

# Lęk przed matematyką z perspektywy psychologicznej i edukacyjnej

KRZYSZTOF CIPORA

Instytut Psychologii, Uniwersytet Jagielloński\*

W artykule dokonano przeglądu koncepcji i badań lęku przed matematyką oraz jego konsekwencji. Jest to jeden z istotnych czynników wpływających na poziom osiągnięć matematycznych. Ten specyficzny rodzaj lęku jest względnie niezależny od ogólnej lękowości. Podczas rozwiązywania zadań matematycznych u osób o wysokim poziomie lęku przed matematyką obserwuje się obniżenie pojemności pamięci roboczej oraz deficyty w zakresie hamowania poznawczego. W perspektywie długoterminowej osoby o wysokim poziomie tego rodzaju lęku unikają ścieżek kariery wiążących się z matematyką. Lęk przed matematyką koreluje z poziomem osiągnięć matematycznych, nie jest jednak tożsamy z niskim poziomem umiejętności. Interwencje zmierzające do redukcji tego lęku podnoszą wyniki w testach matematycznych. Nauczyciele edukacji wczesnoszkolnej cechują się podwyższonym poziomem lęku przed matematyką i często przenoszą go na uczniów.

SŁOWA KLUCZOWE: psychologia, lęk przed matematyką, nauczanie matematyki, poznanie matematyczne.

Umiejętności matematyczne są bardzo istotne, a ich nieopanowanie ma bardziej negatywne konsekwencje dla jednostki niż problemy z czytaniem (Butterworth, Varma i Laurillard, 2011; Cipora i Szczygieł, 2013a; 2013b). Poziom umiejętności matematycznych jest uzależniony od wielu czynników. Już w latach 70. stwierdzono, że inteligencja ogólna wyjaśnia tylko połowę zmienności w obszarze osiągnięć matematycznych (Suinn i Edwards, 1982). Wśród pozostałych czynników znajduje się lęk przed matematyką (*math anxiety*). Ten specyficzny rodzaj lęku jest przedmiotem intensywnych badań głównie w Stanach Zjednoczonych. W artykule przedstawiony zostanie aktualny stan wiedzy na temat lęku przed matematyką

w kontekście krótko- i długoterminowych konsekwencji dla jednostki.

## Czym jest lęk?

Lęk jest pojęciem szerokim. Zgodnie z popularną teorią Charlesa Spielbergera (por. Wrześniewski, Sosnowski i Matusik, 2002) składa się on z dwóch komponentów: stanu i cechy. Lęk rozumiany jako stan to subiektywne uczucia obawy i napięcia, którym towarzyszą reakcje autonomicznego układu nerwowego. Stan ten jest zmienny i w znacznej mierze zależny od sytuacji. Podobnie definiują lęk Nazanin Derakshan i Michael Eysenck (2009) – jako awersyjny stan motywacyjny pojawiający się w sytuacjach sportowanych przez jednostkę jako zagrażające.

Artykuł powstał w ramach realizowanych przez autora studiów doktoranckich w Instytucie Psychologii UJ.

© Instytut Badań Edukacyjnych

\* Adres do korespondencji: ul. Ingardena 6, 30-060 Kraków. E-mail: krzysztof.cipora@uj.edu.pl

Na to, czy i z jakim natężeniem pojawi się stan lęku, wpływa poziom lęku jako cechy. Lęk jako cecha to motyw lub dyspozycja behawioralna do spostrzegania szerokiego zakresu sytuacji obiektywnie niegroźnych jako zagrażających i silnego reagowania na nie. Najsilniejsze związki między stanem a cechą lęku ujawniają się w sytuacjach, gdy zagrożone jest ego jednostki (por. Wrześniewski i in., 2002). Lęk w tym rozumieniu może być uznany za właściwość różnicową.

Lęk jest jednym ze składników bardziej ogólnych cech osobowości czy temperamentu (Fajkowska i Szymura, 2009a). Między innymi jest składnikiem neurotyzmu w modelu temperamentu Eysencka i w pięcioczynnikowej teorii osobowości Paula Costy i Roberta McCrae (por. Strelau, 2010), a także jednym z dwóch wymiarów temperamentu w modelu Jeffrey'ego Graya. Jest też składnikiem reaktywności emocjonalnej w regulacyjnej teorii temperamentu Jana Strelaua (por. Strelau, 2012). Szczegółowe omówienie znaczenia lęku w teoriach temperamentu i osobowości można znaleźć w innej publikacji Strelaua (2009). Michael Eysenck i Manuel Calvo (1992) przyjmują, że lęk składa się z dwóch komponentów: poznawczego zamartwiania się (*worry*) i emocjonalnego. W literaturze polskojęzycznej szczególnie omówienie problematyki lęku i jego wpływu na procesy poznawcze przedstawiono w publikacji pod redakcją Małgorzaty Fajkowskiej i Błażeja Szymury (2009b).

### **Lęk przed matematyką**

Lęk przed matematyką definiuje się jako negatywne stany emocjonalne towarzyszące kontaktowi z matematyką (Ashcraft i Ridley, 2005). Mogą one mieć różne natężenie: od obawy do wyraźnego strachu. Lęk przed matematyką spełnia kryteria definicyjne fobii (Ashcraft, 2002; Ashcraft i Ridley, 2005) i wiąże się ze specyficznymi reakcjami fizjologicznymi. O jego niezależności od innych rodzajów lęku świadczy to, że u osób o wysokim poziomie lęku przed matematyką reakcje

fizjologiczne pojawiają się podczas rozwiązywania jedynie zadań matematycznych o wzrastającym poziomie trudności, a nie zadań innego rodzaju (por. Ashcraft, 2002). W ostatnich latach odkryto neuronalne korelaty lęku przed matematyką (Young, Wu i Menon, 2012). U biorących udział w badaniu drugo- i trzecioklasistów o wysokim poziomie lęku przed matematyką zaobserwowano zwiększoną aktywację w obszarze lewego ciała migdałowatego, rozprzestrzeniającą się na tylną część hipokampa. Zaobserwowano ponadto obniżoną aktywację obszarów odpowiedzialnych za przetwarzanie informacji o ilości, czyli głównie bruzdy śródciemieniowej (*intraparietal sulcus*; Dehaene, Piazza, Pinel i Cohen, 2005). Zaobserwowany efekt był specyficzny dla lęku przed matematyką. Specyficzne dla tego lęku wzorce aktywności mózgu opisali również Ian Lyons i Sian Beilock (2011). O niezależności lęku przed matematyką od innych rodzajów lęku świadczą także dane psychometryczne, które podsumowali Mark Ashcraft i Kelly Ridley (2005). Wyniki kwestionariuszy lęku przed matematyką korelują ze sobą bardzo wysoko (0,80 i więcej), podczas gdy ich korelacje z wynikami kwestionariuszy mierzących ogólny lęk wynoszą ok. 0,40 (podobne wartości dla lęku stanu i lęku cechy). Korelacja lęku przed matematyką z lękiem przed testowaniem (*test anxiety*; Zeidner, 1998) wynosi ok. 0,50, a z poczuciem własnej skuteczności w zakresie matematyki (*math self-efficacy*; por. Lee, 2009) – 0,60.

Można wyróżnić kilka skorelowanych ze sobą składników lęku przed matematyką: lęk przed sprawdzianami z matematyki, lęk przed uczeniem się matematyki oraz lęk przed kontaktem z liczbami. Inny, często wymieniany w literaturze komponent lęku przed matematyką odnosi się do wykorzystywania matematyki w codziennym życiu (np. obliczanie reszty w sklepie, obliczanie kwoty napiwku itp.; por. Ashcraft, 2002, Ashcraft i Ridley, 2005).

### **Geneza lęku przed matematyką**

Przez długi czas uważano, że lęk przed matematyką pojawia się dopiero w wyższych klasach szkoły podstawowej (Maloney i Beilock, 2012) i że w początkowych latach nauki szkolnej nie ma on związku z poziomem osiągnięć matematycznych (Krinzinger, Kaufmann i Willmes, 2009). W ostatnich latach zakwestionowano oba te poglądy. W wielu badaniach wykazano, że lęk przed matematyką występuje już w pierwszych latach nauki szkolnej (np. Jameson, 2013). Znalezione również związki między lękiem przed matematyką a poziomem rozwiązywania problemów matematycznych wymagających rozumowania już w początkowych klasach (Wu, Barth, Amin, Melcarne i Menon, 2012). Ujemną korelację między lękiem przed matematyką a poziomem wykonania zadań matematycznych przez dzieci w klasach 1–4 stwierdzono również w innych badaniach (Jameson, 2013; Ramirez, Gunderson, Levine i Beilock, 2013). W badaniach Rose Vukovic, Stephena Robertsa i Linnie Green Wright (2013a) wykazano związek lęku przed matematyką z poziomem wykonania zadań matematycznych u dzieci z klas pierwszych i drugich. Jak pokazują wyniki metaanalizy Xin Ma (1999), wraz z wiekiem (i wzrostem poziomu trudności zadań matematycznych) ujemna korelacja lęku przed matematyką z poziomem osiągnięć matematycznych systematycznie rośnie.

Badania genezy lęku przed matematyką rozpoczęto stosunkowo niedawno (por. Maloney i Beilock, 2012). Jednym z czynników jest deficyt w zakresie zdolności leżących u podstaw rozwoju umiejętności matematycznych (tzw. zmysłu numerycznego; por. Cipora i Szczygieł, 2013a). Jednostki cierpiące na ten deficyt mogą być szczególnie podatne na komunikaty, że matematyka jest trudna. Innym czynnikiem jest kumulacja negatywnych doświadczeń z matematyką, zwłaszcza z zadaniami o wzrastającym poziomie trudności (por. Vukovic, Kieffer, Bailey i Harari, 2013b).

Lęk przed matematyką może współwystępować z dyskalkulią. Z tej perspektywy jest on efektem trudności w matematyce, ale sam w sobie również może być przyczyną niższych osiągnięć u osób cierpiących na dyskalkulię (Embertson i Babbie, 2010).

Poza czynnikami poznawczymi i afektywnymi bardzo duże znaczenie dla rozwoju lęku przed matematyką mają czynniki społeczne. Lęk przed matematyką może zostać przeniesiony na dzieci przez nauczyciela. Z taką sytuacją najczęściej można się spotkać na etapie edukacji wczesnoszkolnej. Nauczyciele edukacji wczesnoszkolnej często charakteryzują się wysokim poziomem lęku przed matematyką (Maloney i Beilock, 2012; por. Tooke i Lindstrom, 1998). Ray Hembree (1990) podaje, że osoby wybierające w koledżu edukację wczesnoszkolną charakteryzują się najwyższym poziomem lęku przed matematyką wśród wszystkich studentów. Beilock i współpracownicy (Beilock, Gunderson, Ramirez i Levine, 2010) wykryli korelacje między poziomem lęku przed matematyką u nauczycielki (kobiety stanowią zdecydowaną większość nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej – w populacji amerykańskiej ponad 90%) a poziomem osiągnięć matematycznych u dziewcząt i ich przekonaniem, że chłopcy lepiej radzą sobie z matematyką (analogicznych prawidłowości nie obserwuje się chłopców).

### **Konsekwencje lęku przed matematyką – perspektywa krótkoterminowa**

Model wpływu lęku na procesy poznawcze (Eysenck i Calvo, 1992; Eysenck i Fajkowska, 2009) zakłada, że wysoki poziom lęku w trakcie wykonywania zadania poznawczego powoduje zmniejszenie pojemności pamięci roboczej (rozumianej w ujęciu zaproponowanym przez Allana Baddeleya; zob. Orzechowski, 2012). Jest to struktura poznawcza odpowiedzialna za tymczasowe przechowywanie i przetwarzanie informacji. Powodem zmniejszenia pojemności

jest prawdopodobnie to, że część zasobów pamięci roboczej zajmują dokuczliwe myśli (*worrisome thoughts*). Lęk najsilniej oddziałuje na centralny system wykonawczy (system kontrolny przydzielający zasoby uwagi pozostałym podsystemom) i pętlę fonologiczną (czyli system odpowiedzialny za tymczasowe przechowywanie informacji werbalnych). U osób o wysokim poziomie lęku wykonywanie wszystkich zadań poznawczych wiąże się z większymi kosztami poznawczymi (koniecznością mobilizacji dodatkowych zasobów). W kontakcie z trudnymi zadaniami brakuje im rezerwy zasobów i wówczas ujawnia się różnica w poprawności wykonania zadania w stosunku do osób o niskim poziomie lęku, które mają możliwość zmobilizowania dodatkowych zasobów. Typową sytuacją tego rodzaju jest wykonywanie zadania w warunkach presji czasowej. Zgodnie ze zmodyfikowaną wersją wyżej opisanej teorii (Derksan i Eysenck, 2009) wysoki poziom lęku powoduje również deficyty w zakresie kontroli uwagi, w związku z czym jednostka nie może powstrzymać dokuczliwych myśli związanych z lękiem.

Analogiczny mechanizm działa w przypadku lęku przed matematyką. Zadania matematyczne wymagają dużych zasobów pamięci roboczej; zajmowanie tych zasobów przez dokuczliwe myśli znacząco utrudnia wykonanie zadania (LeFevre, DeStefano, Coleman i Shanahan, 2005). Różnice w poziomie wykonania zadań matematycznych w zależności od poziomu lęku przed matematyką są znacznie większe w sytuacji presji czasowej (Ashcraft i Faust, 1994). Niekorzystne efekty lęku przed matematyką pojawiają się zwłaszcza wtedy, gdy nowe umiejętności konieczne do wykonania zadania są względnie dobrze opanowane przez jednostkę, i gdy poza samym rozwiązaniem zadania znaczenie ma szybkość i efektywność jego wykonania (Cates i Rhymer, 2003). Lęk przed matematyką wiąże się z obniżeniem efektywności rozwiązywania zadań

matematycznych wymagających wykorzystania zasobów pamięci roboczej, nie wiąże się natomiast z obniżeniem poziomu wykonywania zadań polegających na wydobywaniu faktów z pamięci długotrwałej (Ashcraft i Krause, 2007). Lęk przed matematyką zaburza głównie wzrokowo-przestrzenną pamięć roboczą (Miller i Bischel, 2004), co świadczy o jego odrębności w stosunku do cechy lęku.

Większy spadek poprawności wykonania zadania pod wpływem lęku występuje u osób dysponujących dużymi zasobami pamięci roboczej i w związku z tym opierających rozwiązywanie problemów na wykorzystaniu tych zasobów. Dotyczy to zarówno dorosłych (Beilock, 2008), jak i dzieci (Ramirez i in., 2013). Co więcej, u osób o dużej pojemności pamięci roboczej związek reakcji stresowej (mierzonej poziomem kortyzolu w ślinie) z poprawnością wykonania zadań matematycznych zależy od lęku przed matematyką. U osób o wysokim lęku przed matematyką stres wiąże się z obniżeniem, a u osób o niskim poziomie tego lęku – z podwyższeniem poziomu wykonania zadań (Mattarella-Micke, Mateo, Kozak, Foster i Beilock, 2011).

W badaniach metodą zadań podwójnych jednostki o wysokim poziomie lęku przed matematyką radziły sobie z zadaniami matematycznymi gorzej, gdy materiał wykorzystywany do obciążenia pamięci roboczej wiązał się z matematyką (np. zadanie dodatkowe obejmuje wykonywanie obliczeń w pamięci; Ashcraft i Kirk, 2001; Ashcraft i Krause, 2007). Mark Ashcraft i Elizabeth Kirk (2001) wykazali, że osoby o wysokim i niskim poziomie lęku przed matematyką nie różnią się możliwościami pamięci roboczej, jak długo materiałem do zapamiętania nie są cyfry.

Poza ograniczeniem pojemności pamięci roboczej osoby o wysokim poziomie lęku przed matematyką mają trudności w hamowaniu dokuczliwych myśli podczas rozwiązywania problemów matematycznych (Hopko, Ashcraft, Gute, Ruggiero i Lewis, 1998). Deficyty obejmują zatem kontrolę

uwagi i hamowanie poznawcze. Na przykład osoby o silnym lęku przed matematyką ujawniają silniejszy efekt interferencji w zadaniu Stroopa, gdy informacje, które mają być tłumione, obejmują liczby (np. osoba ma określić liczbę cyfr na ekranie; Hopko, McNeil, Gleason i Rabalais, 2002).

W badaniu z wykorzystaniem funkcjonalnego rezonansu magnetycznego Lyons i Beilock (2011) wykazali, że mózgowo korelaty reakcji lękowej pojawiają się już wtedy, gdy jednostka oczekuje pojawienia się problemu matematycznego. Niekiedy aktywowana może być nawet mózgowia sieć odpowiedzialna za odczuwanie bólu (Lyons i Beilock, 2012). Jest to silny dowód na rzecz tego, że lęk przed matematyką nie wynika bezpośrednio z niskich umiejętności matematycznych. Reakcja lękowa nie jest więc efektem oceny danego problemu jako zbyt trudnego.

Jeszcze do niedawna panowała względna zgoda co do tego, że lęk przed matematyką wiąże się jedynie z deficytami w zakresie złożonych procesów przetwarzania liczb. W ostatnich latach pojawiły się jednak dowody na jego związki z elementarnymi procesami przetwarzania liczb. Erin Maloney, Evan Risko, Daniel Ansari i Jonathan Fugelsang (2010) pokazali, że osoby o wysokim poziomie lęku przed matematyką gorzej sobie radzą z zadaniem szybkiego przeliczania zbiorów prezentowanych na ekranie. Różnice zaobserwowano dla liczebności większych od 4. Różnice jednak zniknęły, jeżeli kontrolowano pojemność pamięci roboczej. Nie zaobserwowano również różnic w zakresie subityzowania, czyli bezwysiłkowego określania liczebności zbiorów nie większych niż 3–4-elementowych (Reinholz, Rychwalska, Stefańska i Trojan, 2003; Cipora i Szczygieł, 2013b). W innym badaniu Erin Maloney, Daniel Ansari i Jonathan Fugelsang (2011) wykryli różnice w zakresie wielkości efektu dystansu numerycznego (Moyer i Landauer, 1967; Cipora i Nęcka, 2012) zależne od poziomu lęku przed matematyką. Efekt

dystansu, czyli zależność czasu porównywania liczb od różnicy między nimi, był silniejszy w grupie osób o wysokim poziomie lęku przed matematyką niż w grupie kontrolnej. Autorzy konkludują, że osoby o wysokim poziomie lęku przed matematyką mają mniej precyzyjną reprezentację wielkości liczby, co może utrudniać nabywanie bardziej złożonych umiejętności matematycznych.

Inną konsekwencją lęku przed matematyką jest unikanie. Unikanie zwane lokalnym polega na tym, że osoby o wysokim poziomie lęku przed matematyką odczuwają silny dyskomfort, gdy mają rozwiązać zadanie matematyczne, i starają się jak najszybciej uwolnić się z tej sytuacji nawet za cenę błędnej odpowiedzi (Ashcraft i Ridley, 2005; por. też Hopko, 2003).

Lęk przed matematyką może mieć również wpływ na wyniki diagnozy psychologicznej. Melissa Buelow i Laura Frakey (2013) pokazały, że wpływa on na wyniki w skali arytmetyki testu inteligencji Wechslera (WAIS-IV). Z drugiej strony lęk przed matematyką nie wpływa na wyniki w skalach powtarzania cyfr i symboli cyfr. Również Derek Hopko, Julie Crittendon, Eric Grant i Sarah Wilson (2005) zwrócili uwagę na dość wyraźny związek lęku przed testowaniem i lęku przed matematyką z wynikiem skali wykonaniowej testu Wechslera. Współczynniki korelacji sięgają nawet  $-0,3$ .

### **Konsekwencje lęku przed matematyką – perspektywa długoterminowa**

W perspektywie długoterminowej poważną konsekwencją lęku przed matematyką jest unikanie globalne. Osoby o wysokim poziomie lęku, podejmując decyzje życiowe, unikają sytuacji wiążących się z koniecznością uczenia się matematyki czy ogólnie kontaktu z tą dziedziną wiedzy (Ashcraft i Faust, 1994; Hopko, 2003). Na tę prawidłowość wskazują wyniki licznych badań, podsumowane w pracy Ashcrafta

i Ridley (2005). Lęk przed matematyką najsilniej wiąże się z postawami wobec matematyki (korelacje ok.  $-0,75$  w okresie szkoły średniej, później mniejsze) i poczuciem własnych kompetencji matematycznych ( $-0,82$  w okresie szkoły średniej, później mniejsze). Jednostki o wysokim poziomie lęku przed matematyką charakteryzują się również mniejszą motywacją do uczenia się matematyki ( $-0,64$ ), nie doceniają jej użyteczności w codziennym życiu ( $-0,37$ ), są negatywnie nastawione do innych przedmiotów szkolnych, w których matematyka odgrywa istotną rolę ( $-0,32$ ), wybierają mniej przedmiotów fakultatywnych z elementami matematyki ( $-0,30$ ) i wykazują negatywne postawy wobec nauczycieli matematyki ( $-0,46$ ; por. Ashcraft i Moore, 2009). Warto zaznaczyć, że mniejsze zaangażowanie w uczenie się matematyki pogłębia deficyty, co w konsekwencji prowadzi do wzrostu lęku przed matematyką (Ashcraft i Ridley, 2005).

Do odmiennych wniosków doszli Xin Ma i Jiangming Xu (2004). Autorzy przeanalizowali wyniki badania *Longitudinal Study of American Youth* przeprowadzonego na próbie ponad 3100 osób. Badanie rozpoczęło się w klasie siódmej i trwało sześć kolejnych lat. Niski poziom osiągnięć matematycznych w młodszym wieku stanowił istotny predyktor późniejszego lęku przed matematyką. Nie zaobserwowano natomiast odwrotnego związku: poziom lęku przed matematyką w niższych klasach nie pozwalał przewidywać poziomu późniejszych osiągnięć matematycznych. Poziom osiągnięć matematycznych był również bardziej stabilny w czasie. Wyniki te sugerują, że lęk przed matematyką może być raczej skutkiem niż przyczyną niskich osiągnięć matematycznych, choć warto pamiętać, że w tym badaniu mierzono go za pomocą zaledwie dwóch pytań, a nie narzędziem sprawdzonym psychometrycznie. Warto zwrócić uwagę, że do przeciwnych wniosków prowadzą wyniki Vukovic i współpracowników (2013b),

omówione w dalszej części artykułu. Niezależnie od tej kontrowersji nie wydaje się, by można było ignorować długotrwałe konsekwencje lęku przed matematyką, zwłaszcza odnoszące się do postawy wobec tego przedmiotu i unikania globalnego. Osoby o wysokim poziomie lęku przed matematyką mogą zwyczajnie rezygnować z dalszej nauki tego przedmiotu.

### **Lęk przed matematyką a osiągnięcia szkolne w matematyce**

Zespół Hopko (2003a) doszedł do wniosku, że wynik w teście z matematyki jest efektem interakcji poziomu kompetencji matematycznych i lęku przed matematyką. Związki tego lęku z poziomem osiągnięć są jednak złożone. Po pierwsze, lęk przed matematyką może się rozwinąć u osób, które sobie z nią nie radzą. Po drugie, osoby unikające matematyki mogą osiągać gorsze wyniki z tego przedmiotu wskutek mniej intensywnego uczenia się. Po trzecie, osoby o wysokim poziomie lęku gorzej wypadają w testach umiejętności matematycznych. Ashcraft i Ridley (2005) podają, że uśredniona na postawie wielu badań korelacja między lękiem przed matematyką a osiągnięciami w matematyce wynosi  $-0,27$ . Ma (1999) na podstawie metaanalizy stwierdziła, że związek ten jest słabszy, gdy osiągnięcia mierzy się wystandaryzowanymi testami, niż gdy używa się ocen nauczycieli lub zadań opracowanych do celów badawczych. Na wielkość korelacji nie wpływa natomiast rodzaj narzędzia do pomiaru lęku przed matematyką (Ma, 1999).

W badaniu longitudinalnym (Vukovic i in., 2013b) stwierdzono, że lęk przed matematyką nie koreluje z osiągnięciami w geometrii. Wykazano też, że poziom lęku przed matematyką w klasie drugiej jest istotnym predyktorem umiejętności matematycznych w klasie trzeciej, ale tylko u dzieci o dużej pojemności pamięci roboczej. Korelacja między lękiem a osiągnięciami matematycznych

jest dużo słabsza niż korelacja między lękiem a samooceną umiejętności matematycznych.

Lęk przed matematyką nie jest tożsamy z niskim poziomem umiejętności. Różnice w poziomie wykonania zadań matematycznych między osobami o wysokim i niskim poziomie lęku przed matematyką znacząco się zmniejszają, jeśli zadania testowe są wykonywane w swobodnej atmosferze (Ashcraft i Faust, 1994). Mając na uwadze tego rodzaju obserwacje, w wielu badaniach podjęto próby interwencji mających na celu zmniejszenie lęku przed matematyką. Wyniki kilkudziesięciu badań, których metaanalizy dokonał Hembree (1990), wskazują, że takie interwencje rzeczywiście przyczyniają się do redukcji lęku. Skuteczne w tym zakresie są techniki behawioralne, zwłaszcza systematyczna desensytyzacja (por. Wolpe i Wolpe 1999), techniki poznawcze polegające na restrukturyzacji poznawczej, a także interwencje poznawczo-behawioralne. Wykazano również, że wymienione interwencje prowadzą do zmniejszenia różnic w poziomie wykonania zadań matematycznych. Kluczowe znaczenie ma fakt, że interwencje nie zawierały żadnych elementów treningu umiejętności matematycznych. Dane z tych badań, poza dużym znaczeniem praktycznym, są istotne dla zrozumienia wzajemnych relacji między lękiem przed matematyką a poziomem wykonania zadań matematycznych, ponieważ pozwalają wnioskować o kierunku zależności przyczynowej.

W redukcji lęku przed matematyką skuteczne mogą być także metody polegające na swego rodzaju mentalnym przygotowaniu do problemu matematycznego. Swobodne wyrażenie własnych emocji przez zapisanie ich na kartce uwalnia zasoby pamięci roboczej (Maloney i Beilock, 2012; por. też Ramirez i Beilock, 2011). Pomocne może być również odpowiednie ukierunkowanie interpretacji fizjologicznych objawów lęku (np. że są one również oznaką większej koncentracji; por. Maloney i Beilock, 2012). Lyons i Beilock (2011) są zdania, że interwencje powinny

być ukierunkowane na fazę antycypowania problemu, aby odpowiednio przygotować do niego jednostkę. W przypadku dyskalkulii i innych poważnych trudności w uczeniu się matematyki interwencje powinny zawierać próbę redukcji lęku przed matematyką (Embertson i Babbie, 2010).

Działania mające na celu ograniczenie lęku przed matematyką nie powinny ograniczać się do uczniów. Jak pokazują James Tooke i Leonard Lindstrom (1998), skuteczne są interwencje nastawione na redukcję lęku przed matematyką u przyszłych nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej. W ramach testowanego przez tych badaczy programu kształcenia przyszłych nauczycieli skupiano uwagę nie tyle na treści matematyki, ile na pokazywaniu sposobów nauczania poszczególnych zagadnień i tego, jak powinny być one rozumiane przez dzieci.

### **Różnice indywidualne w zakresie lęku przed matematyką**

Wśród czynników, które wpływają na zróżnicowanie lęku przed matematyką, wymienia się przede wszystkim płeć. Kobiety zazwyczaj uzyskują wyższe wyniki w kwestionariuszach lęku przed matematyką (por. Ashcraft i Ridley, 2005). W nielicznych badaniach nie wykrywano jednak tej różnicy lub wykrywano różnicę przeciwną (por. Devine, Fawcett, Szucs i Dowker, 2012).

Można wskazać kilka przyczyn wyższego poziomu lęku u kobiet. Większość z nich odnosi się do czynników związanych z różnicami w socjalizacji dziewcząt i chłopców. Dziewczęta mogą bardziej otwarcie mówić o lęku (por. Ashcraft i Ridley, 2005). Stereotypy związane z rolą płci w zdolnościach matematycznych również mogą przyczyniać się do wyższego poziomu lęku przed matematyką u kobiet (Maloney, Waechter, Risko i Fugelsang, 2012). Inny mechanizm, za pomocą którego można wyjaśnić te różnice, to zagrożenie stereotypem. Steven Spencer,

Claude Steele i Diane Quinn (1999) wykazali, że kobiety mogą osiągać gorsze wyniki w testach z matematyki, jeżeli wcześniej, nawet nie wprost, zaprezentowano im stereotyp, zgodnie z którym kobiety gorzej od mężczyzn radzą sobie z zadaniami matematycznymi. Z drugiej strony, jak pokazał zespół Maloney (2012), omawiane tu różnice międzypłciowe w zakresie lęku przed matematyką są zapośredniczone przez różnice w zakresie zdolności przestrzennych.

Wyższy poziom lęku przed matematyką u kobiet może wyjaśniać niższe wyniki w testach umiejętności matematycznych (Devine i in. 2012), korelacje bowiem między poziomem osiągnięć matematycznych a poziomem lęku przed matematyką nie różnią się u kobiet i mężczyzn (Ma, 1999). Zaobserwowano również, że u kobiet poziom lęku przed matematyką jest bardziej stabilny w czasie niż u mężczyzn. Z drugiej strony u mężczyzn silniejszy jest związek między wcześniejszymi osiągnięciami matematycznymi a poziomem lęku mierzonym w późniejszym czasie (Ma i Xu, 2004).

Wprawdzie zdecydowana większość badań nad lękiem przed matematyką pochodzi ze Stanów Zjednoczonych, ale mniej liczne analizy o charakterze międzykulturowym świadczą o uniwersalności lęku przed matematyką (m.in. wyniki metaanalizy Ma, 1999). Niemniej niektóre badania sugerują istnienie różnic międzykulturowych, np. studenci z Tajlandii cechują się niższym poziomem lęku przed matematyką niż ich amerykańscy rówieśnicy. Thomas Hunt, David Clark-Carter i David Sheffiled (2011) prowadzili badania na próbie brytyjskiej. Wykryli strukturę czynnikową lęku przed matematyką podobną do opisywanej dla populacji amerykańskiej – w skład lęku przed matematyką wchodziły trzy czynniki: lęk przed byciem ocenianym z matematyki, lęk przed korzystaniem z matematyki w codziennym życiu oraz lęk związany z obserwowaniem innych osób wykonujących zadania matematyczne.

Inne badania wskazują, że struktura lęku przed matematyką jest podobna u studentów amerykańskich, chińskich i tajwańskich (Ho i in., 2000). Autorzy wykazali, że afektywny komponent lęku przed matematyką podobnie koreluje z poziomem osiągnięć matematycznych we wszystkich badanych kulturach. Mniej spójne są wzorce analogicznych korelacji dla poznawczego komponentu lęku przed matematyką.

Dowody na uniwersalność lęku przed matematyką pochodzą również z badań z udziałem dzieci. Udało się go rzetelnie zmierzyć u dzieci niemieckich w klasach 1–3 (Krinzinger i in., 2009). Wykryto też podobieństwa w zakresie lęku przed matematyką między dziećmi pochodzącymi z Niemiec i Brazylii. Zarówno struktura czynnikowa jak i średnie wyniki osiągnięte przez dzieci były bardzo podobne, mimo różnic kulturowych oraz różnic średnich wyników osiąganych przez uczniów w badaniu PISA (Wood i in., 2012).

Wiele danych na temat międzykulturowego zróżnicowania w lęku przed matematyką uzyskano w międzynarodowym badaniu PISA 2003. Objęło ono ponad 250 tys. uczniów w wieku 15 lat z 41 krajów, w tym Polski. Wyniki w odniesieniu do lęku przed matematyką omówiła Jihyun Lee (2009). Warto jednak zwrócić uwagę, że do pomiaru lęku przed matematyką nie wykorzystano narzędzia o ustalonych właściwościach psychometrycznych. Zamiast tego badani ustosunkowywali się do pięciu zdań dotyczących lęku przed matematyką (jak bardzo czują się zdenerwowani lub spięci, gdy rozwiązują problemy matematyczne lub odrabiają zadania domowe z matematyki, czy czują się bezradni podczas prób rozwiązania problemów matematycznych, jak bardzo martwią się, gdy uzyskają złe oceny z matematyki). Ogólna korelacja między wynikiem w teście PISA a lękiem przed matematyką dla wszystkich krajów łącznie wyniosła -0,39, a jej wartości w poszczególnych krajach wahały się od -0,51 do -0,12. W Polsce korelacja była jedną



z wyższych (-0,49). Również korelacje między wynikiem testu a miarami poczucia własnej skuteczności w odniesieniu do matematyki wyniosły w Polsce 0,42–0,54 i były wyższe niż średnie międzynarodowe (0,23–0,43).

### **Pomiar lęku przed matematyką**

Przeglądu narzędzi wykorzystywanych do pomiaru lęku przed matematyką dokonali Mark Ashcraft i Alex Moore (2009). Najczęściej są to metody kwestionariuszowe. Osoby badane ustosunkowują się do zdań opisujących różnorodne sytuacje kontaktu z liczbami, określając poziom lęku, jaki wzbudziłyby u nich dana sytuacja. Najstarszym narzędziem tego typu, mającym satysfakcjonujące właściwości psychometryczne, jest *Mathematics Anxiety Rating Scale* (MARS; Richardson i Suinn, 1972). Składa się z 98 pozycji odnoszących się zarówno do sytuacji szkolnych, jak i z życia codziennego. Skala doczekała się licznych modyfikacji, w których przy zachowaniu bardzo dobrych właściwości psychometrycznych udało się znacznie ograniczyć liczbę pozycji testowych. Przykładowo skala MARS-R (Plake i Parker, 1982) składa się z 24 pozycji. Poza wynikiem ogólnym wyróżniono w niej dwie podskale: lęku związanego z uczeniem się matematyki i lęku związanego z byciem ocenianym z matematyki. Bardzo popularny jest również składający się z 25 pozycji sMARS (Alexander i Martray, 1989). Jak podaje Ashcraft (2002), z wynikiem skali sMARS względnie wysoko (0,49–0,85) koreluje proste oszacowanie lęku przed matematyką na skali 1–10. Świadczy to, że osoby badane są w stanie względnie trafnie określić swój poziom lęku przed matematyką. Jest to argument na rzecz wiarygodności wyżej omówionych wyników porównań międzykulturowych, w których nie używano wystandaryzowanych narzędzi.

Do pomiaru lęku przed matematyką u nastolatków opracowano skalę MARS-A (Suinn i Edwards, 1982). Istnieją również miary lęku przed matematyką u dzieci uczących się w szkole podstawowej. MARS-E

(Sunin, Taylor i Edwards, 1988) służy do pomiaru lęku przed matematyką u dzieci w klasach 4–6. Stosunkowo niedawno powstały narzędzia pozwalające na pomiar lęku przed matematyką u młodszych dzieci. Skala *Math Anxiety Questionnaire* (MAQ; Thomas i Dowker, 2000) ma wersję niemieckojęzyczną (Krinzinger i in., 2009) oraz portugalskojęzyczną (Wood i in., 2012) i również cechuje się dobrymi właściwościami psychometrycznymi. W ostatnich latach powstały dwa kolejne narzędzia: *Scale for Early Mathematics Anxiety* (SEMA; Wu i in., 2013) oraz *Children's Anxiety in Math Scale* (CAMS; Jameson, 2013).

Nowym i względnie uniwersalnym narzędziem jest *Abbreviated Math Anxiety Scale* (AMAS; Hopko, Mahadevan, Bare i Hunt, 2003b; skala dostępna jest na stronie internetowej Hopko). Składa się zaledwie z 9 pozycji i poza wynikiem ogólnym zawiera dwie skale – lęku przed uczeniem się matematyki i lęku przed byciem testowanym z matematyki. Charakteryzuje się bardzo dobrymi właściwościami psychometrycznymi. Nadaje się zarówno do badań osób dorosłych, jak i dzieci już od 12. roku życia (Devine i in. 2012). Skala AMAS została przetłumaczona na język polski i wyniki dotychczas przeprowadzonych badań pokazują, że również w polskiej wersji językowej ma ona bardzo dobre właściwości psychometryczne (Cipora i Szczygieł, 2014).

### **Podsumowanie i kierunki dalszych badań**

Lęk przed matematyką wpływa na dobrostan psychiczny uczniów oraz przekłada się na poziom ich kompetencji matematycznych. Zarówno dane psychometryczne, jak i pochodzące z badań z wykorzystaniem neuroobrazowania dowodzą, że stanowi rzeczywisty problem dla dotkniętych nim osób. Zasługuje on na większe zainteresowanie ze strony badaczy, szczególnie w Polsce, gdzie związki lęku przed matematyką z wynikami testu z matematyki są bardzo silne.

Konieczne jest opracowanie dostosowanych do polskich warunków i wystandaryzowanych metod diagnozy lęku przed matematyką. Obiecującym narzędziem jest skala AMAS. Również skale dla młodszych dzieci: SEMA i CAMS powinny doczekać się polskich adaptacji (oba narzędzia są ogólnodostępne i zostały w całości opublikowane w pracach, w których je wykorzystano). Następnym etapem powinno być opracowanie programów interwencji mających na celu obniżenie lęku przed matematyką. W tym kontekście, poza omawianymi wyżej odmianami terapii behawioralnej, poznawczej i poznawczo-behawioralnej, warto uwzględnić rolę wsparcia i pomocy ze strony rodziców lub opiekunów w początkowym okresie nauki. Wyniki uzyskane przez zespół Vukovic (2013a) wskazują, że dzieci, których rodzice lub opiekunowie interesują się ich nauką i oferują pomoc w uczeniu się, charakteryzują się niższym poziomem lęku przed matematyką.

Należy pamiętać, że w przypadku uczniów o wysokim poziomie lęku przed matematyką działania zaradcze nie powinny ograniczać się do trenowania umiejętności matematycznych, ponieważ zwiększa to jedynie ich dyskomfort, co może nasilać tendencje do unikania zarówno lokalnego, jak i globalnego. Odpowiednio ukierunkowane działania zaradcze mogą prowadzić do zwiększenia skuteczności interwencji (a co za tym idzie, zmniejszenia ich kosztu) oraz do poprawy dobrostanu psychicznego uczniów.

### Literatura

- Alexander, L. i Martray, C. R. (1989). The development of an abbreviated version of the Mathematics Anxiety Rating Scale. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 22(3), 143–150.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181–185.
- Ashcraft, M. H. i Faust, M. W. (1994). Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: an exploratory investigation. *Cognition & Emotion*, 8(2), 97–125.
- Ashcraft, M. H. i Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 224–237.
- Ashcraft, M. H. i Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14(2), 243–248.
- Ashcraft, M. H. i Moore, A. M. (2009). Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 197–205.
- Ashcraft, M. H. i Ridley, K. S. (2005). Math anxiety and its cognitive consequences: a tutorial review. W: J. I. D. Campbell (red.), *Handbook of mathematical cognition* (s. 315–327). New York: Psychology Press.
- Beilock, S. L. (2008). Math performance in stressful situations. *Current Directions in Psychological Science*, 17(5), 339–343.
- Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G. i Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107(5), 1860–1863.
- Buelow, M. T. i Frakey, L. L. (2013). Math anxiety differentially affects WAIS-IV arithmetic performance in undergraduates. *Archives of Clinical Neuropsychology*, 28(4), 356–362.
- Butterworth, B., Varma, S. i Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science*, 332(6033), 1049–1053.
- Cates, G. L. i Rhymer, K. N. (2003). Examining the relationship between mathematics anxiety and mathematics performance: an instructional hierarchy perspective. *Journal of Behavioral Education*, 12(1), 23–34.
- Cipora, K. i Nęcka, E. (2012). Kontinua a przestrzeń – przegląd badań nad przestrzennym komponentem poznawczej reprezentacji wielkości i nasilenia. *Psychologia – Etologia – Genetyka*, 26, 7–21.
- Cipora, K. i Szczygieł, M. (2013a). Gry planszowe jako narzędzie wspomagania rozwoju wczesnych kompetencji matematycznych. *Edukacja*, 123(3), 60–75.
- Cipora, K. i Szczygieł, M. (2013b). Wyścig liczb – The Number Race – polska wersja językowa narzędzia wczesnej interwencji w przypadku ryzyka dyskalculii rozwojowej oraz wspomagania rozwoju kompetencji arytmetycznych. *Psychologia – Etologia – Genetyka*, 27, 71–85.
- Cipora, K. i Szczygieł, M. (2014). *Lęk przed matematyką: teoria i wyniki walidacji kwestionariusza AMAS (Abbreviated Math Anxiety Scale) na polskiej próbie*. Referat wygłoszony podczas I Inter-

- dyscyplinarnej Konferencji Transgresje Matematyczne, Kraków.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P. i Cohen, L. (2005). Three parietal circuits for number processing. W: J. I. D. Campbell (red.), *Handbook of mathematical cognition* (s. 433–453). New York: Psychology Press.
- Derakshan, N. i Eysenck, M. W. (2009). Anxiety, processing efficiency, and cognitive performance. *European Psychologist*, 14(2), 168–176.
- Devine, A., Fawcett, K., Szucs, D. i Dowker, A. (2012). Gender differences in mathematics anxiety and the relation to mathematics performance while controlling for test anxiety. *Behavioral and Brain Functions*, 33(8), 2–9.
- Embertson, J. i Babbie, P. (2010). *The dyscalculia assessment*. London: Continuum.
- Eysenck, M. W. i Calvo, M. G. (1992). Anxiety and performance: the processing efficiency theory. *Cognition and Emotion*, 6(6), 409–434.
- Eysenck, M. W. i Fajkowska, M. (2009). Teoria efektywności przetwarzania i jej rozwój. W: M. Fajkowska i B. Szymura (red.), *Łęk: geneza, mechanizmy, funkcje* (s. 138–157). Warszawa: Scholar.
- Fajkowska, M. i Szymura, B. (2009a). Barwy lęku – jak rozumieć i badać lęk? W: M. Fajkowska i B. Szymura (red.), *Łęk: geneza, mechanizmy, funkcje* (s. 7–13). Warszawa: Scholar.
- Fajkowska, M. i Szymura, B. (red.) (2009b). *Łęk: geneza, mechanizmy, funkcje* (s. 7–13). Warszawa: Scholar.
- Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 33–46.
- Ho, H. Z., Senturk, D., Lam, A. G., Zimmer, J. M., Hong, S., Okamoto, Y., Chiu, S. Y., Nakazawa, Y. i Wang, C. P. (2000). The affective and cognitive dimensions of math anxiety: a cross-national study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 362–379.
- Hopko, D. R. (2003). Confirmatory factor analysis of the Math Anxiety Rating Scale – Revised. *Educational and Psychological Measurement*, 63(2), 336–351.
- Hopko, D. R., Ashcraft, M. H., Gute, J., Ruggiero, K. J. i Lewis, C. (1998). Mathematics anxiety and working memory: support for the existence of a deficient inhibition mechanism. *Journal of Anxiety Disorders*, 12(4), 343–355.
- Hopko, D. R., Crittendon, J. A., Grant, E. i Wilson, S. A. (2005). The impact of anxiety on performance IQ. *Anxiety, Stress & Coping*, 18(1), 17–35.
- Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L. i Hunt, M. K. (2003b). The abbreviated math anxiety scale (AMAS) construction, validity, and reliability. *Assessment*, 10(2), 178–182.
- Hopko, D. R., McNeil, D. W., Gleason, P. J. i Rabalais, A. E. (2002). The emotional Stroop paradigm: performance as a function of stimulus properties and self-reported mathematics anxiety. *Cognitive Therapy and Research*, 26(2), 157–166.
- Hopko, D. R., McNeil, D. W., Lejuez, C. W., Ashcraft, M. H., Eifert, G. H. i Riel, J. (2003a). The effects of anxious responding on mental arithmetic and lexical decision task performance. *Journal of Anxiety Disorders*, 17(6), 647–665.
- Hunt, T. E., Clark-Carter, D. i Sheffield, D. (2011). The development and part validation of a UK scale for mathematics anxiety. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 29(5), 455–466.
- Jameson, M. M. (2013). The development and validation of the Children's Anxiety in Math Scale. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 31(4), 391–395.
- Krinzinger, H., Kaufmann, L. i Willmes, K. (2009). Math anxiety and math ability in early primary school years. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 206–225.
- Lee, J. (2009). Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences*, 19(3), 355–365.
- LeFevre, J., DeStefano, D., Coleman, B. i Shanan, T. (2005). Mathematical cognition and working memory. W: J. I. D. Campbell (red.), *Handbook of mathematical cognition* (s. 361–377). New York: Psychology Press.
- Lyons, I. M. i Beilock, S. L. (2011). Mathematics anxiety: separating the math from the anxiety. *Cerebral Cortex*, 22(9), 2102–2110.
- Lyons, I. M. i Beilock, S. L. (2012). When math hurts: math anxiety predicts pain network activation in anticipation of doing math. *PloS One*, 10(7), e48076.
- Ma, X. (1999). A meta-analysis of the relationship between anxiety toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 520–540.
- Ma, X. i Xu, J. (2004). The causal ordering of mathematics anxiety and mathematics achievement: a longitudinal panel analysis. *Journal of Adolescence*, 27(2), 165–179.
- Maloney, E. A. i Beilock, S. L. (2012). Math anxiety: who has it, why it develops, and how to guard against it. *Trends in Cognitive Sciences*, 16(8), 404–406.
- Maloney, E. A., Ansari, D. i Fugelsang, J. A. (2011). The effect of mathematics anxiety on the processing of numerical magnitude. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 64(1), 10–16.

- Maloney, E. A., Risko, E. F., Ansari, D. i Fugelsang, J. (2010). Mathematics anxiety affects counting but not subitizing during visual enumeration. *Cognition*, 114(2), 293–297.
- Maloney, E. A., Waechter, S., Risko, E. F. i Fugelsang, J. A. (2012). Reducing the sex difference in math anxiety: the role of spatial processing ability. *Learning and Individual Differences*, 22(3), 380–384.
- Mattarella-Micke, A., Mateo, J., Kozak, M. N., Foster, K. i Beilock, S. L. (2011). Choke or thrive? The relation between salivary cortisol and math performance depends on individual differences in working memory and math-anxiety. *Emotion*, 11(4), 1000–1005.
- Miller, H. i Bichsel, J. (2004). Anxiety, working memory, gender, and math performance. *Personality and Individual Differences*, 37(3), 591–606.
- Moyer, R. S. i Landauer, T. K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215, 1519–1520.
- Orzechowski, J. (2012). *Magiczna liczba jeden, czyli co jeszcze zmieści się w pamięci roboczej*. Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego.
- Plake, B. S. i Parker, C. S. (1982). The development and validation of a revised version of the mathematics anxiety rating scale. *Educational and Psychological Measurement*, 42(2), 551–557.
- Ramirez, G. i Beilock, S. L. (2011). Writing about testing worries boosts exam performance in the classroom. *Science*, 331(6014), 211–213.
- Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C. i Beilock, S. L. (2013). Math anxiety, working memory, and math achievement in early elementary school. *Journal of Cognition and Development*, 14(2), 187–202.
- Reinholz, A., Rychwalska, A., Stefańska, J. i Trojan, M. (2003). Wpływ ilości i układu elementów małych zbiorów na jakość subityzowania. *Psychologia – Etologia – Genetyka*, 8, 91–112.
- Richardson, F. C. i Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19(6), 551–554.
- Spencer, S. J., Steele, C. M. i Quinn, D. M. (1999). Stereotype threat and women's math performance. *Journal of Experimental Social Psychology*, 35(1), 4–28.
- Strelau, J. (2009). Miejsce lęku i zbliżonych konstrukcji w badaniach nad temperamentem. W: M. Fajkowska i B. Szymura (red.), *Lęk: geneza, mechanizmy, funkcje* (s. 211–230). Warszawa: Scholar.
- Strelau, J. (2010). *Psychologia różnic indywidualnych*. Warszawa: Scholar.
- Strelau, J. (2012). *Psychologia temperamentu*. Warszawa: PWN.
- Suinn, R. M. i Edwards, R. (1982). The measurement of mathematics anxiety: The Mathematics Anxiety Rating Scale for Adolescents – MARS-A. *Journal of Clinical Psychology*, 88(3), 576–580.
- Suinn, R. M., Taylor, S. i Edwards, R. W. (1988). Suinn Mathematics Anxiety Rating Scale for Elementary School Students (MARS-E): psychometric and normative data. *Educational and Psychological Measurement*, 48(4), 979–986.
- Thomas, G., i Dowker, A. (2000). *Mathematics anxiety and related factors in young children*. Referat wygłoszony podczas British Psychological Society Developmental Section Conference, Bristol.
- Tooke, D. J. i Lindstrom, L. C. (1998). Effectiveness of a mathematics methods course in reducing math anxiety of preservice elementary teachers. *School Science and Mathematics*, 98(3), 136–139.
- Vukovic, R. K., Kieffer, M. J., Bailey, S. P. i Harari, R. R. (2013a). Mathematics anxiety in young children: concurrent and longitudinal associations with mathematical performance. *Contemporary Educational Psychology*, 38(1), 1–10.
- Vukovic, R. K., Roberts, S. O. i Green Wright, L. (2013b). From parental involvement to children's mathematical performance: the role of mathematics anxiety. *Early Education & Development*, 24(4), 446–467.
- Wolpe, J. i Wolpe, D. (1999). *Wolni od lęku. Lęki i ich terapia*. Kraków: WiR Partner.
- Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Júlio-Costa, A., Micheli, L. R., Krinzinger, H., Kaufmann, L., Willmes, K. i Haase, V. G. (2012). Math Anxiety Questionnaire: similar latent structure in Brazilian and German school children. *Child Development Research*, 2012, 610192.
- Wrześniewski, K., Sosnowski, T. i Matusik, D. (2002). *Inwentarz stanu i cechy lęku STAI*. Warszawa: Pracownia Testów Psychologicznych Polskiego Towarzystwa Psychologicznego.
- Wu, S. S., Barth, M., Amin, H., Malcarne, V. i Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement. *Frontiers in psychology*, 3, 162.
- Young, C. B., Wu, S. S. i Menon, V. (2012). The neurodevelopmental basis of math anxiety. *Psychological Science*, 23(5), 492–501.
- Zeidner, M. (1998). *Test anxiety. The state of the art*. New York: Plenum Press.