

# Edukacja matematyczna z perspektywy aksjologiczno-teleologicznej

BARBARA PIERONKIEWICZ

Instytut Matematyki, Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie\*

Podczas gdy współczesny dyskurs naukowy oraz debaty edukacyjne są przesycone nie zawsze efektywnymi pytaniami o treści i metody nauczania matematyki, fundamentalne z punktu widzenia jednostki pytania o cel, sens i wartość nauczania i uczenia się matematyki zdają się pozostawać w cieniu. W artykule podjęto temat humanistycznych aspektów matematyki. Zaproponowano przyjęcie wielowymiarowej perspektywy w badaniu zagadnień związanych z edukacją matematyczną: ontologicznej, epistemologicznej oraz aksjologicznej. Nacisk został położony na ostatni wymiar. Przywołano cele kształcenia matematycznego w ujęciu Zofii Krygowskiej, a także przedstawiono definicje i klasyfikacje wartości odgrywających istotną rolę w aktywności matematycznej zarówno ucznia, jak i nauczyciela. Artykuł kończy refleksja na temat potrzeby spojrzenia na edukację matematyczną z perspektywy aksjologiczno-teleologicznej i prowadzenia w Polsce badań z zakresu dydaktyki matematyki, które by ten wymiar uwzględniały.

SŁOWA KLUCZOWE: dydaktyka matematyki, wartości, cele, edukacja matematyczna, humanistyczne aspekty nauczania matematyki.

## Matematyka jako nauka humanistyczna

W słynnym wykładzie w Cambridge, zatytułowanym „Dwie kultury i rewolucja naukowa” oraz w wydanych potem książkach (1959; 1963), Charles Percy Snow nakreślił zaobserwowany przez siebie dychotomiczny podział na „dwie kultury”: kulturę przedstawicieli nauk ścisłych i przyrodniczych oraz kulturę tworzoną przez „intelektualistów o proweniencji literackiej”. Autor sygnalizował istnienie i pogłębianie się przepaści kulturowej oraz braku wzajemnego zrozumienia pomiędzy reprezentantami obu grup. Zarzucał humanistom zdominowanie przestrzeni publicznej, nieuprawnione uzurpowanie sobie miana elity intelektualnej

społeczeństwa, przy jednoczesnej ignorancji wobec dorobku nauk empirycznych:

W kilku przypadkach nie wytrzymałem i zadałem zebrany pytanie, jak wielu z nich potrafiłoby opisać drugie prawo termodynamiki. Powiało chłodem: nikt nie potrafił. A przecież pytałem o coś, co jest naukowym odpowiednikiem pytania: Czy czytałeś któreś z dzieł Szekspira? (Snow, 1999, s. 89).

Będąc jednocześnie fizykiem i pisarzem, Snow twierdził, że „jest rzeczą niebezpieczną, gdy istnieją dwie kultury, które nie mogą lub nie chcą znaleźć wspólnego języka” (Snow, 1999, s. 166). Szansę na przezwycięzenie tego kryzysu dostrzegał w wytworzeniu się nowej, „trzeciej kultury”, pełniącej funkcję przestrzeni mediacyjnej, w której możliwa

\* Adres: ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków.  
E-mail: bp@up.krakow.pl

© Instytut Badań Edukacyjnych

byłaby komunikacja humanistów z przedstawicielami nauk ścisłych. Problem ten został podjęty przez Johna Brockmana (1996), który użył wprawdzie terminu „trzecia kultura”, ale w innym niż sugerowany przez Snowa znaczeniu. Trzecia kultura według Brockmana opiera się na bezpośredniej komunikacji naukowców z opinią publiczną i popularyzacji wyników badań naukowych:

Trzecia kultura to uczeni, myśliciele i badacze świata empirycznego, którzy dzięki swym pracom i piarstwu przejmują rolę tradycyjnej elity intelektualnej w poszukiwaniu odpowiedzi na pytania od zawsze nurtujące ludzkość: Czym jest życie; Kim jesteśmy i dokąd zmierzamy (Brockman, 1996, s. 15).

Zaangażowanie przedstawicieli różnych dyscyplin naukowych w popularyzację wyników ich badań jest bez wątpienia wartościowe. Działania te nie dają jednak odpowiedzi na apel Snowa, wzywającego do dialogu „humanistów” z „naukowcami”. Dostrzegając tę wciąż istniejącą lukę i niewystarczalność dotychczasowych inicjatyw, Jonah Lehrer postulował konieczność wypracowania „czwartej kultury”, bliższej koncepcji Snowa, która:

będzie ignorować arbitralne granice intelektualne, dążąc zamiast tego do zacierania linii podziału. Będzie swobodnie przeszczepiać wiedzę pomiędzy naukami ścisłymi i humanistycznymi [...]. Przyjmie pragmatyczny stosunek wobec prawdy i będzie ją oceniać nie na podstawie źródła jej pochodzenia, lecz przez pryzmat jej użyteczności. Czego uczy nas o nas samych to opowiadanie lub eksperyment [...]? Jak pomaga nam zrozumieć, kim jesteśmy? Jaki długotrwały problem rozwiązuje? (Lehrer, 2008, s. 196).

Rozdźwięk pomiędzy naukami ścisłymi a humanistycznymi w dyskursie naukowym jest także obecny w przestrzeni edukacyjnej. Przejawia się on m.in. powszechnie znanym zjawiskiem społecznym polegającym na tym, że predyspozycje (faktyczne lub

deklarowane) w zakresie nauk humanistycznych stają się dla wielu uczniów, a także osób dorosłych, wyjaśnieniem braku wiedzy i umiejętności matematycznych oraz usprawiedliwieniem niepodjęcia intelektualnych wyzwań stawianych przez matematykę. Część naukowców uznaje ten podział za bezasadny i postuluje niepodzielność wiedzy ludzkiej (Dawidowicz, 2015; Wilson, 1999). W swoich wykładach profesor Michał Szurek stawia kontrowersyjną tezę, że „matematyka jest – tak naprawdę jedyną – ścisłą nauką humanistyczną” (Szurek, 2000, s. 183). Pogląd ten zdaje się podzielać Anna Żeromska (2013), która przyjmując perspektywę antropomatematyczną, zaleca, by postrzegać matematykę jako:

działalność (nie „wiedzę gotową”) intelektualną człowieka, [...] przedmiot i wynik procesu poznawczego nierozzerwalnie związanego z człowiekiem – jednostką czynnie poznającą, uznając – i akcentując jednocześnie – fakt zachodzenia procesu poznania w określonych warunkach społecznych (Żeromska, 2013, s. 23).

Humanistyczny i społeczny wymiar aktywności matematycznej wynika zdaniem autorki również z niemożliwości oderwania tej dziedziny działalności człowieka od jego doświadczeń pozamatematycznych i wiedzy z zakresu innych dziedzin. Być może tym, co sprawia, że odmawia się matematyce jej humanistycznego wymiaru, jest swoisty analfabetyzm matematyczny, scharakteryzowany przez George’a Sartona (1931), który uznał analizowane przy użyciu matematyki wyniki badań eksperymentalnych za nasyconą humanizmem „kondensację niezmierniej ilości ludzkiego doświadczenia i myśli” (s. 27). Autor dodaje:

Oczywiście mogą to w pełni docenić tylko ci, którzy rozumieją użyte symbole, ale „humaniści”, którzy by zaprzeczali temu humanizmowi z powodu swej niezajomości symboli, byłiby równie nierozsądni jak ludzie, którzy powiedzieliby, że chiński poemat nie

wyraża prawdziwego uczucia, ponieważ oni nie umieją czytać po chińsku.

Matematyce wciąż okazuje się szacunek należny „królowej nauk”. Niestety dość często zarzuca się jej oziębłość i niedostępność. W kontekście takiej społecznej recepcji matematyki, swego rodzaju fenomenem jest sukces międzynarodowego konkursu „Matematyka w obiektywie”, który z każdą edycją przyciąga coraz większe grono uczestników. Działalność Małgorzaty Makiewicz (2011), inicjatorki konkursu i organizatorki cyklu międzynarodowych naukowych konferencji dydaktyków matematyki odbywających się corocznie w Pobierowie, ma na celu zmianę sposobu postrzegania matematyki w społeczeństwie poprzez ukazanie jej jako „naszej niedostrzegalnej kultury” (Hammond, 1983). Podobne intencje przyświecają inicjatorom międzynarodowego projektu „The Global Math Project”, który w 2017 r. zjednoczył ok. miliona uczniów, studentów i nauczycieli z całego świata wokół jednego, wspólnie dyskutowanego problemu matematycznego. W dłuższej perspektywie wszystkie te działania nie będą jednak skuteczne, jeżeli w dyskursie naukowym zabraknie pogłębionej refleksji aksjologiczno-teleologicznej dotyczącej edukacji matematycznej.

### Trzy wymiary edukacji matematycznej

Współcześnie w przestrzeni publicznej prowadzi się dyskusje na temat treści nauczania (czego uczyć?), metod nauczania, form i środków dydaktycznego przekazu (jak uczyć?). Niewiele uwagi poświęca się problematyce wartości i celów edukacji matematycznej, szczególnie tych, które przekraczają granice samej matematyki i przenikają do innych dziedzin życia (Leśniak, 1958). Tymczasem pytanie o cel, sens i znaczenie podejmowanych działań jest fundamentalne z punktu widzenia jednostki. Uczniowie często pytają: Dlaczego mamy się

uczyć matematyki? Odpowiedź, którą uzyskują, przeważnie odwołuje się do praktycznych zastosowań (np. arytmetyka zakupów czy remontu mieszkania, oprocentowanie pożyczki w banku) lub korzyści płynących z uczenia się tego przedmiotu (zdanie egzaminu maturalnego jako przepustka do dalszej edukacji). Rzadko zdarza się, by odpowiedź na to pytanie odwoływała się do wartości i celów, które dla ucznia mają głębokie, osobiste znaczenie (Vollstedt, 2011). Rzadko więc uzyskana odpowiedź daje się zinternalizować tak, aby stała się częścią motywacji wewnętrznej ucznia. Człowiek tymczasem oceniając rzeczywistość, poszukuje w niej wartości, za które mógłby czuć się współodpowiedzialny, i na które będzie chciał odpowiedzieć swoją wolą (Wojtyła, 1985). Wzięcie odpowiedzialności za działania zaś przekłada się na zaangażowanie jednostki. Podobnego zdania był Viktor Frankl (2009), który podczas pobytu w obozie koncentracyjnym zaobserwował, że człowiek z chwilą, gdy „przestawał dostrzegać w życiu cel, sens i jakąkolwiek wartość, [...] automatycznie zakładał, że nie ma już, po co żyć. Nie mijało wiele czasu, a taki człowiek był całkiem stracony” (Frankl, 2009, s. 124). Frankl przekonał się, że dążenie do znalezienia sensu w życiu jest potężną siłą motywującą człowieka niezależnie od okoliczności, w jakich się znalazł. Ta obserwacja skłoniła go do sformułowania podstaw logoterapii, czyli terapii „uzdrowienia poprzez sens” (Fabry, 1968), który „nie może być arbitralnie nadawany, lecz musi być w sposób odpowiedzialny odnaleziony” (Frankl, 2010, s. 87). Parafrazując, można bez cienia przesady stwierdzić, że również uczeń, który przestaje widzieć cel, sens i jakąkolwiek wartość edukacji (matematycznej), przyjmuje, że nie ma powodu, aby się uczyć (matematyki). Być może przyczyną niektórych współczesnych problemów edukacji matematycznej jest nie tyle brak efektywnych metod nauczania lub zły dobór treści kształcenia, ile aksjologiczna *atrophia ex inanitione*?

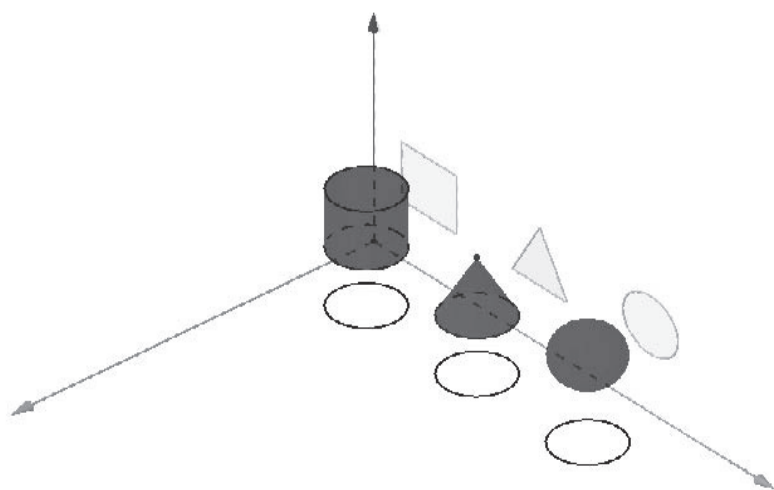
W twórczości Frankla na szczególną uwagę zasługuje zaproponowana przez niego koncepcja człowieka. Zdaniem autora, człowieka można scharakteryzować na poziomie warstw: cielesnej, psychicznej i duchowej lub odpowiadających tym warstwom wymiarów: somatycznym, psychologicznym i noetycznym. Różnorodność pomimo jedności i jedność człowieka pomimo różnorodności wyrażają dwa sformułowane przez autora prawa ontologii dymensjonalnej:

- Prawo I: Jeden i ten sam przedmiot rzutowany ze swego wymiaru na inne, niższe wymiary, odbija się w ten sposób, że jego dwa odbicia wzajemnie sobie przeczą.
- Prawo II: Różne przedmioty rzutowane ze swoich wymiarów na jeden, niższy wymiar, odwzorowują się w taki sposób, że ich odbicia są wieloznaczne (Frankl, 2010, s. 36, 37).

Prawa ontologii dymensjonalnej były wyrazem sprzeciwu wobec tendencji redukcjonistycznych, usiłujących sprowadzić ludzką egzystencję wyłącznie do jednego z wymienionych wymiarów (lub odpowiednio: jednej warstwy), podczas gdy prawda o człowieku leży, zdaniem Frankla, zawsze w wymiarze wyższym, z którego można dokonać,

obarczonego błędem poznawczym, „rzutowania” na wymiary niższe. Na Rysunku 1 przedstawiono reprezentację graficzną obu praw zestawionych razem.

Przesłanie Frankla jest ponadczasowe i uniwersalne. Skłania do refleksji nad wyborem rozważanych wymiarów badawczych i wynikających z nich możliwych płaszczyzn rzutowania. Trójwymiarowy model pozwala dostrzec np. jedność pomimo różnorodności dyscyplin naukowych. W tym kontekście prawa ontologii dymensjonalnej wskazują na potrzebę współpracy oraz interdyscyplinarnego podejścia do problemów badawczych. Zawężenie pola widzenia do jednego z możliwych „odbić” uzyskanych w wyniku rzutowania, może prowadzić do powstawania fałszywych przekonań o badanym obiekcie. Żaden z obrazów uzyskanych w wyniku rzutowania nie oddaje pełnej prawdy o badanym obiekcie, ale już sama wiedza o istnieniu innego obrazu nie pozwala na absolutyzowanie własnego stanowiska i uogólnianie twierdzeń uzyskanych przy uwzględnieniu wąskiej perspektywy. Zestawienie wszystkich uzyskanych rzutów, niestety, również może nie doprowadzić nas do poszukiwanej prawdy. Badany obiekt nie



Rysunek 1. Graficzna reprezentacja praw ontologii dymensjonalnej Frankla.

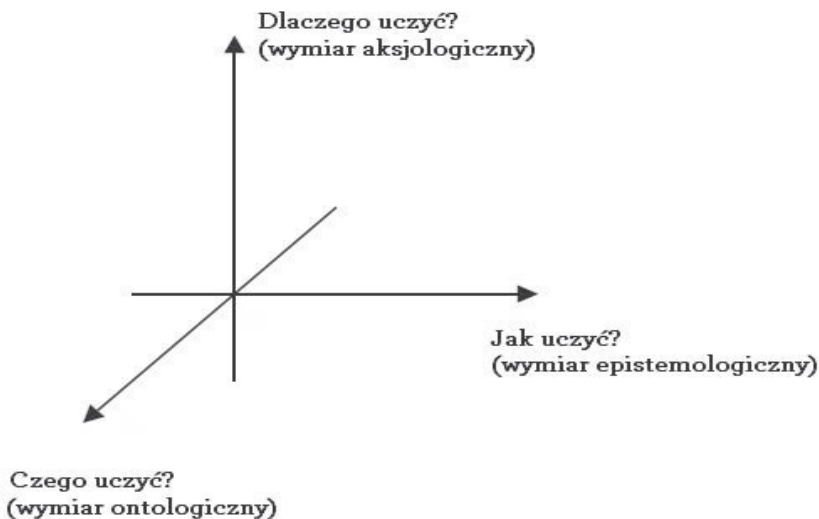
jest bowiem sumą prostą swoich obrazów. Prawdę o nim można znaleźć w wymiarze wyższym, z którego był rzutowany.

Trójwymiarowy model pozwala również dostrzec „różnorodność pomimo jedności”. Zilustrujemy ją na przykładzie edukacji matematycznej, której wielowymiarowy obraz może wyznaczać wspomniane wcześniej pytania: Czego uczyć? Jak uczyć? Dlaczego uczyć? Jeśli w każdym pytaniu dodamy zaimek zwrotny „się”, to ukazą one perspektywę ucznia. Przedstawiony model koresponduje z ujęciem zaproponowanym przez Nataly Chesky i Marka Wolfmeyera (2015) w odniesieniu do przedmiotów z bloku STEM (*science, technology, engineering, mathematics*). Chcąc głębiej i pełniej zrozumieć dyscypliny ścisłe, przyrodnicze i techniczne, autorzy rozważyli je z perspektywy ontologicznej, epistemologicznej i aksjologicznej. Ontologia jako dział filozofii jest teorią bytu; bada strukturę rzeczywistości, zajmuje się problematyką istnienia i właściwościami obiektów. Zdaniem autorów wymiar ontologiczny w edukacji wyraża się w założeniach dotyczących nauczanych treści – co mówią o otaczającej rzeczywistości i jak wpływają

na sposób postrzegania świata. W szczególności dobór treści matematycznych, a także wybór rozwiązywanych zadań, kształtują w umyśle ucznia obraz samej matematyki. Wymiar ontologiczny konstytuuje pytanie o treści kształcenia (czego uczyć?).

Teorie pedagogiczne dotyczące metod nauczania (w jaki sposób uczyć?), wiedza na temat procesu uczenia się i nauczania matematyki, a także przekonania dotyczące matematyki (jako dyscypliny naukowej, dziedziny działalności człowieka, przedmiotu nauczania) i aktywności matematycznej, składają się, w ocenie autorów, na wymiar epistemologiczny edukacji (tutaj: matematycznej).

Wymiar aksjologiczny natomiast obejmuje założenia normatywne, dotyczące celów edukacji matematycznej wyrażonych w podstawie programowej, obecnych w dyskursie społecznym, a także cele, wartości i osobiste znaczenie (Vollstedt, 2011), jakie dla danej osoby ma jej aktywne działanie matematyczne. To właśnie ten wymiar dopełnia obraz badanej rzeczywistości. Pytanie o cel (wymiar teleologiczny) skłania do refleksji nad wartościami oraz poprzedza pytania o treści i metody nauczania (Siwek, 2005).



Rysunek 2. Trzy wymiary edukacji matematycznej.

Zgodnie z zaproponowanym modelem nauczanie matematyki można rozpatrywać na co najmniej trzech płaszczyznach: (a) czego uczyć i jak, (b) czego uczyć i dlaczego właśnie tego, (c) jak uczyć i dlaczego właśnie tak (Rysunek 2).

Zaproponowany model można również zinterpretować z perspektywy ucznia. Podczas gdy uczniowie w szkolnej rzeczywistości edukacyjnej znajdują się w środowisku konstytuowanym przez mniej więcej te same treści i metody nauczania, źródło różnych osiągnięć i zaangażowania uczniów może tkwić w ich zróżnicowanych uwarunkowaniach i wartościach kulturowych (Askew, Hodgen, Hossain i Bretscher, 2010). Responsywność ucznia w szkolnej rzeczywistości może w dużej mierze zależeć od tego, w jakim stopniu nauczyciel odwołuje się do osobistych znaczeń ucznia, do wartości, które są dla niego istotne, oraz na ile skutecznie ukazuje związek edukacji szkolnej ze światem pozaszkolnych wartości wyznawanych przez ucznia. Indywidualizacja nauczania, widziana z tej perspektywy, będzie zatem polegać nie tylko na indywidualizowaniu materiału i metod nauczania, lecz także na wypracowaniu umiejętności dotarcia do każdego ucznia, przy uwzględnieniu jego systemu wartości i osobistych znaczeń.

Pytanie ucznia o to, dlaczego ma się uczyć matematyki, jest pytaniem o sens, (osobiste) znaczenie i wartość ukrytą w działaniach, do udziału w których uczeń jest zobligowany. Aby na nie odpowiedzieć, nauczyciel musi operować w wymiarze wyższym, dźwignąć sens z płaszczyzn ontologicznej i epistemologicznej (czego i jak uczyć) do wymiaru aksjologicznego (dlaczego i po co uczyć?). Czy cele edukacji matematycznej wkraczają w pole fenomenologiczne osobistych doświadczeń uczniów? Przyjrzyjmy się zarówno celom edukacji matematycznej, jak i wartościom rozpatrywanym w kontekście nauczania matematyki.

## Cele nauczania matematyki

Dyskusję na temat celów edukacji matematycznej podejmowała Zofia Krygowska (1986), twórczyni dydaktyki matematyki w Polsce. Badaczka wyróżniła trzy poziomy tych celów. Pierwszy dotyczy podstawowych wiadomości i umiejętności matematycznych niezbędnych każdemu człowiekowi. Drugi obejmuje specyficzne dla matematyki postawy i zachowania oraz elementy metodologii matematycznej (np. rozumienie sensu definicji lub dowodu twierdzenia). Zaś trzeci poziom celów „dotyczy postaw i zachowań intelektualnych funkcjonujących poza aktywnością matematyczną i rozwijanych przez transfer i dostosowywanie postaw i specyficznych zachowań do innych dziedzin ludzkiej aktywności” (Krygowska, 1986, s. 26).

Krygowska postulowała pogłębioną refleksję nad celami drugiego i trzeciego poziomu. Zwróciła uwagę, że błędnie zakłada się jakoby były one realizowane samoistnie w trakcie nauczania matematyki. Niestety niewiele w tym względzie zmieniło się od 30 lat. Cele kształcenia, które znajdują się w podstawie programowej, odpowiadają celom pierwszego i drugiego poziomu (odpowiednio: cele szczegółowe i ogólne). Czy cele (*objectives, goals*) edukacji matematycznej wskazywane przez dydaktyków i realizowane w codziennej praktyce przez nauczycieli, korespondują z powodami (*reasons*), dla których uczniowie podejmują wysiłek edukacyjny? Czy cele edukacji matematycznej obejmują wartości, na które uczniowie mogą i chcą odpowiadać wolą i zaangażowaniem?

Niektórzy badacze twierdzą, że postawy – jeśli są cenione i wybierane intencjonalnie w sposób przemyślany, staranny i konsekwentny – stają się wartościami (Raths, Harmin i Simon, 1987). Tak rozumiane wartości mogą dawać odpowiedź na pytanie o powód, dla którego warto uczyć się matematyki. Nie wystarczy jednak stwierdzić, że angażując się w aktywność matematyczną, uczeń może

doświadczyc pewnych wartości lub wykształcić postawy, które przydadzą mu się w dorosłym życiu. Aby być o tym przekonanym, uczeń musi tego doświadczyć.

Czy w obszarze aktywności matematycznej istnieją i funkcjonują tak rozumiane wartości, które przenikają (lub potencjalnie mogą przenikać) do innych dziedzin aktywności ucznia? Jedną z iluzji, której ulegamy, myśląc o funkcjonowaniu systemu edukacji, jest przekonanie, że zmiany wprowadzane w tym systemie skutkują, niejako automatycznie, efektywnymi rezultatami (Dudzikowa, 2004; Kwieciński, 1995). Tymczasem, bez pogłębionej refleksji i wysiłku podjętego przez dydaktyków w ścisłej współpracy z nauczycielami, transfer postaw i zachowań intelektualnych ucznia z dziedziny matematycznej na inne, pozaszkolne obszary jego aktywności, pozostanie otwartym problemem badawczym.

### **Przestrzeń edukacji matematycznej jako przestrzeń aksjologiczna**

Wedle jednej z definicji sens i wartości to nic innego, jak reakcja pozorowana oraz mechanizm obronny. Jeśli o mnie chodzi, nie byłbym gotów żyć dla swoich reakcji upozorowanych, a tym bardziej umierać za mechanizmy obronne (Frankl, 2010, s. 76).

Aktywność matematyczna, wbrew potocznym poglądom, nie jest działalnością czysto intelektualną, pozbawioną komponentów afektywnych. Krzysztof Mudyń (1995, s. 50) stwierdził, że „proces poznania i jego efekty limitowane są zawsze czynnikami natury *pozapoznawczej* [...] istnieją one w każdym konkretnych warunkach i są niezbywalne”. Również Douglas McLeod (1992) postulował, że aby zwiększyć wpływ wyników badań nad procesem uczenia się i nauczania matematyki na uczniów i nauczycieli, należy umieścić „afekt” w centrum uwagi badaczy, ponieważ badanie jedynie procesów kognitywnych i metakognitywnych nie oddaje istoty procesu uczenia się.

W *Słowniku wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych* termin „afekt” został zdefiniowany jako „silne, lecz krótkotrwałe wzruszenie, uniesienie” (Kopaliński, 1994, s. 19). W literaturze z zakresu edukacji matematycznej ma on zgoła inne znaczenie. „Afektem” określa się „system reprezentacji, kodujący informacje o zewnętrznym środowisku fizycznym i społecznym, matematyce, kognitywnych i afektywnych konfiguracjach jednostki, kognitywnych i afektywnych konfiguracjach innych jednostek” (Goldin, 1999, s. 37). Za najważniejszy aspekt afektu uznaje się „metaafekt” (Goldin, 2002), który oznacza afektywne, kognitywne, świadome doświadczanie i kontrolowanie tak zdefiniowanego afektu. Jego strukturę tworzą emocje, postawy, przekonania (McLeod, 1992) oraz wartości (DeBellis i Goldin, 2006).

Spośród wszystkich komponentów afektu, wartości jak dotąd stanowią obszar zdecydowanie najmniej eksplorowany w kontekście edukacji matematycznej. Według definicji Valerie DeBellis i Geralda Goldina, są one głębokimi osobistymi prawdami lub zobowiązaniami cenionymi przez jednostkę, determinującymi długoterminowe wybory i krótkoterminowe priorytety. Definiuje się je również jako głębokie właściwości afektywne, które edukacja stara się umacniać poprzez nauczanie matematyki (Bishop, 1999; Clarkson, Bishop i Seah, 2010; Seah, Andersson, Bishop i Clarkson, 2016), i które znajdują odbicie w zinternalizowanych i uznanych przez jednostkę za ważne i cenne przekonaniach (Seah i Andersson, 2015). Trójwymiarowy model Frankla, zastosowany w tym kontekście, pozwala scharakteryzować edukację matematyczną z perspektywy trzech wymiarów: poznawczego, afektywnego oraz aksjologicznego (lub aksjologiczno-teleologicznego, jeżeli w centrum uwagi umieścimy wartości i cele).

„Przestrzeń edukacyjna jest zawsze przestrzenią aksjologiczną” (Pasternak, 1995, s. 25). Przestrzeń twórczości i edukacji

matematycznej może być rozumiana jako specyficzna kultura (Bishop, 1988; Makiewicz, 2011; Schoenfeld, 1992). Każdą kulturę cechuje system wartości, który jest jej wytworem. Istnieją one niezależnie od świadomości człowieka, który z kolei sam w sobie stanowi wartość ontyczną (Śnieżyński, 2008). Wartości indywidualne są rozpoznawane w kontekście subiektywnego doświadczenia jednostki. To jednostka nadaje znaczenie, rangę, wartość przedmiotom, ideom i działaniom, w których partycypuje. Przekazywanie wartości we wspólnocie odbywa się zarówno na drodze formalnej, jak i nieformalnej.

O istnieniu kulturowej wspólnoty osób aktywnych w dziedzinie matematyki pisał Alan Schoenfeld (1992), wskazując, jak ważne jest wzajemne oddziaływanie i proces akulturacji w obrębie danej wspólnoty, obejmujący przekazywanie właściwych dla niej wartości, postaw i zachowań nowym, członkom wspólnoty. W rzeczywistości szkolnej najczęściej jednak transfer wartości dokonuje się w sposób nieuświadomiony i niejawny (Dede, 2006). Wyniki badań wskazują na niski poziom refleksji nad wartościami w edukacji matematycznej i niskie zainteresowanie tematyką wśród nauczycieli (Bishop, 1991). Polskie badania prowadzone w Instytucie Badań Edukacyjnych (Karpiński i Zambrowska, 2015) ujawniły również, że znaczna część nauczycieli utożsamia treść podręcznika i proponowany przez wydawnictwa program nauczania z podstawą programową. Nauczyciele dobrze znają wymagania szczegółowe, natomiast znacznie słabiej znają cele ogólne nauczania matematyki i sądzą, że cele te realizują się niejako automatycznie w trakcie nauczania matematyki.

Termin „wartość” jest złożony i wieloznaczny, a przez to podatny na rozmaite interpretacje (filozoficzne, psychologiczne, socjologiczne i antropologiczne). Zdaniem Kazimierza Denka (1994, s. 18): „Wartości występują tylko w antroposferze. Brak ich w świecie istniejącym poza człowiekiem.”

Różne definicje określają wartość np. jako to, co stanowi obiekt pożądań, kryterium wyboru motywów działalności i celu, „zinternalizowane elementy kultury” (Matusewicz, 1975, s. 32) czy zaspokojenie potrzeby (Denek, 1994). Dla Janusza Homplewicza (1996) wartością było wszystko, co dla jednostki cenne, w co chce się ona angażować. Podobnego zdania był Mieczysław Łobocki (1993), który interpretował wartość jako wszystko, co jest ważne i cenne dla jednostki i społeczeństwa. Według Milтона Rokeacha (1973) wartości stanowią trwałe przekonania, że pewien sposób postępowania jest osobiście lub społecznie preferowany w stosunku do sposobu alternatywnego. Natomiast Shalom Schwartz i współpracownicy (Schwartz i in., 2012) uznali wartości za poznawczą reprezentację (zwykle przekonanie) motywacyjnego, godnego pożądania, ponad sytuacyjnego celu. Są one konstruktem, na podstawie którego można wyjaśniać zachowanie jednostki. W edukacji wartości są przedmiotem badań interdyscyplinarnych. Stanowią system normatywny wyznaczający kształt teorii edukacyjnej i działań nauczyciela (Banach, 1996).

Funkcjonujący w społeczeństwie negatywny obraz matematyki sprawia, że często traktuje się ją jako dziedzinę, w której obowiązują jedynie racjonalne reguły i nie ma miejsca na emocje czy wartości (Dede, 2006). Tymczasem fakt, że tak niewiele uwagi poświęca się w polskich badaniach dydaktycznych wymiarowi afektywnemu edukacji matematycznej, zubaża perspektywę poznawczą badaczy i nauczycieli oraz ogranicza liczbę podejmowanych działań edukacyjnych, które uwzględniałyby afekt i wartości obecne w procesie nauczania i uczenia się matematyki.

### **Próby klasyfikacji wartości w edukacji matematycznej**

Lim Chap Sam i Paul Ernest (1997) wyróżnili następujące wartości na gruncie edukacji matematycznej:



- epistemologiczne – dotyczące strony teoretycznej uczenia się i nauczania matematyki (np. racjonalizm, analityczne myślenie, uznanie wartości wiedzy matematycznej),
  - społeczno-kulturowe – dotyczące społecznej odpowiedzialności za edukację matematyczną społeczeństwa (np. wdzięczność, wyrozumiałość),
  - personalne – dotyczące jednostki i jej indywidualnego doświadczenia matematyki (np. ciekawość, cierpliwość, kreatywność).
- Alan Bishop (1996) zaproponował w kontekście nauczania matematyki podział na:
- ogólne wartości kształcające – wspierające rozwój jednostki (głównie wartości etyczne, np. uprzejmość, posłuszeństwo, skromność),
  - wartości kształcające matematyki – obejmujące pary komplementarnych wartości (Seah i Bishop, 2000): podejście formalne vs aktywne; rozumienie instrumentalne vs rozumienie relacyjne; znaczenie matematyki w codziennym życiu vs uznawanie jej za wiedzę czysto teoretyczną; dostępność vs elitarny charakter matematyki; stosowanie matematyki do rozwiązywania problemów vs zdolność twórczego rozumowania,
  - wartości matematyczne – odzwierciedlające naturę matematyki i będące wytworem społeczności matematyków; wśród nich funkcjonują trzy komplementarne pary wartości, przedstawione w Tabeli 1.
- Badania w obszarze wartości ściśle związanych z edukacją matematyczną są prowadzone przez grupę badaczy w ramach międzynarodowego projektu „The Third Wave Project”. Dotychczas opracowano kilka narzędzi służących do badania wartości w matematyce lub edukacji matematycznej:
- *Mathematics Values Instrument* – kwestionariusz ugruntowany w społecznym konstruktywizmie, badający wartości matematyczne według klasyfikacji Bishopa (2005);
  - *Mathematics Value Scale* oraz *Mathematics Education Values Questionnaire* – kwestionariusze ugruntowane w rady-

Tabela 1  
Podział wartości matematycznych według Bishopa

Grupa	Wartość	Cechy
Ideologiczne	Racjonalizm ( <i>Rationalism</i> )	Logiczność, poprawność wyводу i wypowiedzi (np. rozumowanie, argumentowanie, wyjaśnianie, logiczne myślenie).
	Obiektywizm ( <i>Objectism</i> )	Obiekty i symbole matematyki tworzą język matematyki, który zapewnia konkretność i jednoznaczność wypowiedzi. Abstrakcyjne pojęcia można badać, traktując je jako obiekty (np. myślenie analogiami, konkretyzowanie, symboliczność).
Związane z postawą	Kontrola ( <i>Control</i> )	Matematyka daje zawsze poprawne, prawdziwe wyniki, można ją stosować w innych dyscyplinach, zapewnia poczucie kontroli nad zjawiskami, które można opisać matematycznie (np. pewność, przewidywalność, niezawodność, władza).
	Postęp ( <i>Progress</i> )	Otwartość na rozwój, w tym kwestionowanie dotychczasowej wiedzy, powstawanie nowych teorii, odkrywanie nowych zastosowań matematyki w innych dziedzinach wiedzy (np. kumulatywny przyrost wiedzy, uogólnienia, abstrahowanie).
Socjologiczne	Otwartość ( <i>Openness</i> )	Demokratyzacja wiedzy, dyskusja różnych rozumowań, analiza i porównywanie wyników (np. uniwersalność, dzielenie się z innymi, weryfikacja).
	Tajemnica ( <i>Mystery</i> )	Matematyka wciąż posiada nierozwiązane problemy, zaskakuje regularnością odkrywanych prawidłowości (np. abstrakcja, mistycyzność, zagadki).

kalnym konstruktywizmie, badające wartości matematyczne i wartości nauczania matematyki według klasyfikacji Bishopa;

- *Mathematics Values Inventory* (Luttrell i in., 2010) – kwestionariusz oparty na teorii oczekiwań i wartości (*expectancy – value theory*) i psychologicznej koncepcji motywacji osiągnięć, odwołuje się do zainteresowań jednostki, jej osiągnięć i kosztów ponoszonych w trakcie realizacji celu.

Ogromną zaletą tych narzędzi jest ich zakotwiczenie w teoriach psychologicznych, filozoficznych i socjologicznych oraz w ugruntowanej teorii dotyczącej wartości w matematyce i edukacji matematycznej. Narzędzia te nie odwołują się jednak do wyróżnianych np. w teorii umysłu aspektów kognitywnych, afektywnych i konatywnych wartości doświadczanych lub generowanych w trakcie aktywności matematycznej na różnych poziomach doświadczenia matematycznego. Jest to obszar, w którym jest jeszcze wiele do zrobienia.

### Podsumowanie

Problematyka wartości doświadczanych przez jednostkę w trakcie aktywności matematycznej – wartości, które tę aktywność inicjują, podtrzymują lub powstają w jej wyniku – stanowi ważny element dyskusji nad efektywnością nauczania matematyki. Badanie wartości, które w ocenie badaczy mogą wyjaśniać zachowanie jednostki, może przyczynić się do lepszego zrozumienia współczesnych problemów edukacji matematycznej. Być może spojrzenie na matematykę i aktywność matematyczną z perspektywy wartości doświadczanych przez osoby aktywne matematycznie, pozwoli również dostrzec humanistyczne aspekty nauczania matematyki i zmienić sposób postrzegania matematyki w społeczeństwie.

W polskiej literaturze z zakresu dydaktyki matematyki brakuje badań i opracowań poświęconych aksjologicznym aspektom

edukacji matematycznej. Wartości jako jeden z komponentów afektu są najrzadziej eksplorowanym jego obszarem. Poznanie aktywności matematycznej od strony wspierających ją wartości może zaowocować nowymi kierunkami badań nad jakością i efektywnością nauczania matematyki.

### Literatura

- Askew, M., Hodgen, J., Hossain, S. i Bretscher, N. (2010). *Values and variables. Mathematics education in high-performing countries*. London: Nuffield Foundation.
- Banach, C. (1996). Raport w sprawie obecności aksjologii systemów wartości w procesie edukacyjnym. W: W. Szewczyk (red.), *Świat wartości i wychowanie*. Warszawa: Fundacja Innowacja.
- Bishop, A. (1991). *Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education* (t. 6). New York: Springer Science & Business Media.
- Bishop, A. (1996). How should mathematics teaching in modern societies relate to cultural values – some preliminary questions. W: D. T. Nguyen i in. (red.), *Proceedings of 7<sup>th</sup> Southeast Asian Conference on Mathematics Education* (s. 96–102). Hanoi: Hanoi University of Technology.
- Bishop, A. (1988). Mathematics education in its cultural context. W: A. Bishop (red.), *Mathematics education and culture* (s. 179–191). Springer: Netherlands.
- Bishop, A. (1999). Mathematics teaching and values education – an intersection in need of research. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 31(1), 1–4.
- Bishop, A. (2005). Values in mathematics and science education: researchers' and teachers' views on the similarities and differences. W: M. Goos, C. Kanes i R. Brown (red.), *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Mathematics Education and Society Conference* (s. 88–98). Brisbane: Griffith University.
- Brockman, J. (1996). *Trzecia kultura*. Warszawa: CiS.
- Chesky, N. Z. i Wolfmeyer, M. R. (2015). STEM's what, why, and how? Ontology, axiology, and epistemology. W: N. Z. Chesky i M. R. Wolfmeyer (red.), *Philosophy of STEM education: a critical investigation* (s. 17–43). New York: Palgrave Macmillan.
- Clarkson, P., Bishop, A. i Seah, W. T. (2010). Mathematics education and student values: the cultivation of mathematical wellbeing. W: T. Lovat, R. Toomey i N. Clement (red.), *International research handbook on values education and student wellbeing* (s. 111–135). Dordrecht: Springer.

- Dawidowicz, A. L. (2015). Human knowledge is indivisible. Several notes of mathematicians on margin of debate. W: A.K. Żeromska (red.), *Mathematical transgressions and education* (s. 11–16). Kraków: Wydawnictwo Szkolne Omega.
- DeBellis, V. A. i Goldin, G. A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: a representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 131–147.
- Dede, Y. (2006). Mathematics educational values of college students towards function concept. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2(1), 82–102.
- Denek, K. (1994). *Wartości i cele edukacji szkolnej*. Poznań–Toruń: Edytor.
- Dudzikowa, M. (2004). *Mit o szkole jako miejscu „wszechstronnego rozwoju” ucznia. Eseje etno-pedagogiczne*. Kraków: Impuls.
- Fabry, J. B. (1968). *The pursuit of meaning*. New York: Harper&Row.
- Frankl, V. E. (2009). *Człowiek w poszukiwaniu sensu*. Warszawa: Czarna Owca.
- Frankl, V. E. (2010). *Wola sensu*. Warszawa: Czarna Owca.
- Goldin G. (1999). Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. W: E. Pehkonen i G. Törner (red.), *Mathematical beliefs and their impact on teaching and learning of mathematics. Proceedings of the Workshop in Oberwolfach, Germany* (s. 37–42). Duisburg: Gerhard Mercator Universität.
- Goldin, G. A. (2002). Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. W: E. Pehkonen i G. Törner (red.), *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (s. 59–72). Dordrecht: Springer.
- Hammond, A. L. (1983). Matematyka – nasza niedostrzegalna kultura. W: L. A. Steen (red.), *Matematyka współczesna: dwanaście esejów*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne.
- Homplewicz, J. (1996). *Etyka pedagogiczna*. Rzeszów: Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej.
- Karpiński, M. i Zambrowska, M. (2015). *Nauczanie matematyki w szkole podstawowej. Raport z badania*. Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Kopaliński, M. (1994). *Słownik wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych*. Warszawa: Wiedza Powszechna.
- Krygowska, Z. (1986). Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich. *Dydaktyka Matematyki*, 6, 25–41.
- Kwieciński, Z. (1995). *Socjopatologia edukacji*. Olecko: Mazurska Wszechnica Nauczycielska.
- Lehrer, J. (2008). *Proust was a neuroscientist*. New York: Houghton Mifflin Harcourt.
- Leśniak, J. (1958). Wartości kształcające nauczania matematyki, *Rocznik Naukowo-Dydaktyczny*, 7, 22–114.
- Łobocki, M. (1993). Pedagogika wobec wartości. W: B. Śliwerski (red.), *Kontestacje pedagogiczne*. Kraków: Impuls.
- Luttrell, V. R., Callen, B. W., Allen, C. S., Wood, M. D., Deeds, D. G. i Richard, D. C. (2010). The mathematics value inventory for general education students: development and initial validation. *Educational and Psychological Measurement*, 70(1), 142–160.
- Makiewicz, M. (2011). Matematyka – nasza niedostrzegalna kultura. *Studia Pedagogiczne*, 64, 287–307.
- Matuszewicz, C. (1975). *Psychologia wartości*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. W: D. A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 575–596). New York–Toronto: Macmillan.
- Mudyń, K. (1995). *O granicach poznania: między wiedzą, niewiedzą i antywiedzą*. Kraków: Impuls.
- Pasternak, W. (1995). *Przestrzeń edukacyjna*. Zielona Góra: Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej im. T. Kotarbińskiego.
- Raths, L. E., Harmin, M. i Simon, S. B. (1987). Selections from values and teaching. W: J. P. F. Carbone (red.), *Value theory and education* (s. 198–214). Malabar: Robert E. Krieger.
- Rokeach, M. (1973). *The nature of human values*. New York: The Free Press.
- Sam, L. i Ernest, P. (1997). Values in mathematics education: what is planned and what is espoused? W: *British society for research into learning mathematics. Proceedings of the Day Conference* (s. 37–44). Nottingham: University of Nottingham.
- Sarton, G. (1931). *The history of science and the history of civilization*. Bloomington: Indiana University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. W: D. A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 334–370). New York: Macmillan.
- Schwartz, S. H., Ciecuch, J., Vecchione, M., Davidov, E., Fischer, R., Beierlein, C. i Dirilen-Gumus, O. (2012). Refining the theory of basic individual values. *Journal of Personality and Social Psychology*, 103(4), 663–688.
- Seah, W. T. i Andersson, A. (2015). Valuing diversity in math. pedagogy through the volitional nature and alignment of values. W: A. Bishop, H. Tan i T.

- Barkatsas (red.), *Diversity in mathematics education* (s. 167–183). New York: Springer.
- Seah, W. T. i Bishop, A. J. (2000). *Values in math. textbooks: a view through two Australasian regions*. Referat wygłoszony podczas The 81<sup>st</sup> Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans.
- Seah, W. T., Andersson, A., Bishop, A. i Clarkson, P. (2016). What would the mathematics curriculum look like if values were the focus? *For the Learning of Mathematics*, 36(1), 14–20.
- Siwek, H. (2005). *Dydaktyka matematyki: teoria i zastosowania w matematyce szkolnej*. Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Śnieżyński, K. (2008). Filozofia sensu jako odpowiedź na kryzys metafizyki. W stronę nowej „filozofii pierwszej”. *Poznańskie Studia Teologiczne*, 22, 215–234.
- Snow, C. P. (1959). *The two cultures and the scientific revolution*. New York: Cambridge University Press.
- Snow, C. P. (1963). *Two cultures*. New York: New American Library.
- Snow, C. P. (1999). *Dwie kultury*. Warszawa: Prószyński i S-ka.
- Szurek, M. (2000). *Matematyka dla humanistów*. Warszawa: Wydawnictwo RTW.
- Vollstedt, M. (2011). On the classification of personal meaning: theory-governed typology vs empiricism-based clusters. W: B. Ubuz (red.), *The 35<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (s. 321–328). Ankara: University of Ankara.
- Wilson, E. O. (1999). *Consilience: the unity of knowledge*. New York: Vintage.
- Wojtyła, K. (1985). *Osoba i czyn*. Kraków: Polskie Towarzystwo Teologiczne.
- Żeromska, A. K. (2013). *Metodologia matematyki jako przedmiot badań antropomatematycznych*. Kraków: Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego.

Tekst złożony 2 sierpnia 2016 r., recenzowany 19 grudnia 2016 r., przyjęty do druku 19 stycznia 2017 r.

#### Mathematics education from an axiological and teleological perspectives

While contemporary scientific discourse and educational debates are suffused with, not always effective, questions on both the content and methods of teaching mathematics, questions about the aim, meaning and value of mathematics education, fundamental from the perspective of the learner, seem to remain in the background. This article addresses the humanistic aspects of mathematics. It proposes the adoption of a multidimensional perspective in the study of issues related to mathematics education, encompassing ontological, epistemological and axiological dimensions, with an emphasis on the latter. Zofia Krygowska's objectives of mathematics education are recalled together with definitions and classifications of the values playing an important role in mathematics related activities of students and teachers. The article concludes with a reflection on the urgent need of looking at mathematics education from the axiological and teleological perspectives, and the importance of conducting research on mathematics education in Poland that would take these dimensions into account.

KEYWORDS: didactics of mathematics, values, goals, mathematics education, humanistic aspects of mathematics education.