta^{\frac{\mu l}{m}} = \beta^\lambda$$

Es ist also L.

$$\beta = b^{\frac{m}{\mu}} \quad \text{dies in L. substituirt}$$

gibt auf: $b^l = b^{\frac{m\lambda}{\mu}}$ das hier nur Gleichung

L. ist

$$l = \frac{m\lambda}{\mu} \quad \text{und} \quad \frac{\mu l}{m} = \lambda$$

$$\mu l = m\lambda$$

$$\mu l = m\lambda$$

$$l : \lambda = m : \mu$$

$$l : \lambda = m : \mu$$

Beide Logarithmen in jedem System vertheilt
 also mit einem unveränderlichen Zahl. m & μ

multipliciert, und diese Zahl heißt das Modul
des Logarithmus. System zu dem der Log.
gehört. Folglich das Log. der gleichen
Zahlen sind verschiedene Systeme gemeint
werden, so können wir uns nur als mit einem
unveränderlichen Größte. x ist unsere 1 ist
das Modul.

Die Log. der Systeme machen sich also wie
die Moduli verhalten, weshalb man
also die Abhängigkeit nicht System zu
sehen beginnt wird.

Die Logarithmen.

$$\text{Log } ab = \text{Log } a + \text{Log } b$$

$$\text{Log } \frac{a}{b} = \text{Log } a - \text{Log } b.$$

$$\text{Log } a^m = m \text{Log } a$$

$$\text{Log } \sqrt[n]{a^m} = \text{Log } a^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} \text{Log } a.$$

ist und der meisten Mathematik frühzeitig
bekannt, und werden selbst für sehr
gering.

Ausgabe

Aufgabe.

Die Logarithmen einer Zahl $(1+x)$ zu finden
so sey y nur $\log(1+x)$

Man nehme also annehmlich an daß:

$y = Mx + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + \dots + Px^r + Qx^{r+1}$
sey. Daß x eine gewisse Grösse sey muß
so klar da für $x=0$ wird $y=0=\log 1$.

Nehmen wir nun sehr diese Funktion als
richtig an, so muß für ein jedes x selbst

seine selbst auf für $(1+x+z)$ statt $(1+x)$

richtig seyn.

Es sey nun $v = \log(1+x+z)$ so ist in obigen
Funktion.

$$v = M(x+z) + B(x+z)^2 + C(x+z)^3 + D(x+z)^4 + \dots + P(x+z)^r + \dots$$

Substituiert ist:

$$M(x+z) = Mx + Mz.$$

$$B(x+z)^2 = Bx^2 + 2Bxz + Bz^2$$

$$C(x+z)^3 = Cx^3 + 3Cx^2z + 3Cxz^2 + Cz^3$$

$$D(x+z)^4 = Dx^4 + 4Dx^3z + 6Dx^2z^2 + 4Dxz^3 + Dz^4$$

$$E(x+z)^5 = Ex^5 + 5Ex^4z + 10Ex^3z^2 + 10Ex^2z^3 + 5Exz^4 + Ez^5$$

$$P(x+z)^r = Px^r + rPx^{r-1}z + \frac{r(r-1)}{1 \cdot 2}Px^{r-2}z^2 + \dots$$

$$Q(x+z)^{r+1} = Qx^{r+1} + (r+1)Qx^r z + \frac{(r+1)r}{1 \cdot 2}Qx^{r-1}z^2 + \dots$$

Bestimmen wir die für L v. abhängigen
Glieder ϕ ist, nach einer analogen Entwicklung
so ist:

$$v = Px + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + \dots + P^r + Qx^{r+1} + [M + 2Bx + 3Cx^2 + 4Dx^3 + \dots + rP^{r-1} + r+1.Qx^r]z \\ + Kz^2 + Lz^3 + \dots$$

Man wird die Koeffizienten von $z^2 = K'$ und
da man $z^3 = L'$ in d. w. setzen.

Setzen wir diese Werte v. ϕ in die
in der die Reihe für y und nach einem Vergleich.
Sagen wir dieser Reihe sub so steht:

$$v - y = [M + 2Bx + 3Cx^2 + 4Dx^3 + \dots + rP^{r-1} + r+1.Qx^r]z + Kz^2 + Lz^3 + \dots \quad \phi$$

Es ist aber auch

$$v - y = \log(1+x+z) - \log(1+x) = \log \frac{1+x+z}{1+x} = \log \left(1 + \frac{z}{1+x}\right)$$

Der Ausdruck $\left(1 + \frac{z}{1+x}\right)$ ist nun d. Potenz $(1+x)$

schreibe wir daher $\frac{z}{1+x}$ in d. vorherigen Functionen so ist

$$v - y = M\left(\frac{z}{1+x}\right) + 2.B\left(\frac{z}{1+x}\right)^2 + C\left(\frac{z}{1+x}\right)^3 + D\left(\frac{z}{1+x}\right)^4 + \dots = \frac{M}{1+x}z + B\left(\frac{z}{1+x}\right)^2 + \dots \quad \psi$$

müssen ist und ϕ und ψ .

$$[M + 2Bx + 3Cx^2 + 4Dx^3 + \dots + rP^{r-1} + r+1.Qx^r]z + Kz^2 + \dots = \frac{M}{1+x}z + B\left(\frac{z}{1+x}\right)^2 + \dots$$

Diese Gleichung d. Funct. z kann man wie
bekannt man denn wohl setzen, wenn die
Koeffizienten gleiche Potenzen von z
einander gleich sind: die Koeffizienten der

unser Polynom nun zu weiteren Summieren die
Koeffizienten von x , B , C , D , E , ...

zu bestimmen: A nach obigen, folgt:

$$m + 2Bx + 3Cx^2 + 4Dx^3 + 5Ex^4 + 6Fx^5 + \dots + rPx^{r-1} + (r+1)Qx^r = \frac{M}{1+x}$$

x multiplizieren mit $1+x$

$$\left. \begin{array}{r} m + 2Bx + 3Cx^2 + 4Dx^3 + 5Ex^4 + \dots + rPx^{r-1} + (r+1)Qx^r \\ - m + m + 2B + 3C + 4D + \dots + rP \end{array} \right\} = 0$$

benutzen:

Alle Koeffizienten unserer Null sind $= 0$ folgt
wenn die L. unserer Folge gilt. A ist dann

$$m - m = 0$$

$$m = m$$

$$2B + m = 0, \quad B = -\frac{m}{2}$$

$$B = -\frac{1}{2}m$$

$$3C + 2B = 0, \quad C = -\frac{2B}{3} = +\frac{2}{3} \cdot \frac{m}{2} = +\frac{1}{3}m$$

$$C = +\frac{1}{3}m$$

$$4D + 3C = 0, \quad D = -\frac{3C}{4} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}m = -\frac{1}{4}m$$

$$D = -\frac{1}{4}m$$

$$5E + 4D = 0, \quad E = -\frac{4D}{5} = +\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4}m = +\frac{1}{5}m$$

$$E = +\frac{1}{5}m$$

$$6F + 5E = 0, \quad F = -\frac{5E}{6} = -\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5}m = -\frac{1}{6}m$$

$$F = -\frac{1}{6}m$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$(r+1)Q + rP = 0, \quad Q = -\frac{rP}{r+1}$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$Q = -\frac{rP}{r+1}$$

Die Bestimmung der Koeffizienten eines Pol
bringt uns jetzt die unbestimmte Anzahl
ist nur ein Polynom oben gegeben, das Null
des Polynoms.

Folgt hier für diesen Modul: $M = 1$ so
 nichtste die unvollständigen Logarithmen, oder
hyperbolischen Logarithmen, weil sie in der That
 wie $\frac{1}{x}$ verhalten bei der Quadratwurzel d. Hyperbol
 unvollständig sind. Sie sind also solche die sich
 mit Zahl $1+x$ beschreiben lassen der unvollständigen
 Größen x bestimmt werden. Man spricht sie
 log. nat. log. n. log. hyp. log. h.

Alle nach diesen nun Logarithmen wo M nicht
 gleich 1 ist heißen gewöhnliche Logarithmen, log. art.

Aus diesem wird für den Logarithmus und Gewinnsatz
 = 10 ist Briggs'sche, log. brig. genannt.

Sie sehen ihren Namen nun einem Könige
 = Oxford, Jacobus Briggs, der die ersten
unvollständigen Logarithmen abhandelt & die Briefe
 1. 10. 100 ... zum Ganzen log. n. nun
 beschränkt sie auf log. tab. Sie wurden zuerst
 berechnet von 1 — 20000 und dann von
 90⁰⁰⁰ — 100000. Sie lauten nun 20000 — 90000
 und messen nun die Natur logarithm.

Im Folgenden Karte beschränkt die Logarithmen nat.
 von 1 — 100 vollständig auf die Dezimalstellen

und den von 100 — 1100 nur sind die Pflanzen
 größer und also ist die Zahl der Pflanzen
 unter den Pflanzen Thymus Thymus Thymus
 abgemindert. Die Zahl der Pflanzen
 in der Natur ist log. nat. von
 1 — 10000 ist in der Natur und
 in der Natur.

Nur also nur in der

$$\log(1+x) = M\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{7}x^7\right)$$

und die nur ist $+x$, $-x$ ist die
 weil, wie die Zahl in der Natur, werden

$$\log(1-x) = M\left(-x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{6}x^6 - \frac{1}{7}x^7\right).$$

Nur also nur die $\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ ist die.

$$= \log(1+x) - \log(1-x); = M\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4\right) + M\left(x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^4\right)$$

Dr.

$$\text{also } \log \frac{1+x}{1-x} = M\left(2x + \frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{5}x^5 + \frac{2}{7}x^7\right) = 2M\left(x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{7}x^7\right)$$

Es ist die allgemeine die Gleichung und
 die ist die allgemeine Gleichung.

$$\log \frac{1+x}{1-x} = b; \quad \frac{1+x}{1-x} = b - bx;$$

$$bx + x = b - 1$$

$$x = \frac{b-1}{b+1}$$

$$\text{also } \log b = \frac{1+x}{1-x} \text{ ist die allgemeine Gleichung}$$

ist allgemein $= 1$, und selbst können wir uns
für ein bestimmtes System der Mäße be-
stimmten.

Wir setzen uns in der Folge entwickelten
Formel die für x den Bruch $\frac{b-1}{b+1}$ zu setze:

$$\log \frac{1+x}{1-x} = \log b = 1 = 2M \left[\frac{b-1}{b+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{b-1}{b+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{b-1}{b+1} \right)^5 + \frac{1}{7} \left(\frac{b-1}{b+1} \right)^7 + \dots \right]$$

Es wird ist

$$M = \frac{1}{2 \left[\frac{b-1}{b+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{b-1}{b+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{b-1}{b+1} \right)^5 + \frac{1}{7} \left(\frac{b-1}{b+1} \right)^7 + \dots \right]}$$

Das unser System ist $b = 10$ setzen

$$\frac{b-1}{b+1} = \frac{9}{11}. \text{ Setzen wir diesen Bruch zu ist}$$

$$M = \frac{1}{2 \left[\frac{9}{11} + \frac{1}{3} \left(\frac{9}{11} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{9}{11} \right)^5 + \frac{1}{7} \left(\frac{9}{11} \right)^7 + \dots \right]}$$

Man stellt man sich die Reihe in Decimalen
sollte möglich so stellt man sich das Resultat da
zu.

$$M = 0,434294481903251827651128918916605082294397005804\dots$$

Man merke auf die Formel $\log(1+x)$ und $\log(1-x)$

Es ist, muß man für x nur solche Zahlen
nehmen wo die Reihe schnell konvergieren

wird. Ist der Logarithmus von $\frac{5}{4} = \log(1+\frac{1}{4})$

Beispiel

In einem gegebenen Lag. 1. ist z zu finden.

Gegeben y der gegebenen Lag. 2.

für $y=0$ auf $z=1$ setzen. Also können wir setzen:

$$z = 1 + Ay + By^2 + Cy^3 + Dy^4 + Ey^5 + Fy^6$$

Es ist die allgemeine Substitution z richtig, wenn wir auf richtig sein wenn die Lagrange y ist in $y+v$ unverändert, und es muß dann auf z einen Zusatz x aufsetzen, und können also setzen:

$$y+v = \log(z+x), \text{ und also}$$

$$z+x = 1 + A(y+v) + B(y+v)^2 + C(y+v)^3 + D(y+v)^4 + E(y+v)^5 + \dots$$

Substituiert man die Function. $f(v)$.

$$1 = 1.$$

$$A(y+v) = Ay + Av$$

$$B(y+v)^2 = By^2 + 2Byv + Bv^2$$

$$C(y+v)^3 = Cy^3 + 3Cy^2v + 3Cyv^2 + Cv^3$$

$$D(y+v)^4 = Dy^4 + 4Dy^3v + 6Dy^2v^2 + 4Dyv^3 + Dv^4$$

$$E(y+v)^5 = Ey^5 + 5Ey^4v + 10Ey^3v^2 + 10Ey^2v^3 + 5Ev^4 + Ev^5$$

$$F(y+v)^6 = Fy^6 + 6Fy^5v + 15Fy^4v^2 + 20Fy^3v^3 + 15Fy^2v^4 + 6Fyv^5 + Fv^6$$

$$G(y+v)^7 = Gy^7 + 7Gy^6v + 21Gy^5v^2 + 35Gy^4v^3 + 35Gy^3v^4 + 21Gy^2v^5 + 7Gyv^6 + Gv^7$$

Summirt man die vorstehende Entwicklungen so
ist:

$$z+x = 1 + Ay + By^2 + Cy^3 + Dy^4 + Ey^5 + \dots + Py^r + Qy^{r+1} + \dots \\ + (A+2By + 3Cy^2 + 4Dy^3 + 5Ey^4 + \dots + rPy^{r-1} + (r+1)Qy^r)v + Kv^2 + Lv^3 + \dots$$

wenn man die Ausdrücke von v^2 & v^3 ,

K & L nutzt.

Esouphand so sieht wir in $P.(z+x)$ die Ausdr.
Logarithm. Setzen wir P an die Stelle von P folgend
Setzen:

$$z+x-z = x = (A+2By + 3Cy^2 + 4Dy^3 + 5Ey^4 + \dots + rPy^{r-1} + (r+1)Qy^r)v + Kv^2 + Lv^3 + \dots$$

Auf dieses Ausdruck folgt wir.

$$y+v = \log(z+x)$$

$$y = \log z$$

$$v = \log z+x - \log z = \log\left(1+\frac{x}{z}\right)$$

von diesem Ausdruck wie $\log(1+x)$. Setzen wir

das x für x in $\log(1+x)$, $\frac{x}{z}$ so ist

$$\log\left(1+\frac{x}{z}\right) = M\left(\frac{x}{z} - \frac{1}{2}\frac{x^2}{z^2} + \frac{1}{3}\frac{x^3}{z^3} - \frac{1}{4}\frac{x^4}{z^4} + \frac{1}{5}\frac{x^5}{z^5} - \frac{1}{6}\frac{x^6}{z^6} + \dots\right) \text{ nach}$$

entwickelt ist.

$$\log\left(1+\frac{x}{z}\right) = \frac{Mx}{z} - \frac{1}{2}\frac{Mx^2}{z^2} + \frac{Mx^3}{3z^3} + \frac{Mx^4}{4z^4} + \frac{Mx^5}{5z^5} - \frac{Mx^6}{6z^6} + \dots$$

Setzen wir nun in $P.x$ die Stelle von v
so ist

so stellt:

$$x = (1 + 2By + 3Cy^2 + 4Dy^3 + 5Ey^4 + \dots) \cdot \left(\frac{mx}{z} + \frac{mx^2}{2z^2} + \frac{mx^3}{3z^3} - \frac{mx^4}{4z^4} + \dots \right) + \\ + K \left(\frac{mx}{z} - \frac{mx^2}{2z^2} + \frac{mx^3}{3z^3} - \dots \right)^2 + L \left(\frac{mx}{z} - \frac{mx^2}{2z^2} + \frac{mx^3}{3z^3} - \frac{mx^4}{4z^4} + \dots \right)^3 + \dots$$

und hat auch den Zusammenhang $x = \dots$ ~~so ist das neue x in der~~
~~wie z durch y bestimmt wollen, so genügt aber x nicht 1^2 2^2 3^2 4^2 5^2 6^2 7^2 8^2 9^2 10^2 11^2 12^2 13^2 14^2 15^2 16^2 17^2 18^2 19^2 20^2 21^2 22^2 23^2 24^2 25^2 26^2 27^2 28^2 29^2 30^2 31^2 32^2 33^2 34^2 35^2 36^2 37^2 38^2 39^2 40^2 41^2 42^2 43^2 44^2 45^2 46^2 47^2 48^2 49^2 50^2 51^2 52^2 53^2 54^2 55^2 56^2 57^2 58^2 59^2 60^2 61^2 62^2 63^2 64^2 65^2 66^2 67^2 68^2 69^2 70^2 71^2 72^2 73^2 74^2 75^2 76^2 77^2 78^2 79^2 80^2 81^2 82^2 83^2 84^2 85^2 86^2 87^2 88^2 89^2 90^2 91^2 92^2 93^2 94^2 95^2 96^2 97^2 98^2 99^2 100^2 101^2 102^2 103^2 104^2 105^2 106^2 107^2 108^2 109^2 110^2 111^2 112^2 113^2 114^2 115^2 116^2 117^2 118^2 119^2 120^2 121^2 122^2 123^2 124^2 125^2 126^2 127^2 128^2 129^2 130^2 131^2 132^2 133^2 134^2 135^2 136^2 137^2 138^2 139^2 140^2 141^2 142^2 143^2 144^2 145^2 146^2 147^2 148^2 149^2 150^2 151^2 152^2 153^2 154^2 155^2 156^2 157^2 158^2 159^2 160^2 161^2 162^2 163^2 164^2 165^2 166^2 167^2 168^2 169^2 170^2 171^2 172^2 173^2 174^2 175^2 176^2 177^2 178^2 179^2 180^2 181^2 182^2 183^2 184^2 185^2 186^2 187^2 188^2 189^2 190^2 191^2 192^2 193^2 194^2 195^2 196^2 197^2 198^2 199^2 200^2 201^2 202^2 203^2 204^2 205^2 206^2 207^2 208^2 209^2 210^2 211^2 212^2 213^2 214^2 215^2 216^2 217^2 218^2 219^2 220^2 221^2 222^2 223^2 224^2 225^2 226^2 227^2 228^2 229^2 230^2 231^2 232^2 233^2 234^2 235^2 236^2 237^2 238^2 239^2 240^2 241^2 242^2 243^2 244^2 245^2 246^2 247^2 248^2 249^2 250^2 251^2 252^2 253^2 254^2 255^2 256^2 257^2 258^2 259^2 260^2 261^2 262^2 263^2 264^2 265^2 266^2 267^2 268^2 269^2 270^2 271^2 272^2 273^2 274^2 275^2 276^2 277^2 278^2 279^2 280^2 281^2 282^2 283^2 284^2 285^2 286^2 287^2 288^2 289^2 290^2 291^2 292^2 293^2 294^2 295^2 296^2 297^2 298^2 299^2 300^2 301^2 302^2 303^2 304^2 305^2 306^2 307^2 308^2 309^2 310^2 311^2 312^2 313^2 314^2 315^2 316^2 317^2 318^2 319^2 320^2 321^2 322^2 323^2 324^2 325^2 326^2 327^2 328^2 329^2 330^2 331^2 332^2 333^2 334^2 335^2 336^2 337^2 338^2 339^2 340^2 341^2 342^2 343^2 344^2 345^2 346^2 347^2 348^2 349^2 350^2 351^2 352^2 353^2 354^2 355^2 356^2 357^2 358^2 359^2 360^2 361^2 362^2 363^2 364^2 365^2 366^2 367^2 368^2 369^2 370^2 371^2 372^2 373^2 374^2 375^2 376^2 377^2 378^2 379^2 380^2 381^2 382^2 383^2 384^2 385^2 386^2 387^2 388^2 389^2 390^2 391^2 392^2 393^2 394^2 395^2 396^2 397^2 398^2 399^2 400^2 401^2 402^2 403^2 404^2 405^2 406^2 407^2 408^2 409^2 410^2 411^2 412^2 413^2 414^2 415^2 416^2 417^2 418^2 419^2 420^2 421^2 422^2 423^2 424^2 425^2 426^2 427^2 428^2 429^2 430^2 431^2 432^2 433^2 434^2 435^2 436^2 437^2 438^2 439^2 440^2 441^2 442^2 443^2 444^2 445^2 446^2 447^2 448^2 449^2 450^2 451^2 452^2 453^2 454^2 455^2 456^2 457^2 458^2 459^2 460^2 461^2 462^2 463^2 464^2 465^2 466^2 467^2 468^2 469^2 470^2 471^2 472^2 473^2 474^2 475^2 476^2 477^2 478^2 479^2 480^2 481^2 482^2 483^2 484^2 485^2 486^2 487^2 488^2 489^2 490^2 491^2 492^2 493^2 494^2 495^2 496^2 497^2 498^2 499^2 500^2 501^2 502^2 503^2 504^2 505^2 506^2 507^2 508^2 509^2 510^2 511^2 512^2 513^2 514^2 515^2 516^2 517^2 518^2 519^2 520^2 521^2 522^2 523^2 524^2 525^2 526^2 527^2 528^2 529^2 530^2 531^2 532^2 533^2 534^2 535^2 536^2 537^2 538^2 539^2 540^2 541^2 542^2 543^2 544^2 545^2 546^2 547^2 548^2 549^2 550^2 551^2 552^2 553^2 554^2 555^2 556^2 557^2 558^2 559^2 560^2 561^2 562^2 563^2 564^2 565^2 566^2 567^2 568^2 569^2 570^2 571^2 572^2 573^2 574^2 575^2 576^2 577^2 578^2 579^2 580^2 581^2 582^2 583^2 584^2 585^2 586^2 587^2 588^2 589^2 590^2 591^2 592^2 593^2 594^2 595^2 596^2 597^2 598^2 599^2 600^2 601^2 602^2 603^2 604^2 605^2 606^2 607^2 608^2 609^2 610^2 611^2 612^2 613^2 614^2 615^2 616^2 617^2 618^2 619^2 620^2 621^2 622^2 623^2 624^2 625^2 626^2 627^2 628^2 629^2 630^2 631^2 632^2 633^2 634^2 635^2 636^2 637^2 638^2 639^2 640^2 641^2 642^2 643^2 644^2 645^2 646^2 647^2 648^2 649^2 650^2 651^2 652^2 653^2 654^2 655^2 656^2 657^2 658^2 659^2 660^2 661^2 662^2 663^2 664^2 665^2 666^2 667^2 668^2 669^2 670^2 671^2 672^2 673^2 674^2 675^2 676^2 677^2 678^2 679^2 680^2 681^2 682^2 683^2 684^2 685^2 686^2 687^2 688^2 689^2 690^2 691^2 692^2 693^2 694^2 695^2 696^2 697^2 698^2 699^2 700^2 701^2 702^2 703^2 704^2 705^2 706^2 707^2 708^2 709^2 710^2 711^2 712^2 713^2 714^2 715^2 716^2 717^2 718^2 719^2 720^2 721^2 722^2 723^2 724^2 725^2 726^2 727^2 728^2 729^2 730^2 731^2 732^2 733^2 734^2 735^2 736^2 737^2 738^2 739^2 740^2 741^2 742^2 743^2 744^2 745^2 746^2 747^2 748^2 749^2 750^2 751^2 752^2 753^2 754^2 755^2 756^2 757^2 758^2 759^2 760^2 761^2 762^2 763^2 764^2 765^2 766^2 767^2 768^2 769^2 770^2 771^2 772^2 773^2 774^2 775^2 776^2 777^2 778^2 779^2 780^2 781^2 782^2 783^2 784^2 785^2 786^2 787^2 788^2 789^2 790^2 791^2 792^2 793^2 794^2 795^2 796^2 797^2 798^2 799^2 800^2 801^2 802^2 803^2 804^2 805^2 806^2 807^2 808^2 809^2 810^2 811^2 812^2 813^2 814^2 815^2 816^2 817^2 818^2 819^2 820^2 821^2 822^2 823^2 824^2 825^2 826^2 827^2 828^2 829^2 830^2 831^2 832^2 833^2 834^2 835^2 836^2 837^2 838^2 839^2 840^2 841^2 842^2 843^2 844^2 845^2 846^2 847^2 848^2 849^2 850^2 851^2 852^2 853^2 854^2 855^2 856^2 857^2 858^2 859^2 860^2 861^2 862^2 863^2 864^2 865^2 866^2 867^2 868^2 869^2 870^2 871^2 872^2 873^2 874^2 875^2 876^2 877^2 878^2 879^2 880^2 881^2 882^2 883^2 884^2 885^2 886^2 887^2 888^2 889^2 890^2 891^2 892^2 893^2 894^2 895^2 896^2 897^2 898^2 899^2 900^2 901^2 902^2 903^2 904^2 905^2 906^2 907^2 908^2 909^2 910^2 911^2 912^2 913^2 914^2 915^2 916^2 917^2 918^2 919^2 920^2 921^2 922^2 923^2 924^2 925^2 926^2 927^2 928^2 929^2 930^2 931^2 932^2 933^2 934^2 935^2 936^2 937^2 938^2 939^2 940^2 941^2 942^2 943^2 944^2 945^2 946^2 947^2 948^2 949^2 950^2 951^2 952^2 953^2 954^2 955^2 956^2 957^2 958^2 959^2 960^2 961^2 962^2 963^2 964^2 965^2 966^2 967^2 968^2 969^2 970^2 971^2 972^2 973^2 974^2 975^2 976^2 977^2 978^2 979^2 980^2 981^2 982^2 983^2 984^2 985^2 986^2 987^2 988^2 989^2 990^2 991^2 992^2 993^2 994^2 995^2 996^2 997^2 998^2 999^2 1000^2 1001^2 1002^2 1003^2 1004^2 1005^2 1006^2 1007^2 1008^2 1009^2 1010^2 1011^2 1012^2 1013^2 1014^2 1015^2 1016^2 1017^2 1018^2 1019^2 1020^2 1021^2 1022^2 1023^2 1024^2 1025^2 1026^2 1027^2 1028^2 1029^2 1030^2 1031^2 1032^2 1033^2 1034^2 1035^2 1036^2 1037^2 1038^2 1039^2 1040^2 1041^2 1042^2 1043^2 1044^2 1045^2 1046^2 1047^2 1048^2 1049^2 1050^2 1051^2 1052^2 1053^2 1054^2 1055^2 1056^2 1057^2 1058^2 1059^2 1060^2 1061^2 1062^2 1063^2 1064^2 1065^2 1066^2 1067^2 1068^2 1069^2 1070^2 1071^2 1072^2 1073^2 1074^2 1075^2 1076^2 1077^2 1078^2 1079^2 1080^2 1081^2 1082^2 1083^2 1084^2 1085^2 1086^2 1087^2 1088^2 1089^2 1090^2 1091^2~~

Substanzial geübt.

$$z = 1 + \frac{y}{n} + \frac{y^2}{2n^2} + \frac{y^3}{2 \cdot 3 \cdot n^3} + \frac{y^4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot n^4} + \frac{y^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot n^5} + \dots$$

Wenn $y = \log z$. Setze $y = \log z$.

$$z = 1 + \frac{\log z}{n} + \frac{(\log z)^2}{2n^2} + \frac{(\log z)^3}{2 \cdot 3 \cdot n^3} + \frac{(\log z)^4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot n^4} + \frac{(\log z)^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot n^5} + \dots$$

Wollen wir wissen, was die Grundzahl a und
 die Potenz x bestimmen so wissen wir daß a^x gleich
 der Grundzahl b der Logarithmus $= 1$ ist.
 Setze $y = \log z$.

$$b = 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot n^3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot n^4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot n^5} + \dots$$

Setzen wir nun für die Multiplikation gleich
 1 so erhalten wir die Basis b und die
 Logarithmen.

$$\frac{e}{n} = 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot n^3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot n^4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot n^5} + \dots$$

Bestimmen wir $y = \log z$.

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{2 \cdot 3} = 0,16666666$$

$$\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 0,041666666$$

$$\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 0,008333333$$

$$\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 0,001388888$$

$$\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 0,000198412$$

$$e = 2,718281828459045235360287471 \dots$$

Nunmehr wir L und M der Log. & Modul ist
 antithetische System und l, s, m , der Log. & Modul
 eines directen Systems, steht nun unter der
 selben Gestalt, steht nur dem gegenüber

$$L : l = M : m.$$

$$\text{Da nun } M = 1.$$

$$\text{so ist } L : l = 1 : m.$$

$$\underline{L = \frac{L}{m} = 1 \times \frac{1}{m} : \text{ und } \underline{l = Lm.}}$$

Beispiel.

Im Bruch A. Briggs. System wie wir schon wussten
 $n = 0, 43429 \times 448 \dots$ ist nat.

$$\frac{1}{m} = 2, 30258 50929 94045 68401 79914 54684 26420 76011 01488 629 \dots$$

Bemerkung.

Der Log 2 = 0, 3010300 multiplicirt man dieses

mit 2, 30258 509... so erhält man den Log nat. 2.

$$\begin{array}{r} 0,30103 \dots \\ 0,690775527 \\ 2302585 \\ 69076 \end{array}$$

$$\underline{0,693147188. = \text{Log nat. 2.}}$$

und Xpist man nun multiplicirt Log nat. 2 mit $m = 0,43429 \dots$

so erhält man wieder 0, 3010300 = Log nat. 2.

#

Aufgabe.

der Logarithmus einer Zahl N zu finden
wobei über die Größe der Tafel hinaus
geht.

Man habe sich N mit zwei Stellen beschränkt

$$\text{wie z. B. } 1763 = 1760 + 3.$$

$$\text{wobei } 1760 = n \text{ und } 3 = \Delta n. \text{ f. d. } \log$$

$$\log N = \log(n + \Delta n.)$$

~~Δn muß natürlich auf einen Logarithmus fallen~~

~~und diese wollen wir bezeichnen~~

zählt man die Logarithmen der Zahl N
in einer Tabelle ab. also hier.

$$\log N = 3,2462523$$

$$\log n = 3,2455127$$

$$0,0007396 = \Delta \log n.$$

so ist die Zahl 0,0007396 der Unterschied

der beiden Logarithmen hinter Zahlen = $\Delta \log n$.

Bei d. Anwendung selbst muß man die

Zahl n so wählen daß man in der
Tafel, die in der Tafel nicht zu finden.

da kann man sehr leicht erkennen wann
man die Zahl in einer Tafel ablesen kann

in Tabellen dargestellt zu sein die Tafeln zu
finden sind, aber das man wenn sie nicht
ganz so tief gestellt werden können:

Entwickelung d. des Logarithmus 2. Teil
5678999 zu suchen, & ganz auf
Tafeln wo nur 5 Stellen benutzt werden,
so macht es sehr genau.

$5678999 + 1 = 5679000 = 5679 \times 1000.$
 $= \log 5679 + \log 1000$, und falls man nur
die zu suchen ist, was abgelesen ist.

Angenommen man

$$\log N = \log(n + \Delta n) \text{ und}$$

$$\log N = \log n + \Delta \log n.$$

$$\Delta \log n = \log(n + \Delta n) - \log n.$$

$$\Delta \log n = \log\left(\frac{n + \Delta n}{n}\right).$$

Wollte man nun auf der Formel $\frac{1+x}{1-x}$
den Logarithmus benutzen so setzen man

$$\frac{n + \Delta n}{n} = \frac{1+x}{1-x} \text{ dann ist}$$

$$n + \Delta n - xn = \Delta xn = x + xn.$$

$$x = \frac{\Delta n}{2n + \Delta n}.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die

so Integral $\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2M\left(x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \dots\right)$

z. B.

$$\Delta \log n = 2M \left[\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} \right)^5 + \frac{1}{7} \left(\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} \right)^7 + \dots \right]$$

Es kann aber auf den Fall zurückgekehrt werden, dass $N < n$ ist wie wir es nun z. B. setzen
Beispiel setzen, und dann steht

$$N = n - \Delta n.$$

$$\log N = \log(n - \Delta n)$$

$$\log N = \log n - \Delta \log n.$$

Es wird also dann wenn wir die nötigen
zahlen rückwärts.

$$-\Delta \log n = -2M \left[\frac{\Delta n}{2n - \Delta n} + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta n}{2n - \Delta n} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{\Delta n}{2n - \Delta n} \right)^5 + \frac{1}{7} \left(\frac{\Delta n}{2n - \Delta n} \right)^7 + \dots \right]$$

Beispiel. zu setzen $\log 763$.

Herabsetzung der Tafeln wenn nur
bis 100 berechnet. z. B.

$$763 = 760 + 3 = 76 \times 10 + 3.$$

$$\log 76 = 1,8808136$$

$$\log 10 = 1,$$

$$\log 760 = 2,8808136$$

In diesem Beispiel nun z. B. $n = 760$.

$$\Delta n = 3. \text{ Es steht also:}$$

$$\Delta \log n = 2M \left[\frac{3}{1523} + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{1523} \right)^3 + \dots \right]$$

$$\frac{2}{1523} = 0,00196979$$

Wollte man den Cubus messen so würde man
wenigstens 9000000000000000000000000000
Linien mit 2 Maßstäben aussetzen:

$$M \text{ des 1. Brigg. Systems} = 0,43429448$$

$$\text{mit } 2 M = 0,86858896$$

$$0,86858896 \times 0,00196979 = 0,0017109$$

$$\text{Es war } \log 760 = 2,8808136.$$

$$\Delta \log 760 = 0,0017109$$

$$\text{Es ist } \log 763 = 2,8825245 \text{ nach allen}$$

Decimalstellen richtig.

Daß diese Summe kann in eine sehr große Zahl der
Logarithmen der Primzahlen finden wenn man
in die Summe die Grösse

$$N = n + \Delta n = p^2 \text{ setzt. ist}$$

gibt die Grösse irgend eines Primzahl.
Um sich die Bestimmung zu erleichtern soll

$$\Delta n = 1 \text{ setzen,}$$

$$\text{Zunächst ist } n+1 = p^2$$

$$n = p^2 - 1$$

Setzt man diesen Ausdruck für n in die

NB. Man kann auch
ist 2 Dec. richtig

Leimul:

$$\Delta \log n = \log \frac{n + \Delta n}{n} = \Delta n \left[\frac{1}{n} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^3 + \dots \right]$$

o. st. st.

$$\log \frac{p^2}{p^2-1} = \Delta n \left[\frac{1}{2p^2-1} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2p^2-1} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2p^2-1} \right)^3 + \dots \right]$$

Einmal ist wie im Buch den Log p auf
folgende Art zu bestimmen.

$$\text{Ist } \log \frac{p^2}{p^2-1} = \log p^2 - \log(p^2-1), =$$

$$\log \frac{p^2}{p^2-1} = 2 \log p - (\log(p+1) + \log(p-1))$$

Setzen wir diesen Ausdruck in obiges Gleichung
ein, so erhält man Gleichung 2, w. v. v. v. v.

$$\log p = \frac{1}{2} [\log(p+1) + \log(p-1)] + \Delta n \left[\frac{1}{2p^2-1} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2p^2-1} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2p^2-1} \right)^3 + \dots \right]$$

Die Formel ist leicht mittels einer kleinen
Tabelle v. Logarithmen zu berechnen.
Logarithmen z. B. $\frac{1}{2} \log 4 + \frac{1}{2} \log 2$ und
den Faktor $\Delta n \left(\frac{1}{2p^2-1} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2p^2-1} \right)^2 + \dots \right)$

man erhält die Logarithmen sehr leicht zu berechnen
mit Hilfe einer kleinen Tabelle der Logarithmen 2. St.
Es ist also die einfachste Methode +
gibt $\Delta n \left(\frac{1}{2p^2-1} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2p^2-1} \right)^2 + \dots \right)$.

Aufgabe.

Ein Zahl zu finden welche zu einem andern die
 Tabelle der Logarithmen gegeben.

Es zu suchen Zahl N wird wieder aus einem
 zu bekannten Zahl $n + \Delta n$ best. - find
 als. -

$$N = n + \Delta n$$

$$\log N = \log n + \Delta \log n.$$

$$\Delta \log n = \log(n + \Delta n) - \log n = \log \frac{n + \Delta n}{n} =$$

$$\Delta \log n = \log \left(1 + \frac{\Delta n}{n} \right)$$

Entwickeln wir das Logarithmus nach der Formel $\log(1+x)$

Es ist:

$$\Delta \log n = \log \left(1 + \frac{\Delta n}{n} \right) = n \left(\frac{\Delta n}{n} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^3 - \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^4 + \dots \right)$$

Dividirt man

$$\frac{\Delta \log n}{n} = \frac{\Delta n}{n} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^3 - \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^4 + \dots$$

Es nun für $\Delta \log n$ und n . bekannte Größen

find Δn aber gesucht werden soll, so müssen

wie die Reihe umkehren man nehme also $\frac{\Delta \log n}{n} = y$ und $\frac{\Delta n}{n} = x$

Es ist:

$$y = x - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{5} x^5 - \frac{1}{6} x^6 + \dots$$

Man sucht man nun diese Function mit

der d. Reversionsformel nach zu finden

gelassen $a'x + b'x^2 + c'x^3 = ay + by^2 + cy^3 + \dots$

wo $A = \frac{a'}{a}$

$B = \frac{b' - bA^2}{a}$

$C = \frac{c' - 2bA^2 - cA^3}{a}$ wo ρ ist für

die ungeraden Potenzen.

$A = a' = 1, \quad b' = c' = d' = 0.$

$a = 1, \quad b = -\frac{1}{2}, \quad c = +\frac{1}{3}, \quad d = -\frac{1}{4}.$

Substituiert man diese Werte so ist

$A = a'$

$B = -bA^2$

$C = -2bA^2 - cA^3$

$D = -2bA^2 - bB^2 - 3cA^2B - 2A^4$

und für diese Fall wird

$A = 1.$

$B = \frac{1}{2}$

$C = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}$

$D = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$

$E = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$

$F = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$

$G = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$

$H = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}$

Stückrechnung

$x = y + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2 \cdot 3}y^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4}y^4 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}y^5 + \dots$

Daher man wieder die ungeraden Potenzen so

$\frac{\log n}{n} = \frac{\log n}{n} + \frac{1}{2} \left(\frac{\log n}{n} \right)^2 + \frac{1}{2 \cdot 3} \left(\frac{\log n}{n} \right)^3 + \dots$

und endlich

$\log n = n \left[\frac{\log n}{n} + \frac{1}{2} \left(\frac{\log n}{n} \right)^2 + \frac{1}{2 \cdot 3} \left(\frac{\log n}{n} \right)^3 + \dots \right]$

man hat $N = n - \Delta n$ wenn n zu klein ist

das ist dann

$$-\Delta n = n \left[-\frac{\Delta \log n}{n} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta \log n}{n} \right)^2 - \frac{1}{2 \cdot 3} \left(\frac{\Delta \log n}{n} \right)^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\frac{\Delta \log n}{n} \right)^4 - \dots \right]$$

das ist also $N = n \pm \Delta n$ wenn

man nicht weiß

$$\pm \Delta n = n \left[\pm \frac{\Delta \log n}{n} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta \log n}{n} \right)^2 \pm \frac{1}{2 \cdot 3} \left(\frac{\Delta \log n}{n} \right)^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\frac{\Delta \log n}{n} \right)^4 - \dots \right]$$

Beispiel.

Es ist gegeben d. log nat $N = 9,19593714$

man kann den log. nat. nur von 1 bis 100.

man ist gezwungen

man muss also in der Brigg. M. in einem
log. Brigg. um zu sehen ob das Brigg. ist
mit Hilfe der Just. ist. Es ist schon

$$9,19593714 \times 9,434294 = 3,993740323$$

Man muss in der Brigg. Tafel sehen

ob Brigg. zu sehen ist

$$\log 99 = 1,9956352$$

$$\log 98 = 1,9912261$$

N ist also > 9800 und $N < 9900$.

Man muss nun

$$\log \text{ nat. } 98 = 4,58496748$$

$$\log \text{ nat. } 100 = 4,60517019$$

$$\text{Es ist } 9,19013767 = \log \text{ nat. } 9800.$$

Gegeben war:

$$\log N = 9,19593714$$

$$\text{Diff} \quad 9,19013767 = \log \text{act. } 9800.$$

$$\text{Diff. } \Delta \log \quad 0,00579947 = \Delta \log 9800 = \Delta \log n.$$

Nicht nur sind in der Annahme zu berücksichtigen

$$\Delta n = 9800 \cdot \left[0,00579947 + \frac{1}{2}(0,00579947)^2 + \frac{1}{24}(0,00579947)^3 + \dots \right]$$

$$= 0,00579947 = \Delta \log n$$

$$= 0,000016866 = \frac{1}{2}(\Delta \log n)^2$$

$$= 0,000000032 = \frac{1}{24}(\Delta \log n)^3$$

$$9800 \cdot 0,00579947$$

$$9800$$

$$5234733$$

$$463309$$

$$57,00042 = \Delta n.$$

$$\text{also } N = n + \Delta n = 9857. \text{ weil das}$$

zuerst man auf wirklich in der Tabelle für diesen

gegebenen Log. steht.

II. Logarithm. Prüfung.

$$9,20763672 = \log \text{act. } N.$$

$$N = n - \Delta n.$$

$$9,20763672 \times 0,4342948 = 3,998828745$$

$$\log 99 = 1,9956352$$

$$\log 100 = 2,0000000$$

$$\text{also } N > 9900 \text{ } N < 10000$$

Sitz.

$$\log \text{ nat. } 400 = 4,60517019$$

$$\log \text{ nat. } 100 = 4,60517019$$

$$9,21034038$$

$$\log \text{ nat. } N = 9,20763672$$

$$0,00270366 = -\Delta \log n.$$

Sitz defur

$$- \Delta n = 10000 \left[-0,00270366 + \frac{1}{2} (0,00270366)^2 - \dots \right]$$

$$= -0,00270366. = -\Delta n.$$

$$+ 0,000003654 = \frac{1}{2} (\Delta n)^2.$$

$$0,00270000$$

$$10000$$

$$27,00000000. \text{ defur } \Delta n.$$

$$N = 10000 - \Delta n \text{ was } 9973$$

$$N = 10000 - 27 = 9973. \text{ was}$$

was in der Tafel steht.

Die Summierung der Reihen.



Das allgemeine Glied einer Reihe sey Z ,
 das n -te Glied derselben also Z_n .
 Es soll also Z_n eine Funktion sein von
 irgendwelcher die Nummer der Reihe, abhängig sein
 so dass das Glied Z_n als eine Funktion derselben
 geschrieben werden kann.

Es kann nämlich diese Reihe gegeben werden die
 Summe irgendwelcher allgemeinen Glieder sind,
 wenn solche Reihe gegeben ist oder mindestens
 ein allgemeines Glied angegeben. Es kann
 nämlich,

$$Z = A + B + C + D + \dots - P.$$

Es sey $A, B, C, D, \dots, P$, irgendwelche
 allgemeinen Glieder bestimmter Reihen na-
 mentlich. Es ist nun die Frage nach der Summe
 dieser Reihe nachzukommen.

Es sey:

$$Z_n = fA + fB + fC + fD + \dots - fP.$$

Es sey ferner A als allgemeines Glied $= a + nd$
 mit ferner $a = 2, d = 3$ so ist die Reihe

$$2+3, 2+2 \cdot 3, 2+3 \cdot 3, \dots$$

$$5 \quad 8 \quad 11 \quad 14, \quad 17, \dots$$

$$a+d \quad a+2d \quad a+3d \quad a+4d \quad a+5d, \dots$$

Wenn so für B als allgemeines Glied $= b + n^2 d'$

in für $b = 0$ $d' = 2$. so ist die Reihe

$$3 + 1^2 \cdot 2, 3 + 2^2 \cdot 2, 3 + 3^2 \cdot 2, 3 + 4^2 \cdot 2, \dots$$

$$5, 11, 21, 35, \dots$$

$$b + 1^2 d', b + 2^2 d', b + 3^2 d', b + 4^2 d', \dots$$

Wird aber für $C = n + n^2 d''$ angenommen

so ist die Gliedreihe in $d'' = 4$ ist, so

wird die Reihe:

$$1 + 1^2 \cdot 4, 2 + 2^2 \cdot 4, 3 + 3^2 \cdot 4, 4 + 4^2 \cdot 4, 5 + 5^2 \cdot 4, \dots$$

$$5, 18, 39, 68, 105, \dots$$

$$1 + 1^2 d'', 2 + 2^2 d'', 3 + 3^2 d'', 4 + 4^2 d'', 5 + 5^2 d'', \dots$$

Wenn nun $Z = A + B + C$ ist so wird die

Reihe, nach:

$$Z = a + nd + b + 2^2 d' + n + n^2 d''$$

das Z wird nun auf die Reihe aller oben

angegebenen Reihen aufgetragen. Dann wird nun

für Z eine Reihe bilden können, deren n te

gesamte Glieder die Reihe aller ungeraden

Glieder der Reihe sind, so wird also das n te

Glied der Reihe das n te sein, das 2^2 die

Reihe der 2^2 Glieder 4 n te sein, d. h.

$$Z = a + 1 \cdot d + b + 1^2 d' + 1 + 1^2 d'', a + 2d + b + 2^2 d' + 2 + 2^2 d'', a + 3d +$$

$$b + 3^2 d' + 3 + 3^2 d'', a + 4d + b + 4^2 d' + 4 + 4^2 d'', \dots$$

Die Reihe der Reihe zu welcher das allgemeine

Gleit Z gefür, und dann aber notwendig die
 Annahme des Bruchs zeigt, und dann allgemeinere
 Gleiten Z aufweist.

Es kann nicht ein allgemeines Gleit eines
 Bruchs aber auf und nicht, einem Bruchteil
 multipliziert zusammen - z.B. es kann.

$$Z = aT \cdot p^n$$

Es ist T wiederum eine Funktion von a ist,
 dann selbst die Folge welche Funktion der
 Bruchteil a ist die Funktion T haben
 wird.

Es ist in einem bestimmten Falle

$Z = s(a+nd)$ so wird man dann
 für n für die Entwicklung des Gleits

folgt:

$$Z = s(a+d); s(a+2d); s(a+3d); s(a+4d); \dots s(a+nd)$$

Will man das, diese Bruch summiert werden, so
 wird das durch die Folge $s(a+nd)$ als 4 gegeben
 gegeben, und dann ist.

$$\begin{aligned} SZ &= s(a+d) + s(a+2d) + s(a+3d) + s(a+4d) + s(a+5d) + \dots \\ &= s[a+d + (a+2d) + (a+3d) + (a+4d) + (a+5d)] \end{aligned}$$

Es ist die Summe der Bruch dann allgemeines Gleit.

Z ist aT bekannt, wird nach der Summe S der
 dann allgemeinen Gleit S , für $(a+nd)$ man
 multipliziert mit dem Bruchteil, heißt

$$S \cdot Z = aT \cdot S.$$

Wird diese beiden nachfolgenden Fälle betrachtet
 der ganze Gebirge von Primären der Kräfte
 in zumeist die folgenden Ausgänge, von welchen der
 Hauptgehalt abhängt.

$$\text{Bsp. } Z = n^m$$

Es wird nun soll die primäre Glimt der
 folgenden Kräfte bestimmen, also

$$Z = n^m \text{ entwickeln.}$$

Es sind n die Potenzen d. Glimt betrachtet, welche
 für die Dignität m entwickelt, und dann der
 allgemeinen Glimt einer Kräfte entwickeln, so wird
 die Folge der Glimt von m abhängig sein, ist
 dann $m = 1$

$m = 1$	$Z = n$	Es sind die Potenzen d. Glimt = 1, 2, 3, 4, 5, 6,
$m = 2$	$Z = n^2$	der Quadraten d. $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$
$m = 3$	$Z = n^3$	der Kuben $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, 6^3$
$m = 4$	$Z = n^4$	der Biquadraten $1^4, 2^4, 3^4, 4^4, 5^4, 6^4$

Es sind die Kräfte ist dann: Es soll
 entwickeln die Potenzen aller natürlichen Zahlen,
 also die Potenzen aller Quadrate, Kuben,
 Biquadraten &c., so in der Kräfte nach
 entwickeln auf anderen folgenden Zahlen
 bestimmt werden.

Nun wird dann für diese Potenzen zu entwickeln

2. §. Die Aufgabe zu lösen, wird nun gegenseitig
in einem allgemeinen Glied ausgedrückt und dann

$$\text{folgt: } \sum_{k=0}^n (n-k)^{m+1}$$

so dass man also für die Summe nachstehende Werte

wenn man Potenzen $n = 1, 2, 3, \dots$ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

setzt. Es ist aber wenn man den vorstehenden
Ausdruck auf den bekannten Satz anwendet:

$$\sum_{k=0}^n (n-k)^{m+1} = n^{m+1} - \frac{m+1}{1} n^m + \frac{m+1}{1 \cdot 2} n^{m-1} - \frac{m+1}{1 \cdot 2 \cdot 3} n^{m-2} + \dots - \left(\pm 1^{m+1} = \pm n^0 \right)$$

Man hat ein allgemeines Glied in der Summe
auch festgestellt, so ist es nötig. Dagegen
ist wenn die gegenseitige Summe durch diesen Ausdruck
ausgedrückt, also durch einen ihm gleichen Ausdruck
bestimmt. So für eine die nachstehende Summe
den als allgemeinen Glied gegebenen Ausdruck
nützlich ist, so wird man die Summe von
unserer $\sum$ ein allgemeines Glied was man auf
diese nachstehende Summe bestimmen können.

Es sei für Folgendes in einem speziellen
Falle $m=4$ angenommen, so ist in jener Summe

$$n=1; (n-1)^5 = 0^5 = \dots = 0$$

$$n=2; (n-1)^5 = 2^5 - \frac{5}{1} 2^4 + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} 2^3 - \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} 2^2 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} 2 - 2^0 = \dots + 1$$

$$n=3; (n-1)^5 = 3^5 - \frac{5}{1} 3^4 + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} 3^3 - \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} 3^2 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} 3 - 3^0 = \dots + 32$$

$$n=4; (n-1)^5 = 4^5 - \frac{5}{1} 4^4 + \dots = \dots + 243$$

$$n=5; (n-1)^5 = 5^5 - \frac{5}{1} 5^4 + \dots = \dots 1024$$

Bestimmen wir in dem obigen Ausdruck für $n =$
 $1, 2, 3, 4, \dots$ und $n = 5$ so erfüllt man sogleich

$$\text{für } n = 5 \quad Z = (n-1)^{n+1}$$

für die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6	1	2	3	4	5	6
in Reihe	0^5	1^5	2^5	3^5	4^5	5^5
=	0	1	32	243	1024	3125

Wenn man also diese Reihe der mit den vorange-
 schickten ganz gleich ist fortsetzen soll, so
 wird es gleichgültig seyn, ob man die Reihe
 $0, 1, 32, 243, \dots$ oder $0^5, 1^5, 2^5, \dots$
 oder ob man die oben aufgeschriebene Gleichheit
 fortsetzt.

Wird man demnach die Potenzen d. aufgeschriebenen
 Symbole Reihe, so kann man die nachstehen-
 den stehenden gleichnamigen Glieder je fünf
 bringen, und die Summe als Zwanzigfache
 davon abnehmen, dann wird oben: ganz Null
 gleich.

$$\begin{aligned} & (1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots) - \frac{5}{1} (1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + \dots) + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots) - \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots) \\ & + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} (1 + 2 + 3 + 4 + \dots) - (1^0 + 2^0 + 3^0 + 4^0) \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck muß aber den Nullen sein
 und den nachstehenden Ausdruck abnehmen kann,
 nämlich $(n-1)^{n+1} = 5^5$ sein, wo für die 5, so
 wie allgemein n alle Zahlen bis zur 5^{ten} oder

n^2 Kalle betrachtet, nämlich =

$$f_5^5 - \frac{5}{1} f_5^4 + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} f_5^3 - \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_5^2 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f_5 - \frac{f_5^0}{5} \text{ sign,}$$

denn das letzte Glied ist d. Bedeutung nach =

$$-(1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + 5^5) = -5^5 \text{ sign}$$

Esst man nun in Aufklärung d. Glattes dieses Auf

Esst man nun n^2 Glattes so muß es nicht sein:

$$f_n^{n+1} - \frac{n+1}{1} f_n^n + \frac{n+1 \cdot n}{1 \cdot 2} f_n^{n-1} - \frac{n+1 \cdot n \cdot n-1}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_n^{n-2} + \frac{n+1 \cdot n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f_n^{n-3} \dots \left(\frac{\pm f_n^0}{n} \right)$$

Esst man aber Glattes so oben erwähnte Satz, so ist,

Esst man $f_n = a^x$ was $f_n^x = a^x$ ist, dann

Esst man f_n als die wahrscheinliche Signatur von n zu betrachten, ist es mit der demnach wahrscheinlichen Hauptzahl. Dann wird man aber:

$$f_{n-1}^{n+1} = f_n^{n+1} - \frac{n+1}{1} f_n^n + \frac{n+1 \cdot n}{1 \cdot 2} f_n^{n-1} - \frac{n+1 \cdot n \cdot n-1}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_n^{n-2} + \dots \pm n;$$

Esst man die Aufgabe, welche man oben erwähnt zu betrachten, um die wahrscheinliche Signatur von n auf wahrscheinliche Zahlen zu setzen, so wird es man zeigen, nicht unmittelbar zu zeigen, sondern man wird man nicht zeigen, daß man in man 1. Letztendlich, man aber soll es ist man nicht Aufgabe zu zeigen, und dann ist 2^2 Glattes Glattes, dann ist das nicht, sondern man zeigt, so ist:

$$\frac{m+1}{1} f_n^m = f_n^{m+1} - f_{(n-1)}^{m+1} + \frac{m+1 \cdot m}{1 \cdot 2} f_n^{m-1} - \frac{m+1 \cdot m \cdot m-1}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_n^{m-2} + \dots \pm n$$

$$\frac{m+1}{1} f_n^m = f_n^{m+1} - f_{(n-1)}^{m+1} + \frac{m+1 \cdot m}{1 \cdot 2} f_n^{m-1} - \frac{m+1 \cdot m \cdot m-1}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_n^{m-2} + \dots \pm n$$

Man kann also zur Bestimmung von f_n^m
 wenigstens ein Paar bekannte Größen voraussetzen
 setzen; das letzte Glied $\pm f_n^0 = \pm n$ ist nun
 als bekannt gesetzter Größe, also auch von
 dem bekannten folgt, daß wenn, wenn man
 aus der Reihe einen Aufg, die Reihe aller
 Glieder und Aufsuchen des letzten abgibt, wenn
 notwendig das letzte Glied selbst vorkommen muß,
 wird man mit den letzten vorkommenden Gliedern
 eine bekannte Größe erhalten können,
 denn f_n^{m+1} ist als die Summe von n zur
 $m+1$ ten Potenz vorkommenden Gliedern zu betrachten,
 von denen das 2te Glied $f_{(n-1)}^{m+1}$ d. f.
 die Summe von $(n-1)$ zur $(m+1)$ ten Potenz ist von
 denselben Gliedern abgezogen werden muß. Da
 die Bestimmung der Quotienten nicht schwierig ist
 und das m te Glied selbst gegeben, wird es
 nicht also $f_n^{m+1} - f_{(n-1)}^{m+1} = n$ und

heraus der Aufg:

$$\frac{m+1}{1} f_n^m = n^{m+1} + \frac{m+1 \cdot m}{1 \cdot 2} f_n^{m-1} - \frac{m+1 \cdot m \cdot m-1}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_n^{m-2} + \dots \pm n$$

die Division t^{m+1} wird sehr bei anwendbar
beimal für f_n^m geben mit f_n^m , da die Koeffizienten
mit t aufsteigen und aufsteigen mit letztem Glied,
auf $m+1$ als letzter ausfallender Koeffizient zu t ,
wischen liegen; demnach wird:

$$f_n^m = f_n^m = \frac{n^{m+1}}{m+1} + \frac{m}{1 \cdot 2} f_n^{m-1} - \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_n^{m-2} + \frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f_n^{m-3} + \dots \pm \frac{n}{m+1}$$

Will man nun diese ausfallenden beibehalten für die
eingetragene Stelle einsetzen, so sieht man dass man
gleichzeitig auf allgemeinen numerischen Ausdruck, welchen
man für f_n^m in Abh. von f_n^{m-1} setzt. Man wird für:

$$m=1; f_n^1 = \frac{n^2}{2} + \frac{1}{2} f_n^0 \text{ (für } f_n^0 \text{ ist die Anzahl } f_n^0 \text{ abh.)}$$

$$m=2; f_n^2 = \frac{n^3}{3 \cdot 4} + \frac{2}{2} f_n^1 - \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3} f_n^0;$$

$$m=3; f_n^3 = \frac{n^4}{4} + \frac{3}{2} f_n^2 - \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3} f_n^1 + \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 4} f_n^0;$$

$$m=4; f_n^4 = \frac{n^5}{5} + \frac{4}{2} f_n^3 - \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 3} f_n^2 + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4} f_n^1 + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} f_n^0;$$

$$m=5; f_n^5 = \frac{n^6}{6} + \frac{5}{2} f_n^4 - \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} f_n^3 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 4} f_n^2 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} f_n^1 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} f_n^0;$$

Man bemerkt sehr leicht wie für Bestimmung
des folgenden Summe für die Koeffizienten, da die
Koeffizienten schon bekannt sein müssen, entwickelt
man demnach diese, und substituirt sie in den
folgenden, so wird:

$$f_n^1 = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n = \frac{1}{2} n(n+1)$$

$$f_n^2 = \frac{1}{6} n^3 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n - \frac{1}{3} n = \frac{1}{6} n(2n^2 + 3n + 1)$$

$$f_n^3 = \frac{1}{4} n^4 + \frac{3}{4} n(2n^2 + 3n + 1) - (\frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n) + \frac{1}{4} n = \frac{1}{4} n^2(n^2 + 3n + 1) = \frac{1}{4} n^2(n+1)^2$$

$$S_n^4 = \frac{1}{30} n (6n^4 + 15n^3 + 10n^2 + 1)$$

$$S_n^5 = \frac{1}{12} n (2n^5 + 6n^4 + 5n^3 - n)$$

$$S_n^6 = \frac{1}{42} n (6n^6 + 21n^5 + 21n^4 - 7n^3 - 13n^2 - 7n + 6)$$

Für $n=10$ nach der Möglichkeit d. Summe.

Dies ist die Summe der ersten 10 Kubik gegeben

$$1+8+27+64+125+216+343+512+721+1000 = 3025$$

Aben wir in jener Summe

$$S_{10}^3, n=10 \text{ ist}$$

$$S_{10}^3 = \frac{1}{4} 10^2 (10+1)^2 = 25 \cdot 121 = 3025.$$

Es sei allgemein die Gleichung S_n^k die Summe

$$S_n^k = A + Bn + Cn^2 + Dn^3 + \dots$$

Es ist zu klar, dass wenn man die Koeffizienten $A, B, C, D, \dots$ mittelst, und für n successive die Werte des Gliedes setzt, man jedesmal ein Gleiches erhält. Man erhält also ein System von Gleichungen, aus dem man $A, B, C, D, \dots$ bestimmen kann, und also S_n^k allgemein.

$$S_n^k = An^0 + Bn^1 + Cn^2 + Dn^3 + \dots$$

$$S_n^k = A'n^0 + B'n^1 + C'n^2 + D'n^3 + \dots$$

Man erhält also für die verschiedenen Potenzen k dieser Reihe, wenn man für die Potenzen k die einzelnen Exponenten $0, 1, 2, \dots$ die

vorher aufgestellten Formeln folgt, und sind die
folgenden Eigenschaften notwendig

$$3f. \quad Z = 4 - 5n + 4n^3 + 7n^5$$

so werden alle die folgenden Aufgaben gelöst
wobei man nur für $n=1$

$$n=1; \quad 4 - 5 + 4 + 7 = 10$$

$$n=2; \quad 4 - 10 + 32 + 224 = 250$$

$$n=3; \quad 4 - 15 + 108 + 1701 = 1798$$

$$n=4; \quad 4 - 20 + 256 + 7168 = 7408$$

$$n=5; \quad 4 - 25 + 500 + 21875 = 22354$$

Will man aber für die Summe der fünften Potenzen
eine Formel aufstellen, so wird man die
Formel für die Summe der ersten Potenzen nehmen.

$$\text{Es ist nämlich } S_n^5 = 4S_n^0 - 5S_n^1 + 4S_n^3 + 7S_n^5$$

$$\begin{aligned} &= 4n - 5\left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n\right) + 4\left[\frac{1}{4}(n^4 + 2n^3 + n^2)\right] + 7\left[\frac{1}{12}n(2n^5 + 6n^4 + 5n^3 - n)\right] \\ &= 4n - \frac{5}{2}n^2 + \frac{5}{2}n + n^4 + 2n^3 + n^2 + 7n^6 + \frac{7}{2}n^5 + \frac{35}{12}n^4 - \frac{7}{12}n^2 \\ &= 4n - \frac{5}{2}n^2 + \frac{5}{2}n + n^4 + \\ &= \frac{14}{12}n^6 + \frac{47}{12}n^5 + \frac{47}{12}n^4 + \frac{24}{12}n^3 - \frac{25}{12}n^2 + \frac{18}{12}n \\ &= \frac{1}{12}n(14n^5 + 47n^4 + 47n^3 + 24n^2 - 25n + 18) \end{aligned}$$

Setzt man nun wie oben $n=5$ so erhält man

$$\begin{aligned} \text{die Summe der 5. Potenzen Gleich: } & \frac{5}{12}(43750 + 26250 + 5875 + 600 - 125 + 18) \\ &= \frac{5}{12}(76543 - 125) = \frac{5}{12} \cdot 76368 = 31820. \text{ wie oben.} \end{aligned}$$

Die letzten Stellen sind nun für mich in d.
ausdrücklich gegeben. Es ist nur noch zu sehen
ob, was man sich nun nach diesen vier
ersten Folgen von, ungenauem gemachten Gesetzen
herausfinden kann.

Man kann den Satz auch allgemeinere Gleichungen
mit der letzten gemachten Annahme von einem Summen
von beliebig vielen Zahlen von Gliedern geben, wenn
sich nur die Gliederfolge abwechselnd
bestimmt, z. B. für $1, 2, 3, 4, \dots$ Glieder
geben. Sind nun die Summen, so folgt

$$Z = An$$

so wird also die Reihe zu welcher Z gehört, n
in d. Summe 0 enthalten und die man nun
für n die Summenreihe bilden sollte, diese
sollte aus 1 bestehen, und nicht 0. Umkehrung
wird nun sein so wird die Reihe

$$A, A, A, A, \dots \text{ und}$$

$$Z = A n = nA.$$

Es ist nun, das allgemeine Glied nun 2
Glieder von Z .

$$Z = An + Bn \text{ f. d. Reihe}$$

$$A+B; A+2B; A+3B; A+4B; \dots$$

$$Z = A n^2 + B n = An + B \cdot \frac{1}{2} n(n+1).$$

Alph. $Z = An^0 + Bn^1 + Cn^2$ etc. best.

$A+B+C$; $A+2B+4C$; $A+3B+9C$; $A+4B+16C$; $A+5B+25C$.

$$\begin{aligned} \text{mit } Z &= An^0 + Bn^1 + Cn^2 \\ &= An + B\frac{1}{2}n(n+1) + C\frac{1}{6}n(n^2+3n+1) \end{aligned}$$

Wenn man also die künftige gemessene Anzahl, so bald man sie ermittelt hat, setzt man diesen Ausdruck, der schon gegeben ist, eines unbestimmten Anfs, was wir nachher finden.

Alph. A	B	C	D	E	F	G	willkürliche Zahlen
A'	B'	C'	D'	E'	F'	G'	$= I^{\text{te}}$ Differenz Anfs
A''	B''	C''	D''	E''	F''	G''	$= II^{\text{te}}$ Differenz Anfs
A'''	B'''	C'''	D'''	E'''	F'''	G'''	$= III^{\text{te}}$ Differenz Anfs
A^{IV}	B^{IV}	C^{IV}	D^{IV}	E^{IV}	F^{IV}	G^{IV}	$= IV^{\text{te}}$ Differenz Anfs

man kann nämlich in jeder Anfs die nachher gemessene
geforderte Gleichheit, von einem Subtrahend.

Wird die Fall eine solche Differenzen gleich
sein, so ist die Anfs von 1^{te} 2^{te} 3^{te} 4^{te} 5^{te} 6^{te} 7^{te} 8^{te} 9^{te} 10^{te}

Anfs zu verstehen die 1^{te} 2^{te} 3^{te} 4^{te} ... Differenzen
gleich sein.

Al. d. willkürlichen Zahlen sind eine Anfs die nachher
geforderte willkürliche Anfs, wie sie gewünscht
in der Anwendung nachher gemessen.

Die Quadratzahlen zeigen



1. 14. 9. 16. 25. 36

3 5 7 9 11

2 2 2 2 = vier auf 2 St.

die Kubikzahlen vier auf 3 St. Anzahl u. f. v.

die ersten 5 Potenzen werden bei den Zahlen
sein bei den vier 1^{te} Pot. = 1. die Quadratzahlen

1.2. = 2. die Kubikzahlen 1.2.3 = 6. die
Biquadr. 1.2.3.4 = 24. die 5^{te} Pot.

der unendlichen Zahlen 1.2.3.4.5. = 120. f. v.

die Fakultät d. 5^{te} Pot. wird 120

1. 32. 243. 1024. 3125 7776 16807.

31 211 781 2101 4631 9031

180 370 1220 2550 4350 6930

390 750 1230 1830 2550

360 480 600 780

120 120 120 = 1.2.3.4.5.

Es ist allem die Signifikation d. unendlichen Zahlen
guter Folgen, suchen sie nicht kennen werden
die unendliche Folge nach einem Gesetz zu sein

2. 4. 21. 41. 73. 126. 221 401 744 1379.

7 12 20 32 53 95 180 343 695

5 8 12 21 42 85 163 292

3 4 9 21 43 78 129

1 5 12 22 35 51

4 7 10 18 16

3 3 3 3 = vier auf 3 St.

Reihe von 64 Binomen.

Man kann die gegebenen Ausdrücke einer Reihe
für $x^0, x^1, x^2, \dots$ ist nicht aufzuheben. 71.

9.	23.	42.	75.	138.		256	454.	754.	1273.	1983	2966
14	19	33	67.		118	203	325	491	708	983	
5	14	30.	55	85	102	166	217	275			
9	16	23	30	37	44	51	58				
4	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7

Es nun ein allgemeines Glied einer Reihe

$$Z = An^0 + Bn$$

gegeben so wird die Reihe =

$$A+B; A+2B; A+3B; A+4B; A+5B; \dots$$

$$B; B; B; B; B; \dots$$

also eine arithmetische Reihe nach Anz. d. f.
wobei also n u. n' die verschiedenen Anz. d. Glieder.

Und mit den Logarithmen mehrerer Zahlenreihen
soll eine Reihe gegeben sein. Die Formel lautet

$$Z = A n^0 + B n^1$$

muss also auf diese alle eine Reihe arithmetische
Reihe gültig sein. Es kann man eine Reihe

$$a, b, c, d, e, f, \dots$$

man nach Anz. gegeben, so wird man nun
es allgemein ist. Für welche Glied dasselbe ist
wobei so nur mit einem allgemeinen Glied
ausdrücken können, man kann man es allgemein.
das zweite Glied ist das erste. In beiden Fällen

Sei die Gleichung $A + B$ bestimmt, so wird man
nicht weniger sehen, d. folgt also.

$$\begin{aligned} A + B &= a \\ A &= a - B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A + 2B &= b \\ A &= b - 2B \end{aligned}$$

$$a - B = b - 2B.$$

$$B = b - a$$

$$\text{und also } A = a - b$$

Man sieht also hier, dass die Gleichung
 $A + B$ bestimmten Werten in der Summe Z
s. d. Gleichungssysteme konstante Werte ist, also die

$$n^0 = 1$$

$$Z = A + Bn = a - b + (b - a)n$$

$$Z = (a - b)n^0 + (b - a)n^1$$

$$= (a - b)n + (b - a)\left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n\right)$$

$$= an - bn + \frac{1}{2}bn^2 + \frac{1}{2}bn - \frac{1}{2}an^2 - \frac{1}{2}an$$

$$= \frac{1}{2}n^2(b - a) + \frac{1}{2}n(a - b)$$

Setzt man in d. Gleichungssysteme unsere Outing:

$$8, 17, 26, 35, 44, 53, 62, 71, 80.$$

auf dem ersten $a = 8$ $b = 17$ ist also

$$Z = 16 - 17 + (17 - 8)n = -1 + 9n$$

für $n = 9$ gilt; ist

$$\text{d. } 9^2 \text{ gilt} = 80.$$

Summe

Summe ist Summe

$$S_7 = \frac{1}{2}n(17-8) + \frac{1}{2}n(24-17) \text{ mit } n=9.$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 81 \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 7 = \frac{729+63}{2} = 396.$$

wie man sich die Addition der Reihe überzeugen kann.

Bei der ungleichförmigen und häufig nur grob, unregelmäßigen Reihe können nur vorzüglich 3 wichtige Eigenschaften nicht nur, nämlich: der erste, letzte Glied, die Differenz, Summe und Bestimmung der Glieder. Einmal wird man die Summe richtig wissen haben und dann die Reihe zu bestimmen.

Grundsätzlich ist die Reihe a der 1. Glied, d die Differenz gegeben, n so viel a in n Glied stehen der letzte Glied, und für w ist $S = w =$ der letzte Glied einer Reihe.

Es ist klar in d. Reihe

$a, b, c, d, e, f, g, \dots$

$$\text{ist d die Differenz d. Glieder } d = b - a$$

$$b = a + d.$$

Reihe besteht aus b in obigen Ausdruck gesetzt,

$$\text{so wird } w = 2a - (a+d) + (a+d-a)n.$$

$$w = a - d + dn$$

$$w = a + d(n-1)$$

Es ist aber so der Summenausdruck zu finden

und immer noch steht $\frac{1}{2}$ der Fächer leer. Sind
die Fruchtbeurtheilungen so weit:

$$\begin{aligned} \check{P} &= \frac{1}{2} n^2 d + \frac{1}{2} n(2a - a - d) \\ &= \frac{1}{2} n^2 d + \frac{1}{2} n(2a - d) \\ &= \frac{1}{2} n(nd + 2a - d) \\ &= \frac{1}{2} n(2a + d(n-1)) \quad \text{wieher:} \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2}n[a + a + d(n-1)]$$

da nun aber $a + d(n-1) = w$ ist, ist

$$S = \frac{1}{2} n(u + w)$$

dieje beiden Stunden für einen sehr angenehmen
Glanz können in der Anwendung von Feinsilber
vor.

fini ventres. Hull univ. sign, wren m. m. h.
Goussier a, b, c, d, e.

[illegible]

$$Z = An^0 + Bn^1 + Cn^2 + Dn^3 \text{ ist}$$

$$\text{und } \mathcal{L}^2 = \mathcal{L}^0 + \mathcal{L}^1 + \mathcal{L}^2 + \mathcal{L}^3 \text{ ist}$$

Im Jahre der ungarischen Krone von Zwiesel 1741

allgemeine Gleichung eines Kreises 3^{te} Ordnung ist, wenn
 tangiert man Γ durch den Schwerpunkt des Kreises

74.

$$\begin{array}{r}
 A+B+C+D, \quad A+2B+4C+8D, \quad A+3B+9C+27D, \quad A+4B+16C+64D, \quad A+5B+25C+125D \\
 \underline{A+B+C+D} \quad \underline{A+2B+4C+8D} \quad \underline{A+3B+9C+27D} \quad \underline{A+4B+16C+64D} \\
 B+3C+7D \quad B+5C+19D \quad B+7C+37D \quad B+9C+61D \\
 \underline{B+3C+7D} \quad \underline{B+5C+19D} \quad \underline{B+7C+37D} \quad \underline{B+9C+61D} \\
 2C+12D \quad 2C+18D \quad 2C+24D \\
 \underline{2C+12D} \quad \underline{2C+18D} \quad \underline{2C+24D} \\
 6D \quad 6D \quad 6D
 \end{array}$$

Da nun nach d. Vorstehenden $a, b, c, d, e, f, \dots$
 ein Kreis von 3^{ter} Ordnung gegeben ist, so ist:

$$\begin{array}{r}
 I. A+B+C+D=a \quad II. A+2B+4C+8D=b \quad III. A+3B+9C+27D=c \quad IV. A+4B+16C+64D=d \\
 \underline{-A+B+C+D=a} \quad \underline{-A+2B+4C+8D=b} \quad \underline{-A+3B+9C+27D=c} \quad \underline{-A+4B+16C+64D=d} \\
 II. B+3C+7D=b-a \quad III. B+5C+19D=c-b \quad IV. B+7C+37D=d-c \\
 \underline{-B+3C+7D=b-a} \quad \underline{-B+5C+19D=c-b} \quad \underline{-B+7C+37D=d-c} \\
 III. 2C+12D=a-2b+c \quad IV. 2C+18D=b-2c+d \\
 \underline{2C+12D=a-2b+c} \quad \underline{2C+18D=b-2c+d} \\
 6D=d-2c+2b-a
 \end{array}$$

Da nun Γ für D gegeben ist:

$$III. 2C = a - 2b + c - 2(d - 2c + 2b - a) =, \quad C = \frac{1}{2}(3a - 8b + 7c - 2d) \quad D = \frac{1}{6}(d - 2c + 2b - a)$$

$$IV. B = b - a - \frac{1}{2}(3a - 8b + 7c - 2d) - \frac{1}{6}(d - 2c + 2b - a); \quad B = \frac{1}{6}(11d - 42c + 57b - 26a)$$

$$I. A = a - \frac{1}{6}d + \frac{1}{6}c - \frac{1}{6}b + \frac{1}{6}a - \frac{1}{6}a + \frac{1}{6}b - \frac{1}{6}c + \frac{1}{6}d - \frac{1}{6}d + \frac{1}{6}c - \frac{1}{6}d - \frac{1}{6}b + \frac{1}{6}a \\
 = \frac{1}{6}a - \frac{1}{6}b + \frac{1}{6}c - \frac{1}{6}d, \quad A = \frac{1}{6}(a - b + c - d)$$

Kreis Γ

$$\Gamma = 4a - 6b + 4c - d + \frac{1}{6}(-26a + 57b - 42c + 11d) + \frac{1}{2}(3a - 8b + 7c - 2d) + \frac{1}{6}(-a + 3b - 2c + d)n^2$$

$$\text{und } \Gamma^2 = (4a - 6b + 4c - d)n^2 + \frac{1}{6}(-26a + 57b - 42c + 11d)n^2 + \frac{1}{2}(3a - 8b + 7c - 2d)n^2 + \frac{1}{6}(-a + 3b - 2c + d)n^2;$$

Setzen wir nun $\mathcal{L} = \mathcal{I}$ und für $\mathcal{I}^0 \mathcal{I}^1 \mathcal{I}^2 \dots$

die entsprechenden unentwickelten Potenzen so ist

$$\mathcal{I} = (4a - 6b + 4c - d)n + \frac{1}{6}(-26a + 57b - 42c + 11d) \cdot \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n\right) + \\ + \frac{1}{2}(3a - 8b + 7c - 2d) \cdot \left(\frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n\right) + \frac{1}{6}(-a + 3b - 3c + d) \cdot \left(\frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2\right);$$

Wünscht man die Multiplikationen nicht ordentlich auf

Leitungen von n so ist

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2}(23a - 23b + 13c - 3d)n + \frac{1}{24}(-35a + 69b - 45c + 11d)n^2 + \frac{1}{2}(5a - 13b + 11c - 3d)n^3 \\ + \frac{1}{24}(-a + 3b - 3c + d)n^4. \quad \text{Nun kann man Ansehen gegeben sein y. f.}$$

4. 11. 15. 22. 28. . .

7 4 7 16

-3 +3 +9

+6 +6

so macht man die Entwicklung von $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$,

gleich letzter gegebener Zahlen

$$\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D} = 4, \quad \mathcal{A} + 2\mathcal{B} + 4\mathcal{C} + 8\mathcal{D} = 11.$$

$$\mathcal{A} + 3\mathcal{B} + 9\mathcal{C} + 27\mathcal{D} = 15, \quad \mathcal{A} + 4\mathcal{B} + 16\mathcal{C} + 64\mathcal{D} = 22$$

zu machen, und nun die Zahlen Potenzen zu entwickeln, um $\mathcal{L}$ und $\mathcal{I}$ zu finden.

Letzter Satz ist nun immer mit folgenden Ansehen gegeben, dass sich so viel Gleiches ergeben können, als die Ansehen überabzählbar sind. Allein in der Demonstration kommt es öfter vor, dass man nicht unmittelbar diese neuen Gleichungen haben, oder dass man wenigstens nicht mehr Potenzen in

nach. Gleiches der Bestimmung dieser und heutiger
Leinen. Selbst folgende Aufgaben:

Ein Glied eines rekursiven Anfs suchen
Dargest auf einem anderen Gliede, je wie aus
den vorher Gliedern der dazu gehörigen Bestimmung
Anfs zu finden.

Wir setzen folgender:

$a, a', a'', a''', a^{IV}, a^V, a^VI$ sey eine Anfs folgende Ordnung

$$\begin{array}{ccccccc} \Delta a & \Delta a' & \Delta a'' & \Delta a''' & \Delta a^{IV} & \Delta a^V & \Delta a^VI \\ \Delta a & \Delta a' & \Delta a'' & \Delta a''' & \Delta a^{IV} & \Delta a^V & \Delta a^VI \\ \Delta a & \Delta a' & \Delta a'' & \Delta a''' & \Delta a^{IV} & \Delta a^V & \Delta a^VI \\ \Delta a & \Delta a' & \Delta a'' & \Delta a''' & \Delta a^{IV} & \Delta a^V & \Delta a^VI \\ \Delta a & \Delta a' & \Delta a'' & \Delta a''' & \Delta a^{IV} & \Delta a^V & \Delta a^VI \\ \Delta a & \Delta a' & \Delta a'' & \Delta a''' & \Delta a^{IV} & \Delta a^V & \Delta a^VI \end{array}$$

sey die vorher 2^e 3^e ... 7^{te} Aufg.

Es ist zu zeigen:

I	II	III	IV	V
$\Delta a = a' - a$	$\Delta a = \Delta a' - \Delta a$	$\Delta a = \Delta a' - \Delta a$	$\Delta a = \Delta a' - \Delta a$	$\Delta a = \Delta a' - \Delta a$
$\Delta a' = a'' - a'$	$\Delta a' = \Delta a'' - \Delta a'$	$\Delta a' = \Delta a'' - \Delta a'$	$\Delta a' = \Delta a'' - \Delta a'$	$\Delta a' = \Delta a'' - \Delta a'$
$\Delta a'' = a''' - a''$	$\Delta a'' = \Delta a''' - \Delta a''$	$\Delta a'' = \Delta a''' - \Delta a''$	$\Delta a'' = \Delta a''' - \Delta a''$	$\Delta a'' = \Delta a''' - \Delta a''$
$\Delta a''' = a^{IV} - a'''$	$\Delta a''' = \Delta a^{IV} - \Delta a'''$	$\Delta a''' = \Delta a^{IV} - \Delta a'''$	$\Delta a''' = \Delta a^{IV} - \Delta a'''$	$\Delta a''' = \Delta a^{IV} - \Delta a'''$
$\Delta a^{IV} = a^V - a^{IV}$	$\Delta a^{IV} = \Delta a^V - \Delta a^{IV}$	$\Delta a^{IV} = \Delta a^V - \Delta a^{IV}$	$\Delta a^{IV} = \Delta a^V - \Delta a^{IV}$	$\Delta a^{IV} = \Delta a^V - \Delta a^{IV}$
$\Delta a^V = a^VI - a^V$	$\Delta a^V = \Delta a^VI - \Delta a^V$	$\Delta a^V = \Delta a^VI - \Delta a^V$	$\Delta a^V = \Delta a^VI - \Delta a^V$	$\Delta a^V = \Delta a^VI - \Delta a^V$

Es ist zu zeigen:

I	II	III	IV	V
$a' = a + \Delta a$	$\Delta a' = \Delta a + \Delta a$	$\Delta a' = \Delta a + \Delta a$	$\Delta a' = \Delta a + \Delta a$	$\Delta a' = \Delta a + \Delta a$
$a'' = a' + \Delta a'$	$\Delta a'' = \Delta a' + \Delta a'$	$\Delta a'' = \Delta a' + \Delta a'$	$\Delta a'' = \Delta a' + \Delta a'$	$\Delta a'' = \Delta a' + \Delta a'$
$a''' = a'' + \Delta a''$	$\Delta a''' = \Delta a'' + \Delta a''$	$\Delta a''' = \Delta a'' + \Delta a''$	$\Delta a''' = \Delta a'' + \Delta a''$	$\Delta a''' = \Delta a'' + \Delta a''$
$a^{IV} = a''' + \Delta a'''$	$\Delta a^{IV} = \Delta a''' + \Delta a'''$	$\Delta a^{IV} = \Delta a''' + \Delta a'''$	$\Delta a^{IV} = \Delta a''' + \Delta a'''$	$\Delta a^{IV} = \Delta a''' + \Delta a'''$
$a^V = a^{IV} + \Delta a^{IV}$	$\Delta a^V = \Delta a^{IV} + \Delta a^{IV}$	$\Delta a^V = \Delta a^{IV} + \Delta a^{IV}$	$\Delta a^V = \Delta a^{IV} + \Delta a^{IV}$	$\Delta a^V = \Delta a^{IV} + \Delta a^{IV}$
$a^VI = a^V + \Delta a^V$	$\Delta a^VI = \Delta a^V + \Delta a^V$	$\Delta a^VI = \Delta a^V + \Delta a^V$	$\Delta a^VI = \Delta a^V + \Delta a^V$	$\Delta a^VI = \Delta a^V + \Delta a^V$

VI

$$\begin{array}{l} \Delta a' = \Delta a + \Delta a \\ \Delta a'' = \Delta a + \Delta a \end{array}$$

Besteht nun aus der Gleichung in der ersten Linie
 nach a , so ist. das erste Glied $a = a$.

$$I, a = a + \Delta a \quad II, a = a + 2\Delta a + \Delta a \quad III, a = a + 3\Delta a + 3\Delta a + \Delta a$$

Nun bekannt für die Binomialformel sehr leicht
 und wird dieser sehr einfach werden wieder gegeben
 binom.

$$IV, a = a + 4\Delta a + 6\Delta a + 4\Delta a + \Delta a$$

$$V, a = a + 5\Delta a + 10\Delta a + 10\Delta a + 5\Delta a + \Delta a$$

$$VI, a = a + 6\Delta a + 15\Delta a + 20\Delta a + 15\Delta a + 6\Delta a + \Delta a$$

$$VII, a = a + 7\Delta a + 21\Delta a + 35\Delta a + 35\Delta a + 21\Delta a + 7\Delta a + \Delta a \text{ s. f. w.}$$

$$r, a = a + \frac{r}{1} \Delta a + \frac{r \cdot r-1}{1 \cdot 2} \Delta a + \frac{r \cdot r-1 \cdot r-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta a + \frac{r \cdot r-1 \cdot r-2 \cdot r-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta a + \dots$$

$$+ \frac{r \cdot r-1 \cdot r-2 \cdot r-3 \cdot r-4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta a + \frac{r \cdot r-1 \cdot r-2 \cdot r-3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta a + \frac{r \cdot r-1 \cdot r-2}{1 \cdot 2} \Delta a + \frac{r-1}{1} \Delta a + \Delta a$$

Dieser Ausdruck kann man sehr am leichtesten
 zu finden, nicht über die Tabelle zu
 bestimmen. Geht es so für die Binom. Reihe 122 gegeben
 für $a = 4$, $\Delta a = 7$, $\Delta a = -3$, $\Delta a = 6$,
 $\Delta a = 4$, $\Delta a = 6$, $\Delta a = 0$. In diesen Fällen müssen wir ab.

Für diesen Fall nun:

$$a = 4 + \frac{r}{1} 7 + \frac{r \cdot r-1}{1 \cdot 2} 3 + \frac{r \cdot r-1 \cdot r-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} 6.$$

Wille

man nun also für diese Reihe z. B. 50 L. Glanz
wählen & wärmt

$$L \\ a = 4 + \frac{50}{1} 7 - \frac{50 \cdot 49}{1 \cdot 2} 3 + \frac{50 \cdot 49 \cdot 48}{1 \cdot 2 \cdot 3} 6 = 114279$$

Es ist nun aber nicht so eigentümlich, dass der
Ausdruck, den der Ausdruck der Annahme ist, nachher
des zweiten ist.

Aufgabe

Ein Liniel angegeben unmittelbar wählend
zwischen den Gliedern einer arithmetischen Reihe von
wegen einem Liniel Längen nach Gliedern ein,
geordnet werden können, wenn die Reihe der
Glieder, zwischen den mit dem Liniel folgenden
die Einsetzung gegeben soll, so wie die Reihe
Glieder der Reihe geordneten Liniel gegeben
geben sind.

Die Einsetzung soll nun n Glieder geben, in der
Annahme Liniel aber in der Anzahl von diesen
n Gliedern nur zwei sein z. B. 1. L. Glied von,
der Liniel Liniel für n in der gegebenen
Liniel $r = \frac{n}{n}$ geben.

Erinnert man sich nun die Annahme

auf der sich der Lauf, bezeichnet Intervallrechnung
 zeigen, wenn dies ist so wollen wir die Summe
 des Intervallrechnung des mit in ist für $x = x$
 zeigen. A steht dann.

$$\text{II. } X = a + \frac{x}{1} \Delta a + \frac{x \cdot x - 1}{1 \cdot 2} \Delta^2 a + \frac{x \cdot x - 1 \cdot x - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta^3 a + \frac{x \cdot x - 1 \cdot x - 2 \cdot x - 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta^4 a + \dots$$

$$+ \frac{x \cdot x - 1 \cdot x - 2 \cdot x - 3 \cdot x - 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \Delta^5 a + \dots$$

Beispiel.

A. Die cotg $2^\circ 58' 20'' = X$ zu suchen, in
 einer Tabelle wie bekanntlich der Logarithmen Tafeln
 die Intervallrechnung ist: hier muss der Tafeln

	Δa	$\Delta^2 a$	$\Delta^3 a$	$\Delta^4 a$	$\Delta^5 a$
cotg $2^\circ 58' = 19,2959217$	-1079920	+71990	-5		
cotg $2^\circ 59' = 19,1874297$	-1067930	+11789	-201	7	
$3^\circ 0' = 19,0811367$	-1056141	+11595	-194	7	
$3^\circ 1' = 18,9755226$	1044546	+11405	-190	4	-3
$3^\circ 2' = 18,8710680$	1033141				
$3^\circ 3' = 18,7677534$					

hier muss der Δa in Rechnung zu bringen ist
 nicht notwendig weil die Tafeln gegeben ist.
 cotg der mittelste ist nur richtig für.
 Es wird also hier zeigen nach Summe I.

$$X = 19,2959217 + \frac{1}{3} \cdot -1079920 - \frac{1 \cdot 3 - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 11990 + \frac{1 \cdot 3 - 1 \cdot 6 - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} \cdot 201 -$$

$$- \frac{1 \cdot 3 - 1 \cdot 6 - 1 \cdot 9 - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3} \cdot 7;$$

also

$$X = 19,2959217 - \overset{-2}{0,359973} - \overset{-4}{7302} - \overset{-6}{72} = \underline{19,2597900} =$$

= entg 2° 58' 20" = 19,2597899 wie φ in
der Spitzigen Tafeln steht.

2^{te} Beispiel.

Gesucht man φ für φ suchen entg 7° 37' 50"

Es könnte man φ suchen = entg 7° 38' - 10". Dann

	φ	Δa	Δa	Δa
a	entg 7° 38' =	7,4615357	165219	
a'	— 7° 37' =	7,4780376	165938	719
a''	— 7° 36' =	7,4946314	166664	726
a'''	— 7° 35' =	7,5113178	167393	729
a ^{iv}	— 7° 34' =	7,5280574	168128	735
a ^v	— 7° 33' =	7,5448699		

Es ist also Interpol nach Formel I.

$$\text{entg } 7^\circ 37' 50'' = 7,4615357 + \frac{1}{6} \cdot 165219 - \frac{1 \cdot 6 - 1}{1 \cdot 2 \cdot 6} \cdot 719 + \frac{1 \cdot 6 - 1 \cdot 12 - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6} \cdot 7; =$$

$$= 7,4615357 + \overset{-3}{27537} - \overset{-6}{50} = \underline{7,4642844.}$$

Anwendung der Formel II.

Man X im Interpol φ .

Geht φ suchen der Log 35,37, ausgedrückt

Es ist nur die Logarithmen der ersten 100 Graden

da in Folgend. v. 486 abgehandelt

Signierte Karten;

Wenn die St. Karte abgehandelt werden (und das
beabsichtigt ist) man kann sie in 1. Regel ein
Kugelsystem auf einer Kugel zu einem Punkt
eine ist eine auf der die abgehandelt werden
Kugelsystem können auf einer Kugel
werden die ist eigentlich auf 2. Regel
nämlich   .

Die erste Regel ist eine neue Regel
fange, wie viel länger die in einer Regel
man wie viel länger in jeder Regel
junge der Regel Regel.

in der Regel die Regel ist: 0. 00 000 0000
also Punkt Regel Regel und einer Regel
 $1+2+3+4+5+...+n$ Regel der Regel
Gleichung $Sn' = \frac{1}{2}n(n+1)$ (v. 121) ist.

Da man die Regel Regel und Regel Regel
man aber die Regel Regel ist Regel Regel
allgemeine Gleichung A einer Regel Regel in der

ist Regel $Sn' = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$ (v. 121) ist.

$$Sn' = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n \right)$$

$$= \frac{1}{6}n^3 + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{4}n = \frac{1}{6}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n =$$

$$S = \frac{n^3 + 3n^2 + 3n}{6} = \frac{n \cdot n+1 \cdot n+2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1. \text{ Summe},$$

Die Kugeln in Dreiecks Gruppen.

Zu 4. Kugeln Gruppen. 

Es ist die Lage der Kugeln in der Pyramide

folgend 0. 00 000 0000 1. 1.

1. 4. 9. 16. ... n^2 die Kugeln in
der n^2 Pyramide werden also für n^2 Pyramiden
aufgestellt ist der ganze Kugelschapel also nur
einmal anzugeben, daher allgemein gilt
 n^2 ist. Es ist also die Summe der Kugeln in

$$\text{Gruppen} = S n^2 = \frac{(2n^2 + 3n + 1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{[2n(n+1) + n+1]n}{1 \cdot 2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{n \cdot n+1 \cdot 2n+1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1. \text{ Summe } 1.$$

Kugeln in 4. Kugeln Gruppen.

Es ist eine neue Pyramide Kugeln gegeben und
man soll herausfinden wie in einer Dreiecks-
Gruppe gegeben, wie groß wiederum die
Pyramide ist, d. h. man soll also n finden.

Hand für den Backstein Zylinder

$$\frac{n^3 + 3n^2 + n}{6} = S \pm \text{Klein}$$

$n^3 + 3n^2 + n = 6S$, im 1. Teil 1. Ausg. 2. 1. Cubus gleich
Zusammen, da das Quadrat der Anzahl 1. Regel
nur ganze Zahlen müssen, die den Zylinder
bestimmen ist, wie es leicht ersichtlich.

$$n^3 < 6S \text{ oder } +$$

$$(n+1)^3 > 6S \text{ mit also}$$

$$n < \sqrt[3]{6S} \text{ und } (n+1) > \sqrt[3]{6S}$$

der Ausdruck ist also geteilt wenn ist der
Anzahl 1. Regel mit 6 multipliziert, und
das ist der Cubus 1. Regel, wodurch n
abgelesen wird, und die Reihe der Zahlen
ausgegeben.

Dann man eine Anzahl 1. Regel in
eine Reihe Zahlen setzen so wie:

$$\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} = S \text{ mit also}$$

$$n^3 + \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n = 3S$$

In dieser Gleichung ist wiederum:

$$n^3 < 3S. \text{ und } n < \sqrt[3]{3S}$$

$$(n+1)^3 > 3S \text{ also } n+1 > \sqrt[3]{3S}$$

Gefasst 25 finge 5400 Kugeln

so wie ich finge $3 \times 5400 = 16200$.

also $\frac{1}{3} \log 16200 \geq \log n$.

$$\log 16200 = \frac{4,2095150.}{3} = 1,4031716. = \log 25,303.$$

Demnach also $n < 25,303$ finge nicht

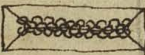
$n = 24$. Also an der 3. S.

$$\frac{24 \cdot 25 \cdot 49}{6} = 4 \cdot 25 \cdot 49 = 4900.$$

zählt man 25 gefasste f. wie

$$\frac{25 \cdot 26 \cdot 51}{6} = \frac{25 \cdot 13 \cdot 51}{3} = 5525 \text{ also}$$

muss ich 5. gefasste 5400 Kugeln

Num. kugelförmiger Kugelformen 

liegen in der ind. absteigenden Reihe m Kugeln

folgende in der 2. Reihe $2(m+1)$ in der

3. Reihe $3(m+2)$ u. s. w.

Es sei also die Summe der Reihe:

$$m, 2(m+1), 3(m+2), 4(m+3), 5(m+4), \dots, n(m+n-1);$$

Das letzte Glied ist also algebraisch gleich dem

ersten ist also $n(m+n-1) = w$.

$$w = nm + n^2 - n.$$

Das summierte Glied wird also sein:

$$S = mn + n^2 - n. \text{ (nach Art. 121) also}$$

$$S = m \cdot \frac{1}{2}n(n+1) + \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n - \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n =$$

$$S = \frac{1}{2}mn(n+1) + \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{3}n = \frac{1}{2}mn(n+1) + \frac{1}{3}n(n^2-1) =$$

$$S = \frac{1}{2}mn(n+1) + \frac{1}{3}n[(n+1)(n-1)]$$

Will man nun aus der Anzahl Rechtecke ein
einfaches Dreieck bilden so ist m und n ein
Dreieck zu suchen. Ist das:

$$S = \frac{3mn(n+1) + n \cdot n+1 \cdot n-1}{6} :$$

$$6S = 3mn(n+1) + 2 \cdot n+1 \cdot n \cdot n-1.$$

$$m = \frac{6S - 2 \cdot n+1 \cdot n \cdot n-1}{3n(n+1)}$$

$$m = \frac{2S}{n \cdot n+1} - \frac{2 \cdot n-1}{3}$$

Wenn nun stellt n in einem Dreieck
gegeben, m gegeben und S = das Dreieck

Der Kugel ρ wird n Folgenkreuzungen auf
 mittel. Es war:

$$S = \frac{3mn(n+1) + 2n \cdot n+1 \cdot n-1}{6}.$$

$$6S = \frac{3mn^2}{2} + \frac{3mn}{2} + 2n^3 - 2n$$

$$3S = \frac{3mn^2}{2} + \frac{3mn}{2} + n^3 - n.$$

$$n^3 + \frac{3}{2}mn^2 + \left(\frac{3}{2}m-1\right)n - 3S = 0.$$

Beispiel.

$$m = 6. \quad n = 4. \quad \rho \text{ ist.}$$

$$S = \frac{3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5 + 8 \cdot 5 \cdot 3}{6} = 80.$$

$$\text{Gegeben } S = 80. \quad m = 6.$$

ρ ist also in der cubischen Gleichung.

$$n^3 + 9n^2 + 8n - 240 = 0.$$

$n = 4$ = eine $\sqrt[3]{}$ der Gleichung welche
 auf einem anderen Ort aufgeführt ist.

Ende.

Geometrische Reihen.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	...	n.
a.	ae	ae ²	ae ³	ae ⁴	ae ⁵	---	ae ⁿ⁻¹

Für geometrische Reihe besteht also aus
 solchen Größen, deren jede immer ein gewisses
 Vielfaches der unmittelbar vorhergehenden ist;
 so daß wir also diese Vielfache leicht finden
 daß wir eine Größe (Gleit) in die wir
 folgen lassen. Dieser Quotient nennt
 man Quotient der Reihe.

Geometrische Reihe sind nun abwärts, steigend
 und fallend, wie.

81.	27.	9.	3.	1.	$\frac{1}{3}$.	$\frac{1}{9}$.	$\frac{1}{27}$.	...
und	2.	4	8	16	32.	64.	...	

Das allgemeine geometrische Glied einer
 Reihe allgemein aus.

a. ae. ae². ae³. ... wie folgt

$$S = a + ae + ae^2 + ae^3 + ae^4 + \dots + ae^{n-3} + ae^{n-2} + ae^{n-1} +$$

multipliziert man diese Gleichung mit
 e so erhält man:

$$e^S = ae + ae^2 + ae^3 + ae^4 + \dots + ae^{n-2} + ae^{n-1} + ae^n.$$

Erinnung: e^S .

$$e^S - S = ae^n - a.$$

$$S(e-1) = ae^n - a.$$

$$S = \frac{ae^n - a}{e-1} = \frac{a(e^n - 1)}{e-1}$$

Es ist so wie bei den arithmetischen Progressionen
sind 5 Punkte, man kann zur Bestimmung
alles, wenigstens 3 gegeben sein müssen.
Da sind:

das erste Glied	_____	a.
der Exponent	_____	e.
die Zahl d. Glieder	_____	n.
der Quotient	_____	S.
das letzte Glied	_____	w.

Man kann sich dieselbe folgende Tabelle nach
wenigen Punkten erfüllt abheben:

No.	Geomet.	Gegeben	§ Summe	No.
1.		$e . n . s . = \frac{\delta(e-1)}{e^n - 1} ;$	$\frac{2}{6} 13.$	13.
2.	a.	$e . n . w = \frac{w}{e^n - 1} ;$	$\frac{1}{6} 17.$	14.
3.		$e . s . w = e w - \delta(e-1)$	$\frac{1}{6} 14.$	15.
4.		$n . s . w = a^{\frac{1}{n-1}} - \frac{a^{\frac{n}{n-1}}}{f} + \frac{w^{\frac{n}{n-1}}}{f} - w^{\frac{1}{n-1}} ;$	$\frac{1}{6} 6 \text{ und } 7.$	16.
5.		$a . n . s . = e^n - \frac{\delta e}{a} + \frac{\delta a}{a} = 0.$	$\frac{2}{6} 13.$	17.
6.	e	$a . n . w . = \sqrt[n-1]{\frac{w}{a}} ;$	$\frac{1}{6} 17.$	18.
7.		$a . s . w . = \frac{\delta a}{\delta - w}$	$\frac{1}{6} 14.$	19.
8.		$n . s . w . = e^n - \frac{\delta}{\delta - w} e^{n-1} + \frac{w}{\delta - w} = 0.$	$\frac{2}{6} 13 \text{ in } 17 \text{ die}$ $\delta \text{ soll nur } a \text{ und}$ $= 2 \text{ gegeben.}$	20.
9.		$a . e . s . = \frac{\log[a + \delta(e-1)] - \log a}{\log e} .$	$\frac{1}{6} 13.$	21.
10.	n	$a . e . w . = n = \frac{\log w - \log a}{\log e} + 1 .$	$\frac{1}{6} 17$	22.
11.		$a . s . w . = n = \frac{\log w - \log a}{\log(\delta - a) - \log(\delta - w)} + 1 .$	$\frac{1}{6} 3, \text{ für } e \text{ die}$ $\delta \text{ soll gegeben, und}$ $6. \frac{1}{2}$	23.
12.		$e . s . w . = n = \frac{\log w - \log[e.w - \delta(e-1)]}{\log e} + 1 .$		24.

gesetzt werden. Die allgemeine ist die:

n gr. $\sqrt[n]{a}$ und a w. s.

Es war.

$$J = \frac{ae^n - a}{e - 1}; \quad Je - J = ae^n - a;$$

$$ae^n - Je + J - a = 0.$$

Aus Logarith. Bist $e = \frac{w^{\frac{1}{n-1}}}{a^{\frac{1}{n-1}}}$ und findet

$$e^n = \frac{w^{\frac{n}{n-1}}}{a^{\frac{n}{n-1}}}$$

Die Wurzel gesetzt, so folgt:

$$a \cdot \frac{w^{\frac{n}{n-1}}}{a^{\frac{n}{n-1}}} - J \cdot \frac{w^{\frac{1}{n-1}}}{a^{\frac{1}{n-1}}} + J - a = 0.$$

$$\frac{w^{\frac{n}{n-1}}}{a^{\frac{1}{n-1}}} - \frac{J \cdot w^{\frac{1}{n-1}}}{a^{\frac{1}{n-1}}} = a - J.$$

$$w^{\frac{n}{n-1}} - J w^{\frac{1}{n-1}} = a^{\frac{n}{n-1}} - J a^{\frac{1}{n-1}}.$$

$$w \cdot w^{\frac{1}{n-1}} - J w^{\frac{1}{n-1}} = a \cdot a^{\frac{1}{n-1}} - J a^{\frac{1}{n-1}}.$$

$$w^{\frac{1}{n-1}}(w - J) = a^{\frac{1}{n-1}}(a - J)$$

$$\frac{1}{n-1} \log w + \log(w - J) = \frac{1}{n-1} \log a + \log(a - J)$$

$$\frac{1}{n-1} (\log w - \log a) = \log(a - J) - \log(w - J)$$

$$n = \frac{\log w - \log a}{\log(a - J) - \log(w - J)} + 1.$$

Einmal erfüllt das wenn s, n, a , also
 s, n, t gegeben wären, so letzter fünfte
 Punkte in diesen Punkte nur auf diesen Punkt

finden. Comp:

$$\frac{3x}{2} + y = 11 \quad x = \frac{11-y}{3}$$

$$2x - y = 3 \quad \frac{(11-y)}{3}$$

$$3x + 2y = 22$$

$$2x - y = 3$$

$$\frac{22 - 2y}{3} = \frac{3 + y}{2}$$

$$44 - 4y = 9 + 3y$$

$$-4y - 3y = 9 - 44$$

$$-7y = -35$$

$$y = 5$$

$$2 \frac{(22 - 2y)}{3} - y = 3$$

$$\frac{44 - 4y}{3} - y = 3$$

$$44 - 4y - 3y = 9$$

$$-7y = 9 - 44$$

$$-7y = -35$$

$$y = \frac{35}{7}$$

$$y = 5$$

Substitution

$$3x + 2y = 22$$

$$2x - y = 3$$

$$6x + 2y = 9$$

$$-6x + 4y = -44$$

$$6x + 4y = 44$$

$$-6x + 4y = -44$$

$$-7y = -35$$

$$y = 5$$

$$x + y = 20$$

$$\frac{x}{11} + \frac{y}{8} = 2$$

$$x + y = 20$$

$$8x +$$

$$8x + 11y = 176$$

$$x \cdot 20 - y = 176 - 11y$$

$$160 - 8y = 176 - 11y$$

$$-8y + 11y = 176 - 160$$

$$3y = 16$$

$$x + y = 7$$

$$x = 7 - y$$

$$x = 2$$

Ansatz

Result.

$$44$$

$$x + 2y = 7$$

$$x - y = 7$$

$$\frac{7 - 2y}{1} = \frac{1 + y}{1}$$

$$7 - 2y = 1 + y$$

$$-2y + y = 1 - 7$$

$$-y = -6$$

$$x = \frac{7 - 2y}{1} = \frac{1 + y}{1}$$

$$7 - 2y = 1 + y$$

$$-2y - y = 1 - 7$$

$$-3y = -6$$

$$y = 2$$

$$x = 5$$

$$152. \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$\frac{12 - 2y}{2} = \frac{5 + 2y}{3}$$

$$\begin{aligned} 36 - 4y &= 10 + 4y \\ -4y - 4y &= 10 - 36 \\ -8y &= -26 \\ y &= \frac{13}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$\frac{12 - 2y}{2} = \frac{5 + 2y}{3}$$

$$\begin{aligned} 36 - 4y &= 10 + 4y \\ -4y - 4y &= 10 - 36 \\ -8y &= -26 \\ y &= \frac{13}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36 - 9y &= 10 + 4y \\ -9y - 4y &= 10 - 36 \\ -13y &= 26 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13y &= 26 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

$$\frac{12}{3} - \frac{y}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{4x}{2} - \frac{4y}{3} = 12$$

$$9x - 4y = 48$$

$$15x - 8y = 72$$

$$\frac{48 + 4y}{9} = \frac{72 + 8y}{15}$$

$$720 + 40y = 648 + 72y$$

$$-72y + 40y = 648 - 720$$

$$12y = -72$$

$$y = -6$$

$$x = 8$$

$$\frac{4}{5} \frac{2x}{3} + \frac{y}{3} = 4$$

$$\frac{2x - 5y}{6} = 5$$

$$6x + 5y = 60$$

$$12x - 5y = 30$$

$$\frac{60 - 5y}{6} = \frac{30 + 5y}{12}$$

$$720 - 60y = 180 + 30y$$

$$-60y - 30y = 180 - 720$$

$$-90y = -540$$

$$y = 6$$

$$x = 60$$

$$x = 46$$

$$6x + 500 = 60$$

$$6x = 60 - 500$$

$$6x = -240$$

$$x = -40$$

$$6x + 500$$

Receipts

$$-5y + y = -48 - 72$$

$$-2y = 120$$

$$y = -60$$

$$-725$$

$$-725$$

Blackburn & Wrentham

James

$$x - y = -24$$

$$-3x + y = -48$$

$$-24 + y = -48 - y$$

$$+72 + 3y = -48 - y$$

of B. & Wrentham

$$4x + 12 = y - 12$$

$$y + 12 = 3(x - 12)$$

$$x + 12 = y - 12$$

$$y + 12 = -3x - 36$$

$$x - y = -12 - 12$$

$$-3x + y = -26 - 12$$

$$x - y = -24$$

$$3x + y = -48$$

$$\begin{array}{l} x = -24 + y \\ x = \frac{-48 - y}{3} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} -24 + y = \frac{-48 - y}{3} \end{array} \right.$$

$$-72 + 3y = -48 - y$$

$$3y + y = -48 + 72$$

$$4y = 24$$

$$y = \frac{24}{4}$$

$$y = 6$$

$$x = -18$$

$$x - 6 = -24$$

$$x = -24 + 6$$

$$x = -18$$

$$x + 12 = y - 12$$

$$y + 12 = 3(x - 12)$$

$$x - y = -12 - 12$$

$$-3x + y = -36 - 12$$

$$x - y = -24$$

$$3x - y = -48$$

$$-24 + y = \frac{-48 + y}{3}$$

$$-72 + 3y = -48 + y$$

$$3y - y = -48 + 72$$

$$2y = 24$$

$$y = 12$$

$$x + 12 = y - 12$$

$$4) \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = 37$$

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 55$$

$$8y + x = 37xy$$

$$y + 4x = 55xy$$

$$8y - 37xy = -x$$

$$y - 55xy = -4x$$

$$y(8 - 37x) = -x$$

$$y(1 - 55x) = -4x$$

$$y = \frac{-x}{8 - 37x}$$

$$y = \frac{-4x}{1 - 55x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-x}{8 - 37x} = \frac{-4x}{1 - 55x} \end{array} \right.$$

$$-x + 55x^2 = -32x + 148x^2$$

$$x + 12 = y - 12$$

$$y + 12 = 3(x - 12)$$

$$x - y = -12 - 12 = -24$$

$$-3x + y = -12 - 36 = -48$$

$$-3x + 3y = +72$$

$$-3x + y = -48$$

$$x - 24 = -24$$

$$3y = 110$$

$$y = 55$$

$$x = 31$$

$$3x - 12 = -48$$

$$3x = -48 + 12$$

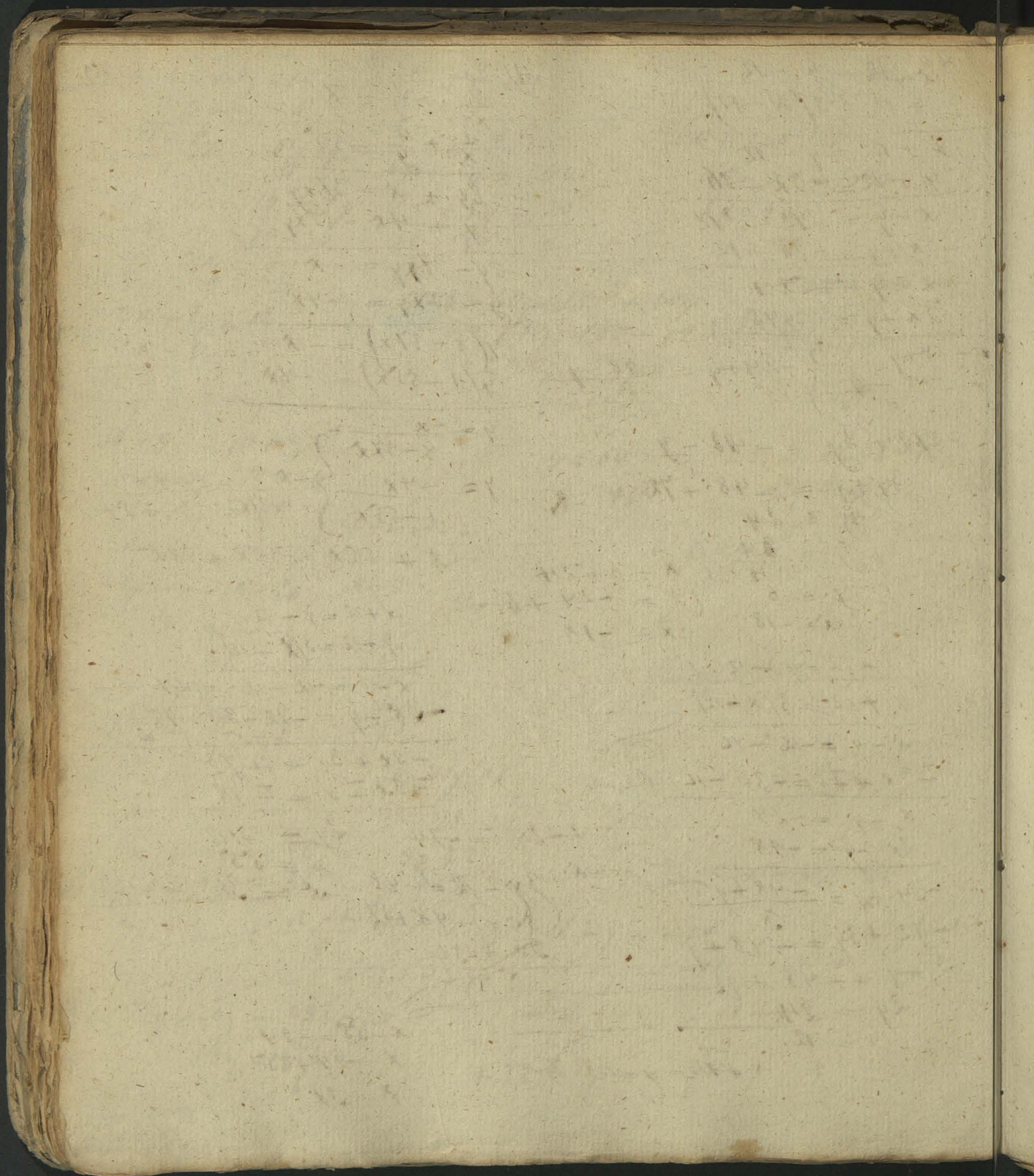
$$3x = -36$$

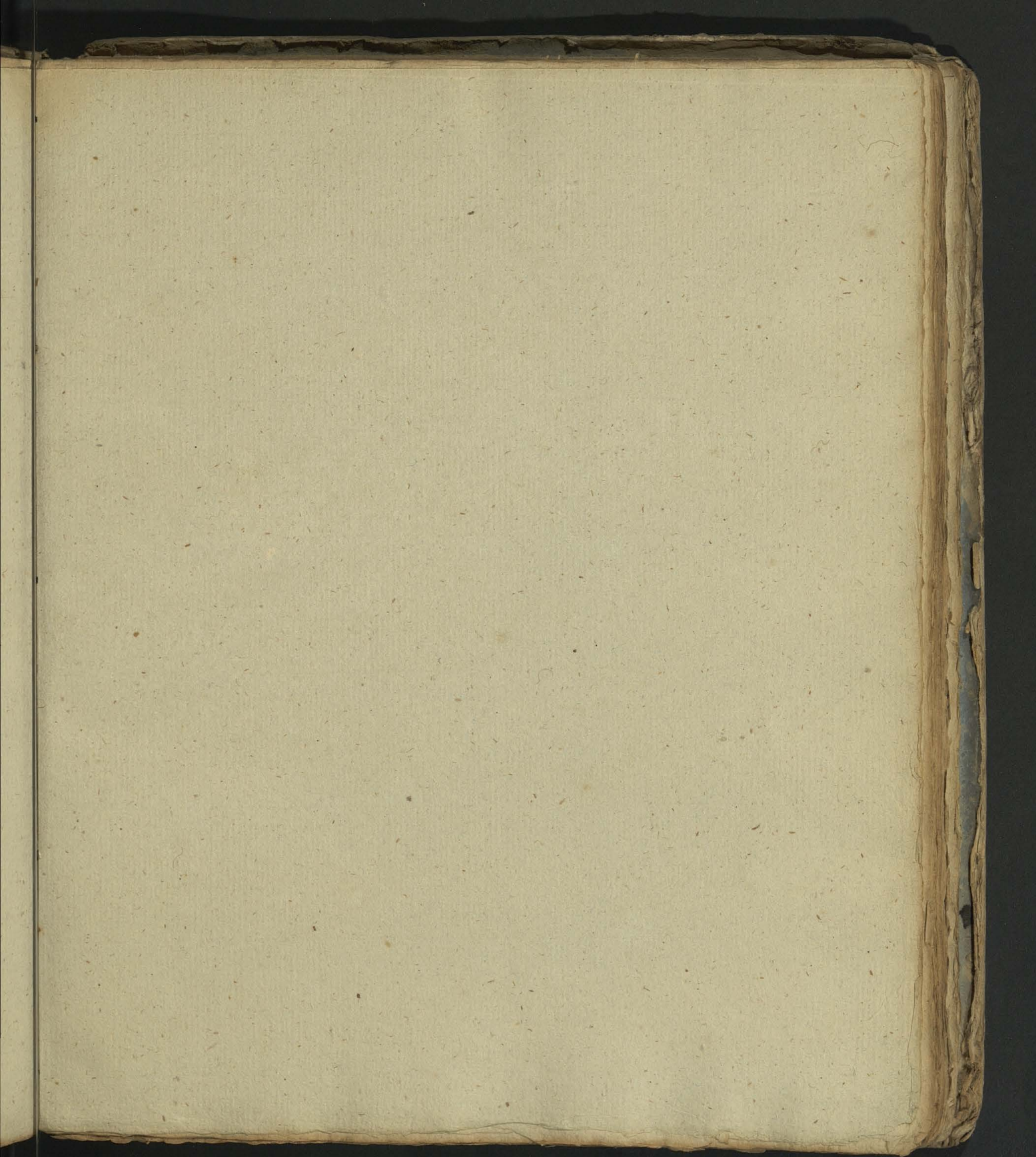
$$x = -12$$

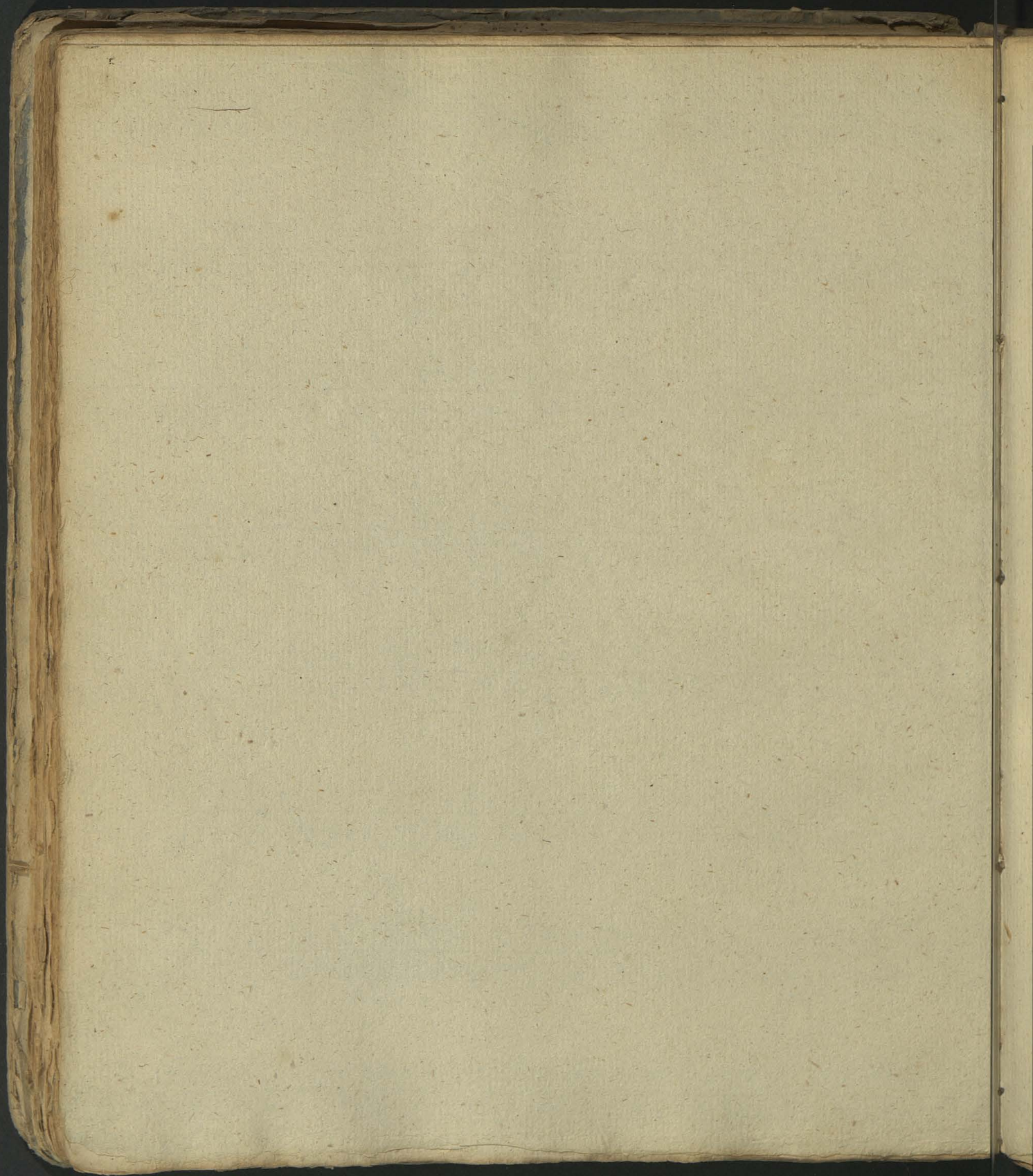
$$x - 55 = -24$$

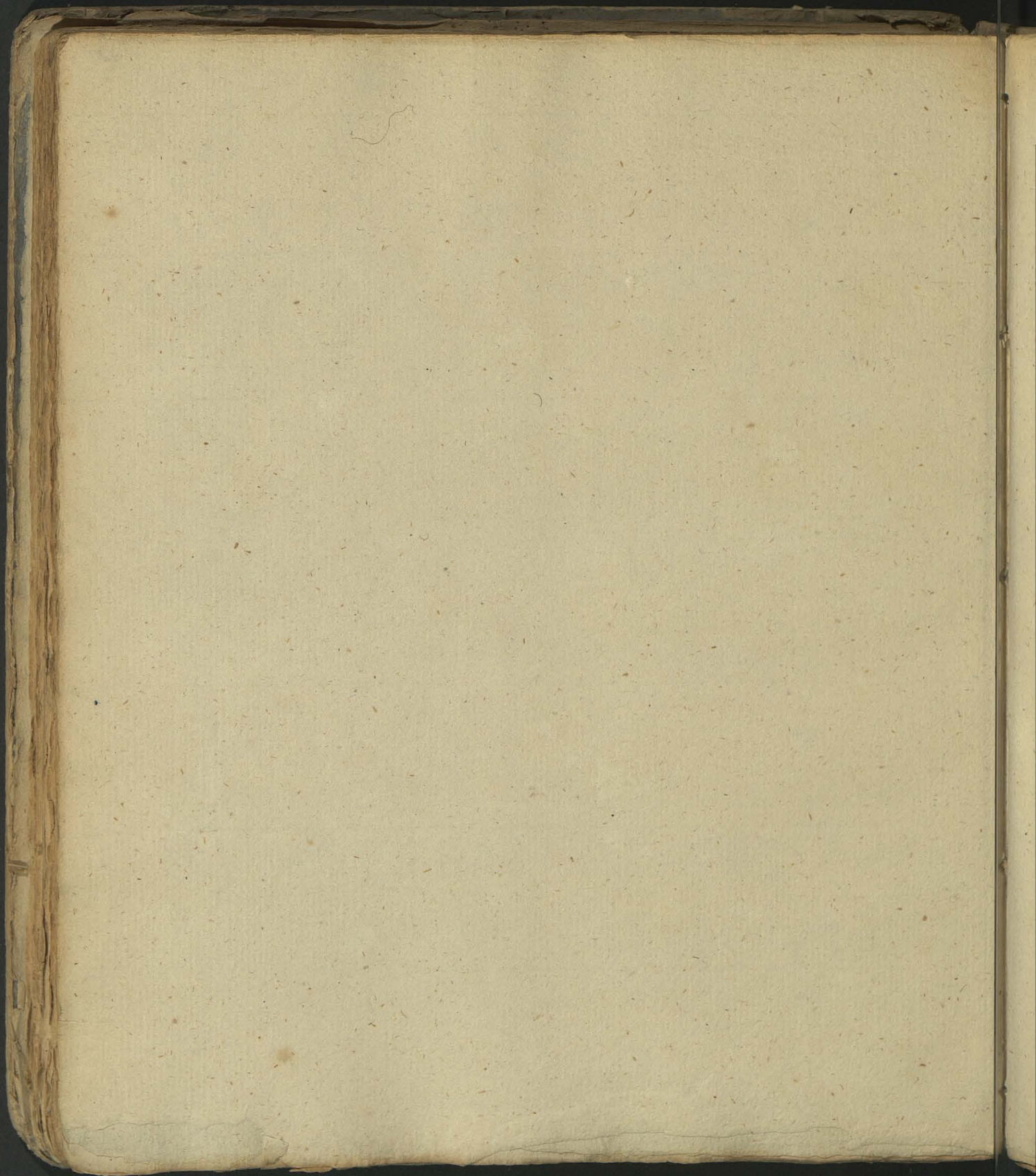
$$x = -24 + 55$$

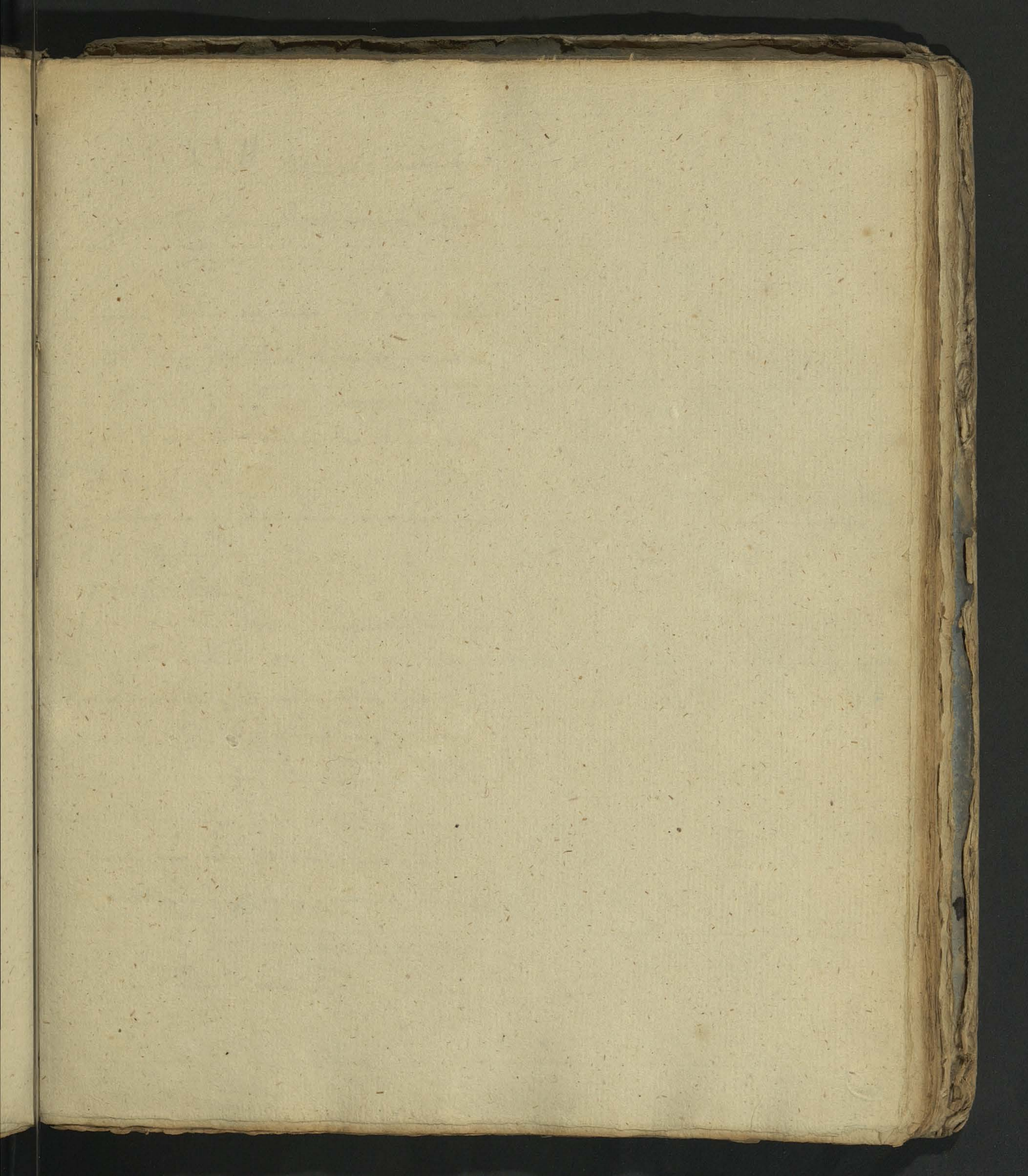
$$x = 31$$











XVII Lehrplan (ausgezeichnet)

Einleitung der Analysis nach der Trigonometrie.

Es mussen vorher sich man diese Lehre schon
gelesen und verstanden, und besonders die unter
dem Namen elementarste Geometrie, und
besonders die Eigenschaften der verschied.
Lichte von.

Die elementarste Geometrie zerfällt in
3 Abtheilungen.

I Goniometrie.

Wenn wir Geometrie eigentlich nur die
Liniengänge betradt, so ist die Goniometrie
mit Geometrie (Winkelmaßung). Der
allgemeine Ort der Winkel ist weiter,
mit welcher Hinsicht überträgt der Geom.
bezieht alle Sätze auf die Liniengänge, welche
die Messung der Winkel mit der
durch geschlossenen Linien gegeben,
so wie auf die Messung der, welche gegeben
sind in der Liniengänge sind.

II Cyclometrie

Man ist in Cyclometrie eine Uebersicht über
 die Auflösung aller diejenigen Aufgaben welche
 die Bestimmung der Seiten, und ihrer ge-
 gebenen Winkel, mit den Kenntniss von
 bestimmten Linien aufstellt. Cyclometrie
 ist nicht weiter als eine Erweiterung der
 Logarithmen, auf geometrische Constructionen der
 Seiten, und ihrer Winkel mit den
 Kenntniss von bestimmten (gegebenen) Seiten
 und Linien.

III Trigonometrie.

in so fern als dieselbe nämlich in einem
 Winkel gemessen wird. Trigonometrie über-
 haupt lehrt und lehrt 3 gegeben von einem
 unbekannten Winkel sind abwechselnd die
 übrigen zu finden * Die Trigonometrie ist in
 drei Theile getheilt.

Der erste Theil der analytischen Trigonometrie
 lehrt man auf man die Trigonometrie
 die für die Aufgaben überhaupt dient

* Die dritte Δ theilen nicht alle 3 + gegeben sein.

Bestimmung leicht.

In unserer Kugel der unvollkommenen Eigenschaften.

Das gewöhnliche unvollständige Hinfeldnis,

die gewöhnliche Linie bei einem Winkel, und

das ist in einer gewöhnlichen Hinfeldnis

geht man die Linie, geht über, und

man wird bekannt die unvollständige

Linie, und man ist. Das ist die Linie

man ist bekannt und ist die Linie.

Das ist die Linie.

Die Hinfeldnis ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

Die Linie ist die Linie.

folgende Zusammenfassung von Linné, wenn
man nur ein Leigensmerkmal für Pythia
und zwar nicht-lebhaft Pythia wenn der
Leib = 1 ist, und Leigensleib Pythia
wenn er nicht 1 ist.

Dies genügend nachst nur also nur
nahr Leinöligen Lein und die
Leinöligen der Leinöligen Lein.

Neben Δ selbst Δ umkehrungssymmetrisch wie
 2. Δ ist also umkehrungssymmetrisch; bei dem gegebenen
 Δ und Δ ist Δ die Anfertigung.
 die Δ Δ , Δ , Δ , und
 Δ , (Fig. 1).

Das Kind Maß und Erkennt Maß
 da in der materiellen Metaphysik fast
 gar nicht gehandelt wurde, spielen in der
~~Phy~~
analyse und der ungewissen Meta
physik, eine sehr wichtige rolle.

14). $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$

15/ $1 = \cos \alpha \cdot \sec \alpha$.

16) $\cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha}$

$$17/ \cos \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

18) 1 = $\cos \alpha \cdot \sin \alpha$.

19) $\sin \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}.$

$$20) \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$21) 1 = \cot \alpha \cdot \tan \alpha$$

$$22) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

$$23) \operatorname{grad} = \sqrt{1 + \lg x^2}$$

$$24) \text{tg } \alpha = \sqrt{\sec^2 \alpha - 1}$$

$$25/1 = \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha$$

$$26) 1 = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$27/ \operatorname{cosec} \alpha = \sqrt{\cot^2 \alpha + 1}$$

$$28) \cot \alpha = \sqrt{\sec^2 \alpha - 1}$$

$$29/ \quad 1 = \frac{\alpha \cdot \sin \alpha}{L \alpha}$$

$$30) \sin \alpha = \frac{\overline{tg} \alpha}{\sec \alpha}$$

$$31) \sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$$

$$32) \sec x = \frac{\sec x}{\sec x}.$$

33/ $\frac{d}{dx} x = \sin x \cdot \sec x.$

34) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+9a^2}}$;

Wenn man die Analyse mit Gemischten
Gegenständen anwendet, so kann man,
nach Linien, Klaffen, oder Klängen
gintzen, aber f. Klaffen von einem,
2, oder 3 Ausdrücken.

Nach dem Fortschreiten zum Gemischten
Gintzen kann man sich Klaffen, einer
gewissen Anzahl Ausdrücken geben, und
dann eine Klaffe mehr oder weniger Ab-
weichungen dergestalt werden. A
Lutten aber dergestalt Functionen
von Klaffen aus, was sich nicht der
Fall zu sagen scheint.

Die $\log x$ ist eine Klaffe von einem
Ausdruck, muß also wieder eine
Klaffe von einem Ausdruck dergestalt
werden. und das da $\log x = \frac{\log x}{\log x}$ ist,
sich als eine Klaffe in einem Ausdruck
da sich ein und aus als 2 Ausdrücken

mindesten zweytheiligen. Je solcher Seiten
 es also entweder im Fächer oder in einem
 einem solchen Dreieckigen zu setzen pflegt,
 muß man sich auch die fünfte des Punktes
 anschauen, und die Menge solcher
 Dreiecke wird aufgeführt, ob es
 $1, 1^2, 1^3, 1^4 \dots$ vertheilt sein muß.

$\tan \alpha = \frac{1. \sin \alpha}{\cos \alpha}$, wo also dann 1 der $\tan \alpha$
 2 gleich Dreiecke sind.

Man nun eine Anzahl Seiten
 gegeben sein, und man ihnen eine

Seiten $x = \frac{abcde}{fghi}$ je sei man
 gegebenem folgenden Darstellung zu
 machen.

Man setze man setzt $x = \frac{a}{f} \cdot \frac{b}{g} \cdot \frac{c}{h} \cdot \frac{d}{i} \cdot e$.
 und setzt man zu 3 Punkten einer durch
 Hinzufügung der 4^{ten} gemeinsamen Dingen
 linealen Linie. (Vergl. Vega II^{te} Teil S. 63).
 auf einer bekannten Länge der
 Geometrie; man ist:

a _____
 b _____
 c _____
 d _____
 e _____
 f _____
 g _____
 h _____
 i _____

$$f:a = e:\alpha.$$

$$g:b = \alpha:\beta$$

$$h:c = \beta:\gamma$$

$$i:d = \gamma:x$$

$$fghi:abcd = e:x:$$

hieraus ist die verlangte Wer

$$x = \frac{abode}{fghi}.$$

Setzen wir die gr^o f. bei

$$I x = \frac{af}{gbod} \quad \text{oder} \quad II x = \frac{abode}{fg}$$

müssen sich die Zahlen der ersten

Reihe die folgenden Dimensionen des

der Einheit der Maßstabs angeht

haben. Es ist dann für

$$I g:a = 1:\alpha.$$

$$b:f = \alpha:\beta$$

$$c:1 = \beta:\gamma$$

$$d:1 = \gamma:x$$

$$abcd:af = 1:x$$

$$x = \frac{af}{abcd}.$$

Siehe

es soll ist:

$$f: a = b: a$$

$$g: c = d: \beta$$

$$1: d = \beta: g$$

$$1: e = \gamma: x$$

$$fg: acde = b: x.$$

$$x = \frac{abode}{fg};$$

Daselbst ist der Fall wenn af mit
 Lösungen zu af geben sollte ist.

$$e = \frac{a^7}{b^5} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{1} \cdot \frac{a}{1} \cdot \frac{a}{1} \cdot a,$$

#

Man kann beim Riese einmal eine
 Doppelte Luftschicht der Lagen zum
 Grunde legen, und oben so eine
 Doppelte Luftschicht in Zinsfuß auf
 die Lagen der Lagenmarken
 Linien in denselben.

Zinsfuß wird so gegeben, und
 negativ, Linien, Winkel, und

mit Logen geben, deren Hauptkapsel
jetzt untersucht werden soll.

Zunächst werden alle Linien in rechten
Winkeln ab + angenommen.

Es ist bekannt:

	I ^{er} Quadrant	II ^{er} Quad.	III ^{er} Quad.	IV ^{er} Quad.
<u>Sin Sinus</u>	+	+	—	—
<u>Cosinus</u>	+	—	—	+
<u>Tang.</u> = $\frac{\sin}{\cos}$	+	—	+	—
<u>Cotg.</u> = $\frac{\cos}{\sin}$	+	—	+	—
<u>Sec.</u> = $\frac{1}{\cos}$	+	—	—	+
<u>Cosec.</u> = $\frac{1}{\sin}$	+	+	—	—

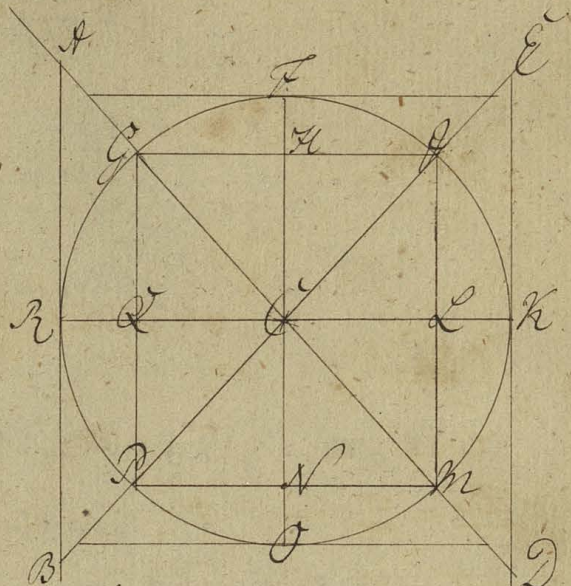
Unter dem Winkel II wird man
auf die nicht die ganze Kreisfläche,
sondern nur die halbe Kreisfläche vor-
zustellen haben.

Ein Winkel ist ein Winkel der
auf zu 180° anwachsen kann und
Trigonometrische Linien ausgedrückt ist

Quadrat.

Das Quadrat $ABCD$ ist die
 Hälfte des Kreises $ABCD$, der die doppelte
 Länge AB . Hier ist $\sin 0^\circ = \frac{1}{2} AB$.
 $\text{tg } 45^\circ = 1$ und $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$.

Der Unterschied der trigonometrischen
 Linien im Quadrat und ihre Größe.



	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin$	$= 0$	$= 1$	$= 0$	$= -1$	$= 0$
$\cos$	$= 1$	$= 0$	$= -1$	$= 0$	$= 1$
$\sin. v.$	$= 0$	$= 1$	$= 2$	$= 10$	$= 0$
$\cos. v.$	$= 1$	$= 0$	$= 12$	$= +2$	$= 1$
tg.	$= 0$	$= \infty$	$= 0$	$= -\infty$	$= 0$
$\cotg.$	$= \infty$	$= 0$	$= -\infty$	$= 0$	$= \infty$
$\sec.$	$= 1$	$= \infty$	$= -1$	$= \infty$	$= 1$
$\csc.$	$= \infty$	$= 1$	$= \infty$	$= -1$	$= \infty$

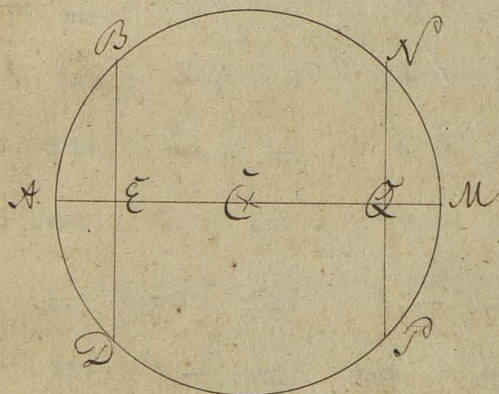
Wenn ein Winkel zu 90° Grad zunimmt
 so sind $\sin$ vers. tg. $\sin$ & sec etc.

sinus Winkel = Sin cos. v. cotg. cosin.
und cotg. als andere Winkel.

(N. 171 Sin) Man weiß $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ und
nach Lemmal. 1. (N. 164) ist $\cos 30^\circ = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} =$
 $= \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$. und nach
 Lemmal. 5. ist $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} =$
 $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} ;$

Aufgabe.

Alle diejenigen Längen angegeben werden
 einseitig positiv oder negativ sein,
 dessen Sign. aus allen + u - tg. pp.
 folgen.



Es seien die Längen $AB = A$
 $MN = A$
 $MP = A$
 $PD = A$.

Es ist nun möglich anzunehmen die Bestimmung
 von A für die ganze Kreisfläche, wenn man
 ableiten kann.

Funktion Prim und Sekanten.

$$A, \pi - A; 2\pi + A; 3\pi - A; 4\pi + A; 5\pi - A; \\ -(\pi + A); -(2\pi - A); -(3\pi + A); -(4\pi - A); -(5\pi + A); -(6\pi - A); \dots$$

Reguläre Prim und Sekanten.

$$\pi + A; 2\pi - A; 3\pi + A; 4\pi - A; 5\pi + A; 6\pi - A; \\ -A; -(\pi - A); -(2\pi + A); -(3\pi - A); -(4\pi + A); -(5\pi - A);$$

Funktion Tertiär und Sekanten.

$$A; 2\pi - A; 2\pi + A; 4\pi - A; 4\pi + A; 6\pi - A; 6\pi + A; \\ -A; -(2\pi - A); -(2\pi + A); -(4\pi - A); -(4\pi + A); -(6\pi - A); -(6\pi + A);$$

Reguläre Tertiär und Sekanten.

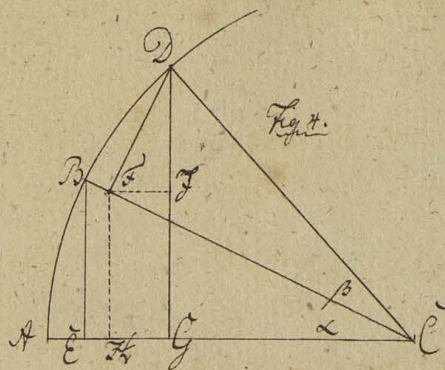
$$\pi - A; \pi + A; 3\pi - A; 3\pi + A; 5\pi - A; 5\pi + A; \dots \\ -(\pi - A); -(\pi + A); -(3\pi - A); -(3\pi + A); -(5\pi - A); -(5\pi + A);$$

Funktion Quartär und Sekanten.

$$A; \pi + A; 2\pi + A; 3\pi + A; 4\pi + A; 5\pi + A; \\ -(\pi - A); -(2\pi - A); -(3\pi - A); -(4\pi - A); -(5\pi - A); \dots$$

Reguläre Quartär und Sekanten.

$$\pi - A; 2\pi - A; 3\pi - A; 4\pi - A; 5\pi - A; 6\pi - A; \dots \\ -A; -(\pi + A); -(2\pi + A); -(3\pi + A); -(4\pi + A); -(5\pi + A); \dots$$



Gegeben $AD = \sin \beta$,
 $BE = \sin \alpha$,
 $FC = \cos \beta$,
 $EC = \cos \alpha$.

Lehrsatz.
 Aus dem gegebenen Sinus und Cosinus
 zweier Winkel α und β , der Sinus
 und Cosinus ihres Summa $(\alpha + \beta)$ und
 Differenz $(\alpha - \beta)$ zu bestimmen.

in Fig. 4.

Zu suchen. $DG = \sin(\alpha + \beta)$.

$GC = \cos(\alpha + \beta)$.

Gegebenheiten.

$DF \perp DG$.

$FH \perp EC$.

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke.

$DFG \sim BEC \sim FHC$ nach folgender

folgender Eigenschaften.

$BE : EC = DF : DG$.

$1 : \cos \alpha = \sin \beta : DG = \sin \beta \cdot \cos \alpha$.

$BC : BE = FC : FH$.

$1 : \sin \alpha = \cos \beta : DG = \sin \alpha \cdot \cos \beta$.

$DF + FH = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$.

Lies der Cosinus ist, und denselben
 bestimmen.

$$BC : EC = FC : HC.$$

$$1 : \cos \alpha = \cos \beta : HC = \cos \alpha \cdot \cos \beta.$$

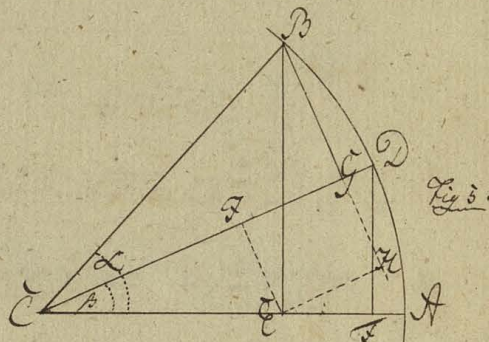
$$BC : BE = DF : FF.$$

$$1 : \sin \alpha = \sin \beta : FF = \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

$$CH - HF = \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

Zum Beweise für die Differenz $(\alpha - \beta)$
siehe Figur: 5.

Gegenüber. $BE = \sin \alpha.$ zu suchen.
 $CE = \cos \alpha.$ $BF = \sin(\alpha - \beta)$
 $DF = \sin \beta.$ $CF = \cos(\alpha - \beta)$
 $CF = \cos \beta.$



Eigenschaften. $EF \perp CD$, $EH \perp BH$.

Es ist.

$$\triangle DFC \sim \triangle CEF \sim \triangle BHE.$$

$$CG : CF = BE : BH.$$

$$1 : \cos \beta = \sin \alpha : BH = \cos \beta \cdot \sin \alpha.$$

$$CG : DF = CE : EF =$$

$$1 : \sin \beta = \cos \alpha : EF = \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

$$BH - GF = \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

Um den Beweis zu suchen ist in der obigen
 Figur:

$$CG : CF = CE : CF.$$

$$1 : \cos \beta = \cos \alpha : CF = \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$BC : CF = BE : CE$$

$$1 : \sin \beta = \sin \alpha : CE = \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

$$CF + CE = \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

Herleitet man diese Formeln zusammen
so ist also folgende:

$$\text{I. } \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta.$$

$$\text{II. } \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

Aus diesen angegebenen Formeln ergibt
man durch die Addition und Subtraktion
folgende Formeln:

$$1) \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \beta.$$

$$2) \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \beta \cdot \cos \alpha.$$

$$3) \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta.$$

$$4) \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

$$5) \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)} = \tan \alpha. \quad \text{f. 183.}$$

$$6) \frac{\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)} = \cotang \alpha. \quad \text{b. 2. 5. 4.}$$

$$7) \frac{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)} = \tang \alpha \cdot \cotg \beta = \frac{\tang \alpha}{\tg \beta}; \quad \text{b. 1. 5. 2.}$$

$$8) \frac{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)} = \cotg \beta. \quad \text{g. 1. 5. 4.}$$

$$9) \frac{\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)} = \tg \beta \quad \text{b. 2. 5. 3.}$$

$$10) \frac{\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)} = \cotg \alpha \cdot \cotg \beta = \frac{1}{\tg \alpha \cdot \tg \beta}; \quad \text{b. 3. 1. 4.}$$

$$11) \tang \alpha \pm \tang \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \pm \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} =$$

$$= \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta};$$

$$12) \cotg \alpha + \cotg \beta = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta + \sin \alpha \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} =$$

$$= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$13) \cotg \beta - \cotg \alpha = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \beta \cdot \sin \alpha - \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} =$$

$$= \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}.$$

$$14) \frac{\tg \alpha + \tg \beta}{\tg \alpha - \tg \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)};$$

$$15) \frac{\tang \alpha + \tang \beta}{\cotg \alpha + \cotg \beta} = \tang \alpha \cdot \tang \beta.$$

$$16) \frac{\tg \alpha - \tg \beta}{\cotg \beta - \cotg \alpha} = \tang \alpha \cdot \tang \beta.$$

$$17) \frac{\cotg \alpha + \cotg \beta}{\cotg \beta - \cotg \alpha} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$18) \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}; \quad \text{Z. P. 164.8 und 176. I \& II.}$$

$$= \frac{\cotg \beta \pm \cotg \alpha}{\cotg \alpha \cdot \cotg \beta \mp 1} \quad \text{by dividing by } \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

$$= \frac{1 \pm \operatorname{tg} \beta \cdot \cotg \alpha}{\cotg \alpha \mp \operatorname{tg} \beta} \quad \text{by dividing by } \cotg \beta.$$

$$= \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \cotg \beta \pm 1}{\cotg \beta \mp \operatorname{tg} \alpha}$$

$$19) \cotg(\alpha + \beta) = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} \quad \text{to } \cotg = \frac{1}{\operatorname{tg}}.$$

$$20) \cotg(\alpha - \beta) = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta};$$

$$21) 1 \pm \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{\cos(\alpha \mp \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta};$$

$$\begin{aligned} 22) \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}(\alpha - \beta) &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \beta)} \\ &= \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \beta)} \end{aligned}$$

$$23) \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\sin(2\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \beta)}$$

$$\begin{aligned}
 24/ \quad \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) &= (\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha) (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) \\
 &= \sin \alpha \cos \alpha (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) + \sin \beta \cos \beta (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \\
 &= \sin \alpha \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta.
 \end{aligned}$$

$$25/ \quad \sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \alpha - \sin \beta \cos \beta.$$

$$26/ \quad \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cos^2 \alpha$$

$$27/ \quad \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta$$

#.

Dann nur bei diesen Gleichungen stellt

α den Winkel von 45° , so ist:

$$(\sin 45^\circ)^2 + (\cos 45^\circ)^2 = 1. \text{ und da}$$

$$\sin 45^\circ = (\cos 45^\circ) \text{ ist, so ist}$$

$$2(\sin 45^\circ)^2 = 2(\cos 45^\circ)^2 = 1.$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Sind nun in den Gleichungen gesetzt: $\alpha = 45^\circ$.

$$I. \quad \sin(45^\circ + \beta) = (\cos \beta + \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$2. \quad \sin(45^\circ - \beta) = (\cos \beta - \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$1. \quad \sin(45^\circ + \beta) = (\cos \beta + \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\cos \beta + \sin \beta = \sin(45^\circ + \beta) \sqrt{2}$$

$$2. \quad \sin(45^\circ - \beta) = (\cos \beta - \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\cos \beta - \sin \beta = \sin(45^\circ - \beta) \sqrt{2}.$$

$$3/ \cos(45^\circ + \beta) = (\cos \beta - \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

$$\cos \beta - \sin \beta = \cos(45^\circ + \beta) \cdot \sqrt{2}.$$

$$4/ \cos(45^\circ - \beta) = (\cos \beta + \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

$$\cos \beta + \sin \beta = \cos(45^\circ - \beta) \sqrt{2}.$$

$$5/ \tan(45^\circ + \beta) = \frac{\sin(45^\circ + \beta)}{\cos(45^\circ + \beta)} = \frac{(\cos \beta + \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}}{(\cos \beta - \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{1 + \tan \beta}{1 - \tan \beta}.$$

$$6/ \tan(45^\circ - \beta) = \frac{\sin(45^\circ - \beta)}{\cos(45^\circ - \beta)} = \frac{(\cos \beta - \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}}{(\cos \beta + \sin \beta) \sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{1 - \tan \beta}{1 + \tan \beta};$$

$$7/ \cotg(45^\circ + \beta) = \frac{1 - \tan \beta}{1 + \tan \beta}.$$

$$8/ \cotg(45^\circ - \beta) = \frac{1 + \tan \beta}{1 - \tan \beta};$$

$$9/ \tan(45^\circ + \beta) = \frac{1}{\tan(45^\circ - \beta)} = \cotg(45^\circ - \beta) = \frac{1}{\cotg(45^\circ + \beta)};$$

¶
Nimmt man nun in diesem Dreieck α

$\alpha = 30^\circ$ an, so ist:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$\cos 30^\circ = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{3}.$$

Im dem in dem hier die Formeln gelten

magst du:

Es ist richtig

$$\begin{aligned} I \quad 1/ \sin(30^\circ + \beta) &= \cancel{\cos \beta} \cos \beta - \sin(30^\circ - \beta) \\ 2/ \sin(30^\circ - \beta) &= \cancel{\cos \beta} \cos \beta - \sin(30^\circ + \beta) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 1/ \\ 2/ \end{aligned}} \right\} \text{ § 176. Nr. 1.}$$

$$3/ \cos(30^\circ + \beta) = \frac{\sqrt{3} \cdot \cos \beta - \sin \beta}{2}$$

$$4/ \cos(30^\circ - \beta) = \frac{\cos \beta \cdot \sqrt{3} + \sin \beta}{2}$$

$$5/ \sin(30^\circ + \beta) + \sin(30^\circ - \beta) = \cos \beta.$$

$$\sin 30^\circ + \beta = \cos \beta - \sin(30^\circ - \beta)$$

$$II \quad 6/ \cos(30^\circ - \beta) - \cos(30^\circ + \beta) = \sin \beta.$$

$$\cos(30^\circ + \beta) = \cos(30^\circ - \beta) - \sin \beta.$$

$$III \quad 7/ \sin(\beta - 30^\circ) = \frac{\sin \beta \sqrt{3} - \cos \beta}{2} \quad \text{§ Grundformel I}$$

$$IV \quad 8/ \cos(\beta - 30^\circ) = \frac{\cos \beta \sqrt{3} + \sin \beta}{2} \quad \text{§. II}$$

$$V \quad 9/ \sin(30^\circ + \beta) = \sin(30^\circ - \beta) + \sin \beta \sqrt{3}, \quad \text{§ 176. Nr. 2.}$$

$$VI \quad 10/ \sin(60^\circ + \beta) = \sin(60^\circ - \beta) + \sin \beta, \quad \text{weil } \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}.$$

#

Setzt man nun voraus, daß die beiden
aufgeführten Logen A & B zusammen gleich
sind, d. h. $(A+B) = 2A$ ist, so erhält
man die Formeln dafür:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha. \\ 2) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{array} \right\} \text{ + geübungen}$$

Man merke zu 2. in Nr. 164 N. 3 — nicht
offenbar man.

Lk. $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$, also $1 + \cos 2\beta = 2 \cos^2 \beta$ 2. f. $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$

$$3) \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta = \frac{1 + \cos 2\beta + \cos 2\alpha + \cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta}{4}.$$

4) $\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta = \frac{1 - \cos 2\alpha - \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta}{4}.$
Ge gibt man aber einzelne Formeln ab z. B.
 $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

$$5) \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta = \frac{1 - \cos 2\alpha + \cos 2\beta - \cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta}{4}.$$

Anschließend man die Einzel-Formeln, z. B. Nr. 3.

$$6) \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\beta + \cos 2\alpha - \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha}{4};$$

$$7) \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta = \frac{\cos 2\alpha + \cos 2\beta}{2} \quad \text{b. 3. 4.}$$

$$8) \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha = \frac{\cos 2\beta - \cos 2\alpha}{2} \quad \text{7. 6.}$$

Lin A = B. ist auf

$$9) \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \quad \text{b. 176. L. 18.}$$

$$10) \cotg \alpha = \frac{1 - \tg \alpha^2}{2 \tg \alpha} \quad \text{P. 148. I. 19.}$$

$$11) \sin 2\alpha = \frac{2 \tg \alpha}{1 + \tg^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha^2}{\tg \alpha} \quad \text{und 1/2 (P. 165. 13. 14.)}$$

$$12) \cos 2\alpha = \frac{1 - \tg^2 \alpha}{1 + \tg^2 \alpha} \quad \text{und 2/3 P. 165. 13. 14.}$$

$$13) \text{ ~~Wahrheit~~ } \tg \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}}$$

$$14) \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos \alpha \quad \text{b. 1.}$$

$$\frac{\sin 2\alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha \cdot \cotg \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\tg \alpha} = 2 \cos \alpha^2$$

$$\cotg \alpha = \frac{2 \cos \alpha^2}{\sin 2\alpha}$$

$$\text{und weil } \cotg 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \quad \text{ist auf}$$

$$15) \cotg \alpha - \cotg 2\alpha = \frac{2 \cos \alpha^2 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos \alpha^2 + \sin \alpha^2}{\sin 2\alpha} =$$

$$= \frac{1}{\sin 2\alpha} = \csc 2\alpha. \quad \text{Bezeichnet für 1 in der Tabelle (cosec.)}$$

Wenn man $1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ zur Gröfze.

1. addirt und subtrahirt, so erhält man
zwei Subtrahirt, so erhält man in beiden

Solln:

$$1 + \sin 2\alpha = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha \\ = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$$

in in zweiten Solln

$$1 - \sin 2\alpha = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha \\ = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$$

Also

$$\frac{1 + \sin 2\alpha}{1 - \sin 2\alpha} = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2} \quad \text{und Quadrat}$$

$$\pm \sqrt{\frac{1 + \sin 2\alpha}{1 - \sin 2\alpha}} = \pm \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\pm(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\pm(\cos \alpha - \sin \alpha)} = \\ = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\pm(\cos \alpha - \sin \alpha)} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\pm(1 - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha})} \quad \text{2. Glied}$$

$$16. \pm \sqrt{\frac{1 + \sin 2\alpha}{1 - \sin 2\alpha}} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{\pm(1 - \operatorname{tg} \alpha)};$$

$$17. \pm \sqrt{\frac{1 + \sin 2\alpha}{1 - \sin 2\alpha}} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha + 1}{\pm(\operatorname{ctg} \alpha - 1)};$$

Nimmt man $\operatorname{tg} \alpha$ und II. und $\operatorname{ctg} \alpha$ und

14. so findet man:

$$18. \operatorname{tang} A + \operatorname{ctg} A = \frac{2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha} = 2 \operatorname{cosec} 2\alpha.$$

$$19/ \cotg \alpha - \cotg \alpha = \frac{2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin 2\alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = 2 \cotg 2\alpha.$$

$$20/ \tan(45^\circ + \beta) = \frac{\sqrt{1 + \sin 2\beta}}{1 - \sin 2\beta} \text{ f. 16 u. d. 180. 5.}$$

$$21/ \sin 2\alpha + \sin 2\beta = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \text{ f. d. 182. 1.}$$

$$= 2 \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) \text{ wegen 179. S. 24.}$$

$$22/ \sin 2\alpha - \sin 2\beta = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \text{ f. d. 182. S. 1.}$$

$$= 2(\sin(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta)) \text{ wegen d. 179. S. 25.}$$

$$23/ 2 \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \cos 2\beta - \cos 2\alpha \text{ f. d. 179. 26.}$$

$$24/ 2 \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos 2\alpha + \cos 2\beta \text{ f. 4. u. d. 179. 27.}$$

Da aber nachfolgende 4 letztere Formeln in der
 Form für $\frac{1}{2}\alpha$ und $\frac{1}{2}\beta$, d. h. $\frac{1}{2}\alpha$ u. $\frac{1}{2}\beta$ in
 Folgendem:

$$1. \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$2. \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

$$3. \cos \beta - \cos \alpha = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$4. \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta);$$

Also ist nach den Grundformeln d. 164.

$$3) \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} = \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \pm \frac{1}{4}$$

$$6) \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} = \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \pm \frac{2}{4}$$

$$7) \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \beta - \cos \alpha} = \operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \pm \frac{2}{3}$$

$$8) \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \beta - \cos \alpha} = \operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \pm \frac{1}{3}$$

$$9) \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\cos \alpha + \cos \beta} = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \pm \frac{3}{4} \quad \text{in verschied. Trigonometrischen
Sätzen}$$

$$10) \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \cdot \operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \pm \frac{1}{2}$$

$$11) \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha - \sin \beta} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha - \beta)} \pm \frac{5}{6} \quad \text{siehe Aufg. 10. in 6. Aufl. 530
in verschied. Trigonometrischen
Sätzen}$$

$$12) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) + \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha + \cos \beta} \pm \frac{v}{6}$$

$$13) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{2 \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} \pm \frac{5}{6}$$

11) Setzt man in 1 und 2. Stelle β an.

Wird $90^\circ - \beta$ für β .

$$14) \sin \alpha + \cos \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta + 90^\circ) \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta - 90^\circ)$$

$$15) \sin \alpha - \cos \beta = 2 \operatorname{ctg} \frac{1}{2}(\alpha - \beta + 90^\circ) \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta - 90^\circ)$$

4

Die jetzt noch zu unterscheidenden Fälle

sind diesem wichtig weil sie in der Anwendung
zu verwenden.

Es wird nämlich für $\frac{1}{2}A$ gesetzt
und demnach auch $\frac{1}{2}A$.

in Journal 2. 9. 182. d. d. 3. n. 7. 64 abgegriff.

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\pm 1 = \pm \cos^2 \alpha \pm \sin^2 \alpha$$

1) $1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$ ist für $\frac{1}{2}\alpha$
gegründet.

$$1) 1 - \cos \alpha = 2\left(\sin \frac{1}{2}\alpha\right)^2$$

$$\sin \frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

Es heissen aber gewöhnlich Sinus und Cosinus
für $\frac{1}{2}\alpha$ ist.

$$2) 1 + \cos \alpha = 2\cos^2 \frac{1}{2}\alpha$$

$$\cos \frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\text{Fig. 164. 8.} - 3) \left(\tan \frac{1}{2}\alpha\right)^2 = \frac{(\sin \frac{1}{2}\alpha)^2}{(\cos \frac{1}{2}\alpha)^2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$4) \sin^2 \frac{1}{2}\alpha \cdot \cos^2 \frac{1}{2}\alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{4} = \frac{\sin^2 \alpha}{4}$$

$$\text{also } \sin \alpha = 2 \sin \frac{1}{2}\alpha \cdot \cos \frac{1}{2}\alpha.$$

Aus 3. Satz - wie man
auf den 2. Satz ist
ist auch die 4. Satz
Auch der 1. Satz ist
ist für $\frac{1}{2}\alpha$ ist
ist für $\frac{1}{2}\alpha$ ist
ist für $\frac{1}{2}\alpha$ ist

Auf Rich 183. S. 14 war.

$$\frac{\sin 2\alpha}{\lg \alpha} = 2 \cos^2 \alpha \text{ d.h.}$$

$$5) \frac{\sin \alpha}{\lg \frac{1}{2} \alpha} = 2 \cos^2 \frac{1}{2} \alpha = 1 + \cos \alpha \text{ nach 2.}$$

$$\lg \frac{1}{2} \alpha = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

Auf Rich 183. S. 11 war.

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\lg \alpha}, \text{ d.h.}$$

$$6) \sin \alpha = \lg \frac{1}{2} \alpha = 2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha = 1 - \cos \alpha \text{ nach 1.}$$

$$\lg \frac{1}{2} \alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$7) \operatorname{cosec} \alpha = \cotg \frac{1}{2} \alpha - \cotg \alpha. \text{ s. 183. S. 13.}$$

Man setze $\alpha = 90^\circ - A$, so

$$8) \operatorname{cosec}(90^\circ - A) = \cotg(45^\circ - \frac{1}{2} A) - \cotg(90^\circ - A)$$

$$\operatorname{cosec} A = \cotg(45^\circ - \frac{1}{2} A) - \lg A.$$

Setzt man $\sin$ in 1^{te} , so ist.

$$9) \sin(45^\circ - \frac{1}{2} A) = \sqrt{\frac{1 - \sin A}{2}} \quad \left. \begin{array}{l} 10) \cos(45^\circ - \frac{1}{2} A) = \sqrt{\frac{1 + \sin A}{2}} \\ 11) \lg(45^\circ - \frac{1}{2} A) = \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} \end{array} \right\} \text{ Ausdrücke Sinus u. Cosinus}$$

$$10) \cos(45^\circ - \frac{1}{2} A) = \sqrt{\frac{1 + \sin A}{2}}$$

$$11) \lg(45^\circ - \frac{1}{2} A) = \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}}.$$

Man setze $\sin(90^\circ + A)$, so ist
folgt in 1^{te} und 2^{te} so ist

$$12) \sin\left(45^\circ + \frac{1}{2}A\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos(90^\circ + A)}{2}} = \sqrt{\frac{1 - (-\sin A)}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sin A}{2}}$$

$$13) \cos\left(45^\circ + \frac{1}{2}A\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos(90^\circ + A)}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sin A}{2}}$$

Auf 7. ~~ist~~ der Grenzwert nicht.

$$\operatorname{cosec} A + \cotg A = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} A}.$$

$$14) \operatorname{tg} \frac{1}{2} A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A + \cotg A} = \frac{\operatorname{cosec} A - \cotg A}{\operatorname{cosec}^2 A - \cotg^2 A} = \operatorname{cosec} A - \cotg A = \\ = \sqrt{1 + \cotg^2 A} - \cotg A.$$

$$\text{In 7. war } \operatorname{cosec} A + \cotg A = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} A}.$$

$$\text{jetzt war } \operatorname{cosec} A - \cotg A = \operatorname{tg} \frac{1}{2} A.$$

Subtrahiert man diese Gleichungen
so ist

$$15) \operatorname{tg} \frac{1}{2} A + \cotg \frac{1}{2} A = 2 \operatorname{cosec} A.$$

$$16) \cotg \frac{1}{2} A - \operatorname{tg} \frac{1}{2} A = 2 \cotg A.$$

#.

Nächst nach Dirichlet 185. in Lemma 2 und 3.

für $\alpha = n\alpha$ und für $\beta = (n-2)\alpha$.

so ist in Lemma.

$$2) \sin n\alpha - \sin(n-2)\alpha = 2 \sin \alpha \cos(n\alpha - \alpha)$$

$$\text{und } \sin n\alpha = 2 \sin \alpha \cos(n\alpha - \alpha) + \sin(n-2)\alpha$$

Ch. Dirichlet in P. D. M.

Allg.

$$\sin n\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos(n-1)\alpha + \sin(n-2)\alpha. \text{ Also ist } \frac{1}{2} 3.$$

$$\cos n\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \sin(n-1)\alpha + \cos(n-2)\alpha.$$

Die Abhängigkeit eines Winkels vom Winkel, dessen Winkel der Längen, aber so wie die 2. Einheits Längen sind der Längen, bei verschiedenen Längen, selbst ist die Längen die Längen der Längen Winkel 44. sehr möglich.

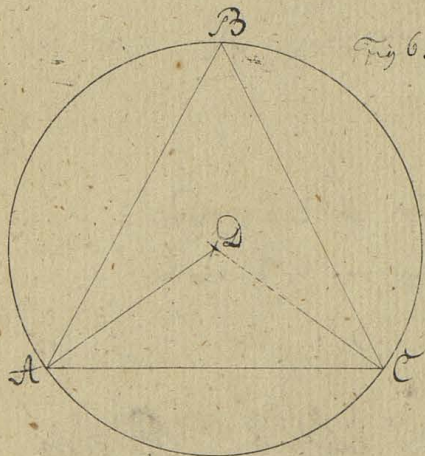


Fig. 6.

Bemerkung.

Die Seiten sind Winkel A B C Fig. 6, ausgleichen sich wie die Längen der gegenüberliegenden Winkel. *

Man lege am Winkel einen Kreis dessen Mittelpunkt D ist. Dann ist

$$\angle B = \frac{1}{2} D$$

$$\sin B = \sin \frac{1}{2} D.$$

$$\sin \frac{1}{2} D = \frac{1}{2} AC$$

$$\sin B = \frac{1}{2} AC.$$

* vide. T. 217.

Wenn ϕ wird bestimmt ist.

$$\sin A = \frac{1}{2} BC \text{ und}$$

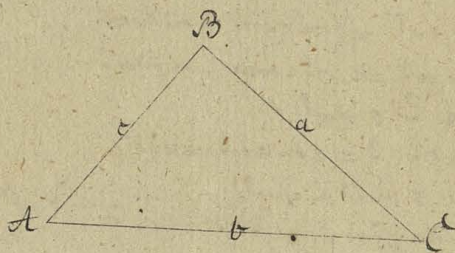
$$\sin C = \frac{1}{2} AB \text{ ist.}$$

Es folgt die Proportion.

$$\sin B : \sin A : \sin C = \frac{1}{2} AC : \frac{1}{2} BC : \frac{1}{2} AB = AC : BC : AB.$$

Satz 7. *

In einem der Seiten in einem Dreieck
aufstellen, sich zu ihrer Entfernung, wie die
Längen der selben Seiten verhalten gegen
überstehenden Winkel, zu lang als $\frac{1}{2}$
Entfernung aufstellen.



Zu 2. ABC Fig 7. ist.

$$a : b = \sin A : \sin B \text{ wegen obigen.}$$

$$\text{oder } a+b : b = \sin A + \sin B : \sin B.$$

$$\text{oder } a-b : b = \sin A - \sin B : \sin B.$$

$$a+b : a-b = \sin A + \sin B : \sin A - \sin B$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A+B) : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-B) = \sin A + \sin B : \sin A - \sin B. \text{ Q. 186. II.}$$

$$(a+b) : (a-b) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A+B) : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-B) \text{ aufz. d.}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta.$$

$$\alpha = \beta.$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha.$$

$$a) \sin 2\alpha + \sin 2\beta = 2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha + 2 \sin\beta \cdot \cos\beta$$

$$b) \sin 2\alpha - \sin 2\beta = 2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha - 2 \sin\beta \cdot \cos\beta$$

Es war. Seite 179. Formel. 24. 25.

$$c) \sin(\alpha+\beta) \cos(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \sin\beta \cdot \cos\beta$$

$$d) \sin(\alpha-\beta) \cos(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\alpha - \sin\beta \cdot \cos\beta$$

Es a mit c wird:

$$B) \sin 2\alpha + \sin 2\beta = 2 \sin(\alpha+\beta) \cos(\alpha-\beta),$$

Es b mit d wird:

$$C) \sin 2\alpha - \sin 2\beta = 2 \sin(\alpha-\beta) \cos(\alpha+\beta).$$

Setzt α, β ; $\frac{1}{2}\alpha$ und $\frac{1}{2}\beta$ gegenseitig:

$$B') \sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta) \cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta).$$

$$C') \sin\alpha - \sin\beta = 2 \sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta) \cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta).$$

$$\frac{B')}{C') = \frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\sin\alpha - \sin\beta} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)} = \frac{\tan\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\tan\frac{1}{2}(\alpha-\beta)} \quad D.$$

$$\frac{C')}{B') = \frac{\sin\alpha - \sin\beta}{\sin\alpha + \sin\beta} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \frac{\tan\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\tan\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} \quad E.$$

Dividiert man D mit E; so steht result:

$$\frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\sin\alpha - \sin\beta} = \frac{\tan\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\tan\frac{1}{2}(\alpha-\beta)};$$

Die Formel fängt man mit folgendem Fall
an: Seite 176. I. und II. *

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta.$$

$$\alpha = \beta.$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

Setzt man $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ so wird:

$$\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}. \quad \text{Seite 182. D.}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}. \quad \text{Seite 182. E.}$$

$$\cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta = \frac{1 + \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta}{4} \quad \text{Seite 182. D.}$$

$$\sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta = \frac{1 - \cos 2\alpha - \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta}{4} \quad \text{Seite 182. E.}$$

$$\cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta - \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta = \frac{\cos 2\alpha + \cos 2\beta}{2}.$$

$$\cos(\alpha+\beta) \cos(\alpha-\beta) = \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta - \sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta. \quad \text{Seite 179. I. 27.}$$

$$H) \cos 2\alpha + \cos 2\beta = 2 \cos(\alpha-\beta) \cos(\alpha+\beta)$$

Setzt α, β ; $\frac{1}{2}\alpha$ und $\frac{1}{2}\beta$ gegenseitig.

$$H') \cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta) \cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$$

In un'istesso Triangolo non può

esservi due Angoli Reti insieme.

Per Fig. 8. fig: $\frac{1}{2}(a+c) = S$
 $\frac{1}{2}(a-c) = d$.

Per il:

$$A : C = \sin a : \sin c$$

$$A : C = \sin(S+d) : \sin(S-d)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin(S+d) &= \sin S \cos d + \cos S \sin d \\ \sin(S-d) &= \sin S \cos d - \sin d \cos S \end{aligned} \right\} \text{p. 176.}$$

Subst. nell'

$$A : C = \sin S \cos d + \cos S \sin d : \sin S \cos d - \sin d \cos S$$

Allo:

$$A(\sin S \cos d - \sin d \cos S) = C(\sin S \cos d + \cos S \sin d)$$

$$\frac{A \sin S \cos d}{\cos S \cos d} - \frac{A \sin d \cos S}{\cos S \cos d} = \frac{C \sin S \cos d}{\cos S \cos d} + \frac{C \cos S \sin d}{\cos S \cos d}$$

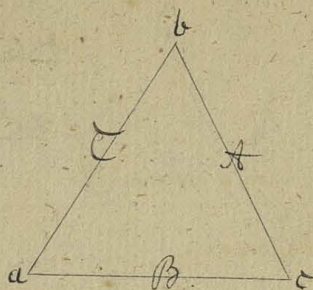
che:

$$A \operatorname{tg} S - A \operatorname{tg} d = C \operatorname{tg} S + C \operatorname{tg} d$$

$$(A-C) \operatorname{tg} S = (A+C) \operatorname{tg} d$$

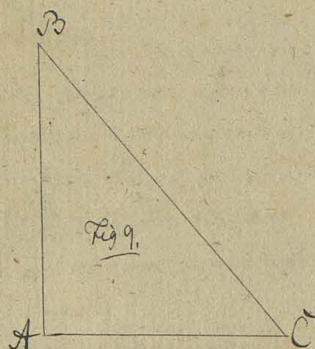
Allo per S e d in Winkeln p. p.

$$(A+C) : (A-C) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a+c) : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a-c)$$



Auflösung der Dreiecke.

1) Wenn ein rechteckiges Dreieck.



Aufgabe 1.

In einem rechteckigen Dreieck Fig. 9. ist gegeben der W. Winkel A, die Gegenseite AC und ein Winkel C gegeben, man sucht die übrigen Theile.

Gegeben AC. und $\angle C$ und B.

zu suchen AB. und BC.

Es versteht sich:

$$1: \sin C = AC : AB. \text{ oder}$$

$$1: \cos C = BC : AC. \text{ also}$$

$$\text{I. } AB = AC. \sin C.$$

$$\text{II. } BC = AC. \cos C.$$

Aufgabe 2.

In einem rechteckigen Dreieck Fig. 8 ist gegeben der rechte Winkel A, der Winkel C und die Hypotenuse AC gegeben, man sucht die übrigen Theile.

Es versteht sich:

$$1: \tan C = AC : AB.$$

$$\text{I. } AB = AC. \tan C.$$

Gegeben AC. und $\angle C$ und B.

zu suchen AB. und BC.

2. Aufl. auf:

$$\cos C: 1 = AC: BC.$$

$$II. BC = \frac{AC}{\cos C} = AC \cdot \sec C.$$

Beispiel 3.

In einem rechtwinkligen Dreieck sind die beiden Katheten gegeben; man sucht die Hyp., woraus und die Länge an ihr anliegenden Winkel.

2. Aufl. auf:

$$AB: AC = 1: \tan B.$$

$$I. \tan B = \frac{AC}{AB}.$$

$$II. BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ nach Pyth.}$$

$$BC = AB \cdot \sec B.$$

Beispiel 4.

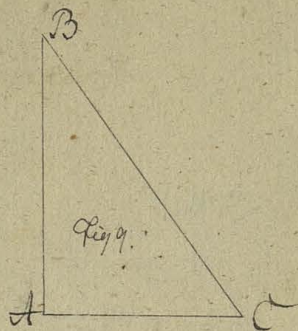
Es ist in einem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenuse und einer Kathete gegeben; man sucht die übrigen Winkel und die 3. Kathete.

$$BC: AB = 1: \sin B.$$

$$I. \sin C = \frac{AB}{BC}.$$

$$II. \cos B = \frac{AB}{BC}.$$

$$III. AC = BC \cdot \cos C.$$



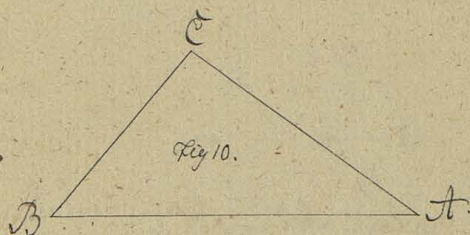
Gegeben. AB und AC .

zu suchen. BC und $\angle B$ und $\angle C$.

Gegeben. BC und AB .

zu suchen. AC und $\angle B$ und $\angle C$.

Von sphärischen Dreiecken.



Gegeb. AB und $\angle B$ u. $\angle A$.
 zu suchen BC und AC .

Gegeben BC und AC u. $\angle B$.
 zu suchen AB , $\angle C$ u. $\angle A$.

Aufgabe 1.

Einem sphärischen Dreieck ABC sind zwei Winkel A und B nebst Seite AB gegeben; man sucht die beiden andern Seiten.

Nach Satz 190. Es folgt, dass

$$\sin A : \sin C = BC : AB.$$

$$I. BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C}.$$

$$\sin C : \sin B = AC : AB.$$

$$II. AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C}.$$

Aufgabe 2.

Es sind die beiden Seiten BC (Fig 10) und AC gegeben und ein Winkel; man sucht die beiden andern Seiten gegenüberst.

$$AC : BC = \sin B : \sin A.$$

$$I. \sin A = \frac{BC \cdot \sin B}{AC}.$$

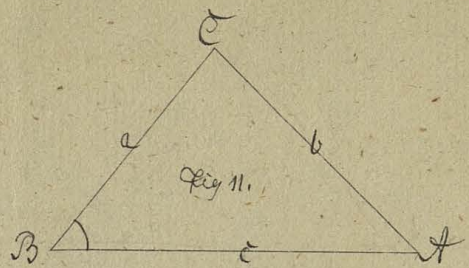
$$\sin A : \sin C = BC : AB.$$

$$II. AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A}.$$

oder II $AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B}$

d. h. Länge des Seiten

Lösungssatz 3.



Es sind im Dreiecke ABC zwei Seiten AB, AC gegeben und ist der eingeschlossene Winkel B. man sucht die Größe der übrigen Winkel und die 3^{te} Seite

I Lösung.

Satz 191. Satz für Fig. 11.

$$(a+c) : (a-c) = \tan \frac{1}{2}(A+C) : \tan \frac{1}{2}(A-C)$$

Es könnte also für eine Lösung sein, wenn

$$\tan \frac{1}{2}(A-C) = \frac{(a-c) \cdot \tan \frac{1}{2}(A+C)}{a+c}$$

man setzt, und die Größe x bestimmt, die Größe der Größe selbst zu finden.

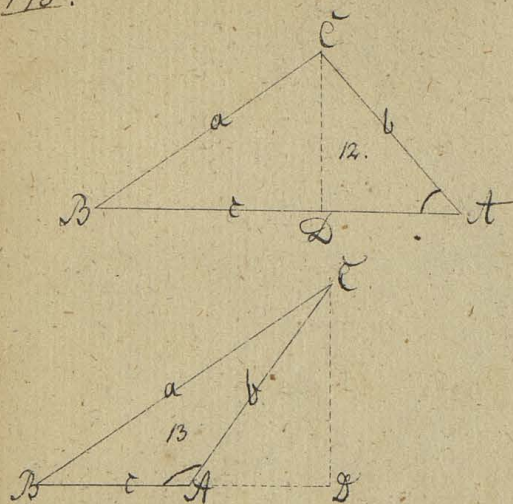
Das geschieht folgendermaßen. Es ist

Die Größe, d. h. die Differenz von x und y die Größe selbst. Es ist

$$1) x = x+y \quad 2) d = x-y$$

$$3) x = \frac{s-y}{2} \text{ da } s = x+y \quad d = s-y-y$$

$$4) y = \frac{s-d}{2} \text{ aber so ist } 3) x = \frac{s+d}{2}$$



Guayre. AD² and AC.
4. A.

30 June . L B.

Leipziger 2.

fließt in ~~die~~ ^{die} Linsen 12. ~~Stücke~~

$$1/39 = c - d.$$

$$B = c - b \cos A.$$

In Lige 13.

$$BD = c + AD.$$

2) $BD = c + b \cos A$.

Der rechte Lohr ist der eigl. + meistent
negativ gestrichen im 2^{ten} Lohr ist erst
niedr. ² ~~Rechte~~ L² ² ~~offen~~, negativ &
wie ^{justifiz} ~~Schwarze~~ gestrichen weil er in
Lohr

IBD = c - b. av. N.

für diese tolle Zeit! Ich mag nicht so
gerne sagen.

Gift in box (12) ref.

$y.CD = 6 \sin A.$

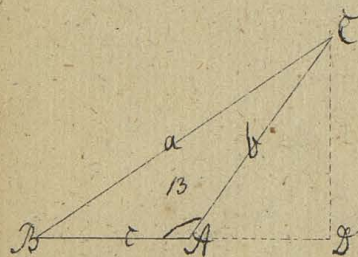
$$2. \overline{AB} = 6. \text{ cm } \angle A.$$

Um aus dem Winkel D zu finden
z. B.

99: 9C = 1: tang B.

$$B = c - b \cdot \cos A \cdot \sin I$$

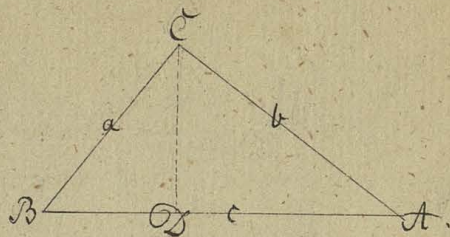
Infus. Staph. were used this Dec. the quantity



gefolgt wird:

$$c - b \cos A = b \sin A = 1 = \tan B. \text{ also.}$$

$$\tan B = \frac{b \sin A}{c - b \cos A} \quad \text{um } \underline{\text{Lsg.}}$$



Gegeb. $AB, AC.$

$\angle A.$

gegeb. Seite $BC = a.$

Um nun die 3^{te} Seite a zu finden
setzen wir folgende Gleichungen:

ist.

$$a^2 = BC^2 = CD^2 + BD^2. \text{ mit } \alpha.$$

$$CD = b \sin A.$$

$$BD = c - AD = c - b \cos A.$$

setzen wir in der Gleichung α die
erhaltenen Werte ein:

$$a^2 = b^2 \sin^2 A + (c - b \cos A)^2$$

$$a^2 = b^2 \sin^2 A + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$$

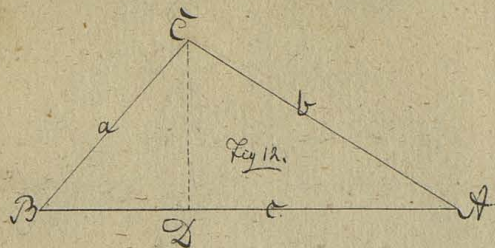
$$a^2 = b^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A.$$

$$a = \sqrt{b^2 - 2bc \cos A + c^2}$$

D. h. die 3^{te} Seite findet man wenn man
die Quadrate der Seiten gegebenen Seiten
addiert, das doppelte Produkt der gegebenen Seiten
in der Cosinus A gegebenen Winkel abzieht
und darüber das Quadrat der $\sqrt$ zieht.

+ In Log. heissen ist die Abkürzung

$$a = \sqrt{bc \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} - 2 \cos A \right)}$$



Um den Sinus der 1199:

$$\text{tang } bD = \frac{b \cdot \sin A}{c - b \cos A}$$

den Logarithmus berechnen zu müssen sind
man die Gleichung nach b auflösen, dann
ist

Le' $\text{tang } bD = \frac{\sin A}{\frac{c}{b} - \cos A}$

oder man für den Logarithmus einzuweisen
bestimmen man für $\sin A$ die cotg:

Es ist nämlich $\cotg B = \frac{c}{b} \cdot \frac{\cos A}{\sin A}$ d. h.

$$\cotg B = \frac{c - \cos A}{\sin A} = \frac{c}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A}$$

Le'' $\cotang bD = \frac{c}{b} \cdot \cotang A - \cotang A$

Aufgabe 4.

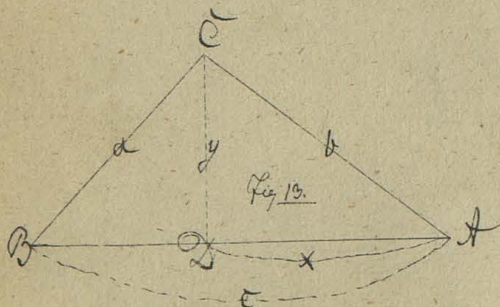
Gegeben 3 Seiten im Dreieck ABC (Fig 13)

find gegeben, man sucht die Winkel.

Gegeb. $\underline{AB}$, $\underline{BC}$, $\underline{AC}$.

zu such $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.

Es sey $CD = y$ und $AD = x$, $BD = c - x$.
so ist.



$$y^2 = b^2 - x^2$$

$$y^2 = a^2 - (c-x)^2$$

$$b^2 - x^2 = a^2 - c^2 + 2cx - x^2$$

$$x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$$

man kann den 2. St. zu finden so ist.

$$x = b \cos A.$$

$$\cos A = \frac{x}{b}$$

substituirt man x den Werth von oben so ist

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc};$$

Für Dreiecksmen ist dieser Kosinus zu n.
beginnen, man wird sehr leicht sehen wie
der Sinus einzurechnen. Vgl. zähl.

$$\text{p) } 1 + \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2 + 2bc}{2bc} = \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} = \frac{(b+c+a)(b+c-a)}{2bc}.$$

$$\text{q) } 1 - \cos A = \frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{2bc} = \frac{a^2 - (b-c)^2}{2bc} = \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{2bc}.$$

Multiplicirt man Kosinus p o q so ist

$$1 - \cos A^2 = \frac{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(b+c-a)}{4b^2c^2}$$

$$1 - \cos A^2 = \sin A^2.$$

$$\text{Def II } \sin A = \frac{1}{2bc} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(b+c-a)}$$

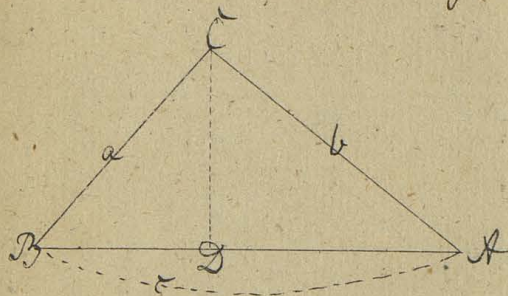
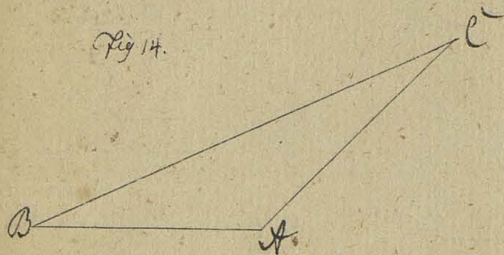


Fig 14.



Grund
Um die Höhe h zu finden, so man
Körperhöhe. D. II. II.

$$\log. \sin. A = \frac{1}{2} \left[\log(a+b+c) + \log(a+b-c) + \log(a+c-b) + \log(b+c-a) \right] - (\log 2 + \log b + \log c)$$

Die gegebenen Seiten können zum $\angle A$ hingehört, oder nicht; die Höhe eines aber gegeben ist, so wird man bei der Höhe h wenn man sich den gegebenen Winkel nur den selben Winkel stellt.

Es ist nämlich Satz 187. Lemma 1.

$$\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}$$

Daher man für $\cos A$ den Wert I. K. 201. so ist

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2} A &= \sqrt{\frac{1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}{2}} = \sqrt{\frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{4bc}} \\ &= \sqrt{\frac{a^2 - (b-c)^2}{4bc}} = \sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}} \end{aligned}$$

also.

$$\text{III} \quad \sin \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{bc}}$$

$$\log. \sin. \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \left[\log(a+b-c) + \log(a-b+c) - (\log 4 + \log b + \log c) \right]$$

Diese Formel ist vortrefflich und nützlich
 können wir einen gegebenen Winkel.

Winkel können wir in den 1° , 2° ,
 3° , 4° Quadranten stellen; z. f. in der
 Partie von unseren Dreiecken nicht einen
 Winkel wissen; dann ist es gut zwey
 Dreiecke zu setzen, damit es leicht die
 gegebenen Größen bestimmt wird; also
 sein werden wenn gut sein, z. f. der Winkel
 auf zu bestimmen, weil ihn in verschiedenen
 Quadranten auf verschiedenen zu notieren,
 in diesen geben.

Diese 8 genannten Aufgaben erfüllen
 alle Fälle, die bey der Berechnung der Winkel
 mit Winkel von Dreiecken vorkommen können.
 Unter diesen Aufgaben ist kein mehr das
 obige durch die gegebenen Winkel nicht
 immer genug bestimmt wird. (Zur 19. Aufg. u. N. I.)

Dies nützlich in vortrefflicher Art
 18.

$$\text{N. 1. da } \frac{a+b-c}{2} = \frac{a+b+c}{2} - c$$

$$\text{so } \frac{a+c-b}{2} = \frac{a+b+c}{2} - b$$

so ist wenn $a+b+c = S$ ist.

$$\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\frac{a+b-c}{2} \times \frac{a+c-b}{2}}{bc}}$$

$$\sin \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}S-c)(\frac{1}{2}S-b)}{bc}}$$

$$\log \sin \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} [\log(\frac{1}{2}S-c) + \log(\frac{1}{2}S-b) - \log(b+c)]$$



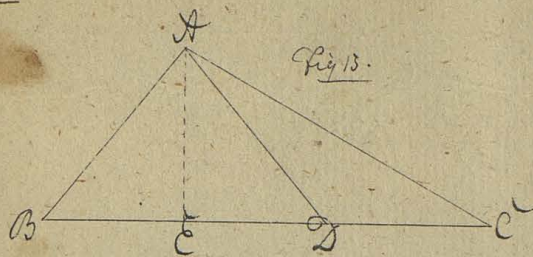


Fig. 15.

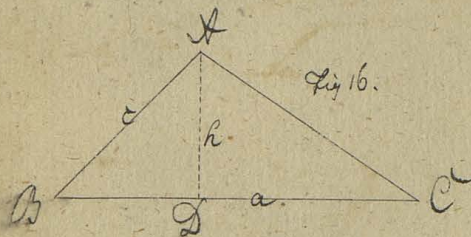


Fig. 16.

Gegeb. $AB, AC, \angle B,$

$AB, AC, \text{ und } \angle C$ gegeben so ist

$$\sin B = \frac{AC \cdot \sin C}{AB}.$$

aus dieser Formel kann man zu B und zu $(180^\circ - B)$ zu ADC gelangen, zu welchem der obige Winkel ADC hinzugefügt ist leicht möglich auf die Dreiecksung bezogen.

Zusatz.

Der Fall ist nicht zu vermeiden, wenn 2 Seiten AB und AC mit dem ein, eingeschlossenen Winkel B gegeben sind.

$$\text{die Höhe } AD = h.$$

$$\text{Höhenfall } AD = m \cdot \sin B.$$

$$m = \frac{1}{2} ah.$$

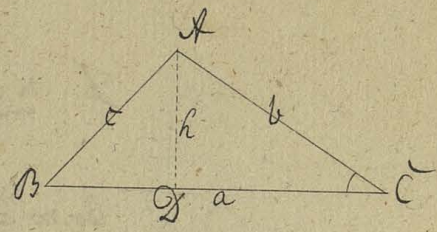
$$h = c \cdot \sin B.$$

$$m = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin B.$$

d. h. Man nehme das selbe Produkt der beiden einschließenden Seiten in den Sinus des eingeschlossenen Winkels, so hat man die Fläche des Dreiecks.

Aufgabe.

Es ist ein Winkel α durch A, B, C , Fig. 16.
gegeben, man sucht den Inhalt, des
gegebenen Dreiecks $BC = a$.



Es ist der Inhalt gesucht.

geg. $\angle A, \angle B, \angle C$ u. a .

$\frac{1}{2}ah$.
da h nicht aber a nur auf zu suchen
Dreieck nicht bestimmt werden. Nehmen wir für
Seite c - so ist. (Theil

zu setzen $m = \frac{1}{2}ah$.

$$c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A}$$

$$h = c \cdot \sin B$$

$$h = \frac{a \cdot \sin C \cdot \sin B}{\sin A} \quad \text{mit}$$

$$\frac{1}{2}ah = \frac{\frac{1}{2}a^2 \cdot \sin C \cdot \sin B}{\sin A} = m.$$

Aufgabe.

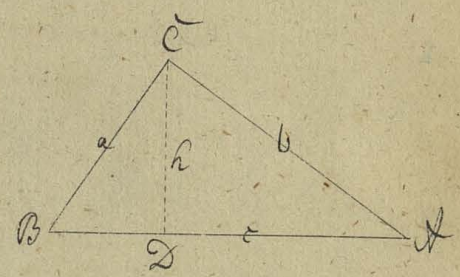
Aus den 3 Seiten des Dreiecks den Inhalt zu
suchen.

Wenn Dreieck 201.

$$\sin A = \frac{\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}}{2bc}; \text{ also}$$

$$\sin A = \frac{h}{b}$$

$$h = \frac{\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}}{2c};$$



da nun $m = \frac{1}{2} ch$ ist so ist.

$$I. \quad m = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}$$

$$\log. m = \frac{1}{2} \left[\log(a+b+c) + \log(a+b-c) + \log(a+c-b) + \log(b+c-a) \right] - \log 4;$$

Angabe.

Aus dem Dreieck m sind 2 Seiten
des Winkels der Seite m gegenüber
zu finden.

Gegeben $m, b, c,$

zu finden, $\angle A.$

Rechteck.

$$m = \frac{1}{2} ch.$$

$$h = b. \sin A.$$

$$m = \frac{1}{2} c. b. \sin A.$$

$$I. \quad \sin A = \frac{2m}{cb};$$

$$\log \sin A = \log 2 + \log m - (\log c + \log b)$$

$$\log \sin A = \log 2 + \log m - (\log b + \log c) + \log 2;$$

Die Rechnung ist oben schon angegeben,
weil der Winkel A mit dem Winkel A
gleich ist.

Winkelfunk.

Es ist das Sinus und Cosinus und Tangens
gegeben, man soll das Sinus & Cosinus
u. Tangens Legend u. d. Winkeln.

1. $\sin \varphi = x$ mit $\cos \varphi = y$

Aus der Formel $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$ folgt 176.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta.$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

Setzt man $\alpha = n\varphi$ und $\beta = \varphi$.

$$\sin(n\varphi + \varphi) = \sin(n+1)\varphi = \sin n\varphi \cos \varphi + \cos n\varphi \sin \varphi;$$

$$\cos(n\varphi + \varphi) = \cos(n+1)\varphi = \cos n\varphi \cos \varphi - \sin n\varphi \sin \varphi;$$

Setzt man nun $n = 0, n = 1, n = 2, n = 3$.

u. s. w. so erhält man

$$\frac{n}{0} \sin \varphi = \sin \varphi = x.$$

$$1. \sin 2\varphi = \sin \varphi \cos \varphi + \cos \varphi \sin \varphi = 2xy;$$

$$2. \sin 3\varphi = \sin 2\varphi \cos \varphi + \cos 2\varphi \sin \varphi = 3xy^2 - x^3;$$

$$3. \sin 4\varphi = \sin 3\varphi \cos \varphi + \cos 3\varphi \sin \varphi = 4xy^3 - 4x^3y;$$

$$4. \sin 5\varphi = \sin 4\varphi \cos \varphi + \cos 4\varphi \sin \varphi = 5xy^4 - 10x^3y^2 + x^5;$$

$$5. \sin 6\varphi = 6xy^5 - 20x^3y^3 + 6x^5y$$

$$\frac{n}{0} \cos \varphi = \cos \varphi = y.$$

$$1. \cos 2\varphi = \cos \varphi \cos \varphi - \sin \varphi \sin \varphi = y^2 - x^2$$

$$2. \cos 3\varphi = \cos 2\varphi \cos \varphi - \sin 2\varphi \sin \varphi = y^3 - 3xy^2$$

$$3. \cos 4\varphi = \cos 3\varphi \cos \varphi - \sin 3\varphi \sin \varphi = y^4 - 6x^2y^2 + x^4$$

$$4. \cos 5\varphi = \cos 4\varphi \cos \varphi - \sin 4\varphi \sin \varphi = y^5 - 10x^2y^3 + 5x^4y$$

$$5. \cos 6\varphi = y^6 - 15x^2y^4 + 6x^4y^2 - x^6$$

Das Gesetz, wonach die Sinus und Cosinus
entwickelt werden, ist bei unserer Abmessung
an, dass es sich allmählich zu den
einmaligen Sinus und Cosinus
bezieht, und so der Winkel von φ ist,

und zwar so, daß der Cosinus aller ungeraden
Gründe des gegebenen Binses ist mit der
Sinus aller geraden Gründe des Binses. Sind
jedoch gewisse Unterschiede, so alle nach
Gleichheit der Sinus und Cosinus + sind und hier
abgeschaltet + 3 - werden.
Es wird also folgt:

$$I. \sin n\varphi = nxy^{n-1} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^2 y^{n-2} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} x^3 y^{n-3} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} x^4 y^{n-4} + \dots$$

$$II. \cos n\varphi = y^n - \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} x^2 y^{n-2} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^4 y^{n-4} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} x^6 y^{n-6} + \dots$$

der allgemeinen Gleichg. nach. Daraus werden
also:

$$\text{Formel I.} = \pm \frac{n \cdot n-1 \cdot \dots \cdot n-2r}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (2r-1)} x^{2r} y^{n-2r+1}$$

oder

$$\text{Formel II} = \pm \frac{n \cdot n-1 \cdot \dots \cdot n-2r}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2r} x^{2r} y^{n-2r}$$

welch der allgemeinen Gleichg. nach. Daraus
wird (+) oder (-) nachfolgend heraus, je nachdem
r eine gerade oder ungerade Zahl ist, und r
bestimmt allgemein eine Zahl, die so viel sein
kann, als die Gleichg. vorgegeben.

Der Sinus und Cosinus von $n\varphi$ sind die
Gleichg. auslay abgeleitet aus der Gleichg., welche
für die Sinus und Cosinus von $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots$
vorgaben. Es wird also Gleichg. für $(n+1)$ gegeben.

nützlich sein wird die zuweisende Art abgeleitet
 da es die alte schon geübte Methode von φ nützlich
 ist nämlich:

$$\sin(n\varphi + \varphi) = \sin(n+1)\varphi = \sin n\varphi \cos \varphi + \cos n\varphi \sin \varphi. \quad \text{--- } \underline{\underline{A.}}$$

$$\cos(n\varphi + \varphi) = \cos(n+1)\varphi = \cos n\varphi \cos \varphi - \sin n\varphi \sin \varphi. \quad \text{--- } \underline{\underline{B.}}$$

Setzen wir die Formeln A & B in die Formeln A & B ein.

$$\sin n\varphi = nxy^{n-1} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} xy^{n-3} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} xy^{n-5} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} xy^{n-7} + \dots$$

$$\cos \varphi = y$$

$$\sin n\varphi \cos \varphi = nxy^n - \frac{(n-2)!}{2!} xy^{n-2} + \frac{(n-4)!}{4!} xy^{n-4} - \frac{(n-6)!}{6!} xy^{n-6} + \dots \quad \text{--- } \underline{\underline{C.}}$$

Es ist:

$$\cos n\varphi = y^n - \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} xy^{n-2} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} xy^{n-4} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} xy^{n-6} + \dots$$

$$\sin \varphi = x.$$

$$\cos n\varphi \sin \varphi = xy^n - \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} xy^{n-2} + \frac{(n-2)!}{4!} xy^{n-4} - \frac{(n-4)!}{6!} xy^{n-6} + \dots \quad \text{--- } \underline{\underline{D.}}$$

Setzen wir die Formeln C & D in die Formeln A & B ein.

Es ist:

$$\sin(n+1)\varphi = (n+1)xy^n - \frac{n+1 \cdot n \cdot n-1}{1 \cdot 2 \cdot 3} xy^{n-2} + \frac{n+1 \cdot n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} xy^{n-4} - \frac{n+1 \cdot n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} xy^{n-6} + \dots$$

Und die $\cos(n+1)\varphi$ zu erhalten ist:

$$\cos n\varphi = y^n - \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} xy^{n-2} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} xy^{n-4} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} xy^{n-6} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4 \cdot n-5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} xy^{n-8} - \dots$$

$$\cos n\varphi \cos \varphi = y^{n+1} - \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} xy^{n-1} + \frac{(n-2)!}{4!} xy^{n-3} - \frac{(n-4)!}{6!} xy^{n-5} + \frac{(n-6)!}{8!} xy^{n-7} - \dots$$

$$\pm \sin n\varphi \sin \varphi = \pm xy^{n+1} \pm \frac{(n-2)!}{2!} xy^{n-1} \pm \frac{(n-4)!}{4!} xy^{n-3} \pm \frac{(n-6)!}{6!} xy^{n-5} \pm \frac{(n-8)!}{8!} xy^{n-7} - \dots$$

$$\cos(n+1)\varphi = y^{n+1} - \frac{n+1 \cdot n}{1 \cdot 2} xy^{n-1} + \frac{n+1 \cdot n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} xy^{n-3} - \frac{n+1 \cdot n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} xy^{n-5} + \dots$$

Unterstützt uns die resultierende Formel so wird

nun finde ich die gesuchte Potenz durch
 versetzen und das für nützlich wie oben bemerkt
 in dem Satz die Potenzen von $(y+x)^{n+1}$ mit,
 geben.

Beispiel.

Die Länge eines Bogens ist gegeben, man
 soll den Bogen und die Länge des Bogenes
 bestimmen.

Ist ein Bogen ψ gegeben, so mag es eine
 ganze Größe sein, und es wird allgemein
 möglich sein einen neuen Bogen und eine
 Zahl n zu finden, daß.

$$n\psi = \psi \text{ ist und } \alpha = \frac{\psi}{n} \text{ ist.}$$

Dann ist

$$\sin n\psi = \sin \psi \text{ und } \cos n\psi = \cos \psi.$$

Dann wird also nur an den neuen Werte
 unterhalten müssen sind $n, \frac{\psi}{n}$ setzen müssen
 an die Aufgabe selbst zu setzen

Bem. (Buch 208.)

$$\sin \psi = x y^{n-1} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 y^{n-3} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^5 y^{n-5} -$$

$$\cos \psi = y^n - \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} x^2 y^{n-2} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 4} x^4 y^{n-4} - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-3 \cdot n-5}{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6} x^6 y^{n-6} +$$

Salzwinkel man kann die Kreisbogenlinie so bilden

Kreisbogen $\alpha = \frac{\Psi}{\varphi}$ ist.

$$\alpha = \frac{\Psi}{\varphi}$$

$$\frac{\alpha \cdot \alpha - 1}{1 \cdot 2} = \frac{\frac{\Psi}{\varphi} \cdot \frac{\Psi}{\varphi} - 1}{1 \cdot 2} = \frac{\Psi \cdot (\Psi - \varphi)}{1 \cdot 2 \varphi^2}$$

$$\frac{\alpha \cdot \alpha - 1 \cdot \alpha - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{\Psi \cdot (\Psi - \varphi)}{1 \cdot 2 \cdot \varphi^2} \cdot \frac{(\frac{\Psi}{\varphi} - 2)}{3} = \frac{\Psi \cdot (\Psi - \varphi) \cdot (\Psi - 2\varphi)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \varphi^3}$$

$$\frac{\alpha \cdot \alpha - 1 \cdot \alpha - 2 \cdot \alpha - 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{\Psi \cdot (\Psi - \varphi) \cdot (\Psi - 2\varphi)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \varphi^3} \cdot \frac{(\frac{\Psi}{\varphi} - 3)}{4} = \frac{\Psi \cdot (\Psi - \varphi) \cdot (\Psi - 2\varphi) \cdot (\Psi - 3\varphi)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \varphi^4}$$

und die Kreise werden folgen:

$$\sin \Psi = \frac{\Psi}{\varphi} xy^{n-1} - \frac{\Psi^3 + 3\varphi^2 \Psi}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \varphi^3} xy^{n-3} + \frac{\Psi^5 + 5\varphi^4 \Psi}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \varphi^5} xy^{n-5} - \frac{\Psi^7 + 7\varphi^6 \Psi}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \varphi^7} xy^{n-7} + \dots \propto$$

$$\cos \Psi = y^n - \frac{\Psi^2 + \varphi^2}{1 \cdot 2 \cdot \varphi^2} x^2 y^{n-2} + \frac{\Psi^4 + 2\varphi^2 \Psi^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \varphi^4} x^4 y^{n-4} - \frac{\Psi^6 + 6\varphi^4 \Psi^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \varphi^6} x^6 y^{n-6} + \dots \propto$$

man kann $\tilde{z}, \tilde{z}', \tilde{z}''$ u. s. w. alle die Glieder in den Kreisbogenlinien des Kreises nennt die mit φ multipliziert aufzusuchen. Man kann aber auch

α in den Logarithmen mit x u. y mit $\frac{\Psi}{\varphi}$ auf nachweislich vorhanden ist, wird festlich aufgeführt.

Dies müßte das φ so klein angenommen werden wie man will und so werden wir immer das die Zahl π (die hier bei der Logarithmenlinie für $\alpha=1$, $\pi=3,14$... für die halbe Kreislinie ist)

möglich sein zu bezeugen. Wollte man z. B. $\alpha=1$ setzen so ist $\alpha \alpha 1 = \frac{1}{90}$ Gradwert =

$$\frac{1}{90} \cdot \frac{314}{2} = \frac{157}{90} = 0,01745 \dots$$

Betrachten wir nun φ unendlich klein wie z. B.

$$\frac{1}{\infty} \text{ u. dgl.}$$

$$x = \sin \varphi = \sin \frac{1}{\infty}$$

$$y = \cos \varphi = \cos \frac{1}{\infty} = 1.$$

nehmen jetzt alle Potenzen von x & y an.
Es wird also dann die Reihe x :

$$\sin \varphi = \frac{\varphi}{\infty} \times \frac{1}{\infty} - \frac{\varphi^3 + 7 \cdot \frac{1}{\infty}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \left(\frac{1}{\infty}\right)^3} + \frac{\varphi^5 + 7 \cdot \frac{1}{\infty}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \left(\frac{1}{\infty}\right)^5} - \frac{\varphi^7 + 7 \cdot \frac{1}{\infty}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \left(\frac{1}{\infty}\right)^7} + \dots$$

Abkürz.

$$I \quad \sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{\varphi^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{\varphi^7}{7!} + \frac{\varphi^9}{9!} - \dots$$

und eben so wird:

$$II \quad \cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{1 \cdot 2} + \frac{\varphi^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{\varphi^6}{6!} + \frac{\varphi^8}{8!} - \frac{\varphi^{10}}{10!} + \dots$$

Setzt man für φ z. B. den Sin 10° ein,
so würde man für φ folgende erhalten,

$$10^\circ = \frac{10}{90} = \frac{1}{9} \text{ Grad} = \frac{1}{9} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{3.14}{2} =$$

$$= 0,1767 = \varphi; \text{ setzt man nun dieses}$$

Wort für φ so erhält man den Sin 10° ;

Zusatz.

Da die Tangente und Secante = $\frac{\sin}{\cos}$.

so können wir auf die Reihe für die Tangente und Secante
mit Hilfe der Reihe für die Logarithmen zurückgehen:

Setzen wir nämlich in Formel I & II für $\sin \psi$
 und $\cos \psi$ für die ersten Konvergenzen von ψ
 und letzten Potenzen allgemeinen Ausdruck, so
 können wir folgendermaßen vorgehen.

$$\frac{\sin \psi}{\cos \psi} = \tan \psi = \frac{\psi - a\psi^3 + b\psi^5 - c\psi^7 + \dots}{1 - \alpha\psi^2 + \beta\psi^4 - \gamma\psi^6 + \dots}$$

Wird nun die Division richtig ausgeführt, so
 erhält der Quotient eine Reihe, die mit ψ
 anfängt und in den ungeraden Potenzen von ψ
 als ψ^3, ψ^5, ψ^7 fortsetzt. Als Ziel steht uns
 obzueinander zu setzen. Es ist

$$\frac{\psi - a\psi^3 + b\psi^5 - c\psi^7 + \dots}{1 - \alpha\psi^2 + \beta\psi^4 - \gamma\psi^6 + \dots} = \psi + A\psi^3 + B\psi^5 + C\psi^7 + \dots$$

Der Nenner umgekehrt giebt:

$$\psi - a\psi^3 + b\psi^5 - c\psi^7 + \dots = \psi + A\psi^3 + B\psi^5 + C\psi^7 + \dots$$

$$\begin{array}{r} \psi \\ -\alpha\psi^2 \\ \beta\psi^4 \\ -\gamma\psi^6 \\ +\dots \end{array} \quad \begin{array}{r} \psi^3 \\ -\alpha A\psi^5 \\ +\beta B\psi^7 \\ -\gamma C\psi^9 \\ +\dots \end{array}$$

folglich muss nun die Konvergenz der Reihe
 ungeraden Potenzen ψ ist.

$$A = \alpha - a$$

$$B = \alpha A - \beta + b$$

$$C = \alpha B - \beta A + c$$

Setzt man nun für $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ a, b, c, d. die Werte
 ein.

$$A = +\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = +\frac{1}{3}.$$

$$B = +\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = +\frac{1}{6} - \frac{1}{24} + \frac{1}{120} = \frac{2}{15}$$

u. s. w.

in unentwickelter Form für Tang $\varphi =$

$$\text{III } \underline{\text{Tang } \varphi} = \varphi + \frac{1}{3}\varphi^3 + \frac{2}{15}\varphi^5 + \frac{17}{315}\varphi^7 + \frac{62}{2835}\varphi^9 + \frac{1382}{155925}\varphi^{11} + \dots$$

in Entwicklung φ wird auf ähnliche Weise

entwickelt: Es ist nämlich $\cotg \varphi = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$. Also,

folgt man ähnlich wie vorher und folgt.

$$\cos \varphi = 1 + \alpha \varphi^2 + \beta \varphi^4 + \gamma \varphi^6 + \dots$$

$$\sin \varphi = \varphi + a \varphi^3 + b \varphi^5 + c \varphi^7 + \dots$$

Es ist das nach Gleichung für $\cotg \varphi$ zu setzen, wenn man die Division vollzieht $\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$, so erhält man die Entwicklung von φ . Wir können daher

ausrechnen:

$$\frac{1 + \alpha \varphi^2 + \beta \varphi^4 + \gamma \varphi^6 + \dots}{\varphi + a \varphi^3 + b \varphi^5 + c \varphi^7 + \dots} = \varphi^{-1} + A \varphi + B \varphi^3 + C \varphi^5 + \dots$$

der Nenner ausgeführt wird.

$$1 + \alpha \varphi^2 + \beta \varphi^4 + \gamma \varphi^6 + \dots = \varphi \left(1 + a \varphi^2 + b \varphi^4 + c \varphi^6 + \dots \right) + a \varphi^3 + b \varphi^5 + c \varphi^7 + \dots$$

die Klammer in der Klammer entwickelt wird.

$$1 = 1$$

$$A = \alpha - a$$

$$B = \beta - aA - b$$

$$C = \gamma - aB - bA - c$$

Es ist also O. 212 in den I. II. die Klammer

$$\sin \varphi = \varphi + \frac{1}{6}\varphi^3 + \frac{1}{120}\varphi^5 + \dots$$

$$\cos \varphi = 1 - \frac{1}{2}\varphi^2 + \frac{1}{24}\varphi^4 - \dots$$

$$a = -\frac{1}{6}; b = +\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}; c = -\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$$

$$d = -\frac{1}{2}; e = +\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4}; f = -\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$$

Man kann nun die numerischen Werte in den
Koeffizienten A, B, C setzen, so ist:

$$A = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{3}$$

$$B = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{1}{18} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = -\frac{1}{45}$$

$$C = -\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1}{270} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} - \frac{2}{945}$$

Setzt man nun die Koeffizienten A, B, C in
die Formel, so ist:

$$\text{IV } \cotang. \psi = \frac{1}{\psi} - \frac{1}{3}\psi - \frac{1}{45}\psi^3 - \frac{2}{945}\psi^5 - \frac{1}{4725}\psi^7 - \frac{2}{93555}\psi^9 - \\ - \frac{1382}{638512875}\psi^{11} - \frac{4}{18243225}\psi^{13} - \dots$$

Die Tabelle zu diesem Ausdruck kann folgen,
falls es ist.

$$\sec \psi = \frac{1}{\cos \psi} = \frac{1}{1 + \alpha \psi^2 + \beta \psi^4 + \gamma \psi^6 + \dots}$$

Nach § 17 I (S. 48) wurde uns alsbald bemerkt, dass
das $\sec \psi$ eine Funktion von denselben Termen annehmen kann.

Wir setzen deshalb: $\sec \psi = 1 + A\psi^2 + B\psi^4 + C\psi^6 + \dots$

Also:

$$\frac{1}{1 + \alpha \psi^2 + \beta \psi^4 + \gamma \psi^6 + \dots} = 1 + A\psi^2 + B\psi^4 + C\psi^6 + \dots \quad \text{— gemindert}$$

$$1 = (1 + A\psi^2 + B\psi^4 + C\psi^6 + \dots)(1 + \alpha \psi^2 + \beta \psi^4 + \gamma \psi^6 + \dots) \quad \text{— die Multiplikation gemacht}$$

$$1 = 1 + \begin{array}{c} A \\ + \alpha \end{array} \psi^2 + \begin{array}{c} B \\ + \alpha A \\ + \beta \end{array} \psi^4 + \begin{array}{c} C \\ + \alpha B \\ + \beta A \\ + \gamma \end{array} \psi^6 + \begin{array}{c} D \\ + \alpha C \\ + \beta B \\ + \gamma A \end{array} \psi^8$$

Substituiert man für α die Konstanten folgt.

$$A = -\alpha$$

$$B = -\alpha A - \beta$$

$$C = -\alpha B - \beta A - \gamma$$

$$D = -\alpha C - \beta B - \gamma A - \delta$$

Setzt man nun für $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ die Werte (Kern II) ein, so erhält man:

$$V. \text{ sei: } \Psi = 1 + \frac{1}{2}\Psi^2 + \frac{5}{24}\Psi^4 + \frac{61}{720}\Psi^6 + \frac{277}{8064}\Psi^8 + \frac{50521}{3628800}\Psi^{10} + \frac{540553}{95800320}\Psi^{12} + \dots$$

die Konstanten zu entwickeln entspricht man für

$$\text{Es ist } \cos \Psi = \frac{1}{\sin \Psi} = \frac{1}{\Psi + \alpha \Psi^3 + \beta \Psi^5 + \gamma \Psi^7 + \dots}$$

in dem der $\frac{1}{\sin \Psi}$ entwickelt wird, wenn man die
Werte zu null setzen entspricht, so erhält man für $\cos \Psi$

$$\cos \Psi = \frac{1}{\Psi} + A\Psi + B\Psi^3 + C\Psi^5 + D\Psi^7 + \dots$$

entwickeln.

Es folgt dann:

$$\frac{1}{\Psi + \alpha \Psi^3 + \beta \Psi^5 + \gamma \Psi^7 + \dots} = \Psi^{-1} + A\Psi + B\Psi^3 + C\Psi^5 + D\Psi^7 + \dots$$

$$1 = (\Psi^{-1} + A\Psi + B\Psi^3 + C\Psi^5 + \dots)(\Psi + \alpha \Psi^3 + \beta \Psi^5 + \gamma \Psi^7 + \dots)$$

die Multiplikation entsprechend geübt:

$$1 = \begin{array}{cccc} 1 & + & A\Psi^2 & + & B\Psi^4 & + & C\Psi^6 \\ & + & \alpha & + & \alpha A & + & \alpha B \\ & & + & \beta & + & \beta A & + & \beta B \\ & & & & + & \gamma & + & \gamma A & + & \gamma B \end{array}$$

Ergebnis sind die Konstanten entwickelt:

$$A = -\alpha; \quad B = -\alpha A - \beta; \quad C = -\alpha B - \beta A - \gamma;$$

Setzt man die numerischen Werte in $\sin \psi$ (Satz 212 I)

so wird:

$$\begin{aligned} \text{III } \cos \psi &= \frac{1}{\psi} + \frac{1}{6}\psi + \frac{7}{360}\psi^3 + \frac{31}{15120}\psi^5 + \frac{127}{604800}\psi^7 + \\ &+ \frac{73}{3421440}\psi^9 + \frac{14477}{653837184000}\psi^{11} + \dots \end{aligned}$$

Wirden je je zu nehmen die Zeit nicht, und das
folgende dritte Beispiels bezieht sich auf die
unter dem Namen Ägädischen verstanden...

Aufgabe vide T. 190. (Lernz)

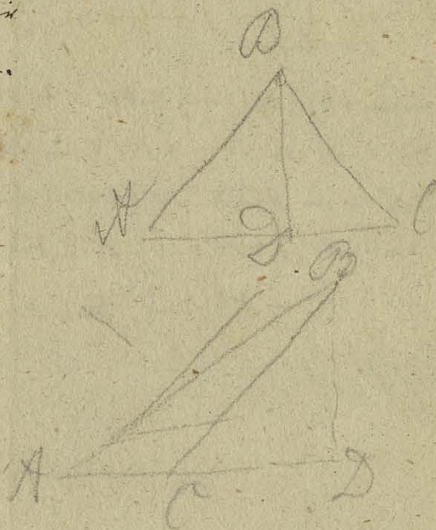
Die Seiten eines ΔABC verfallen sich wie die
Tangenten der gegenüberliegenden Winkel

$$1: \sin A = AB : BD = \sin A \cdot AB.$$

$$1: \sin C = AC : CD = \sin C \cdot AC.$$

$$\sin A \cdot AB = \sin C \cdot AC.$$

Es ist $AB : AC = \sin C : \sin A$



Dies ist die Gleichung Proprietät:

$$\sin \alpha + \sin \beta : \sin \alpha - \sin \beta = \tan \frac{1}{2}(\alpha + \beta) : \tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

richtig sich ausfallen muß nach, begeben sich die Seiten.

Es sey arc $AM = \alpha$, & arc $AN = \beta$.

Man ziehe $NC \neq AB$. Auf C , fälle man
mit Radius OC den Bogen DG . Zieh $HD \perp CD$,
so ist FD die Tangente $\angle MCD$, & DO die Normale $\angle DCG$.

Es ist nun:

$$MP = \sin \alpha \quad AN = \sin \beta.$$

$$MR = \sin \alpha - \sin \beta \quad RM = \sin \alpha + \sin \beta.$$

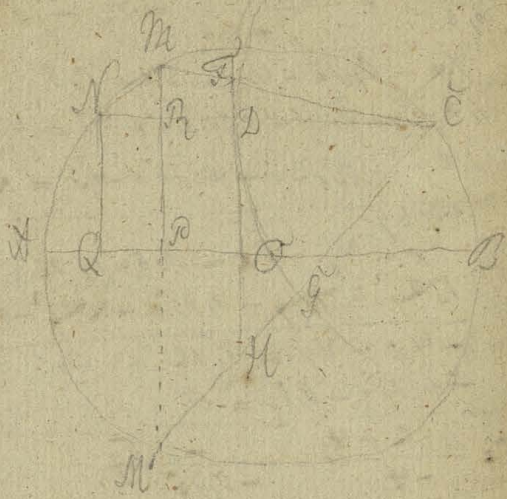
Sei C im Mittel sind Parallelen & müssen sich schneiden
als die gegebenen Tangenten. Mithin ist

$$FD = \tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta), \quad DH = \tan \frac{1}{2}(\alpha + \beta).$$

In $MM \neq DH$ ist, so steht:

$$MR : RM = FD : DH. \text{ d. h. } \sin \alpha - \sin \beta : \sin \alpha + \sin \beta = \tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta) : \tan \frac{1}{2}(\alpha + \beta).$$

q. d. dem. erat



$$0,2x - \frac{0,32 - 4y}{5} = x + 0,16$$

$$\frac{1,2}{0,3}y - \frac{2,5x+1}{y+0,6} = 4y - \frac{1}{3} \quad \text{General: } (0,3y+0,18)$$

$$1x - 0,32 - 4y = 5x + 0,8$$

$$1,2y(4+0,6) - 0,3(2,5x+1) = 4y(0,3y+0,18) - \frac{5}{3}(0,3y+0,18)$$

$$1,2y^2 + 0,72y - 0,75x + 0,3 = 0,12y + 0,12y - \frac{1,5y + 0,9}{3}$$

$$0,3y$$

$$1x - 4y - 5x = 0,8 + 0,32$$

$$1,2y^2 + 0,72y - 0,75x - x + \frac{1}{3} = -0,72y + 0,5y = 0,3 - 0,3$$

$$-4x - 4y = 1,12$$

$$-0,75x + 0,5y = 0$$

$$x = \frac{1,12 + 4y}{-4} = \frac{-0,5y}{-0,75}$$

$$-0,84 - 3,00y = -2,0y$$

$$-3,00y - 2y = +0,84$$

$$-5y = 0,84$$

$$1) \quad y = \frac{0,84}{-5} = -0,168$$

$$\left(\begin{array}{l} y = 0,21 \\ x = 0,48 \end{array} \right)$$

$$\text{Comp: } -0,75x + 0,5y = 0$$

$$\left(\begin{array}{l} = 0,168 \\ = 0,448 \end{array} \right) + 300x - 20y = -0$$

$$\text{General: } -4x - 4y = 1,12$$

$$-0,75x - 4x - 0,84 = 1,12$$

$$-4x = 1,12 + 0,84$$

$$-300x - 3y = 0,84$$

$$+3x + 2y = \pm 0$$

$$-y = 0,08$$

$$+3x + 2y = -0$$

$$+3x + 3y = \pm 0,84$$

$$-5y = 0,84$$

$$y = 0,168$$

$$x = 0,448$$

$$-0,75x + 0,5y = 0,75$$

$$300x + 2y = 0,84$$

$$-4x - 4y = 1,12$$

$$+3 + 3 = -0,84$$

$$1,12 \quad 0,75$$

$$5,60 \quad 8,00$$

$$7,80$$

$$83,60$$

$$3 - 3y - 0,54$$

$$0,75 \quad 1,12$$

$$1,50 \quad 1,96 = 0,46$$

$$1,50 \quad 1,61$$

$$36$$

$$-0,75 \quad 1,12$$

$$0,75 \quad 0,84$$

$$90,84$$

$$0,75 \quad 1,12$$

$$5,60 \quad 7,84$$

$$0,75 \quad 60$$

$$3,00$$

$$90,84$$

$$-4x - 4y = 1,12$$

$$-0,75x + 0,5y = 0$$

$$\frac{1,12 + 4y}{-4} = \frac{-0,5y}{-0,75}$$

$$-0,75$$

$$1,12$$

$$1,50$$

$$75$$

$$-0,75$$

$$1,12$$

$$1,50$$

$$0,75$$

$$0,8400$$

$$-4x - 0,672 = 1,12$$

$$-4x = 1,12 + 0,672$$

$$-4x = 1,792$$

$$x = \frac{1,792}{4}$$

$$x =$$

3)

$$-0,84 - 3y = -2y$$

$$-3y - 2y = 0,84$$

$$-5y = 0,84$$

$$y = \frac{0,84}{5}$$

$$y = 0,168$$

$$x = 0,448$$

Substitution

$$-0,75$$

$$1,12$$

$$1,50$$

$$0,75$$

$$0,75$$

$$0,8400$$

$$-4x - 4y = 1,12$$

$$-0,75x + 0,5y = 0$$

$$x = \frac{1,12 + 4y}{-4}$$

$$-0,75 \left(\frac{1,12 + 4y}{-4} \right) + 0,5y = 0$$

$$-0,84 - 3y - 2y = 0$$

$$-3y - 2y = 0 + 0,84$$

$$-5y = 0,84$$

$$y = \frac{0,84}{5}$$

$$y = 0,168$$

$$x = 0,448$$

$$\begin{aligned} 0,2x - \frac{0,32 - 4y}{5} &= x + 0,16 \\ \frac{1,2}{0,5}y - \frac{2,5x + 1}{y + 0,6} &= 4y - \frac{5}{3} \end{aligned}$$

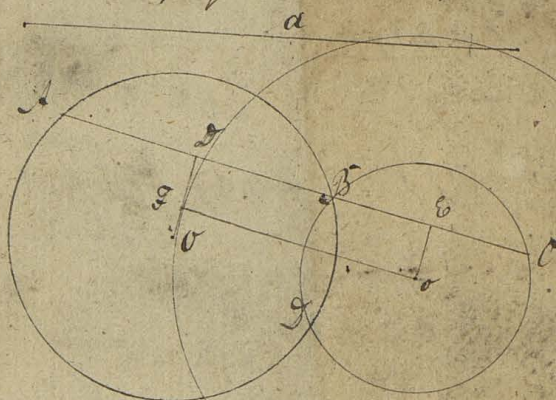
$$\begin{aligned} 0,3,06 \\ 0,18 \\ 0,3y + 0,18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 \\ 11 \\ 24 \\ 1620 \\ 90267 \\ 15 \\ 240 - 872 \\ 240x = 72 + 88 \\ 240 = 80 \\ x = \frac{80}{240} \end{aligned}$$

$$1x - 0,32 - 4y = 1x + 8$$

$$1,2y(y + 0,6) - 0,3(2,5x + 1) = 4y(0,3y + 0,18) - 5(y + 0,6)$$

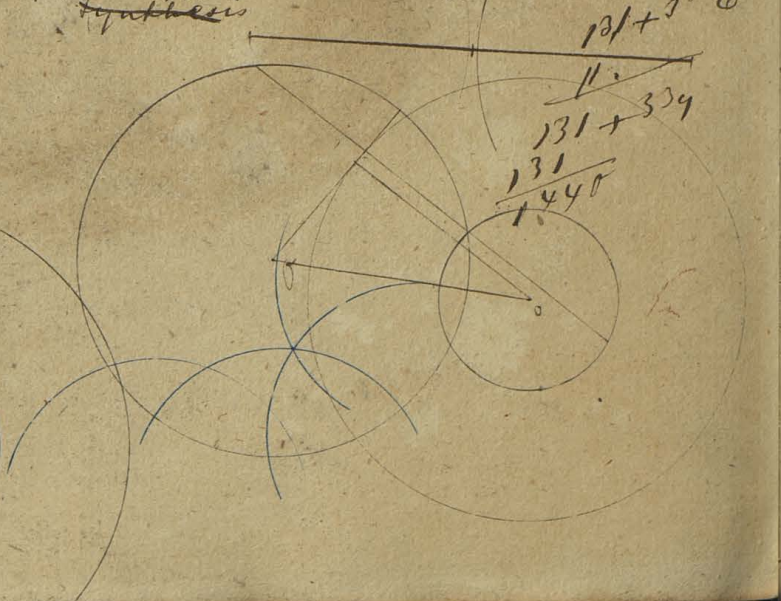
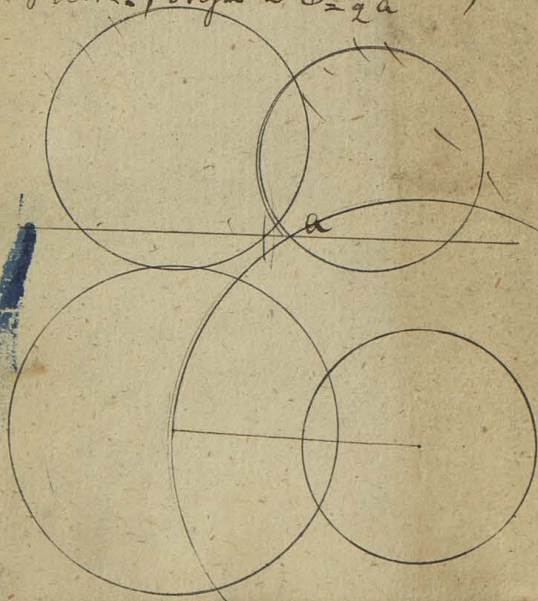
2) Zeigst du, dass die Kreise Γ und Δ ein gemeinsames Zentrum haben, wenn die Kreise Γ und Δ ein gemeinsames Zentrum haben, so ist die Kreise Γ und Δ ein gemeinsames Zentrum.



Analysis:

Gegeben: Zwei Kreise Γ und Δ mit den Radien r_1 und r_2 . Die Kreise Γ und Δ schneiden sich in den Punkten A und B . Die Kreise Γ und Δ haben ein gemeinsames Zentrum O . Die Kreise Γ und Δ haben ein gemeinsames Zentrum O . Die Kreise Γ und Δ haben ein gemeinsames Zentrum O .

Gegeben: Zwei Kreise Γ und Δ mit den Radien r_1 und r_2 . Die Kreise Γ und Δ schneiden sich in den Punkten A und B . Die Kreise Γ und Δ haben ein gemeinsames Zentrum O . Die Kreise Γ und Δ haben ein gemeinsames Zentrum O . Die Kreise Γ und Δ haben ein gemeinsames Zentrum O .



$$\begin{aligned} 131 + 339 \\ 131 \\ 1440 \end{aligned}$$

$$4) 11x = 8y + 189,92$$

$$3y + 7 = 2x - 24,1$$

unvollständige Bernoulli

31

24,8, 223
248
248
248

3) Man frisst das Brot, und es, wenn man zum Frühstück
einen Braten 8 oder 1, die Zeit 2 gibt, und dann man
Frühstück 15 u. wenn Braten abgibt, die Zeit 1 gibt

$$1) 15x + 8y = 2$$

$$15x - 8y = 1$$

$$1) 11x - 8y = 189,92$$

$$-2x + 2y = -24,1 - 7$$

$$-24,1$$

$$-7$$

$$2 - 8y = \frac{1 + 8y}{15}$$

$$11x - 8y = 189,92$$

$$+ 2x + 2y = -24,1 - 7$$

$$-31,1$$

$$-2x$$

$$31,1$$

$$342,1$$

$$30 - 120y = 15 + 120y$$

$$-120y - 120y = 15 - 30$$

$$189,92 + 8y = 34,1 + 2y$$

$$-240y = -15$$

$$+ 379,84 + 16y = 342,1 + 33y$$

$$379,84 - 16y = 342,1 + 33y$$

$$y = \frac{15}{240} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

$$379,84 - 16y = 342,1 + 33y$$

$$49y = 137,74$$

$$y = \frac{1}{16}$$

$$y = \frac{137,74}{49}$$

$$15x - \frac{8}{16} \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$33y - 16y = 379,84 - 342,1$$

$$15x = 2 + \frac{1}{2}$$

$$17y = 37,74$$

$$30x = 4 + \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{37,74}{17} = 2,22$$

$$x = \frac{5}{30} = 1,22$$

$$x = \frac{1}{16} = 1,76$$

$$3,22 + 7 = 2x - 24,1$$

$$6,66 + 7 = 2x - 24,1$$

$$189,92 + 8y = 19,66 = 2x - 24,1$$

$$24,1 + 31,1 + 2y = 2x = 19,66 + 24,1 = 37,76$$

$$9,84 + 16y = 1440 + 33y = \frac{37,76}{2} = 18,88$$

$$-16y - 33y = 1440 - 379,84$$

$$y = 2,22$$

$$x = 18,88$$

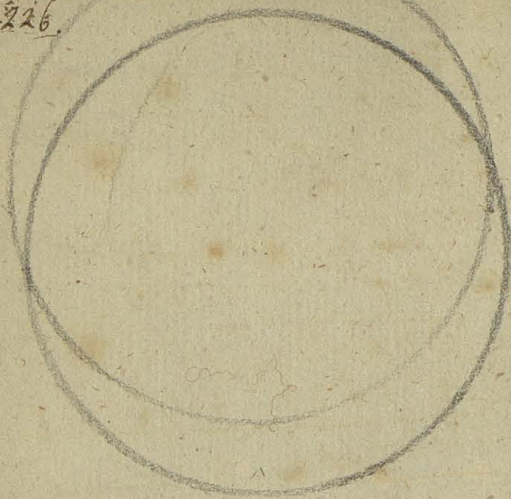
x

Die Zerlegung gebrannter Talkwäse

für die die subequal Befragung namentlich wichtiger
 Abschnitte. Es kann ein Zersplittern in ungenügend
 unter Einschluss vieler wichtiger & subalternen gewissermaßen
 mancher Stellen, hervorgebracht werden, die dann rasch
 mit Unzufriedenheit getroffen & demnach den gegen-
 wärtigen Abschnitt aus; die Teile selbst dann nur
 & durch Fortschreibung ungenügend. In der Regel
 nationale und internationale Funktionen bezieht
 sich die Organisation. Funktionen in der
 die unverständliche Größe & Größe der Arbeit
 allgemein bezieht ist, wenn man eine
 internationale Funktion.

Wunder & Witz und Haas glückselig
vergnügt - sind, so sind solche Subjekte
unser Glück. Sind denn Experimente un-
möglich, so frucht d. Fortschritt nicht, sonst
Vielbarkeit, selbst 11. . . .

Leinwollenen Strumpf vertragen sich
ganz vortreflich mit der Haut, dessen niedrige
Stülpung vollkommen hinreichend ist, um die



nimm an, dass nach folgendem Art gegeben.
 Wenn man eine quadratische Gleichung von
 der Form hat, dass die Lösung genau
 gegeben sein könnte, gelte es $\cos \varphi$
 und multipliziert die Gleichung mit dem
 Cosinus wegen eines Winkels φ , so muss man
 voraussetzen, dass φ ein möglicher Winkel ist.

$$q^2 x^2 - 2pqx \cos \varphi + p^2$$

muss ein möglicher reeller Wert sein.
 der Beweis ergibt sich aus der Ausführung, indem man
 diese Gleichung $= 0$ setzen darf, und p^2 nach
 der ersten Seite bringt.

$$q^2 x^2 - 2pqx \cos \varphi + p^2 = 0.$$

~~$$x^2 - 2px \cos \varphi + \frac{p^2}{q^2} = 0$$~~

~~$$x^2 - 2px \cos \varphi + \frac{p^2}{q^2} = 0$$~~

~~$$x^2 - 2px \cos \varphi + \frac{p^2}{q^2} = 0$$~~

$$x^2 - 2px \cos \varphi + \frac{p^2}{q^2} = -\frac{p^2}{q^2}$$

$$x = \frac{p \cos \varphi}{q} \pm \sqrt{\frac{p^2 \cos^2 \varphi}{q^2} - \frac{p^2}{q^2}}$$

$$x = \frac{p \cos \varphi}{q} \pm \frac{p}{q} \sqrt{\cos^2 \varphi - 1}$$

$$x = \frac{p}{q} \left(\cos \varphi \pm \sqrt{-1(1 - \cos^2 \varphi)} \right)$$

$$x = \frac{p}{q} \left(\cos \varphi \pm \sqrt{\sin^2 \varphi - 1} \right)$$

sind die, die im Voraus setzen Dignität
 d. unendlichen Geist enthalten und in Folge
 der kann aber auch nicht gebrauchet werden,
 zu gränzte unendlichen, wobei notwendig
 so unangenehm werden müß. daß der Geist
 die, der gegen Geist begreifbar gebrauchet
 d. Dignität d. Geist als d. Name und,
 selbst müß. z. f.

$$\frac{M}{X} = \frac{x^7 + 3x^6 - 7x^4 + x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 4x^2 + x - 3}$$

Man wird sich die Dignität des unendlichen
 Geistes im Geist und in add. 3 subtrahirende Geist
 gebrauchet haben, man kann die des Namens
 Geist sind z. f. $x^7 = x^{3+4}$; $x^6 = x^{3+4-1}$
 wenn die nun die Dignität verändert so wird:

$$\begin{array}{r}
 2x^3 - 4x^2 + x - 3 \overline{) \frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^3 + \frac{19}{4}x^2 + \frac{11}{2}x + \frac{99}{4}} \\
 \underline{x^7 + 3x^6 - 7x^4 + x^2 - 5x + 2} \\
 + x^7 - 2x^6 + \frac{1}{2}x^5 - \frac{3}{2}x^4 \\
 \underline{+ 5x^6 - \frac{1}{2}x^5 - \frac{11}{2}x^4 + x^2 - 5x + 2} \\
 + 5x^6 + 10x^5 + \frac{5}{2}x^4 - \frac{15}{2}x^3 \\
 \underline{+ \frac{10}{2}x^5 - 8x^4 + \frac{15}{2}x^3 + x^2 - 5x + 2} \\
 + \frac{19}{2}x^5 - 19x^4 + \frac{19}{4}x^3 - \frac{57}{4}x^2 \\
 \underline{+ 11x^4 + \frac{11}{4}x^3 + \frac{61}{4}x^2 - 5x + 2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 +11x^4 + \frac{11}{4}x^3 + \frac{61}{4}x^2 - 5x + 2 \\
 +11x^4 + 22x^3 + \frac{11}{2}x^2 + \frac{23}{2}x \\
 \hline
 +\frac{99}{4}x^3 + \frac{39}{4}x^2 + \frac{23}{2}x + 2 \\
 +\frac{99}{4}x^3 + \frac{99}{2}x^2 + \frac{99}{8}x - \frac{297}{8} \\
 \hline
 +\frac{237}{4}x^2 - \frac{7}{8}x + \frac{313}{8}
 \end{array}$$

Damit ist ganz fertig

$$\frac{M}{X} = \frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^3 + \frac{19}{4}x^2 + \frac{11}{2}x + \frac{99}{8} + \frac{\frac{237}{4}x^2 - \frac{7}{8}x + \frac{313}{8}}{2x^3 - 4x^2 + x - 3}$$

Es ist also das allgemeine der Art der Summe der
 einer solchen Operation die man oft gebraucht Funktionen
 in einer gewissen manuellen Form, von
 welcher S. 1. wird also nicht gebraucht S.
 das man.

Das ist gebrauchte Funktionen welche so
 verbunden sind mit diesen bestimmten Größen
 & die man in diesen verbundenen verfährt.

Es ist so gegeben worden:

$$\frac{M}{X} = \frac{a + ax + a''x^2 + a'''x^3 + a''''x^4 + a'''''x^5 + \dots}{(p - qx)(p' - q'x)(p'' - q''x)(p''' - q'''x) \dots}$$

Es ist in manchen solchen Fällen gegeben
 worden, von dem gibt es nicht die Anzahl
 der Mann verfährt es kann so das allgemeine
 so man sieht:

$$\frac{m}{N} = \frac{A}{q - px} + \frac{A'}{p' - q'x} + \frac{A''}{p'' - q''x} + \frac{A'''}{p''' - q'''x} + \dots$$

Es findet sich hier die bekannte, und leicht zu beweisen ist, dass die Reihe $A, A', A'', \dots$ eine geometrische Progression von der Bedeutung der übrigen Zahlen zu bilden vermögen, so dass irgend eine beliebige Summe der Reihe durch eine Potenz von x ausgedrückt werden kann. Man muss nur einen dieser Summen abwechselnd und die andere beliebig bezeichnen, so dass man y oder z erhält.

$$\frac{A}{p' - q'x} + \frac{A''}{p'' - q''x} + \frac{A'''}{p''' - q'''x} + \dots = \frac{Z}{X} \text{ so ist also:}$$

$$\frac{m}{N} = \frac{A}{p - qx} + \frac{Z}{X}$$

Es folgt daraus, dass die Reihe der übrigen Summen $A, A', A'', \dots$ eine geometrische Progression ist, so dass die Reihe $A, A', A'', \dots$ notwendig als die Summe einer Reihe, welche aus einer Summe besteht, so dass die Reihe $A, A', A'', \dots$ eine geometrische Progression ist.

$$X = (p' - q'x)(p'' - q''x)(p''' - q'''x) \dots$$

Es ist also die Reihe der Summen $A, A', A'', \dots$ eine geometrische Progression, so dass die Reihe $A, A', A'', \dots$ eine geometrische Progression ist.

man kann also auch die $\frac{M}{N}$ ausdrücken

$$\frac{M}{N} = \frac{A'}{p' - q'x} + \frac{L}{x} = \frac{A'x + L(p' - q'x)}{x(p' - q'x)}$$

weil $N = x(p' - q'x)$ ist, und also die Zähler
gleich sein muss.

$$M = A'x + L(p' - q'x)$$

Um A' zu finden, setze man $(p' - q'x) = 0$, d. h. $x = \frac{p'}{q'}$

$$M = A'x'$$

$$A' = \frac{M}{x'}$$

Setzt man also wie vorher und den Bruch $x = \frac{p'}{q'}$
gleiches, und also eine neue Bezeichnung
detrachte eingetauscht.

Man kann also ein A'' bestimmen:

$$\frac{A}{(p - qx)} + \frac{A'}{p' - q'x} + \frac{A''}{p'' - q''x} + \frac{A'''}{p''' - q'''x} = \frac{L}{x}$$

man nun gleiche aufsuchen, und also ein

$$A'' = \frac{M}{x''}$$

suchen, was die geringsten Absätze
wird, und eben das für $x = \frac{p''}{q''}$ gesetzt werden

Wenn man in einem Falle dieser drei oder vier
einmal gesucht bestimmen will, dessen Name zu
den ersten $(p - qx)$ gehört, so multipliziert man die

Nummer über demselben Bruch mit einem, so
steht der Bruchteil richtig; ~~Setzt~~ den Namen
dieses Bruchs zu multipliziert den Bruch mit

gesucht wurde $y'' = p - qx = 0$, bestimme dann
 den Punkt von X , der diesen Satz von Punkt
 in y'' der gegebenen F . also in M , mit
~~dem das entsprechende Punkt M' , mit dem~~
 die Polarisierung von y'' zum gegebenen Punkt
 von X in der F . X , ~~Polarisierung des Punktes X~~
 mit demselben Punkt von M in y'' gilt
 der Grundsatz der gegebenen Größen.

Siehe x/y .

$$\frac{M}{N} = \frac{40 + 28x - 26x^2}{6 + 5x - 22x^2 - 24x^3}$$

I. Lösung.

Wie in der Tabelle oben steht ist, so nehmen
 wir die F . N an und y'' setzen 2 mit 40 für
 eine gewisse Gleichung auf.

$$-24x^3 - 22x^2 + 5x + 6 = 0.$$

$$-24x^3 - 22x^2 + 5x + 6 = 0 \quad \text{Setze man } x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{8} + \frac{11}{48} - \frac{5}{48} - \frac{1}{4} = 0, \quad \text{denn } x - \frac{1}{2} = 0 \text{ ist die}$$

$$(x - \frac{1}{2}) \parallel \frac{x^2 + \frac{17}{12}x + \frac{1}{4}}{x^2 + \frac{11}{12}x - \frac{5}{24}x - \frac{1}{4} = 0.}$$

$$x^2 + \frac{11}{12}x - \frac{5}{24}x - \frac{1}{4} = 0.$$

$$-x^2 + \frac{1}{2}x^2$$

$$+ \frac{17}{12}x^2 - \frac{5}{24}x - \frac{1}{4} = ;$$

$$+ \frac{17}{12}x^2 + \frac{17}{24}x$$

$$+ \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$+ \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

also $x^2 + \frac{17}{12}x + \frac{1}{2} = 0.$

$$x = -\frac{17}{24} \pm \sqrt{\left(\frac{17}{24}\right)^2 - \frac{1}{2}} = -\frac{17}{24} \pm \sqrt{\frac{289 - 288}{576}} =$$

$$= -\frac{17}{24} \pm \frac{1}{24} = \begin{cases} -\frac{2}{3} \\ -\frac{3}{4} \end{cases}$$

Summe ist nun

$$\frac{M}{N} = \frac{40 + 38x + 26x^2}{(1-2x)(2+3x)(3+4x)} \quad \text{da nämlich}$$

Wozu: $x = \frac{1}{2}$	$x = -\frac{2}{3}$	$x = -\frac{3}{4}$
$2x = 1$	$3x = -2$	$4x = -3$
$0 = 1 - 2x$	$2 + 3x = 0$	$3 + 4x = 0$

Man setze x zuerst zu $\frac{1}{2}$ und x dann $-\frac{2}{3}$ und $-\frac{3}{4}$ ein, so erhält man die drei Theile, die man suchen will.

$$\frac{M}{N} = \frac{A}{1-2x} + \frac{A'}{2+3x} + \frac{A''}{3+4x} \quad \text{gesucht, um}$$

den Bruch in drei Theile zu zerlegen, die man suchen will.

Set A . $x = (2+3x)(3+4x) = x^2 + \frac{17}{12}x + \frac{1}{2} = 6 + 17x + 12x^2$

Set A' . $x' = (1-2x)(3+4x) = 3 - 2x - 8x^2 = 3 - 2x - 8x^2$

Set A'' . $x'' = (1-2x)(2+3x) = 2 - x - 6x^2 = 2 - x - 6x^2$

Set A . $60 - 9x = (1-2x) \cdot x = \frac{p}{q} = +\frac{1}{2}$

Set A' . $60 - 9x' = (2+3x) \cdot x' = \frac{p'}{q'} = -\frac{2}{3}$

Set A'' . $60 - 9x'' = (3+4x) \cdot x'' = \frac{p''}{q''} = -\frac{3}{4}$

Es ist nun leicht, die Theile in die Brüche zu zerlegen.

M & X so wird

$$\text{für } A = \frac{M}{X} = \frac{40 + 38 \cdot \frac{1}{2} - 26 \cdot \frac{1}{4}}{6 + 17 \cdot \frac{1}{2} + 12 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{40 + 19 - \frac{13}{2}}{6 + \frac{17}{2} + 3} = \frac{105}{25} = 3$$

$$\text{für } A' = \frac{M}{X'} = \frac{40 + 38 \cdot \frac{2}{3} - 26 \cdot \frac{4}{9}}{3 - 2 \cdot \frac{2}{3} + 8 \cdot \frac{4}{9}} = \frac{40 - \frac{76}{3} + \frac{104}{9}}{3 + \frac{4}{3} + \frac{32}{9}} = 4$$

$$\text{für } A'' = \frac{M}{X''} = \frac{40 + 38 \cdot \frac{3}{4} - 26 \cdot \frac{9}{16}}{2 - 1 \cdot \frac{3}{4} - 6 \cdot \frac{9}{16}} = \frac{40 - \frac{114}{4} - \frac{234}{16}}{2 + \frac{3}{4} - \frac{54}{16}} = +5$$

Drummit ist

$$\frac{40 + 38X - 26X^2}{(1-X)(2+3X)(3+4X)} = \frac{3}{1-X} + \frac{4}{2+3X} + \frac{5}{3+4X}$$

Es ist nun zu bemerken, daß nicht zu sehen
kann, die Zahlen genau Zahlen werden, die
Länder oft Länd, und nicht Null werden
in welchem beliebigen Fall die Länd und die Länd
gleichfalls.

Man kann diese Methode & die da manche
Länder betrachten, daß eine Abnahme der Länd
in der Länd und gleichzeitig manche

Man kann Länd in die Länd in Länd
gleichmäßig werden, & wird man gleich
da Länd in die Länd Länd gleichmäßig,
Man kann man aber nicht gleichmäßig Länd
gleich. Man kann die Länd aber & man gleich
man man man die Länd nicht Länd

2te Länd. d. Länd. von Länd.

(Man kann man die Länd in Länd
gleichmäßig man Länd man Länd
man Länd man Länd)

um die ungetreuen Stellen von der Summe $p-qx$

zu subtrahieren, welche Bedingung war, wird man aber

den Zähler durch den getrennten Nenner dividieren

müssen.

$$\frac{N'}{X'} = \frac{6 + 105x - 105x^2 - 25x^3 - \frac{11}{2}x^4 - \frac{105}{2}x^5 - 15x^6 + 4x^7}{36x - 31x^3 - 7x^4 + 2x^5} = \text{Leitfaden II.}$$

$$= 3 + \frac{1}{2}x + 2x^2 + \frac{6 - 3x + 8x^2 - 4x^3}{36x - 31x^3 - 7x^4 + 2x^5}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{6 - 3x + 8x^2 - 4x^3}{x(36 - 31x^2 - 7x^3 + 2x^4)}$$

$$36 - 31x^2 - 7x^3 + 2x^4 = 0$$

$$x^4 - \frac{7}{2}x^3 - \frac{31}{2}x^2 + 18 = 0. \text{ Wurzeln sind } x = 1, -2, -\frac{3}{2}, +6;$$

$$\frac{M}{N} = \frac{6 - 3x + 8x^2 - 4x^3}{x(1-x)(2+x)(3+2x)(6-x)} = \frac{A}{x} + \frac{A'}{1-x} + \frac{A''}{2+x} + \frac{A'''}{3+2x} + \frac{A^{IV}}{6-x}$$

Die Zähler

A	$F \cdot X = (1-x)(2+x)(3+2x)(6-x) = 36 + * - 31x^2 - 7x^3 + 2x^4$	$x=0$
A'	$F \cdot X' = x(2+x)(3+2x)(6-x) = 36x + 36x^2 + 5x^3 - 2x^4$	$x=1$
A''	$F \cdot X'' = x(1-x)(3+2x)(6-x) = 18x - 9x^2 - 11x^3 + 2x^4$	$x=-2$
A'''	$F \cdot X''' = x(1-x)(2+x)(6-x) = 12x - 8x^2 - 5x^3 + x^4$	$x=-\frac{3}{2}$
A^{IV}	$F \cdot X^{IV} = x(1-x)(2+x)(3+2x) = 6x + x^2 - 8x^3 - 2x^4$	$x=6$

Dann sind

$A = N = 6$	$= 6$	$x = 36 + * = 36$	$\sqrt{x} = 0.$
$A' = \frac{N}{1-x} = 6 - 3 + 8 - 4 = 7$	$x' = 36 + 36 + 5 - 2 = 75$	$\sqrt{x} = 1.$	
$A'' = \frac{N}{2+x} = 6 + 6 + 32 + 32 = 76$	$x'' = -36 - 36 + 88 + 32 = 48$	$\sqrt{x} = -2$	
$A''' = \frac{N}{3+2x} = 6 + \frac{9}{2} + 18 + \frac{27}{2} = 42$	$x''' = -18 - 18 + \frac{135}{8} + \frac{81}{16} = -\frac{225}{16}$	$\sqrt{x} = -\frac{3}{2}$	
$A^{IV} = \frac{N}{6-x} = 6 - 15 + 288 - 864 = -585$	$x^{IV} = 36 + 36 - 1080 - 2592 = -3600$	$x = 6$	

$$\text{in } A = \frac{m}{x}, A' = \frac{m}{x'}, A'' = \frac{m}{x''} \text{ etc.}$$

hierfür:

$$A = \frac{m}{x} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6};$$

$$A' = \frac{m}{x'} = \frac{7}{75} = \frac{1}{75};$$

$$A'' = \frac{m}{x''} = \frac{76}{48} = \frac{19}{12};$$

$$A''' = \frac{m}{x'''} = \frac{42}{-225} = -\frac{16 \cdot 42}{225} = -\frac{224}{75};$$

$$A^{IV} = \frac{m}{x^{IV}} = \frac{-588}{-3600} = \frac{49}{300};$$

Es ist demnach die gesuchte Entwicklung: $\frac{m'}{x'}$

$$\frac{m'}{x'} = 3 - \frac{1}{2}x + 2x^2 + \frac{1}{6x} + \frac{7}{75(1-x)} + \frac{19}{12(2+x)} - \frac{224}{75(3+2x)} + \frac{49}{300(6-x)};$$

III. Beispiel.

$$\frac{M}{N} = \frac{5-4x}{3-7x+6x^2} = \frac{5-4x}{(3+2x)(1-3x)};$$

$$\frac{M}{N} = \frac{A}{3+2x} + \frac{B}{1-3x}$$

Um A ist $x = 1-3x$ mit $p-qx = 3+2x$ und $\frac{p}{q} = -\frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$.

$$A = \frac{m}{x} = \frac{5-4x}{1-3x} = \frac{5+\frac{10}{3}}{1+\frac{2}{3}} = \frac{10+\frac{15}{3}}{2+\frac{2}{3}} = \frac{22}{11} = +2. \text{ für } x = -$$

Um B ist $x = 3+2x$ mit $p-qx = 1-3x$ und $\frac{p}{q} = +\frac{1}{3}$

$$B = \frac{m}{x} = \frac{5-4x}{3+2x} = \frac{5-\frac{4}{3}}{3+\frac{2}{3}} = \frac{15-4}{9+2} = \frac{11}{11} = +1. \text{ für } x = +\frac{1}{3}$$

und mithin $\frac{M}{N} = \frac{5-4x}{3-7x-6x^2} = \frac{2}{3+2x} + \frac{1}{1-3x};$

II Beispiel.

$$\frac{M}{N} = \frac{6-3x-5x^2}{2x-4x^2-6x^3} = \frac{6-3x-5x^2}{2x(1-2x-3x^2)} \quad * N^3.$$

und die Gleichung $x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}$ ist

$$x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{3+1}{9}};$$

und $x = +\frac{1}{3}$ und $x = -1$. Also ist die F.

$$\frac{M}{N} = \frac{6-3x-5x^2}{2x(1-3x)(1+x)} = \frac{6-3x-5x^2}{x(1-3x)(2+2x)} = \frac{A}{x} + \frac{A'}{1-3x} + \frac{A''}{2+2x}.$$

Sei A ist $X = (1-3x)(2+2x)$ und $p-qx = x$ also $\frac{p}{q} = \frac{0}{-1} = 0$.

— A' ist $X' = x(2+2x)$ und $p'-qx' = 1-3x$ also $\frac{p'}{q'} = x = +\frac{1}{3}$.

— A'' ist $X'' = x(1-3x)$ und $p''-qx'' = 2+2x$ also $\frac{p''}{q''} = x = -1$.

Es ist stumm.

$$A = \frac{M}{X} = \frac{6-3x-5x^2}{(1-3x)(2+2x)} = \frac{6-0-0}{(1-0)(2+0)} = \frac{6}{2} = +3 \text{ für } x = \frac{p}{q} = 0.$$

$$A' = \frac{M}{X'} = \frac{6-3x-5x^2}{x(2+2x)} = \frac{6-1-\frac{5}{9}}{\frac{1}{3}(2+\frac{2}{3})} = \frac{54-9-5}{8} = \frac{40}{8} = +5 \text{ für } x = \frac{p'}{q'} = +\frac{1}{3}.$$

$$A'' = \frac{M}{X''} = \frac{6-3x-5x^2}{x(1-3x)} = \frac{6+3-5}{-1(1+3)} = \frac{+4}{-4} = -1 \text{ für } x = \frac{p''}{q''} = -1.$$

Und also die gegebenen Funktion:

$$\frac{M}{N} = \frac{6-3x-5x^2}{2x-4x^2-6x^3} = \frac{3}{x} + \frac{5}{1-3x} - \frac{1}{2(1+x)};$$

* Bemerkung.

Man muß sich sehr hüten, daß man nicht einen falschen Bruch bei der Auflösung der Gleichung, nach der Voraussetzungen zu nehmen mag, indem es sonst verloren geht und das Resultat, das

die T. selbst ganz anders wird, indem es wirklich nicht
mehr für dieselbe Funktion, sondern für eine andere
gilt. y-f.

Setze nun in unserem Bruch:

$$\frac{M}{N} = \frac{6-3x-5x^2}{2x-4x^2-6x^3} \quad \text{den Faktor 2 aus der Zähler,}$$

multipliziere zu nehmen vorzeichen so wurde

$$\frac{M}{N} = \frac{6-3x-5x^2}{x(2-4x-6x^2)} \quad \text{Setze nun in die Gleichung}$$

$$6x+4x-2=0 \quad \text{nach } x \text{ auflösen}$$

$$x + \frac{4}{6}x = \frac{2}{6} \quad \text{oder}$$

$$x + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3} \quad \text{oder}$$

$$x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{4}{9}} = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{5}{9}} = -\frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{wie}$$

nicht die reellen Wurzeln.

Da in der Funktion gezeigte Mannere würde

abwärts liegen: $x(1+x)(1-3x)$ und mit der

vorhergezeigten Mannere den Faktor 2 zu

kein liegen, da man sonst mit der Funktion

(oder Gleichung) setzen müssen müssen. Der

Bruch Mannere ist der Bruchteil:

$$A = 6; \quad A' = 10; \quad A'' = -1.$$

Demnach ist die Funktion

$$\frac{M}{N} = \frac{6-3x-5x^2}{x(1-3x)(1+x)} = \frac{6}{x} + \frac{10}{1-3x} - \frac{1}{1+x} \quad |$$

also ein ganz verschiedenes Beispiel, welches dargestellt wird die Funktion $\frac{M}{N}$ selbst, nach der Methode des 2 in Zähler, aufgetrennt wurde.

I Beispiel:

$$\frac{M}{N} = \frac{6x+4}{x+x^2} = \frac{6x+4}{x(1+x)} = \frac{A}{x} + \frac{A'}{x+1}$$

hier ist $X = 1+x$ und $p-qx = x$ & $\frac{p}{q} = 0$.

hier ist $X' = x$ und $p-qx = 1+x$ & $\frac{p}{q} = -1$.

$$A = \frac{M}{X} = \frac{6x+4}{1+x} = \frac{0+4}{1+0} = +4$$

$$A' = \frac{M}{X'} = \frac{6x+4}{x} = \frac{-6+4}{-1} = +2 \text{ und}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{6x+4}{x+x^2} = \frac{4}{x} + \frac{2}{1+x};$$

II Beispiel:

$$\frac{M}{N} = \frac{1+x^2}{x-x^3} = \frac{1+x^2}{x(1-x^2)} = \frac{1+x^2}{x(1+x)(1-x)} = \frac{A}{x} + \frac{A'}{1+x} + \frac{A''}{1-x}$$

hier ist $X = 1-x^2$ und $p-qx = x$ & $\frac{p}{q} = 0$.

hier ist $X' = x-x^2$ und $p'-qx = 1+x$ & $\frac{p'}{q} = -1$.

hier ist $X'' = x+x^2$ & $p''-qx = 1-x$ & $\frac{p''}{q} = +1$.

Es ist also

$$A = \frac{M}{X} = \frac{1+x^2}{1-x^2} = \frac{1+0}{1-0} = \frac{1}{1} = +1$$

$$A' = \frac{M}{X'} = \frac{1+x^2}{x-x^2} = \frac{1+1}{-1+1} = \frac{+2}{-2} = -1$$

$$A'' = \frac{M}{X''} = \frac{1+x^2}{x+x^2} = \frac{1+1}{1+1} = \frac{2}{2} = +1 \text{ und also}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{1+x^2}{x-x^3} = \frac{1}{x} - \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x};$$

~~III. Beispiel:~~

$$\frac{M}{N} = \frac{40+38x-26x^2}{x^2-x^3}$$

Zerlegung: für $\frac{M}{N}$

nimm d. Nenner einige gleiche Teile.

fol. 3f.

$$\frac{M}{x(p-qx)^n};$$

Man hat dann N in n gleichen gebrochenen
Funktionen $\frac{M}{N}$ und einigen gleichen Faktoren zerlegt
und man soll die Funktionen in so viel Brüche zer-
legen als N überbringt gleiche und ungleiche Faktoren
fol. 3f. wird man folgendermaßen verfahren:

Gehebt der Nenner N in n gleiche Faktoren von
der Form $p-qx$ und auf mehrere einige von
den Faktoren X gehen mag so daß $N = X(p-qx)^n$

A soll sein:

$$\frac{M}{N} = \frac{A}{(p-qx)^n} + \frac{B}{(p-qx)^{n-1}} + \frac{C}{(p-qx)^{n-2}} + \dots + \frac{P}{(p-qx)^{n-r}} + \frac{Q}{(p-qx)^{n-r-1}} + \dots$$

$$+ \frac{r}{(p-qx)^2} + \frac{Z}{p-qx} + \frac{w}{X};$$

Sei es nun diese Brüche unter einerlei Nenner

und setzt für $N = (p-qx)^n X$. so ist.

$$\frac{M}{X(p-qx)^n} = \frac{AX}{(p-qx)^n} + \frac{BX(p-qx) + CX(p-qx)^2 + \dots + PX(p-qx)^{r-1} + QX(p-qx)^{r-1} + \dots}{X(p-qx)^n}$$

$$\frac{+ PX(p-qx)^{n-2} + ZX(p-qx)^{n-1} + w(p-qx)^n}{X(p-qx)^n}$$

Aus dieser Gleichung ist zu sehen, dass

$$M - AX - BX(p-qx) - CX(p-qx)^2 - \dots - PX(p-qx)^n - QX(p-qx)^{n+1} + \dots - SX(p-qx)^{n-2} + ZX(p-qx)^{n-1} = w(p-qx)^n.$$

Man sieht, das linke Theil der Gleichung ist, ist gewiss durch $(p-qx)$ theilbar, weil $w(p-qx)^n$ theilbar ist, und also muss das linke Theil der Gleichung durch $p-qx$ theilbar, da mit $p-qx$ vertheilt werden. Gleicher Grund magenscheinlich, dass muss es auch das übrige bleibende Theil $M - AX$ sein, und

$$\frac{M - AX}{p - qx} \text{ muss wirklich bei der Division eine ganze Funktion} = \alpha \text{ geben, woraus } M - AX = \alpha(p - qx)$$

ist. Setzt man nun für $M - AX$ den oben aufgefundenen Ausdruck und dividirt zugleich durch $p - qx$, so erhält:

$$\alpha - BX - CX(p-qx) - \dots - PX(p-qx)^{n-1} - QX(p-qx)^n + \dots - SX(p-qx)^{n-2} + ZX(p-qx)^{n-1} = w(p-qx)^{n-1}.$$

Dies für muss notwendig

$$\frac{\alpha - BX}{p - qx} = \beta \text{ eine ganze Funktion geben, woraus wiederum } \alpha - BX = \beta(p - qx) \text{ ist; setzt man den Werth für } \alpha - BX, \text{ und dividirt zugleich die F.}$$

mindestens durch $p-qx$, so stellt:

$$\beta - CX - DX(p-qx) - \dots - PX(p-qx)^{r-2} - QX(p-qx)^{r-1} - \dots - NX(p-qx)^{n-4} - L(p-qx)^{n-3} = W(p-qx)^{n-2}$$

Auf diesen Gründen wir wohl muß wissen

$$\frac{\beta - CX}{p-qx} = \delta \text{ eine ganze Funktion geben.}$$

Setzt man nun in dieser folgenden 3. Stelle Gleichungen

$$\alpha, \beta, \delta, \text{ für } x=0 \text{ und } \alpha, \beta, \delta = p-qx=0,$$

d. h. für $x = \frac{p}{q}$ so stellt:

$$M - AX = 0, \quad \alpha - BX = 0, \quad \beta - CX = 0,$$

und findet wird:

$$A = \frac{M}{X}; \quad B = \frac{\alpha}{X}; \quad C = \frac{\beta}{X};$$

Wir setzen ferner nun die Regel:

Jeder Größer übersteigt, wird gestanden, wenn
man eine gewisse Funktion Q durch X dividirt
und in dem Quotient Q , $x = \frac{p}{q}$ setzt; wird

oder die Funktion Q bezieht, so ist sie für den
ersten Größer A , M selbst; im sie aber für
die Bestimmung jedes anderen g. f. der r Größer

zu erhalten, muß man von obigen Funktion
da man den $(r-1)^{\text{te}}$ Größer zu erhalten durch X dividirt
wird, das Produkt des $(r-1)^{\text{te}}$ Größer in X selbst

$\alpha - \beta x^2$, oder $\alpha - \beta x^3, \beta x^4 + \dots$ auslauten. Allgemein
würde es folgendermaßen heißen:

3. Lösung:

Wenn der Nenner ein gewöhnlicher Bruch und
der Zähler ein Polynom 2. Grades und der Nenner ein Polynom 3. Grades

$$\frac{M}{N} = \frac{1}{x(\alpha + \beta x + \gamma x^2)}$$

Es wird nun bei dem 3. Grades Bruch der Zähler
ein Linearer $A + Bx$ geben, und dann ist:

$$\frac{M}{N} = \frac{A}{x} + \frac{B + Cx}{\alpha + \beta x + \gamma x^2} = \frac{1}{x(\alpha + \beta x + \gamma x^2)}$$

Wird nun die Bruchform mit der Hilfe der Partialbruch

$$\frac{M}{N} = \frac{Ax + B + Cx^2}{x(\alpha + \beta x + \gamma x^2)}$$

$$1 = \frac{Ax + B}{\alpha + \beta x + \gamma x^2} + \frac{Cx^2}{\alpha + \beta x + \gamma x^2}; \text{ Zuvor ist unter der Bruchform steht, steht soll}$$

$$Ax = 1, \text{ nur } A = \frac{1}{\alpha};$$

$$B + A\beta = 0; B = -A\beta; B = -\frac{\beta}{\alpha};$$

$$C + A\gamma = 0; C = -A\gamma; C = -\frac{\gamma}{\alpha};$$

und also:

$$\frac{M}{N} = \frac{1}{\alpha x} - \frac{\beta + \gamma x}{\alpha(\alpha + \beta x + \gamma x^2)}$$

Der gewöhnliche Bruchform wird folgendermaßen
3. f.

IX Bruchteil.

Es sey zu zerlegen $\frac{M}{N} = \frac{1-x^2}{(1+x+x^2)^2}$;

es setze man:

$$\frac{1-x^2}{(1+x+x^2)^2} = \frac{A+Bx}{(1+x+x^2)^2} + \frac{C+Dx}{(1+x+x^2)};$$

Unter richtigem Ansatzung gegeben und nach Potenzen von x geordnet ist:

$$1-x^2 = (A+Bx)(1+x+x^2) + (C+Dx)(1+x+x^2)^2$$

$$= (A+Bx)(1+x+x^2) + (C+Dx)(1+2x+2x^2+x^3+x^4)$$

$$1-x^2 = \begin{array}{ccccccc} A & + & Bx & + & C & + & D \\ + & C & + & B & + & C & + & D \\ + & 2C & + & 2D & + & 2C & + & 2D \end{array}$$

$$1-x^2 = A+Bx + C+Dx(1+x+x^2)$$

$$= \begin{array}{cccc} A & + & Bx & + & C & + & D \\ + & C & + & B & + & C & + & D \\ + & 2C & + & 2D & + & 2C & + & 2D \end{array}$$

Es ist, wenn die Gleichung stell finden soll:

$$A+C=1; \quad B+C+D=0; \quad C+D=-1; \quad \text{und } D=0.$$

$$C=-1; \quad B=1; \quad \text{und } A=2.$$

Es steht daher.

$$\frac{M}{N} = \frac{1-x^2}{(1+x+x^2)^2} = \frac{2+x}{(1+x+x^2)^2} - \frac{1}{1+x+x^2};$$

Aufgaben zur Algebra.

Aufg. $A^2 \cdot A^2 = A^4 \mid A^2 \cdot A^3 = A^5 \mid (A^5)^4 = A^{20}$ — Wahrheit

gem. zum Logarithmen Lsg. — Da $20 = 4 \cdot 5$ so ist

$\sqrt[4]{A^{20}} = A^5$ — dann $A^{20} = A^5 \cdot A^5 \cdot A^5 \cdot A^5$ also ist A^5

die 4te Potenz von A^5 d.h. $\sqrt[4]{A^{20}} = A^5$ und

das ist ungenau. $\sqrt[4]{3256} = 3256 = 10^m$ ($r = 4, m$)

$10^m = A$ so ist $A = \sqrt[4]{3256}$ — Lösung kann nur durch

das folgende gefunden werden z. B. A^5 multipl.

Beispiel ist ab von A^5 z. B. $123 = 10^m$

$$89783 = 10^n$$

so ist 123 die $\sqrt[5]{10^m}$ zum 89783. — Verdopplung

zu verdoppeln und ausrechnen $\sqrt[5]{9^{12}} = 9^{\frac{12}{5}} = 9^{2\frac{2}{5}}$

$$= 9^2 \cdot 9^{\frac{2}{5}} = 9^2 \sqrt[5]{9^2} \quad \sqrt[5]{A^{12}} = A^{\frac{12}{5}} = A^2 \sqrt[5]{A^2} = \sqrt[5]{A^2} \sqrt[5]{A^2}$$

$$\sqrt[5]{A^2} = A^{\frac{2}{5}} = A^{\frac{1}{5}} \cdot A^{\frac{1}{5}} \quad \text{Welches ist } A^{-2} \text{ von?}$$

$$\text{Beispiel } \frac{A^6}{A^8} \cdot \frac{A}{A^2} \cdot \frac{A^{10}}{A^{12}} \text{ d.h. } \frac{1}{A^2} \text{ ist } \frac{1}{A^2}$$

$$\text{d.h. } \frac{1}{A^2} \text{ ist } \frac{1}{A^2} = A^{-2}$$

$$\frac{a^{-2} \cdot b^{-3}}{c^{-4} \cdot d^{-5}} = \frac{d^4 \cdot c^5}{a^2 \cdot b^3} \mid \frac{d^4 \cdot c^5 \cdot a^{-2} \cdot b^{-3}}{d^4 \cdot c^5 \cdot a^{-2} \cdot b^{-3}} \quad (\text{Exp} = 0)$$

$$\text{Logarithmen } a^x = y \mid 10^x = 1 \mid 10^x = 2 \mid 10^x = 3 \text{ etc.}$$

Arten des Log: Grundzahl, Charakteristik, Mantissa.

Beispiele des Briggs'schen L. | Hyperbolischen L. |

Napier'schen L. | Das 10te Gesetz ist

in der Natur zu finden.

Aufgaben zum Logarithmus zu lösen. Auch das Gesetz

manche Zahlen sind sehr und schnell zu berechnen.

Wie die speziellen Fälle sind die jetzt schon bekannt.

Beispiel des Napier'schen L. 2222222222

$a^5 = 1 : a$ der Exponent ist also die Multiplikation =

$$\frac{1 : a}{1 : a} = 1 : a^5$$

Man $2n$ gegeben, $2n \pm 1$ mit a oder u zu a oder u aus
 $\sqrt[2n]{a} = u$ $\sqrt[2n+1]{a} = u$ $\sqrt[2n]{-a} = u$ $\sqrt[2n+1]{-a} = u$

Quadr. Gl. Arithmetisch

Kreis der vollen Formeln darst: $a, a+e, a+2e, a+3e, \dots$
 geom. $a, ae, ae^2, ae^3, \dots$

$$u = a + e(n-1)$$

$$S = \frac{a+u}{2} \cdot n$$

$$u = ae^{(n-1)}$$

$$S = \frac{ae-a}{e-1}$$

$$\text{denn } S-a : S-a = a : ae = 1 : e$$

10 Aufgabem mit den
 fünf Axiomen.

$$(S-u)e = S-a$$

$$Se - S = ae - a \quad | \quad S = \frac{ae-a}{e-1}$$

$$\text{Zinseszins } K + Zx = K \left(\frac{100}{100} + 1 \right)^x$$

5 Aufgabem Erwerb, man $K + Zx$, K und Zx durch K
 K ersetzt, P und Z erhalten ist. in letzter Fall
 ist $M = (K + Zx)$, $m = \left(\frac{100}{100} + 1 \right)^x$ $M = K \cdot m^x$, $m^x = \frac{M}{K}$

$$m = 10^a \quad (10)^x = \frac{10^a}{10^c} \cdot 10^{b-c} = \text{Log } M - \text{Log } K$$

$$M = 10^b$$

$$K = 10^c$$

$$\text{Log } m \cdot x = \text{Log } M - \text{Log } K$$

$$x = \frac{\text{Log } M - \text{Log } K}{\text{Log } m}$$

Ein pöppel auf mif. Zinseszins: velle: grad
 anth. K und Zx . grad geomet. Kreis, in K
 ist der 100 und 100 Capital, die Differenz der aufgezogen
 Zinseszins, in K und ist die diff: $\left(\frac{100}{100} + 1 \right)$
 Combinationem Anzahlen permut: $\frac{1}{2}$, combin
 Herleitung Variatio.

BIBLIOTHECA



VARELLONICAS

254

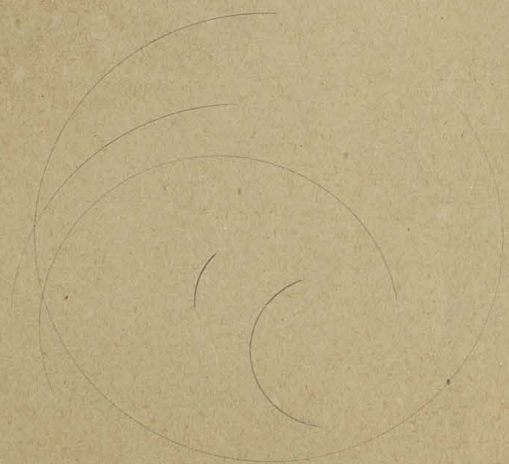
256

258

þið klöðu geymdu meir þið.

[illegible]

262



[illegible]

263



8 1/2

1 1/2

1 1/2

1 1/2

8 1/2

8 1/2

8 1/2

8 1/2

$x + 15 = 2$
 $y + 8$

$$\frac{x+15}{y+8} = 2$$

$$\frac{x-15}{y-8} = 1$$

$$3x+12$$

$$2x-4$$

$$x+15 = 2y+16$$

$$x-15 = y-8$$

$$30 = y+24 = 30$$

$$y = 30 - 24 = 6$$

$$x = 30 - 15 = 15$$

$$2x-4$$

$$3x+12$$

$$6x^2 - 12x - 48$$

$$-24x - 48$$

$$6x^2 - 50$$

$$2x^2 + 4x - 16$$

$$6x^2 + 12x - 48$$

$$6x^2 + 12x - 48$$

$$3x+12$$

$$2x-4$$

$$6x^2 + 24x - 48$$

$$-48 - 12x - 48$$

$$6x^2 + 24x - 1$$

$$6x^2 + 12x - 48$$

$$+9x+12$$

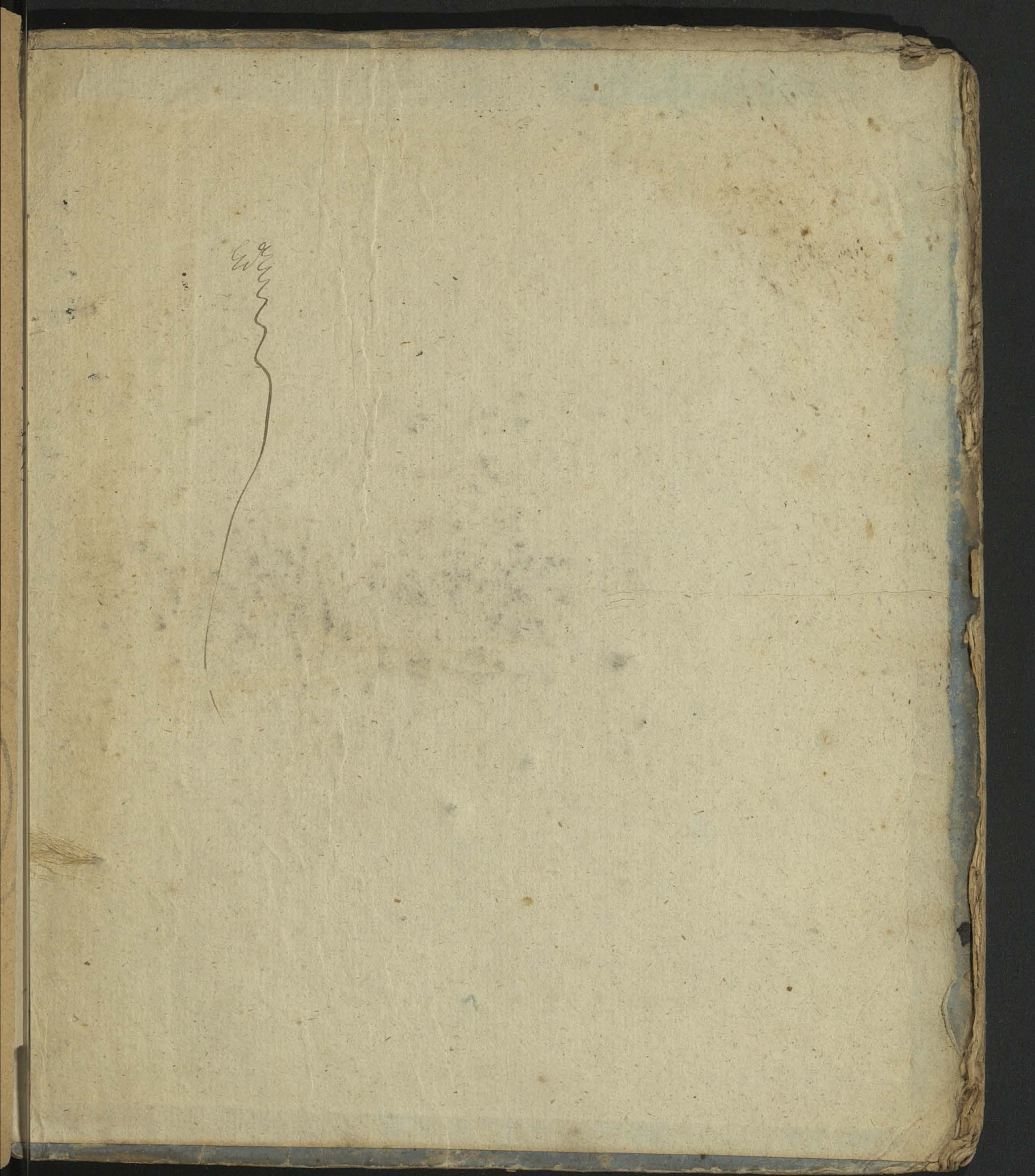
$$6x^2 + 12x - 48$$

$$6x^2 + 12x$$

$$+24x - 48$$

$$9x - 48$$

$$3x+12$$



E. W.