

duoy jek



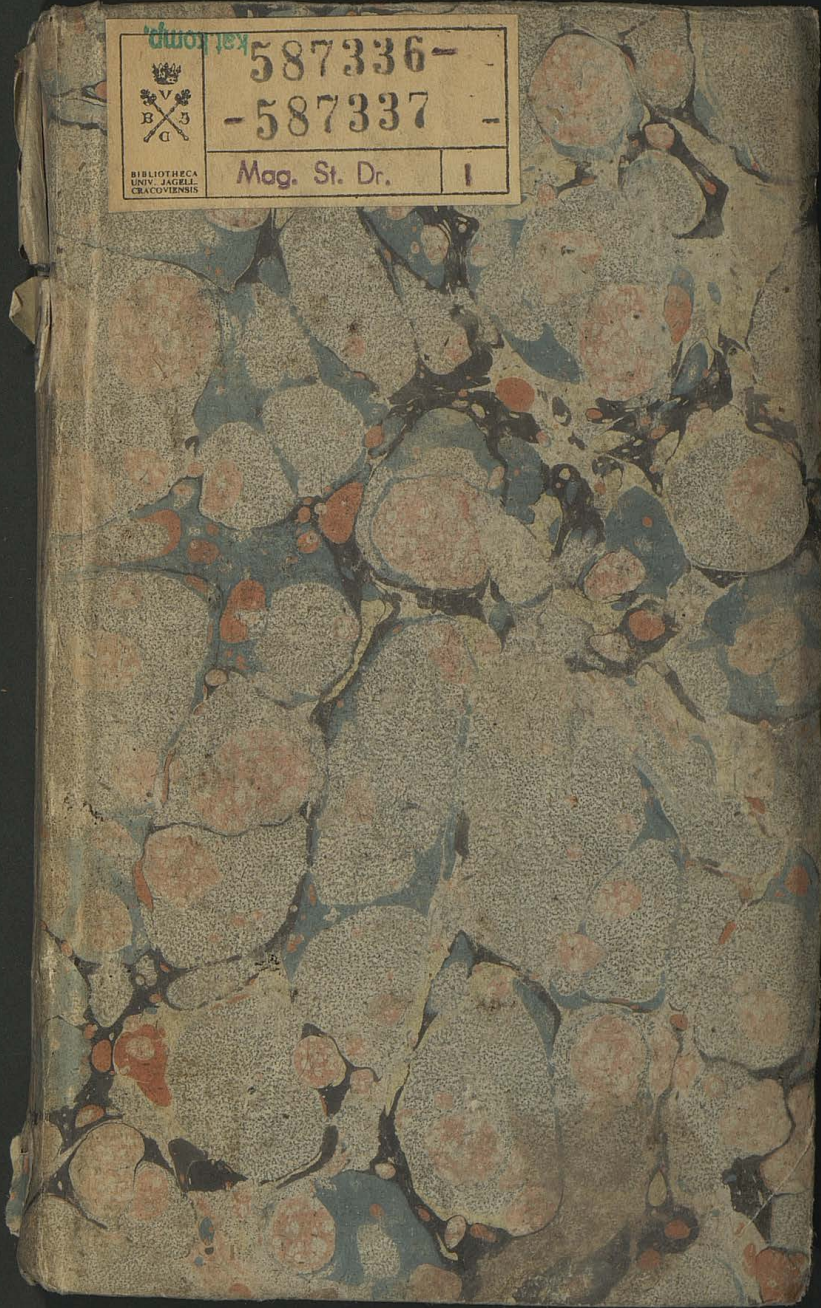
BIBLIOTHECA  
UNIV. JAGELL.  
CRACOVENSIS

587336-

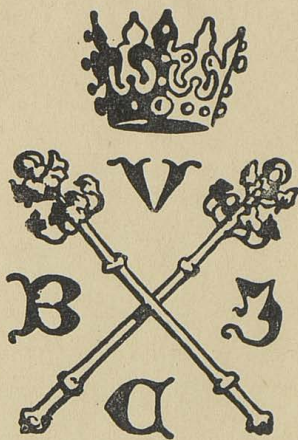
-587337 -

Mag. St. Dr.

I



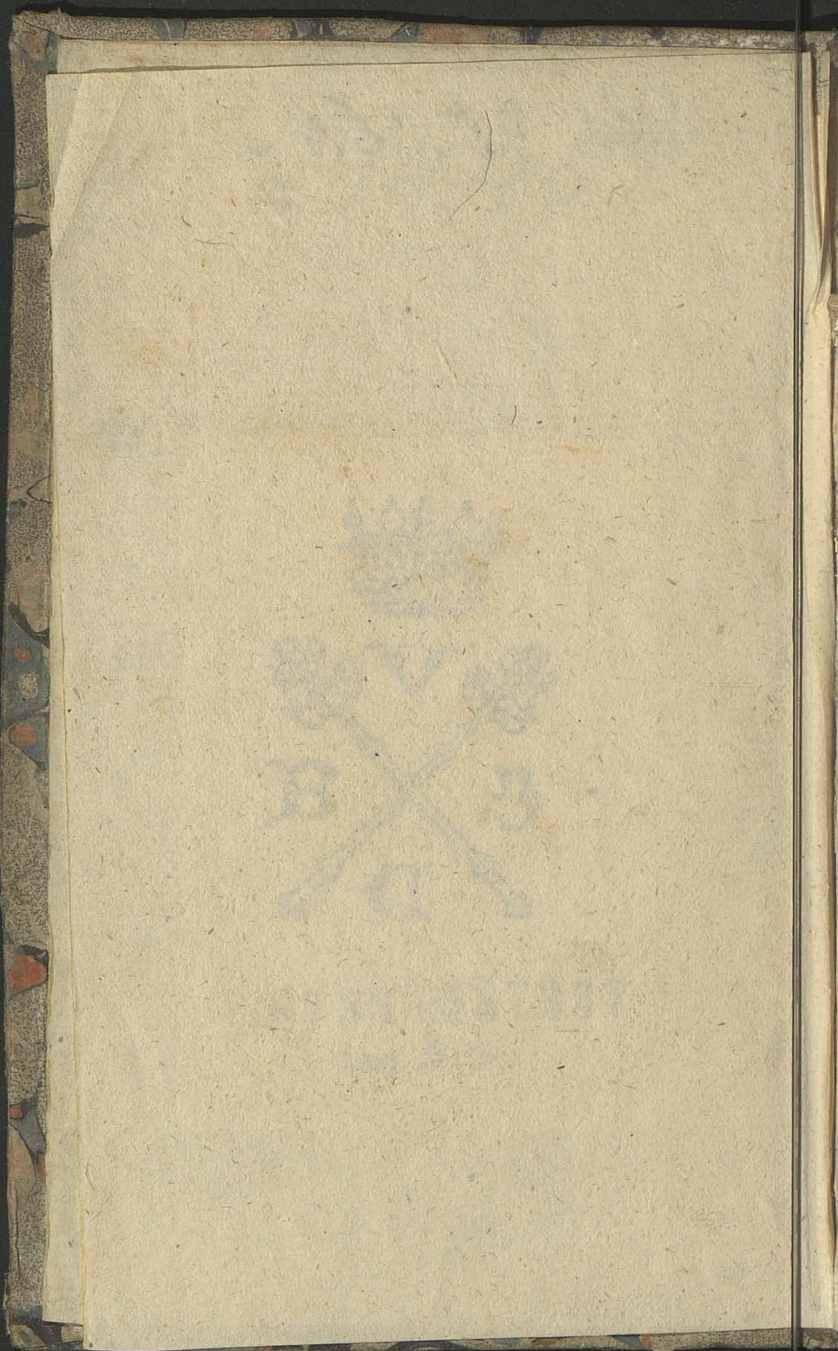
14408



587336-587337

Mag. St. Dr.

Abd. 75.259 -



ALGEBRA  
POCZĄTKOWA

PRZYKŁADAMI ARYTMETYKI OBIASNIONA

*Dla Szkolney Młodzi.*

W Y D A N A.

PRZEZ

X. JOZAFATA WĘGLENSKIEGO

SCHOLARUM PIARUM.



w WARSZAWIE 1775.

---

w Drukarni J. K. Mci y Rzeczypospolitey  
u XX. *Scholarum Piarum.*

S. Wójcicki



## PRZESTROGA

**M**OZE się komu zdawać, że niektóre w tej Algebrze położone problemmata są mniej pożyteczne, dla tego, że nie masz zwyczaju, aby ludzie tym sposobem rozmawiali, którym rozmawiających z sobą w niektórych problemmatach kładę; iednak kto nie sposob rozmawiania się, lecz samą istotę, y treść rzeczy pilnie uważy, ten pozna, że y z takowych problemmatow wielki wynika pożytek. Nayprzod bowiem ten mniej zwyczajny rozmawiania sposob tak iest ułożony, że w czytających, lub słuchających wzbudza ciekawość, przez którą się wigcey ochoty, y attencyi potrzebney do solwowania problemma nabywa. Powtore te problemmata biegły Matematyk rozważając łatwo poznaje, że albo z nich powszechnie reguły do wielu Matematycznych operacyi służące wynikają, albo przez nie inne zawisłe w Matematyce reguły objaśniają się, y u twierdzą. Tych zaś reflexyi po każdym problemma czynić nie chciałem dla tej przyczyny, abym nayprzod przez to zaczynającej uczyć się Algebry młodzi nie był ciężkim, y nowego nie zadawał morołu, powtore, że sama młódz stawszy się w Algebrze

## PRZESTROGA

gebrze biegłęyszą te czynić reflexyę, y te postrzegać prawdy łatwo potrafi. Nakoniec nie sądziłem za rzecz przyzwoitą kłaść w początkowey Algebrze problemmata wzięte z Geometrii, Trygonometrii, Mechaniki, y innych Matematyki części, ktoreby młodzi zaczynaiącey uczyć się Algebry poięcie zapewne przewyższały, y trudnością swoją zamiast zachęcenia, wstrętby od tak sličney umiętności oney uczyniły. Do tego takowe problemmata tylko w wyższej dają się Algebrze ludzioro Geometrii, Trygonometrii, Mechanice przynajmniej początkową miiącym wiadomość; ta zaś początkowa Algebra od uczących się oney tylko wiadomości Arytmetyki wyciąga. Albowiem w niej Arytmetyczne kładą się problemmata, z ktorych wiele, lubo nie wszystkie możnaby przez reguły Arytmetyki z długą pracą, y wielką przykrością solwować, Algebrayskim zaś sposobem wszystkie, y naytrudniejsze bez suszenia mozgu, y mozolu głowy z ukontentowaniem umysłu prędko się solwują w czym każdego własne doświadczenie przeświadczy.

---


WSTĘP





# W S T Ę P D O A L G E B R Y

I.

 ALGEBRA jest umiejętność, która rachunki Arytmetyczne miasto liczb przez litery alphabetu czyni, y ilkości (*a*) w pospolitości uważa. Tak naprzykład: *a*, y *b*, czasem dwie ktorekolwiek liczby znaczą, czasem dwie linie, czasem dwa sążnie, dwie mile, dwa roki, dwa ruchy. (*b*) A ztąd łatwo każdy poznać może, że początki Algebry są wszystkich Matematyki części początkami, czyli elementami. Ani się ta umiejętność zaczyna

A 3 iacyin

[*a*] Quantitates, tak się u Filozofów, y Matematyków nazywają te rzeczy, które się mierzyć mogą w dłuż, w szerz, y głębokość.

[*b*] Morus, ruszanie się rzeczy iakiey z miejsca na miejsce.

iącym oney się uczyć zbyt trudna, y nieprzyjemna widzieć powinna, dla tego, że litery  $a, b, c, d, e, f$ , &c. żadney w szczególności okryśloney rzeczy nie wyrażają; bo y liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 16, &c. także nic w szczególności okryślonego nie znaczą, kiedy się mōdzież uczy te liczby iedne do drugich przydawać, albo iedne od drugich odciągac, albo iedne przez drugie moltiplikować; lecz używanie tych rachunkow do rzeczy w szczególności wyrażonych przystosowane arcy-wielki pożytek ztąd wypływający pokazuje.

## II.

Arytmetyka rachunki swoje dłuższą, Algebra zaś krotszą drogą odbywa, używając do tego pewnych znakow następujących: znak ten  $+$  iest znak addycyi, y znaczy więcej, tak  $a + b$  znaczy, że ilkość  $a$ , iest złączona, czyli przydana ilkości  $b$ . Znak  $-$  znaczy mniej, y iest znak subtrakcyi, np:  $a - b$ , wyraża się  $a$  mniej  $b$ , to iest, znaczy, że ilkość  $b$  iest odciągniona od ilkości  $a$ . Znak  $\times$ , iest znak moltiplikacyi, np:  $a \times b$ , albo  $ab$  znaczy,

czy, że ilkość  $a$  jest moltiplikowana przez ilkość  $b$ . Znak ten — z iedną, lub więcej literami nad, y pod linią,

położonemi znaczy dywizyą, np:  $\frac{a}{b}$

albo  $a | b$ , znaczy, że ilkość  $a$ , która jest nad linią, albo po lewey stronie, podzielona jest przez ilkość  $b$ , która pod linią, albo po prawey stronie jest położona. Znak  $\equiv$  jest znak równości,

np:  $a \equiv b$ , znaczy, że ilkość  $a$ , jest równa ilkości  $b$ . Niechay tedy będzie  $a$  iedno co 12,  $b$  iedno co 4; w ten czas:  $a + b$ , znaczyć będzie 16,  $a - b$ , znaczyć będzie 8.  $a \times b$ , albo  $a b$ , znaczyć

będzie 48,  $\frac{a}{b}$  albo  $a | b$ , znaczyć będzie 3.

A jeżeli  $c$  iedno będzie co 16.  $d$  iedno co 8.  $e$  iedno co 48.  $f$  iedno co 3; to w ten czas będzie  $a + b = c$ ,

$a - b = d$ ,  $a \times b = e$ ,  $\frac{a}{b} = f$ , to jest:

przydawszy 12, do 4 czyni 16, odciągawszy cztery od 12, czyni 8, moltiplikując 12 przez 4, czyni 48, podzieliwszy 12 przez 4, czyni 3.

Jeszcze znak ten  $>$  znaczy większą ilość, znak zaś  $<$  znaczy mniejszą np:  $a > b$  znaczy, że ilość  $a$  jest większa od ilości  $b$ , zaś  $a < b$  znaczy, że ilość  $a$  jest mniejsza od  $b$  ilości.

## III.

Wszystkie te znaki Algebrajskie zawsze przed ilościami kładą się np:  $a + b$ ,  $m - p$ , znak  $+$  kładzie się przed ilością  $b$ , znak  $-$  kładzie się przed ilością  $p$ . &c.

## IV.

Te ilości, przed ktoremi jest położony znak  $+$ , nazywają się (positivæ quantitates) rzetelne, własne, przed ktoremi zaś jest znak  $-$  zowią się (negativæ quantitates) nierzetelne, cudze, które się mają od rzetelnych odciągnąć np: mam Złotych 100, z tych winienem komu Złotych 5, to tak wyrażam, że mam  $100 - 5$ , to jest, rzetelney własney summy mam Złotych 95, cudzey zaś, którą winienem, y od własney odciągnąć powinienem Złotych 5. Ztąd pokazuje się, że ilości rzetelne są zawsze przeciwne ilościom nie-

rzetelnym tak, że albo się wzajemnie znoszą, y w nic obracają, gdy są sobie równe, albo większa zwycięża mniejszą, np:  $2bc - 2bc$ , albo  $4 - 4$  znoszą się, y w nic obracają, znowu:  $5fm - 6fm = -1fm$ , albo prościey  $-fm$ . Albowiem dla krotszego rachunku 1, opuszcza się, y tylko trzeba się domniemywać; iako też przed każdą początkową ilością domniemywa się ten znak  $+$ , np:  $a - b$ , iedno iest co  $+a - b$ .

## V.

Liczba przed ilością Algebrayfką położona znaczy, wiele razy ta ilość iest sobie sama przydana, y nazywa się ta liczba wykładacz addycyi, (coefficiens) np:  $3d$ , liczba ta 3 wykłada, czyli znaczy, że ilość  $d$  iest trzy razy sobie samey przydana to iest:  $d + d + d = 3d$ . Liczba zaś w gorze ilości położona znaczy wiele razy ta ilość iest przez siebie samą moltiplikowana, y nazywa się wykładacz moltiplicacyi (exponens) np:  $d^3$ , liczba 3, znaczy, że ilość  $d$  iest trzy razy przez siebie samą moltiplikowana. Niechay teraz będzie  $d = 5$ , będzie tedy

$$A5$$

$$3d$$

$3 d = 15$ , a zaś  $d^3 = d \times d \times d = 5 \times 5 \times 5 = 125$ .

## VI.

Ilkość Algebrayska, ktorey części łączą się przez znaki  $+$ , albo  $-$ , nazywa się wieloraka (complexa) np:  $3 a b + 2 b c - 4 c d$  jest ilkość wieloraka. Części tey ilkości przez znaki  $+$ , albo  $-$  podzielone nazywają się terminy tey ilkości; przeto ilkość wyżej położona ma trzy terminy, z ktorych ieden jest  $3 a b$ , drugi  $2 b c$  &c. Ilkość ieden tylko termin mająca nazywa się pojedynkowa (simplex) np: ilkość  $2 b c$  jest pojedynkowa, kiedy po niej żaden inny termin nie następuje, y nie łączy się z nią przez znaki  $+$ , albo  $-$ .

## VII.

Ilkość, albo wielkość Algebrayska iedna drugiey w ten czas jest podobna, kiedy obydwie te same litery, y tyleż liter iednymże porządkiem położonych w sobie zawierają, np:  $5 a b d$  jest podobna ilkości  $2 a b d$ . Różność zaś liczb przy ilkościach położonych, iako  
y ro-

y różność znakow nie przeszkadza temu, aby dwie ilkości te same litery, y tyleż mające nie były sobie podobne. Porządek zaś liter, iak są w alfabecie, dla iasniejszego rachunku zachowuie się.

## VIII.

Redukcyą dwoch albo więcey ilkości Algebrayskich sobie podobnych nic innego nie iest, tylko onychże ilkości krotsze wyrażenie. Kiedy podobne sobie ilkości mają iednakowy znak  $+$ , albo  $-$  redukują się tak np:  $5bcd$   
 $+3bcd$  redukują się pisząc:  $8bcd$ ,  
 znowu:  $-3ab^2$   $-4ab^2$  redukuię się  
 $-7ab^2$ , to iest: iaki znak mają przed redukcyą, taki się kładzie po ich redukcji. Jeżeli zaś podobne sobie ilkości nie iednakowe mają znaki; to w ten czas tak się redukują: odciąga się mniejszy koefficyent od większego, a przy reszcie kładzie się znak większego koefficyenta np  $+4cm - 6cm$  redukuię się na  $-2cm$ . Bo gdy kto ma 4 Złote, a winien iest 6, potrzebuie ieszcze dwoch Złotych, aby dług wypłacił; więc na wyrażenie tego stanu iego pi-  
 szę

szę się — 2, złote. Także:  $4cd - 3cd$  redukują się na  $cd$ , opuszczając znak  $+$  y liczbę 1 dla wyżej położoney przyczyny. (n°. 4.)

## ROZDZIAŁ I.

O addycyi, y subtrakcyi ilkości pojedynkowych.

### IX.

Ilkości pojedynkowych addycya czyni się, gdy się jedna ilkość po drugiej kładzie, y łączą się tym znakiem, który przed addycyą mieli. np: ilkość  $a$  mam przydać do ilkości  $b$ , piszę  $a + b$ , albo mam przydać  $-m$  do  $p$ , piszę  $p - m$ , to jest iakie znaki te ilkości mieli przed addycyą, z takimi się znakami y po addycyi piszą.

Jeżeli zaś ilkości Algebraiczne dane do addycyi są sobie podobne; to się redukują np:  $3b$  chcę przydać do  $2b$ , piszę:  $3b + 2b = 5b$ , albo  $3cd$  mam przydać do  $-10cd$ , piszę  $3cd - 10cd = -7cd$ . (n°. 8.)

### X.



## X.

Kiedy iednę ilkość Algebraiczną chcę odciągnąć od drugiey, to iednę po drugiey kładę, y łączę ie znakiem —, potym iezeli są podobne, to ie redukuie np: abym  $c$  od  $b$  odciągnął, piszę:  $b - c$ , ponieważ — iest znak subtrakcyi, albo chcę odciągnąć  $3a$  od  $4a$ , piszę tak:  $4a - 3a = 1a = a$ .

Lecz abym odciągnął  $-b$  od  $a$ , to piszę:  $a + b$ , odmieniając znak — na +, a zatym ilkość  $a$  iest powiększona przez tę subtrakcyę. Co tak objaśniam: niechay kto ma złotych 100, winien zaś złotych 5, ten iego stan tak się wyraża:  $100 - 5 = 95$ , chcę ia, aby on nie miał  $-5$ , to iest, wypłacam, y znoszę ten iego dług; więc summa 95 przyidzie do 100, a zatym 5 iest powiększona.

## ROZDZIAŁ II.

O *multiplikacyi, y dywizyi pojedynkowych ilkości,*

## XI.

**J**lkość Algebrayska iedna przez drugą multiplikuje się, kiedy iedną przy drugiej położę bez żadnego znaku np:  $a \times b = ab$ ,  $cd \times m = cdm$ , ta jest umowa: ale ilkości Algebrayskie prawie zawsze poprzedzają liczby zwane koefficyenty, y znaki  $+$ , albo  $-$ . Więc w ten czas

1°.  $+3cd \times +5bm = +15bcdm$ ; bo multiplikując  $+$   $\times$   $+$  daie  $+$ , potem  $3 \times 5$  daie 15, nakoniec  $cd \times bm$ , czyni  $bcdm$ ; a tak  $+15bcdm$  jest produktem  $+3cd \times +5bm$ .

## RACHUNEK

$$\begin{array}{r}
 +3cd \\
 \times \\
 +5bm \\
 \hline
 +15bcdm. \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

2°. Je-

2°. Jeżeli masz ilkość ze znakiem — do moltiplikowania przez ilkość mającą znak +; to produkt mieć powinien znak —.

RACHUNEK

$$\begin{array}{r}
 -2bd. \\
 \times \\
 +3af. \\
 \hline
 -6abdf. \\
 \hline
 \end{array}$$

To jest:  $-2bd \times +3af = -6abdf$ ; więc mówić trzeba, że  $- \times +$  daie —. Potym  $2 \times 3 = 6$ , które napiszesz po znaku —; znowu  $bd \times af = abdf$ . Więc cały produkt z ilkości  $-2bd \times +3af$  jest  $-6abdf$ . W tym przykładzie daie się widzieć, że  $- \times + = -$ . Raczę zaś tego dam niżej.

3°. Kiedy ilkość mającą znak + moltiplikujesz przez ilkość mającą znak —; to produkt mieć powinien znak —; przeto  $+4rs \times -bd = -4bdrs$ .

ALGEBRA  
RACHUNEK

$$\begin{array}{r}
 +4rs \\
 \times \\
 -bd \\
 \hline
 -4bdrs. \\
 \hline
 \end{array}$$

Co się tak czyni mówiąc:  $+4rs$  moltiplikowane przez  $-bd$ , zaś  $4 \times 1$ . (zawsze rozumieć trzeba, że każdą ilość bez liczby położoną poprzedza 1.) (n<sup>o</sup>.4.) daie  $4, \text{nakoniec } rs \times bd = bdrs$ . Więc produkt z  $+4rs$  przez  $-bd = -4bdrs$ ; a zatym pokazuje się, że  $+ \times - = -$ , co wkrótce okażemy.

4<sup>o</sup>. Dwie ilości mające znak  $-$  iedną przez drugą moltiplikując, produkt ich mieć powinien znak  $+$ , tak  $-3b \times -4d$  iest  $= 12bd$ . Tego wszystkiego daie się.

OKAZANIE

**M**oltiplicacya koefficyentow, czyli liczbz poprzedzających ilości żadney nie czyni trudności; bo się liczby podług Arytmetyki reguł moltiplikują: ilko-

ilkości Algebraicznych moltiplicacya  
 jest jedną umową. Więc moltiplika-  
 cya tylko znakow potrzebuie explika-  
 cyi; trzeba okazać, że  $+ \times + = +$ ,  
 że  $+ \times - = -$ , że  $- \times + = -$ ,  
 że  $- \times - = +$ .

1°.  $+ 3 \times + 4$  powinno dać  $+ 12$ ;  
 ponieważ moltiplikator  $+ 4$  mający  
 znak  $+$  pokazuje, że trzeba brać il-  
 kość  $+ 3$  tyle razy, ile się znajduie  
 iedności w 4, to iest, cztery razy; prze-  
 to ilkość  $+ 3$  cztery razy wzięta iest  
 rowna  $+ 3 + 3 + 3 + 3 = + 12$ ; więc  
 $+ \times + = +$ . To się na definicyi  
 moltiplicacyi funduie.

2°.  $+ 3 \times - 4 = - 12$ . Uważ, że  
 moltiplikator 4, mający znak  $-$ , po-  
 kazuie, że trzeba odciągnąć ilkość  $+ 3$   
 cztery razy. Więc podług reguły sub-  
 trakcyi (n°. 10.) trzeba położyć znak  
 $-$ , piszę tedy  $- 3 - 3 - 3 - 3 =$   
 $- 12$ ; ztąd się pokazuie, dla czego  
 $+ \times - = -$ .

3°.  $- 3 \times + 4 = - 12$ ; albowiem  
 moltiplikator 4 mający znak  $+$  zna-  
 czy, że trzeba brać  $- 3$  cztery razy,  
 a zatym pisać  $- 3 - 3 - 3 - 3 = -$   
 $12$ ; więc  $- \times + = -$ .

B

4°.

4°.  $-3 \times -4 = +12$ . Trzeba zawsze do znaku moltiplikatora stosować się; tu ponieważ znak moltiplikatora jest  $-4$ ; więc pokazuje, że potrzeba odciągnąć  $-3$  cztery razy. Aby zaś można odjąć  $-$ , trzeba pisać  $+$  (n°. 10.) Przeto aby odciągnąć  $-3$  cztery razy, trzeba pisać  $+3 +3 +3 +3 = +12$ ; iasna tedy rzecz jest, że  $- \times - = +$ . Tu nie trzeba powierzchownie, ale istotnie znaki uważać. Co było do okazania.

Te same reguły można w liczbach objaśnić, y że są nieomyślne, pokazać. Moltiplikujemy  $+8 -3$  przez  $+6 -2$ ; trzeba wynalić produkt 20, ponieważ  $8 -3 = 5$ , zaś  $6 -2 = 4$ , zatem  $5 \times 4 = 20$ . Przystosujemy teraz wyżej położone reguły.

## R A C H U N E K

$$+8 -3.$$

$$\times$$

$$+6 -2.$$

---


$$+48 -18.$$

$$-16 +6.$$

---


$$48 +6 -18 -16 = 54 -34 = 20.$$


---

Mul-

Mużytkujemy ieden po drugim dwa terminy liczby mającej się mużytkować przez każdy termin mużytkownika : można , zkaąd chcę , począc ; zaczynam mużytkować sumę  $+8-3$  przez pierwszy termin mużytkownika  $+6$ ; więc mówię  $+ \times + = +$ .  $8 \times 6 = 48$ . Potym  $- \times + = -$ ,  $3 \times 6 = 18$ . Przeto produkt liczby  $+8-3$  przez  $+6$  iest  $+48-18$ . Podziemy do produktu  $+8-3$  przez  $-2$ . Mówmy  $+ \times - = -$ ,  $8 \times 2 = 16$ . Potym  $- \times - = +$ ,  $3 \times 2 = 6$ . Produkt tedy liczby  $+8-3$  przez  $-2$  iest  $-16+6$ . Teraz szukamy tych dwóch produktow znalezionych summy , czyniąc addycyę tych dwóch ilkości rzetelnych  $+48+6$ , y będzie  $+54$ , uczynimy też sumę z dwóch ilkości nierzetelnych tych  $-18-16 = -34$ . Więc cały produkt iest  $54-34 = 20$ ; y to to iest , czegośmy szukali. Ponieważ zaś w tey mużytkacyi reguły wyżej opisane zachowaliśmy ; idzie zatem , że te reguły nie tylko są nieomyłne , ale też , ktoby ich w mużytkacyi nie zachował , zapewneby pobiłdzif.

## XII.

Więc generalną regułę można ustanowić dla moltiplicacyi znakow. Jle razy ilkości Algebraiczne iednakowe mają znaki; w ten czas produkt mieć powinien znak  $+$  (albowiem  $++ = +$ ,  $+- = -$ ,  $-+ = -$ ,  $-- = +$ ) Jle razy zaś ilkości mają różne, nie iednakowe znaki w ten czas produkt mieć powinien znak  $-$  (bo  $+- = -$ ;  $-+ = -$ ;  $++ = +$ ;  $-- = +$ ) n°. 11.

## XIII.

Algiebrayską ilkość pojedynkową iedną przez drugą łatwo podzielisz za pomocą znaku dywizyi, kładąc ilkość podzieloną nad linią, a pod linią dzielnika. np: chcąc podzielić  $a$ , przez  $b$ , piszę:  $\frac{a}{b}$  albo  $a \div b$ , także abym podzielił  $ab$  przez  $c$ , piszę  $\frac{ab}{c}$ .

Lecz gdy 1°. te same litery w podzielny ilkości, y w dzielniku znajdują się; to w ten czas takowe litery opuszczają się np:  $abc \div abc$



$abc$  będzie kwocjent  $\frac{abc}{abc}$  krocicy  $\frac{a}{d}$

Albowiem gdy tak podzielna ilkość , iako  $y$  dzielnik przez iednąż ilkość moltiplikuią się ,  $y$  znowu podzielaią , to zawsze ten sam kwocjent wychodzi.

*np.* Zmoltiplikowawszy 12,  $y$  3, przez 2, będę miał produkty 24,  $y$  6, iezeli 24 podzielię przez 6, rownie będzie kwocjent 4, iak gdy 12 podzielię przez 3.

W przykładzie zaś Algebrayskim wyżey położonym daie się widzieć , że ilkości  $a$  ,  $y$   $d$  , są moltiplikowane przez  $bc$ .

Także kwocjent :  $\frac{ab}{a} = b$  ,  $\frac{a}{a} = 1$ .

Bo przed każdą ilkością nie mającą inney liczby trzeba się dorozumiewać 1.

2°. Liczby przed ilkościami Algebrayskimi położone tak się dywidować powinny , iak w Arytmetyce , *np.*

dzielać 12  $ab$  , przez 3  $c$  , piszę  $\frac{12ab}{3c}$

krocicy 4  $abc$ . Gdy zaś są wykładacze ( exponentes ; ) to się odciągają , *np.*

mam dzielić  $a^5$  przez  $a^3$  piszę  $\frac{a^5}{a^3}$

$a^5 \div 2 = a^3$

B 3

3°.

3°. Reguła dana wyżej o znakach  $+$  y  $-$  iako w moltiplicacyi, tak y w dywizyi zachowuie się. Przeto  $\frac{+ 12 a x}{+ 12 a. 3}$

albo  $\frac{- 12 a x.}{- 12 a.} = + x$ ; y znowu:  $\frac{+ 12 a x.}{- 12 a.}$

albo  $\frac{- 12 a x.}{+ 12 a.} = - x$ .

### ROZDZIAŁ III.

*O addycyi, y subtrakcyi wielorakich ilkości.*

#### XIV.

**R**Achunek wielorakich ilkości jest tylko dłuższy od rachunku pojedynkowych; ale nie trudniejszy, ponieważ nie co innego jest, tylko rachunek pojedynkowych tyle razy powtorzony, ile potrzeba. Przeto też same reguły w nim zachowują się. Przyśtąpmy teraz do przykładów.

#### PRZYKŁAD I.

Dana mi jest wieloraka ilkość ta:  
 $3 a^2. b^3. - 5 c s^4. - 4 d r + 2 s,$  kto-  
 rą

raż mam przydać do wielorakiej ilkości

$$— s + 4 c s^4 — a^2 \cdot b^3 + 4 d r .$$

## R A C H U N E K .

$$3 a^2 \cdot b^3 — 5 c s^4 — 4 d r + 2 s .$$

$$— a^2 \cdot b^3 + 4 c s^4 + 4 d r — s .$$

---


$$2 a^2 \cdot b^3 — c s^4 \quad * . \quad + s .$$


---

Nayprzod tedy daną wieloraką ilkość tak piszę, iak mi iest dana: potym drugą wieloraką ilkość pod pierwszą tak piszę, aby terminy podobne wprost pod podobnemi sobie terminami były położone. Potym te ilkości tym sposobem napisane podkryślę, y redukując podobne terminy do prostszego wyrażenia (n<sup>o</sup> 8.) znajdę tych dwoch ilkości danych tę sumę:  $2 a^2 \cdot b^3 — c s^4 + s$ .

## P R Z Y K Ł A D II.

$$a — 2 b + 7 c + d$$

$$4 a + 2 b — 3 c — 2 d .$$

---


$$5 a \quad * . \quad + 4 c — d .$$


---

Znak ten \*. znaczy, że dwie ilkości są opuszczone, ponieważ jedna drugę znosi. Co w liczbach tak objaśniam. Niechay będzie  $a=6, b=5, c=3, d=2$ .

Więc podług danego Algebrayfskiego przykłądu ten drugi w liczbach wyrażony do rachunku tak piszę:

$$\begin{array}{r} 6 - 10 + 21 + 2 = 19, \\ 24 + 10 - 9 - 4 = 21, \\ \hline \hline \end{array}$$

Summa 30 \* 12 - 2 = 40.

Ztąd pokazuje się ciekawy, lecz dowcipny, y do wielkich rachmistrzfskiej sztuki kwestyi przyiemnie, y krotko rozwiązania pożyteczny, y potrzebny sposob czynienia addycyi ilkości literami wyrażonych; kiedy dwie ilkości sobie przeciwne, y wcale siebie znoszące w addycyi do summy nie wchodzi, ale się opuszczają np:  $-2b, y +2b$ . Co że tak być powinno, y że się to dobrze czyni, przykłąd w liczbach okazuje.



PRZY-

## P R Z Y K Ł A D III.

W liczbach.

$$3 a + b - c. \quad 3. \text{Zf.} + 1. g. - 1. \text{sz.}$$

$$4 a + 5 b - 2 c. \quad 4. \quad + 5 \quad - 2.$$

$$7 a + 6 b - 3 c. \quad 7. \quad + 6. g. - 3. \text{sz.}$$

Jeżeli wielorakie ilkości nie mają podobnych terminow; to bez braku iedną po drugiey z ich znakami kładę, y znakiem addycyi + łączę. np:  $3 a^2 b - 3 a b^2 + b^3$  mam przydać do  $xx - 2 c x$ ; ponieważ tu żadnego nie masz terminu podobnego do pierwszych; więc czynię addycyą tak:  $xx - 2 c x + 3 a^2 b - 3 a b^2 + b^3$ .

## XV.

Subtrakcyą wielorakich ilkości czynić trzeba podług następujących reguł.

1°. Nayprzod te ilkości, od których drugie ilkości mają się odciągać, napisz, a pod niemi te ilkości, które się mają odciągać tak napisz, aby podobne terminy wprost pod podobnemi sobie terminami były położone.

2°. Jeżeli ilkości mają te same znaki; to tylko koefficyentow ich czynię

B 5

sub-

subtrakcją, a litery z resztą koeficyenta piszą się.

## P R Z Y K Ł A D

$$7b - 5c + 3d.$$

$$3b - 2c + d.$$

---


$$4b - 3c + 2d.$$

Jaśniej to samo w liczbach pokazuje się

Miał kto: 7. Zł: — 5. gr. + 3. szel:

Wydał: 3. Zł: — 2. gr. + 1. szel:

---

Zostać: 4. Zł: — 3. gr. + 2. szel:

3<sup>a</sup>. Jeżeli koeficyent niższej ilkości jest większy od koeficyenta wyższej ilkości; w ten czas wyższy koeficyent od niższego odciąga się, y przy reszcie kładzie się znak przeciwny.

## P R Z Y K Ł A D

$$6a + 5b - 3c + d.$$

$$a + 7b - 4c + 2d.$$

---


$$5a - 2b + c - d.$$

Kiedy w tym przykładzie wyższa ilkość odciąga się od niższej; to się zdać, iż własność subtrakcyi narusza się;

się ; jednak nie jest tak ; bo się ta rzecz przydaniem znaku przeciwnego nadgradza. Co iasniey poznamy w liczbach ; niech będzie  $a=6$ ,  $b=5$ ,  $c=3$ ,  $d=2$ . Więc przykład wyżej dany w literach tak w liczbach wyrażam.

## P R Z Y K Ł A D

$$36+25-9+2=54.$$

$$6+35-12+4=33.$$

---


$$30-10+3-2=21.$$

Tu widzisz, że wyższa linia czyni 54, niższa zaś linia czyni 33, y czyli Algebrayfskim sposobem, czyli Arytmetycznym subtrakcją uczynisz; zawsze jednak wychodzi reszta 21.

4<sup>a</sup>. Jeżeli wyższej, y niższej ilości znaki są różne, to jest, jedna ma znak +, druga znak -; to koeficyentow addycją uczynić, y przy summie ich położyć znak wyższej ilości.



P R Z Y-

## PRZYKŁAD

$$\begin{array}{r}
 5a - 3b - 5c. \\
 3a - 2b + 3c. \\
 \hline
 2a - b - 8c.
 \end{array}$$

Dziwić się tu nie trzeba temu, że do subtrakcyi mieszczą się addycya, y że ilkości mające znak — chociaż są przeciwne ilkościom mającym znak + będąc inszego rodzaju; iednak tu iedna drugiey przydaie się, y iedna od drugiey się odciąga. Albowiem rzecz pilnie zważywszy, znajdziemy, że w rzeczy samey ani w addycyi ilkość mająca znak — przydaie się ilkości mającey znak +, ani w subtrakcyi iedna się od drugiey odciąga; ale tylko w addycyi odciąga się to, co nad to było przydanego, w subtrakcyi zaś to się przydaie, coby się nad to odciągnęło: to iest, znaki nadgradzają walor koeficyentow, koeficyenty zaś w subtrakcyi przydane znaczenie znakow nadgradzają. Obaczmy to w liczbach.

PRZY-



P R Z Y K Ł A D

$$\begin{array}{r} 30 - 15 - 20. = 5. \\ 18 - 8 - 12 = 2. \\ \hline 12 - 7 - 8. = 3. \end{array}$$

5<sup>a</sup>. Jeżeli wieloraka ilkość mająca się odciągać nie ma terminow podobnych terminom wielorakiey ilkości, od ktorey ma się odciągać; to odmienwszy znaki ilkości mającey się odciągać, piszę ją po ilkości, od ktorey odciągamy. np: Chcę odciągnąć:  $xx - 2cx + cc$ , od  $2a^4 - 3b^2$ . Piszę:  $2a^4 - 3b^2 - xx + 2cx - cc$ . Y iaż subtrakcyja stała się.

R O Z D Z I A Ł I V .

O *multiplikacyi, y Dynwizyi wielorakich ilkości.*

XVI.

**W**Szystkie terminy liczby mnożney, czyli tey, ktora się ma multiplikować, trzeba przez każdy termin mnożnika, czyli multiplikatora tak, iak w Arytmetyce multiplikować; potym

tym ztąd różne wynikające produkta w  
jedną złożyć summę, podobne sobie il-  
kości redukując, jeżeli które są.

## P R Z Y K Ł A D I.

$$\begin{array}{r}
 a a - 2 a c + c c \\
 \times \\
 a - c. \\
 \hline
 a^3 - 2 a^2 c + a c^2 \\
 - a^2 c + 2 a c^2 - c^3 \\
 \hline
 a^3 - 3 a^2 c + 3 a c^2 - c^3.
 \end{array}$$

Abym zmnożył:  $a a - 2 a c + c c$  przez  $a - c$ , napiszę multiplikatora  $a - c$  pod mnożną ilością:  $a a - 2 a c + c c$ , y podkryślę; potym mówię  $a a \times a = a^3$ , y piszę  $a^3$  bez znaku  $+$ . Potym multiplikuję termin następujący  $- 2 a c$  przez  $a$ , mówiąc  $- \times + = -$ ,  $2 a c \times a = 2 a^2 c$ . więc po  $a^3$  piszę  $- 2 a^2 c$ . Multiplikuję potym  $+ c c$  przez  $a$ , y mam:  $+ a c^2$ , którą piszę po  $- 2 a^2 c$  pod linią. Tymże sposobem przez drugi termin multiplikatora  $- c$  wszystkie terminy mnożney ilości multiplikuję, y mówię:  $a a \times - c = - a^2 c$ , y pi-  
szę

szę w drugiej linii pod drugim terminem. Potym multiplikuję  $2ac$  przez  $c$  mówiąc:  $2ac \times c = 2ac^2$ . Produkt tedy  $2ac$  przez  $c$  jest:  $2ac^2$ . Nakoniec  $cc \times c = c^3$ . Wszystkie terminy mnożney ilkości przez każdy termin multiplikatora zmultiplikowawszy, produkty ztąd wynikię podkryślę, y addycyą uczyniwszy, będę miał zupełną sumę:  $a^3 - 3a^2c + 3ac^2 - c^3$ .

Każdy w tym przykładzie uważać może, że się zawsze tylko pojedynkowa ilkość przez pojedynkową multiplikuje: przeto wielorakich ilkości multiplikacya jest dłuższa, ale nie insza od multiplikacyi pojedynkowych. Jednak dla większego ćwiczenia się ieszcze niektore położę przykłady.

PRZYKŁAD II.

$$\begin{array}{r}
 3aa - 2bb \\
 \times \\
 3aa + 2bb. \\
 \hline
 9a^4 - 6a^2b^2. \\
 + 6a^2b^2 - 4b^4. \\
 \hline
 9a^4 \quad * \quad - 4b^4.
 \end{array}$$

PRZY-

## PRZYKŁAD III.

$$\begin{array}{r}
 3bc^2 - 4b^2c + b^3 \\
 \times \\
 2bc - 3b^2 \\
 \hline
 6b^2c^3 - 8b^3c^2 + 2b^4c \\
 - 9b^3c^2 + 12b^4c - 3b^5 \\
 \hline
 6b^2c^3 - 17b^3c^2 + 14b^4c - 3b^5
 \end{array}$$

Czwarty przykład będzie w literach, y liczbach toż samo znaczących, litery zaś, których w następującym przykładzie zażyję, wyrażać będą te liczby:  $a=6$ ,  $b=5$ ,  $c=4$ ,  $d=2$ .

## PRZYKŁAD IV.

$$\begin{array}{r}
 2a - 2d - c = 4 \\
 \times \\
 a + 3d - c = 8 \\
 \hline
 2aa - 2ad - ac \\
 + 6ad - 6dd + 3cd \\
 - 2ac + 2cd + cc \\
 \hline
 2a^2 + 4ad - 6d^2 - 3ac - cd + c^2 = 32
 \end{array}$$

Uważ, że lubo w tym przykładzie summa z wielu terminow składa się, iednak nie więcej znaczy, tylko 32. Bo ilkości mające znak + w iednę zebra-

zebrawszy sumę, będzie 136, od tey li-  
czby sumę ilkości mających znak —,  
ktora jest 104. odciągąwszy, zostacie 32.

*np:*

$$\begin{array}{r|l}
 +2a^2=72. & -6d^2=24 \\
 +4ad=48. & -3ac=72. \\
 +c^2=16. & -cd=8. \\
 \hline
 136. & 104.
 \end{array}$$

Nakoniec wiedzieć trzeba, że w  
pewnych okolicznościach rzecz jest bar-  
dzo pożyteczna dla łatwiejszego ra-  
chunku, Znakiem tylko moltiplicacyą,  
nie czyniąc iey, wyrazić; bo się tra-  
fić może w kombinacyach, że taż sa-  
ma ilkość będzie dzielnikiem tego pro-  
duktu, ktorego jest ścianą, w ten czas  
ta ilkość bez wszelkiego rachunku o-  
puszcza się, przez co operacya staje  
się łatwiejsza. *np:* Moltiplicacyą ilko-  
ści  $3xx - 2bc$  przez  $5cx - 4rs$   
chcę krotko wyrazić; to czynię tak:

$3xx - 2bc \times 5cx - 4rs$ . Linia  
nad mnożną ilkością, y nad moltipli-  
katorem pokazuje, że wszystkie termi-  
ny ilkości mającey się moltiplikować  
powinny być moltiplikowane przez ka-  
żdy termin moltiplikatora.

## XVII.

W dywizyi wielorakich ilkości nayprzod podzielną (dividendus) ilkość, y dzielnika (divisor) porządnie ułoż podług nauki Arytmetyczney dywizyi; lecz względem terminow mających exponenty wprzod kłaść trzeba termin mający większy exponent, à potym termin z mniejszym exponentem; np: masz dzielić:  $c^3 + 3cy^2 - y^3 - 3c^2y$ , przez:  $c - y$ .

## P R Z Y K Ł A D I.

$$\begin{array}{r}
 c^3 - 3c^2y + 3cy^2 - y^3 \quad | \quad c - y \\
 - c^3 + c^2y \quad \quad \quad | \quad \hline
 \hline
 * \quad - 2c^2y + 3cy^2 \\
 \quad + 2c^2y - 2cy^2 \\
 \hline
 * \quad \quad + cy^2 - y^3 \\
 \quad \quad \quad - cy^2 + y^3 \\
 \hline
 \hline
 * \quad \quad \quad *
 \end{array}$$

Ułoż terminy podzielney ilkości podług stopniow litery  $c$ , (można też brać literę  $y$ ), to iest, położy na pierwszym miyscu ten termin, w którym lite-

litera  $c$  ma największego exponenta, ten jest termin  $c^3$ ; napisz potym termin, w którym litera  $c$  ma mniejszy troche exponent, to jest termin  $-3c^2y$ ;  $y$  tak daley aż do końca układaj terminy. Więc podzielna ilkość tak porządnie ułożona ta będzie:  $c^3 - 3c^2y + 3cy^2 - y^3$ . Tymże sposobem terminy dzielnika, jeżeli trzeba, ułożysz; tu zaś w danym przykładzie nie trzeba.

Po ułożeniu zaczniesz dzielić pierwszy termin  $c^3$  podzielney ilkości przez pierwszy termin  $c$ , dzielnika,  $y$  napiszesz  $c^2$  na kwocyent; zmultiplikowawszy potym całego dzielnika przez  $c^2$ , odciągniesz produkt  $c^3 - c^2y$  od podzielney ilkości, co się czyni pisząc pod podzielną ilkością terminy tego produktu ze znakami przeciwnemi, potym podkryślę,  $y$  redukcją podobnych ilkości uczynię. Przy reszcie  $-2c^2y$  kładę trzeci termin  $+3cy^2$ , który nie redukował się,  $y$  znowu dzielę pierwszy termin  $-2c^2y$  przez pierwszy termin  $c$  dzielnika,  $y$  wychodźmi  $-2cy$ , co na kwocyent piszę:  $m$ ultiplikuję całego dzielnika przez ten

nowy termin,  $y$  czynię, iak wyżej, subtrakcją. Zostaie mi się  $+cy^2$ , przy którym kładę ostatni termin  $-y^3$  podzielney ilkości: dzielę znowu pierwszy termin tey trzeciej części  $+cy^2$  przez pierwszy termin  $c$  dzielnika, wychodzi na kwocyent  $+y^2$ ; przez który moltiplikuję całego dzielnika, y ten produkt zwyczajnie odciągam od ilkości, która się była została do dzielenia, y że nic się nie zostae, przeto znak iest, że podzielenie doskonałe. Więc ilkość:  $c^2 - 2cy + y^2$  iest prawdziwy kwocyent. Proba tego iest, kiedy moltiplikując kwocyent:  $c^2 - 2cy + y^2$  przez dzielnika  $c - y$ , wychodzi podzielna ilkość:  $c^3 - 3c^2y + 3cy^2 - y^3$ .

Dwie rzeczy tu można uważać 1°. że postępowanie sobie w Algebrayfkim dzieleniu iest wcale podobne postępowaniu w Arytmetycznym dzieleniu. 2°. Ze zawsze pojedynkowa tylko ilkość przez pojedynkową w kaźdey operacyi dzieli się: przeto w rzeczy samey wielorakich ilkości dzielenie nie iest trudniejsze od pojedynkowych ilkości dywizyi: w tym tylko zdaie się być różność,



żność , że się multiplikuje każdy termin kwocenta przez cały dzielnik , z kąd wynika produkt , który się odciąga od podzielney ilkości w kaźdey operacyi , aby wiedzieć , co ieszcze zostacie do dzielenia : ale Arytmetyczna dywizya właśnie też tak sobie postępuje , więc ta operacya nic nowego nie przepisuje.

Względem zaś ułożenia terminow podług stopni iedney pewney litery , którą potym nazywać będziemy początkową literą albo spólną , to trzeba uważać . Kiedy podzielna ilkość iest snadna do dzielenia przez inszą ilkość ; to ta ilkość iest koniecznie iedną ze ścian , z ktorych podzielna ilkość przez multiplikacyą wyniknęła ; lecz podzielna ilkość przez multiplikacyą wyniść nie mogła , nie dawszy roźnych stopni niektórym literom spólnym mnoźney ilkości , y multiplikatorowi ; zwłaszcza gdy się obydwą z roźnych składają terminow . Więc iako te litery do roźnych stopni przez multiplikacyą są podwyższone ; tak przez dywizyą powinny być ponizone tym samym porządkiem , ktorym mogą być podwyż-

szone, y to dźwizyą czyni wygodniejszą. Gdybym zaś ten porządek zaniebdał; to często mogłbym rozumieć, że dywizya jest do zrobienia trudna, chociaż terminy tey dywizyi ułożone jak potrzeba, mogłyby doskonały wydać kwocjent.

## P R Z Y K Ł A D II.

Dana jest do dzielenia wieloraka ilkość:  $9ab^2 + 6a^3 - 15a^2b$ , przez  $3ab + 2a^2$ . Nayprzod tedy porządnie ułożę terminy podług stopni litery spolney  $a$ , potym wyżej opisanym sposobem rachuję.

## R A C H U N E K.

$$\begin{array}{r}
 6a^3 - 15a^2b + 9ab^2 \quad \left| \begin{array}{l} 2a^2 - 3ab \\ \hline 3a - 3b \end{array} \right. \\
 \hline
 -6a^3 + 9a^2b \\
 \hline
 * \quad \quad \quad -6a^2b + 9ab^2 \\
 \quad \quad \quad + 6a^2b - 9ab^2 \\
 \hline
 \hline
 \quad \quad \quad * \quad \quad *
 \end{array}$$

P R Z Y-

POCZĄTKOWA. 35

## P R Z Y K Ł A D III.

Dana jest do dzielenia ilkość:  $8cx^2 + 15bds - 10bdx - 12csx - 3fg.$  przez  $4cx - 5bd.$  Nayprzod porządnie ułożę terminy podzielney ilkości, y dzielnika podług stopni litery spolney  $x$ ; a że dwa są terminy w podzielney ilkości, w których litera  $x$  iednego jest stopnia, przeto te dwa terminy ieden pod drugim mogą napisać, iako też inne dwa terminy, w których się litera  $x$  nie znajduie.

## R A C H U N E K.

$$\begin{array}{r|l}
 8cx^2 - 10bdx + 15bds & 4cx - 5bd \\
 -12csx - 3fg. & \\
 \hline
 -8cx^2 + 10bdx & 2x - 3s. \\
 \hline
 * \quad -12csx + 15bd & 3fg. \\
 \quad \quad - 3fg & 4cx - 5bd. \\
 + 12csx - 15bds. & \\
 \hline
 * \quad - 3fg. & 
 \end{array}$$

Ponieważ w tym przykładzie po u-  
 czynionym rachunku zostaje termin —  
 $3fg$ , który niemając spolnych ścian,  
 czyli liter z dzielnikiem, pokazuje, że

dywizya nie może być doskonała; prze-  
to tę pozostałą ilkość — $3fg$  piszę  
nad liniyką, a pod liniyką dzielnika.

## P R Z Y K Ł A D IV.

Dana jest ilkość do dzielenia;  $ab$   
—  $ad$  —  $cb$  +  $cd$ , przez  $b$  —  $d$ .  
Niechay litery, których tu używam;  
wyrażają te liczby:  $a=8$ ,  $b=5$ ,  $c=4$ ,  
 $d=2$ . Będzie w literach.

## R A C H U N E K.

$$\begin{array}{r}
 ab - ad - cb + cd \quad | \quad b - d. \\
 \hline
 -ab + ad \quad \quad \quad | \quad a - c. \\
 \hline
 * \quad * \quad -cb + cd. \\
 \quad \quad \quad +cb - cd. \\
 \hline
 * \quad *
 \end{array}$$

*Tenże sam w liczbach.*

## R A C H U N E K.

$$\begin{array}{r}
 40 - 16 - 20 + 8. \quad | \quad 5 - 2. \\
 \hline
 -40 + 16. \quad \quad \quad | \quad 8 - 4. \\
 \hline
 * \quad * \quad -20 + 8. \\
 \quad \quad \quad +20 - 8. \\
 \hline
 * \quad *
 \end{array}$$

R O Z.

## ROZDZIAŁ V.

## O frakcyach, czyli łomanych ilkościach.

## XVIII.

**F**Rakcyą jest część, albo części iakiey ilkości całej na kilka, lub kilkanaście części podzieloney. Dwoma zawsze ilkosciami wyraża się, z których jedna pisze się nad liniyką, y nazywa się licząca, albo licznik, (*c*) który te części na ktore iaka cała ilkość jest podzielona, liczy, druga zaś pisze się pod liniyką, y nazywa się mianujący albo mianownik; (*d*) bo mianuję, czyli wyraża na wiele części ta cała ilkość jest podzielona np:  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ .

$\frac{fgr.}{cdf.}$  *Est.* wymawia się tak: *a. z b, c b, z d, fgr. z c d f.* Jaśniej to się w li-  
czbach pokazuje. np:  $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{2}{7} \frac{4}{9}$ . *Est.* wy-  
mawiają się tak: jedna ze dwoch, al-  
C § bo

[*c*] Numerator. [*d*] Denominator.

bo połowa , jedna ze trzech , dwie z siedmiu , cztery z dziewięciu &c.

## XIX.

Reguły , które w Arytmetyce o liczbach samanych są przepisane , te same się w rachunkach Algebrayskich frakcyi zachowują ; jednak dla prędszego zaczynających pojęcia niektóre położę gruntowne reguły.

1<sup>a</sup>. Całą ilkość redukować mogą na frakcyą , kiedy na mieyscu mianującego położę 1. np:  $\frac{ab}{1} \cdot \frac{abc}{1} \cdot \frac{a+c}{1}$ .

&c.

2<sup>a</sup>. Cała ilkość zamienia się w frakcyą danego mianownika ; jeżeli będą modyfikował ją przez danego mianownika , y pod produktem tym danego mianownika położę. np: chcę całą ilkość  $a$  zamienić w frakcyą , która by miała danego mianownika  $b$  ; więc

będzie  $\frac{ab}{b}$ . Znowu mam ilkość  $x$  zamienić w frakcyą danego mianownika

$a+b$  , będzie :  $\frac{ax+b x}{a+b}$ .

3<sup>a</sup>. Zmnożywszy, albo podzielony przez tę samą ilość tak licznika, jak mianownika frakcyi, wartość swego frakcyi nie odmienna. np:

Zmnożywszy  $\frac{a}{b}$  przez  $c$ , będzie

$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b} \cdot \text{Znowu podzielony } \frac{bc}{bc}$$

przez  $b$ , będzie  $\frac{b}{c}$ .

4<sup>a</sup>. Aby zmnożyć frakcyę przez jej mianownika; dosyć jest tegoż mianownika zmasać. np: Aby zmnożyć  $\frac{ax}{c}$  przez  $c$ , dosyć jest

napisać:  $ax$ . Podobnież  $\frac{bc}{a-b}$  zmnożone przez  $a-b$ , będzie  $bc$ , y zmnożone  $\frac{a}{2x}$  przez  $2x$ , będzie:

$a$ ; albowiem  $\frac{2ax}{2x} = a$ , przez

regułę 3.

5<sup>a</sup>. Cała ilość z frakcyą daną do jednej frakcyi redukuje się, gdy  
zmul-

zmultiplikuję całą ilość przez mianownika frakcyi. np: Trzeba ilość  $a + \frac{b}{c}$  redukować ; to multiplikuję całą

ilość  $a$  przez mianownika frakcyi  $n$ , y mam frakcyę:  $\frac{a n + b c}{n}$ . Tymżę

sposobem  $\frac{a a}{c} - b$  stanie się iedną fra-

kcyę  $\frac{a a - b c}{c}$ . Racya tego z reguły

2. wypływa.

6<sup>a</sup>. Frakcye do prostszego redukują się wyrażenia, czyli z większych stają się mnieysze, gdy tak licznika, iak y mianownika przez spólnego dywizora, albo dzielnika podzielę ; to ztąd wychodzące kwocyenty dają mi prostszą, czyli mnieyszą frakcyę, pierwszey równą przez regułę 3. np: Da-

na iest frakcyja:  $\frac{a a b}{a c}$ , tey licznika :

$a a b$ , y mianownika:  $a c$  podzieliwszy przez spólnego im dzielnika  $a$ , kwocyenty ztąd wychodzące dają mi mnieyszą, y pierwszey równą frakcyę :

$\frac{a b}{c}$ .



$\frac{a b}{c}$ . Toż uczyniwszy z frakcją  $\frac{2 a b c}{8 a c d}$ .

będzie mniejsza :  $\frac{1 b}{4 d}$ .

Jak spólnego dzielnika ( communem mensuram ) wynaleść uczy Arytmetyka.

7. Frakcyje mające różne mianowniki redukują się do iednego mianownika tym sposobem : np: Trzeba re-

dukować te dwie frakcyje :  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$ , nay-

przed mianownika iedney frakcyi przez mianownika drugiey moltiplikuję , y mam spólnego mianownika , potym licznika pierwszey frakcyi przez mianownika drugiey , y wzaiemnie licznika drugiey frakcyi przez mianownika pierwszey moltiplikuję na krzyż , y mam frakcyje iednego , czyli spólnego mają-

ce mianownika :  $\frac{a d}{b d}$ ,  $\frac{c b}{b d}$  y pierwszym

rowne przez regułę 3. Jeżeli więcey niż dwie frakcyje trzeba redukować do spólnego mianownika ; to nayprzed mianownikow tych frakcyi przez się moltipli-

plikuie, produkt ztąd wychodzący iest spólnym mianownikiem ; potym tenże produkt przez obydwu razem terminy kaźdey frakcyi porządkiem multiplikuię, y kładę na licznika, y mam nowe frakcye pierwszym rowne iednego mające mianownika. np. Dane są do re-

dukcyi frakcye:  $\frac{a.}{b.} \frac{c.}{d.} \frac{e.}{f.}$ , więc nay-

przod  $b \times d \times f = bdf$ , potym  $\frac{a.}{b.} \times b d$

$f, \frac{c.}{d.} \times b d f, \frac{e.}{f.} \times b d f = \frac{a d f.}{b d f.} \frac{c b f.}{b d f.}$

$\frac{e b d.}{b d f.}$  Kiedy mianownik iedney fra-

kcyi doskonale dzieli mianownika drugiey frakcyi ; to w ten czas owe frakcye wygodnie zredukuię do iednego mianownika, multiplikuiąc przez ow kwocjent licznika, y mianownika tey frakcyi, ktorey mianownik był dzielnikiem. np: Dane są do redukowania

frakcye:  $\frac{a b.}{c d.} \frac{e f.}{c.}$ , ponieważ mianownik

c doskonale dzieli mianownika c d, więc

więc mnożę przez kwocjent  $d$ ,  
obydwa terminy frakcyi  $\frac{ef.}{c.}$  y będę

miał frakcyę  $\frac{ab. e df.}{c d. e d.}$  iednego mające  
mianownika. Toż samo w liczbach *np.*:

mam redukować  $\frac{5.}{8.}$  y  $\frac{3.}{4.}$  ponieważ 4

doskonale dzieli 8, więc przez kwoc-  
jent 2, zmnożę obydwie terminy fra-

kcyi  $\frac{3.}{4.}$  y mam  $\frac{5.}{8.}$  y  $\frac{6.}{8.}$

## ROZDZIAŁ VI.

O addycyi, y subtrakcyi łamanych  
ilkości.

### XX.

**J**ezeli frakcyę mają spólnego miano-  
wnika; to 1<sup>o</sup>. licznikow czynię ad-  
dycyą, y pod ich summą kładę spól-  
nego mianownika. *np.* Dane są fra-

kcyę do addycyi:  $\frac{a.}{c.}$  y  $\frac{b.}{c.}$  summa ich

ieść:

$$\text{jest: } \frac{a+b}{c}. \text{ Znowu: } \frac{ab}{c}, y \text{ --- } \frac{ds}{c},$$

$$y + \frac{fm}{c}, \text{ summa jest } \frac{ab \text{ --- } ds + fm}{c}.$$

$$\text{Znowu: } \frac{ps}{bb}, y \text{ --- } \frac{zgm}{bb}, y \text{ --- } \frac{4r}{bb}.$$

$$\text{Summa: } \frac{ps \text{ --- } 2gm \text{ --- } 4r}{bb}.$$

2°. Jeżeli frakcye nie mają iednego mianownika, lecz różne; to wprzod podług reg: 7. redukować ie trzeba do spólnego mianownika, y dopiero czy-

nić addycyą. np: Dane są:  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ,

wprzod redukuję do iednego mianowni-

ka:  $\frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd}$  potym addycyą czynię,

y mam summę:  $\frac{ad+bc}{bd}$ . Także te

$$\text{frakcye: } \frac{f}{g} \text{ --- } \frac{p}{s} \text{ --- } \frac{m}{x} + \frac{r}{t} =$$

$$\frac{fstx}{gstx} \text{ --- } \frac{gptx}{gstx} \text{ --- } \frac{gmts}{gstx} +$$

==

$$\begin{array}{r}
 + \frac{gsrx.}{gstx.} = \frac{fstx. - gptx. - gmsx.}{gstx.} \\
 + \frac{gsrx.}{gstx.}
 \end{array}$$

3°. Jeżeli całe ilkości z frakcyami są dane do addycyi ; to albo całe ilkości do całych ilkości przydaię , à frakcye do frakcyi , wprzod ie zredukowawszy do spólnego mianownika. np:

$$\begin{aligned}
 a + \frac{ab.}{c.} - b \frac{ab.}{b.} &= a + \frac{abb.}{bc.} - b \frac{acc.}{bc.} \\
 &= a + b + \frac{abb. - acc.}{bc.} . \text{ Albo całe}
 \end{aligned}$$

ilkości zamieniam na frakcye podług reg: 5. y czynię addycyą , zredukowawszy frakcye do iednego mianownika

$$\begin{aligned}
 \text{np: } a + \frac{ab}{c} - b \frac{ab.}{b.} &= \frac{ac + ab.}{c.} \\
 + \frac{bb - ac.}{b.} &= \frac{abc + abb. - bbc - acc.}{bc.} \\
 &= \frac{abc + abb + bbc - acc.}{bc.}
 \end{aligned}$$

XXI.

W subtrakcyi łamanych ilkości także uważać trzeba , czy dane frakcye

D

niaż

maią spólnego mianownika, czyli różnego. Jeżeli mają spólnego mianownika; to tylko licznika od licznika odciągamy, przy reszcie piszę znak —.

*np:*  $\frac{a.}{b.}$  mam odciągnąć od  $\frac{c.}{b.}$  piszę:  $\frac{c.}{b.}$

$\frac{a.}{b.} = \frac{c-a.}{b.}$  Jeżeli zaś frakcyje

różne mają mianowniki, to wprzód je redukuje do iednego mianownika, potem czynię subtrakcyą. *np:* Mam odciągnąć  $\frac{b-c.}{d.}$  od  $\frac{r.}{s.}$ , nayprzód redu-

kuję do iednego mianownika:  $\frac{b s - c s.}{d s.}$

$\frac{d r.}{d s.}$ , potem subtrakcyą czynię, y

będzie:  $\frac{b s. - c s. - d r.}{d s.}$

ROZDZIAŁ VII.

O *multiplikacyi y dywizyi łama-  
nych ilkości.*

XXII.

**M**ultiplikują się liczniki przez li-  
czniki, y mianowniki przez mia-  
nowniki, frakcyja ztąd wynikająca jest  
produktem, ktorego szukam. np:  $\frac{a.}{b.} \times$

$$\frac{c.}{d.} = \frac{a c.}{b d.} \quad \text{Także: } \frac{a-b.}{m.} \times \frac{a-b.}{p.} =$$

$$\frac{a a - 2 a b + b b.}{m p.} \quad \text{Także: } \frac{2 s - r.}{f.}$$

$\times \frac{d.}{c-a.} = \frac{2 d s - d r.}{c f. - a f.}$  Jeżeli trzeba  
multiplikować całą ilkość przez fra-

kcyą, albo przeciwnie np:  $\frac{a.}{b.}$  przez  $c$ ;  
to dosyć jest licznika zmultiplikować  
przez całą ilkość, y będzie produkt

$\frac{a c.}{b.}$  Bo całą ilkość redukuje się na

frakcyą , położywszy pod nią 1. po-  
dług reg: 1. Albo rozdzielić ( jeżeli  
Rozdział doskonały bez reszty być mo-  
że ) mianownika frakcyi przez całą il-

kość. np:  $\frac{a.}{b c.}$  trzeba mnożyć przez

$c$  , dzielę  $b c$  przez  $c$  , kwocjent  $\frac{a.}{b}$

dać mi ten produkt , ktorego szukam ;

bo  $\frac{a c}{b c} = \frac{a.}{b.}$  Znowu mnożyć

trzeba :  $\frac{a b - c d.}{a c - a d.}$  przez  $c - d$  , dzielę

$a c - a d$  przez  $c - d$  , kwocjent iest

$a$  , y produkt będzie  $\frac{a b - c d.}{a.}$

## XXIII.

Dywizya łamanych ilkości tym sa-  
mym prawie sposobem odprawuie się ,  
co y mnożakacya , tylko trzeba ter-  
miny dzielnika przewrucić , to iest ,  
licznika położyć na miejscu mianowni-  
ka , à mianownika na miejscu liczni-  
ka ; potym liczniki przez liczniki , à  
mianowniki przez mianowniki multy-  
pli-



plikować , produkty dadzą kwocjent.

*np.* Mam dzielić  $\frac{b.}{s.}$  przez  $\frac{c.}{d.}$  prze-

wracam terminy dzielnika , y multiply-

plikuję :  $\frac{b}{s} \times \frac{d}{c} = \frac{bd}{cs}$  y ten iest kwoc-

jent. Znowu mam dzielić :  $\frac{2b-d.}{-f.}$

przez  $\frac{c-m.}{p.}$  przekładam terminy dziel-

nika , y multiplyplikuję :  $\frac{2b-d.}{-f.} \times \frac{p.}{c-m}$

$= \frac{2bp-dp}{-cf+cm}$  y iuz iest kwocjent.

Toż samo w liczbach *np.* mam dzielić

$\frac{2.}{3.}$  przez  $\frac{1.}{6.}$  przekładam terminy dziel-

nika , y multiplyplikuję :  $\frac{2.}{3} \times \frac{6.}{1.} = \frac{12.}{3}$

$= 4.$

Jeżeli frakcye do dzielenia dane  
mają spólnego mianownika , to mogą  
innym sposobem uczynić dywizyą , *np.*

D 3

mam

mam dzielić  $\frac{a.}{b}$  przez  $\frac{c.}{b.}$ , zmażę społ-  
nego mianownika, y podzielę  $a$ , przez  
 $c$ , będzie kwocjent  $\frac{a.}{c.}$ . To na iedno  
wychodzi, choć przewruciwszy termi-  
ny dzielnika, moltiplikuję  $\frac{a.}{b} \times \frac{b.}{c} =$   
 $= \frac{a b}{c b} = \frac{a.}{c.}$

## ROZDZIAŁ VIII.

*O porównaniu dwoch ilkości nie-  
równych.*

## XXIV.

**P**orównanie (Æquatio) iest wyraże-  
nie równości dwoch ilkości różn-  
terminy mających. np:  $20 = 14 + 6$ ,  
 $14 + 6 = 12 + 9 - 1$ . Toż sa-  
mo w literach:  $a = b + c$ ,  $b + c = d$   
 $+ e - g$ . Ilkość, która się kładzie  
przed równości znakiem  $=$ , nazywa  
się pierwszą częścią ( primum mem-  
brum

brum) porównania, która zaś jest po-  
łożona po znaku  $=$ , ta się nazywa  
drugą częścią (secundum membrum)  
porównania. Liczby, albo litery w  
tych obydwóch częściach znajdujące się  
terminy. A że częstokroć Algebray-  
skie porównania są trudne do zrozu-  
mienia; przeto wynaleziony jest spo-  
sob obrocenia ich, czyli przemienienia  
w łatwiejsze do pojęcia: ten sposób na-  
zywa się redukcją, y funduje się na  
tych gruntownych regułach.

1<sup>a</sup>. Nie znosi się równość termi-  
now; gdy jeden, albo więcej podług  
upodobania terminow z iedney porowna-  
nia części do drugiej części przeniosę.  
np:  $x + 2 = 5$ , także:  $x = 5 - 2$ .  
Obiaśniam w liczbach:  $3 + 2 = 5$ , tak-  
że:  $3 = 5 - 2$ .

2<sup>a</sup>. Dwie, lub więcej ilkości so-  
bie równe nie przestają być sobie ro-  
wnemi, gdy równie są pomnożone.

3<sup>a</sup>. Od równych ilkości równą  
część odiawszy, reszty ich są sobie tak-  
że równe.

4<sup>a</sup>. Dwie lub więcej równych il-  
kości zmnożywszy przez iedną  
ilkość, produkta ich są sobie także ro-

wne. *np*:  $8 - 2 = 4 + 2$ . moltiplikując obydwa terminy przez 2,  $8 - 2 \times 2 = 16 - 4 = 12$ . potym  $4 + 2 \times 2 = 8 + 4 = 12$ . y tak mam rowne produkta.

5°. Dwie lub więcej rownych ilości podzieliwszy przez iednęż ilość, kwocenty ich są także rowne. *np*:  $12 - 4 = 6 + 2$ , podzieliwszy nayprzod

$$\frac{12-4}{2} = 6-2, \text{ potym: } \frac{6+2}{2} =$$

$3 + 1$ . rowne są kwocenty; bo  $6 - 2 = 4$ , y  $3 + 1 = 4$ .

## XXV.

Redukcya porownań, czyli ekwacyi na tym zawisła, aby w iedney części porownania sama tylko niewiadoma, czyli niedeterminowana wiele znaczy ilość była położona, w drugiej zaś części porownania, aby same tylko wiadome, y determinowane były położone ilości. Tego temi sposobami dokazać można.

1°. Przez addycyą, *np*: masz tę ekwacyą:  $x - a = c$ : oczywista rzecz jest, że przydawszy  $+ a$  do iedney, y do

y do drugicy części tego porownania, równość ich nie zginie, (reg: 2<sup>a</sup>.) przeto będzie insza ekwacya ta:  $x - a + a = c + a$ , ale  $- a + a$  siebie znoszą; więc będzie redukowana ekwacya:  $x = c + a$ . Także chcąc od innych ilkości oswobodzić ilkość y, tey ekwacyi:  $y - c - d = f + m$ , dodaję do kaźdey części ekwacyi  $+ c + d$ , y mam:  $y - c - d + c + d = f + m + c + d$ , to iest, zmazawszy  $- c - d + c + d$ , ktore siebie znoszą, będzie ta, ktorey chciałem, ekwacya:  $y = f + m + c + d$ . Także abym tę ekwacyą:  $z - 5 = 15$  zamienił na inszą, przydam  $+ 5$  do obydwóch terminow, y będzie  $z - 5 + 5 = 15 + 5$ , to iest:  $z = 20$ .

2<sup>o</sup>. Tak y przez subtrakcyą redukuia się ekwacye. np: Niech będzie:  $y + d = b + f$ , odciągnij  $+ d$  z iedney, y z drugicy części, będziez miał:  $y + d - d = b + f - d$ , to iest:  $y = b + f - d$ . Także redukuie z  $+ 5 = 15$ , odiawszy  $- 5$  od obydwóch terminow:  $z + 5 - 5 = 15 - 5$ , to iest:  $z = 10$ .

D 5

Uważ

Uważ tu, że nieznaną ilkość  $g$  swobodza się przez addycyą, y subtrakcyą, przenosząc z tey części, w której ona iest, wszystkie z nią będące terminy do drugiey części ekwacyi przemieniwszy znaki, to iest  $+$  na  $-$ , y przeciwnie. Tak np.  $x - a + d = g + m$ , będzie  $x = g + m + a - d$ . Tymże sposobem wszystkie terminy ekwacyi mogą uczynić rzetelnemi, to iest, mającemi znak  $+$ , y wszystkie do iedney części ekwacyi przynieść; bo ta ekwacya:  $aa - 2bc + dd = 2cd - 3r - 4f$ , może być taka:  $aa + 3r + 4f + dd = 2cd + 2bc$ . wszystkie terminy mające znak  $-$  przenosząc do drugiey części przemieniwszy znak  $-$ , na znak  $+$ . Tymże sposobem tę ostatnią ekwacyą  $aa + 3r + 4f + dd = 2cd + 2bc$ , kiedy chcę, mogę w nią obrócić:

$aa + 3r + 4f + dd - 2cd - 2bc = 0$ . Albo:  $2cd + 2bc - aa - 3r - 4f - dd = 0$ . Racya tego iest; bo gdy od iakiey ilkości drugą ilkość iey równą odeymę, to ią w nią obracam,  $4 - 4 = 0$ .

3°. Jeszcze y moltiplicacyi zażywa się do redukowania ekwacyi; ale w ten czas, kiedy niewiadoma ilkość iest podzielona przez iaką inną ilkość: ponieważ rzeczy tylko sobie przeciwne mogą zobopólnie siebie znosić. np: Masz

daną ekwacyą:  $\frac{yy}{2b} = f + g$ ; ponie-

waż yy iest podzielona przez 2b, przeto moltiplikuy obydwą tey ekwacyi terminy przez tego dzielnika, y będziez

miał:  $\frac{yy \times 2b}{2b} = f + g \times 2b$ , al-

bo  $yy = 2bf + 2bg$ . Także tę po-

rownanie:  $2c + \frac{m}{d} = a + b$ , mul-

tplikując wszystkie iey terminy przez mianownika d, będzie  $2cd + m = ad + bd$  y gdyby więcej frakcyi było w porównaniu, iako w tym:  $ds +$

$\frac{cm}{a} + \frac{r}{t} = b \times \frac{fg}{p}$ ; to multy-

plikując wszystkie terminy tey ekwacyi przez produkt apt ze wszystkich mianowników złożony, będzie insza bez

frakcyi ekwacya:  $adps + cmt +$

$\frac{a p r}{a b p t x} = \frac{a f g t}{a b p t x}$ . Jest tedy rzecz bardzo łatwa przemienić porównanie z frakcyami na inszę porównanie bez frakcyi; bo każda frakcyja w rzeczy samey znaczy dywizyą, którą czynić trzeba, y licznik iest podzieloną ilkością, a mianownik dzielnikiem.

4<sup>a</sup>. Jako przez moltiplikacyą ni-  
kłą, czyli się znoszą ilkości te, kto-  
re dzielą ilkość niewiadomą; tak wza-  
iemnie dywizyja znosi te ilkości, które  
przez moltiplikacyą są przydane nie-  
wiadomey ilkości. np: Masz  $a b x =$   
 $3 c d + 2 r$ : podziel pierwszą, y dru-  
gą część porównania przez  $a b$  ilkość,  
która moltiplikuie niewiadomą ilkość  
 $x$ , będzie miał równą pierwszey (reg:

5.) te ekwacyą:  $\frac{a b x}{a b} = \frac{3 c d + 2 r}{a b}$ ,

potym zmazawszy siebie znoszące ilko-  
ści, będzie  $x = \frac{3 c d + 2 r}{a b}$ , gdzie pro-

dukt  $a b$  w pierwszey części nie znay-  
duie się, lecz w drugiej iest dzielni-  
kiem. Także chcesz oswobodzić nie-  
wiadomą ilkość  $z$ , w tym porównaniu  
 $2 d m - c r = f z - g z$ ? Uważay  
żc



że druga część  $fz - gz = z \times f - g$ ,  
to jest:  $f - g$  jest moltiplikującą nie-  
wiadomą ilkość  $z$ ; więc podziel pier-  
wszą, y drugą część danego porowna-

nia przez  $f - g$ , będzie  $\frac{2dm - cr.}{f - g.}$

$\frac{fz - gz}{f - g.}$ , zmasawszy znoszące sie-

bie ilkości będziez miał:  $z = \frac{2dm - cr.}{f - g.}$

Tenże sposob służy do wyrażenia  
w krotszych terminach iakiey przy dfu-  
gicy *ekwacyi*, ktorey wszystkie termi-  
ny są moltiplikowane przez iednę il-  
kość. np: W tym porownaniu:  $b^2 \cdot x -$   
 $b^2 \cdot c = a b^2 + b^3$  widzę, że wszyst-  
kie terminy są moltiplikowane przez  
ilkość  $b^2$ ; ponieważ mogą to porowna-

nie wyrazić tak:  $x - c \times b b = a +$   
 $b \times b b$ , gdzie oczywista jest rzecz, iż  
 $b b$  moltiplikuje obydwie części tego  
porownania; więc te części podzielę

przez  $b b$ , y będzie:  $\frac{b^2 \cdot x - b^2 \cdot c}{b b.} =$

$$= \frac{ab^2 + b^3}{bb}, \text{ albo zmasawszy to,}$$

co się wzajemnie znosi, będę miał  $x - c = a + b$  porównanie daleko w krotszych terminach, niż pierwsze, wyrażone; a przeniosłszy  $-c$  (reg: 1.) będzie ostatnie porównanie  $x = a + b + c$ , w którym niewiadoma ilkość  $x$  wcale jest oswobodzona od innych, ktore z nią były, ilkości. Choćby nie wszystkie terminy iakiej ekwacyi były moltiplikowane przez iedną ilkość, byleby takich było kilka; to iednak mogą tę ekwacyą w krotszych terminach tymże sposobem, co wyżej wyrazić. np:  $axx + bc = adf - 2ag$ , w tej ekwacyi znieść mogą ilkość  $a$  ze wszystkich terminow, w ktorych się znajduje: bo dzieląc wszystkie terminy ekwacyi przez  $a$ , będzie:  $\frac{axx}{a} + \frac{bc}{a} = \frac{adf}{a} -$

$\frac{2ag}{a}$ , tę redukuję na ekwacyą:  $xx$

$+ \frac{bc}{a} = df - 2g$ , nakoniec na tę:

$xx$

$x x = d f - 2 g - \frac{b c}{a}$  tymże sposobem, co wyżej.

## ROZDZIAŁ IX.

*O używaniu ekwacyi w rozwiązaniu różnych kwestyi, czyli Problematow.*

## XXVI.

**U**żywanie porównań, czyli ekwacyi dziwnie wielkie, y prawie niewypowiedziane przynosi pożytki, których we wszystkich Matematyki częściach nie tylko do okazania, czyli demonstracyi krotkim, y łatwym sposobem wszelkich naytrudniejszych theorematow; ale też osobliwiey do rozwiązania, czyli solwowania nayzawikłańszych, y zdaiących się rozumu ludzkiego poięć przechodzić problemmatow, czyli kwestyi używają Matematycy. Z tych to ekwacyi Algebra, albo Analysis, to jest, sposob znalezienia prawdy, przez który z niektórych wiadomych nam rzeczy, y okoliczności do

po-

poznania niewiadomych, y nieznaných rzeczy, y okoliczności szczęśliwie przechodziemy, zachowując te następujące reguły:

1<sup>a</sup>. Wiadome ilkości, albo rzeczy wyrażać się powinny pierwszemi abecadła literami  $a, b, c, d, e, f, g, h, \&c.$  niewiadome zaś dla różności od pierwszych ostatniemi:  $x, y, z.$

2<sup>a</sup>. Problemma, czyli kwestyą tak dysponować trzeba, aby tyle było *ekwacyi*, ile się kondycyi w daney kwestyi znajduje, y relacyą wiadomych ilkości do niewiadomych wyrazić; co się iasniey w przykładach niżej pokaże.

3<sup>a</sup>. Niewiadomey ilkości, albo rzeczy walor w iednym porownaniu wyrażony przenieść, y położyć trzeba w drugim porownaniu zamiast teyże niewiadomey ilkości.

4<sup>a</sup>. Potym trzeba różne porownania czynić sposobami w Rozdziale osmym położonemi, to iest, przez addycyą, subtrakcyą &c. poki w pierwszey części *ekwacyi* nie będzie sama tylko niewiadoma ilkość położona; a w drugiej części same tylko wiadome ilkości

ści nie będą się znajdować. Bo tym sposobem niewiadoma ilkość stanie się wiadomą, ponieważ będzie porównana wiadomym ilkościami.

5<sup>a</sup>. Kiedy *ekwacya* w sobie zawiera więcej niż jedną niewiadomych ilkość; to trzeba z nich *ekwacyą* oswobodzić, aby jedna tylko została, tym sposobem. np: Masz *ekwacyą*:  $2x + m = c + y$ , y wiesz z kądinąd, że  $x = bd$ . Więc  $2x = 2bd$ ; przeto możesz  $2bd$  na miejscu  $2x$  położyć, y dana *ekwacya* zamieni się w tę:  $2bd + m = c + y$ ; przełożywszy zaś  $c$  będziesz miał:  $y = 2bd + m - c$ .

Nakoniec wiedzieć potrzeba, że cała rzecz naysposobniejsza do rezolucyi problemmatu, czyli kwestyi zawisła na ułożeniu *ekwacyi* wyrażającej daną kwestyą, którą mówią, już tylko niewiadome ilkości oswobadzam od innych podług przepisanych reguł, a przez oswobodzenie niewiadome ilkości staną się równymi wiadomym ilkościami, y tak będzie rozwiązane problemma, jeżeli może być rozwiązane, a jeżeli nie, iako rzecz niepodobna do prawdy, albo siły ludzkie przewyższająca, to y

to pokaże mi ekwacya. Jakby zaś taką wynaleść ekwacyą, nie masz na to reguły; ponieważ to od bystrości y przeczności rozumu, tego, który problem ma rezolwue, zawisło. To wszystko, cośmy dotąd mówili, iasniey się w przykładach pokaże, które tu przytoczę.

### PROBLEMA I.

**D**Woch ludzi Piotr, y Jan pewną czerwonych złotych liczbę mają: pytam się, wiele każdy z nich ma? Na zgadnienie tego te kładę kondycye, że gdyby Piotr ze swoich dał pięć czerwonych złotych Janowi; toby obydwa równą czerwonych złotych liczbę mieli; ale gdyby przeciwnie Jan ze swoich dał pięć czerwonych złotych Piotrowi; toby Piotr miał tyle troietych pieniędzy, któreby Janowi zostały: pytam się tedy wiele Piotr, y wiele Jan ma czerwonych złotych.

### REZOLUCYA.

Abym tę kwestyą solwował, to 1°. podług reguły 1. niewiadomą liczbę czerwonych złotych Piotra nazywam

wam literą  $x$ , także niewiadomą liczbę czerwonych złotych Jana nazywam literą  $y$ , 2°. Podług reguły 2. ponieważ w danej kwestyi dwie są kondycye; to też dwie powinienem ułożyć ekwacyi. Pierwsza kondycya jest, że gdyby Piotr ze swojej czerwonych złotych summy, którą nazwałem  $x$ , dał 5 czerwonych złotych Janowi, którego summę nazwałem  $y$ ; toby summa czerwonych złotych Piotra była  $x - 5$ , summa zaś Jana  $y + 5$ ,  $y$  podług teyże pierwszej kondycyi obydwóch summy czerwonych złotych byłyby równe, ztąd łatwo pierwsze układam porównanie tak:

$x - 5 = y + 5$ . Druga jest kondycya, że gdyby przeciwnie Jan ze swojej summy dał 5 czerwonych złotych Piotrowi; toby summa czerwonych złotych Jana była  $y - 5$ , Piotra zaś:  $x + 5$ ,  $y$  podług teyże drugiej kondycyi summa czerwonych złotych Piotra  $x + 5$  byłaby wtroynasob większa od summy Jana  $y - 5$ . Aby tedy  $y - 5$  było równe  $x + 5$ , trzeba  $y - 5$  przez 3. moltiplikować,  $y$  będzie  $3y - 15 = x + 5$ . Już te-

dy mam dwa porównania, które kondycje danego problematu wyrażają, pierwsze jest:  $x - 5 = y + 5$ , drugie:  $3y - 15 = x + 5$ .

3°. Aby podług reguły 3. wvalor pierwszej niewiadomey ilkości w pierwszym porównaniu położoney to jest  $x$  mógł być lepiey wyrażony; trzeba pierwszę porównanie przez addycyą na inne rowne porównanie zamienić w ten sposób:  $x - 5 + 5 = y + 5 + 5$ , to jest:  $x = y + 5 + 5$ , to jest:  $x = y + 10$ . Potym tey ilkości  $x$  wvalor  $y + 10$  trzeba z pierwszego porównania przenieść  $y$  w drugim porównaniu zamiast  $x$  położyć:  $3y - 15 = y + 10 + 5 = 3y - 15 = y + 15$ .

4°. Aby podług reguły 4. w tym drugim porównaniu niewiadoma ilkość  $y$ , sama tylko w pierwszej porównania części została, trzeba tę drugie porównanie  $3y - 15 = y + 15$  na inne rowne zamienić nayprzod przez addycyą tak:  $3y - 15 + 15 = y + 15 + 15$ , to jest:  $3y = y + 30$ . Potym przez subtrakcyą:  $3y - y = y + 30 - y$  to jest:  $2y = 30$ . Potym



tym przez dywizyą, obydwie części porównania dzieląc przez 2; będzie:  $y = 15$ . Już tedy wiem, że Jan, którego summę czerwonych złotych nazwałem  $y$ , ma czerwonych złotych 15. A gdy w pierwszym porównaniu:  $x - 5 = y + 5$  zamiast  $y$ , w drugiej części porównania położę walor jego dopiero znaleziony 15, będę miał:  $x - 5 = 15 + 5$ , to jest:  $x - 5 = 20$ . Znowu do obydwóch części tego porównania przydawszy 5, będę miał:  $x - 5 + 5 = 15 + 5 + 5$ , to jest krociey:  $x = 25$ . Ztąd poznaię, że Piotr, którego summę czerwonych złotych nazwałem  $x$ , ma czerwonych złotych 25. Te dwie znalezione liczby 25,  $y$  15 kondycyom danej kwestyi zadosyć czynią: bo gdy Piotr ze swojej summy 25 da Janowi 5, obydwóch summy będą równe to jest czerwonych złotych 20; gdy zaś przeciwnie Jan ze swojej summy 15 da Piotrowi czerwonych złotych 5, summa Piotra będzie wtroynasob większa od summy Jana, to jest 30, od 10 trzy razy większe. Więc dane problemma jest rozwiązane.

## PROBLEMA II.

**P**astuch pewny spytany wieleby miał Owiec w swoiey trzodzie? Odpowiedział, że gdyby ieszcze miał trzecią część, y znowu czwartą część tey trzody, którą teraz ma wrzeczy samey, y do tego 5, Owiec; toby w ten czas wszystkich Owiec miał 100. Pytam się tedy, wiele ma wrzeczy samey Owiec?

## R E Z O L U C Y A.

1°. Niewiadomą Owiec liczbę nazywam  $x$ , liczbę zaś wiadomą 100. nazywam  $a$ .

2°. Ponieważ w daney propozycyi iedna tylko jest kondycya, iedną też tylko ekwacyą ułożyć potrzeba, wyrażając trzecią część trzody przez frakcyą:  $\frac{x}{3}$ , która znaczy, że  $x$  jest podzielone przez 3, także czwartą część trzody wyrażam  $\frac{x}{4}$ , y znaczy, że  $x$  jest podzielone przez 4. Więc będąc miał

miał tę ekwacyą :  $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = a$ .

3°. Opuściwszy regułę 3. dla tego że jedna tylko jest kondycya, trzeba podług reguły 4. w pierwszej części ułożoney ekwacyi samę tylko nie wiadomą liczbę  $x$  zostawić; wszystkie zaś inne wiadome do drugiej części ekwacyi przenieść. Na ten koniec najprzod frakcyę ekwacyi redukuję na całkowite ilkości, obydwie części tej ekwa-

cyi :  $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 5 = a$  mul-

typlikując przez Denominatora 3., y

będzie :  $3x + x + \frac{3x}{4} + 15 = 3a$

a. Potym multiplikuję przez 4. drugiej frakcyi denominatora, y będzie :

$12x + 4x + 3x + 60 = 12a$ ,

to jest koefficyenty w jednę sumę ze-

brawszy :  $19x + 60 = 12a$ . Zno-

wu przez subtrakcyą będzie :  $19x +$

$+ 60 - 60 = 12a - 60$ , to jest :

$19x = 12a - 60$ . Ale że jest  $a =$

$= 100$ , więc  $12a = 1200$ , zatem  $19x$

$= 12a - 60$ , to jest  $19x = 1140$ .

E 4

Na-

Nakoniec obydwie tey ekwacyi części podzieliwszy przez 19, będzie:  $x = 60$ . Ztąd poznaię, że Pastuch ten, ktorego niewiadomą Owiec liczbę dotąd nazywałem  $x$ , ma 60 Owiec. Albowiem podług kondycyi problemmatu do liczby 60 przyday trzecią iey część, to iest: 20, y znowu czwartą część, to iest: 15, y ieszcze 5, wszystkiey summy będzie: 100. Co byfo do czynienia.

### PROBLEMA III.

**T**Rzech ludzi lata, ktore mają, razem licząc, wychodzi summa lat 150. Naystarszy z nich, y pierwszy dwa razy więcey lat ma, niżeli drugi sredni, ten zaś drugi, czyli sredni trzy razy więcey lat ma, niżeli trzeci naymłodszy. Pytam się, wiele każdy z nich z osobna ma lat?

### REZOLUCYA.

1°. Lata trzeciego czyli naymłodszego nazywam  $x$ , lata drugiego  $3x$ , pierwszego zaś czyli naystarszego, ktory dwa razy więcey lat ma, niż drugi.

gi, nazywam  $6x$ . 2°. Ponieważ w danej propozycji jedna tylko jest kondycja; przeto jedną tylko czynię tę porównanie:  $x + 3x + 6x = 150$ . to jest:  $10x = 150$ . Potym podzieliwszy obydwie części porównania przez 10, będzie:  $x = 15$ . Więc trzeci czyli najmłodszy, którego lata nazwałem  $x$ , ma lat 15, zatym drugi czyli średni trzy razy więcej mający liczy lat 45, pierwszy zaś y najstarszy dwójcie tyle lat; co drugi, mający, liczy lat 90. Co było do czynienia.

P R O B L E M M A I V.

**P**iotr w drodze będący po 6 mil na ieden dzień uieżdza, Paweł zaś po 3 mil; ale Paweł 4. dniami później od Piotra wyiechał, iedną zaś drogą, y do iednego miejsca iadą. Pytam się, za wiele dni Paweł dogoni Piotra?

R E Z O L U C Y A.

1°. Droga dzienna Piotra mil 6  
= a.

Droga Pawła na dzień mil 3  
= b.

E 5

Li-

Liczba dni, ktoromi później wyiechaf Paweł, to iest dni  $4 = c$ .

Dni zaś, za ktore ma dogonić Piotra, co iest w kwestyi  $= x$ .

2°. Abyś uformował ekwacyą, uważ, że Piotr przez te dni cztery, ktoromi drogę Pawła poprzedził, uiechaf mil  $24 = ac$ . Ta zaś cała droga, ktorą Piotr uiedzie, poki go Paweł nie dogoni w czasie tym; o ktory się pyram, niech będzie  $= ax$ . Nakoniec droga Pawła po czterech dniach Piotra goniącego aż do czasu dognania niech będzie  $= bx$ . Teraz uczyn ekwacyą:

$$ac + ax = bx.$$

A że podług kondycyi problemu  $bx > ax$ , to iest, większy iest produkt  $bx$ , niż  $ax$ ; przeto odciągnij z pierwszey ekwacyi części  $ax$ , y przenieś do drugiey z znakiem przeciwnym, będzie:  $ac = bx - ax$ .

Potym obydwie ekwacyi części podziel przez dwa drugiey części wiadome terminy  $b - a$ , będzież miał:

$$\frac{ac}{b - a} = x; \text{ to iest, ponieważ } ac = bx - ax, \text{ zaś: } b - a = 2, \text{ będzie: } x =$$

$\frac{24}{2}$  to jest :  $x = 12$ . Więc Paweł dogoni Piotra za dni 12. Co było do czynienia.

Doskonały Algebrazysta tę operacyą takby bardzo krotko uczynił.

$$ac + ax = bx, \text{ więc :}$$

$$ac = bx - ax \text{ więc :}$$

$$x = ac, \text{ więc gdy } ac = 24,$$

$$b - a = 2 \text{ będzie :}$$

$$x = 12.$$

Uważ nayprzod, iakby długo Arytmetyk ten rachunek czynić musiał? Powtore uważ, to porownanie :  $ac = bx - ax$ , y inne temu podobne można redukować do tej proporcyi :  $b - a$  jest do  $a$ , iak  $c$  do  $x$ , to po Algebraysku tym się sposobem wyraża :  $b - a : a :: c : x$ . W liczbach zaś tak :  $2 : 6 :: 4 : 12$ . Więc to problemna przez regułę trzech możnaby rozwiązać, ułożywszy terminy tak :  $2 : 6 :: 4 : ?$  ale tego ułożenia terminow bez pomocy Algebrayskiey ekwacyi z podanej tylko kwestyi wynaleścby Arytmetyk nie potrafił.

## PROBLEMA V.

Piotr w drodze swojej codziennie uchodzi mil 6. Paweł 4. dniami później wyszedłszy w drogę, chce Piotra dogonić dnia 12. Pytam się, wiele mil Paweł codziennie uść powinien, aby Piotra dnia 12 dogonił?

## R E Z O L U C Y A.

Droga codzienna Piotra mil 6  $\equiv a$ .  
 Czas, którego Paweł w drogę wyszedł później dni 4  $\equiv b$ . Czas, którego Piotr chce Pawła dogonić dni 12  $\equiv c$ .  
 Droga codzienna Pawła, o którą się pytam  $\equiv x$ . Podług kondycji problemu taką ułożyć trzeba ekwacyą:

$ab + ac = cx$ . Podzieliwszy przez  $c$  części porównania będzie:

$$\frac{ab + ac}{c} = x. \text{ Ponieważ zaś}$$

$ab = 24$ , znowu  $ac = 72$ , także  $c = 12$ . Więc ostatnia ekwacya będzie:

$$x = \frac{24 + 72}{12} \text{ albo } : x = \frac{96}{12}$$

$\equiv 8$ . Więc, aby Paweł dogonił Piotra



tra w drodze dnia 12; trzeba, aby codziennie uszedł mil 8. Co było do czynienia.

## PROBLEMA VI.

POłożmy, że Warszawa odiegła jest od Rzymu na mil 120. Piotr wyszedł z Warszawy dnia 1. Stycznia, y codziennie uchodzi mil 6, Paweł zaś z Rzymu do Warszawy wyszedł także dnia 1. Stycznia, y codziennie uchodzi mil 4. Pytam się, za wiele dni ci z sobą się zeydą?

## R E Z O L U C Y A.

Odległość Rzymu od Warszawy mil  
120 =  $a$ .

Codzienna droga Piotra mil 6 =  $b$ ,

Codzienna Pawła droga mil 4 =  $c$ ,

Czas zeyścia się ich obydwóch =  $x$ .

Rzecz oczywista jest, że te mile, które Piotr aż do czasu zeyścia się uydzie, są =  $b x$ . Te zaś mile, które przez ten czas Paweł uydzie =  $c x$ . Gdy zaś w tymże czasie całą mięysc odległość czyli drogę odprawią naprzeciw siebie idąc; więc będzie:

$b x$

$b x + c x = a$ . Podzieliwszy zaś całe porównanie przez  $b + c$  będzie:

$$x = \frac{a}{b + c}, \text{ albo } x = \frac{120}{6 + 4}, \text{ to jest}$$

$\frac{120}{10} = 12$ . Dwunastego tedy dnia z sobą się zeydą. Co było do czynienia.

### PROBLEMA VII.

**P**iotr Szyper w Gdańsku dla Pana swego kupił kamieni 3. Kawy, y 4. oxety Wina, wydał na to czerwonych złotych 69; tenże drugi raz kupił Kawy 5 kamieni, y Wina oxety 2. wydał czerwonych złotych 45. Po śmierci Piotra został Szyprem Paweł, któremu Pan tychże towarow po tyleż pieniędzy kamień, y oxet Wina płacąc, po wiele tamten płacił, kupić rozkażcie. Paweł tedy szuka po czemu tamten kamień Kawy, y oxet Wina płacił?

### REZOLUCYA.

Niech Kawa będzie  $= y$ .

Wino zaś  $= x$ .

Po-

Poczatkowa. 75

Podług danego problemma kondy-  
cyi będą te dwa porownania :

$$3y + 4x = 69.$$

$$5y + 2x = 45.$$

Teraz pierwsze porownanie multiply-  
plikując przez pierwszy koefficyent dru-  
giego porownania to iest przez 5, bę-  
dziez miał :

$$15y + 20x = 345.$$

Znowu drugie porownanie multiply-  
plikując przez koefficyenta pierwszego  
porownania, to iest przez 3, będzie :

$$15y + 6x = 135.$$

Odiąwszy zaś z obydwóch ekwa-  
cyi co iest rownego, to iest: 15y,  
potym odciagnąwszy 6x od 20x, tak-  
że odciagnąwszy 135. od 345, będzie  
to porownanie : 14x = 210. Nako-  
niec podzieliwszy to porownanie przez  
14, będzie :

$$x = \frac{210.}{14.} = 15.$$

Więc ieden oxet Wina był płaco-  
ny po czerwonych złotych 15. Tak-  
że abys wiedział walor y, czyli pocze-  
mu

mu ieden kamień kawy był płacony ;  
to nayprzod przełoż terminy ekwacyi,  
to iest , na pierwszym miejscu położyć  
 $x$ , na drugim  $y$  ze swemi koeficyen-  
tami :

$$4x + 3y = 69.$$

$$2x + 5y = 45.$$

Te ekwacye multiplykuiąc przez  
koeficyenty tym sposobem , co wyżej ,  
będą ekwacye następujące :

$$8x + 6y = 138.$$

$$8x + 20y = 180.$$

Więc wyrzuciwszy z obydwóch e-  
kwacyi to , co iest rowne , to iest :  
 $8x$  ,  $y$  odciągnąwszy  $6y$  od  $20y$  ,  
także odciągnąwszy  $180.$  od  $138$  , bę-  
dzie ta ostatnia ekwacya :

$$14y = 42. \text{ Podzieliwszy , będzie :}$$

$$y = \frac{42.}{14.} = 3.$$

Więc ieden Kawy kamień był pła-  
cony po czerw: zł: 3.

Probę tej rezolucyi uczynić tak :

Kawy kamieni 3. à czerw: zł: 3. = 9.

Wina oxetow 4. à czerw: zł: 15. = 60.

---

Summa " " 69.

Ka-

Kawy kamieni 5. à czerw: zł: 3. = 15.

Wina oxetow 2. à czerw: zł: 15. = 30.

---

Summa. - - 45.

PROBLEMA VIII.

**O**Sob 100. z trojakięgo rodzaju złożonych, insze Męszczyzni, insze Niewiasty, insze Młodzieniaszkowie złożyło się na złotych 100. Każdy Męszczyzna dał złotych 5, każda Niewiasta złoty 1, każdy Młodzieniec groszy 5. Pytam się, wiele było Męszczyzn, wiele Niewiast, wiele Młodzieńców?

REZOLUCYA.

Niech będą Męszczyzni =  $x$ .

Niewiasty =  $y$ .

Młodzieniaszkowie =  $z$ .

Summa złożonych pieniędzy podług problemma jest 100. złotych, więc będzie:

$$x + y + z = 100.$$

Ponieważ zaś Młodzieniaszkowie złożyli się po 5 groszy; więc, aby cała summa była iednakowa, trzeba tę

F całą

całą ekwacją na grosze redukować, moltiplikując najprzód 5 złotych, które Męszczyźni dali przez 30 potym 1. złoty,  $y$  do  $z$ , przydać koefficyenta 5, także złotych 100.  $\times$  30. będzie:

$$150x + 30y + 5z = 3000.$$

Teraz starać się trzeba, aby ieden termin z niewiadomych *np*:  $y$  z pierwszej ekwacji był wyrzucony, a inny rowny iemu tylko wyraźniejszy był na mieyscu iego położony; czego przez subtrakcyą dokaże tak:

$$x + y + z - x - z = 100.$$

$-x - z$  to iest; zmazawszy, które się znoszą, będzie:  $y = 100 - x - z$ .

Ten tedy znaleziony walor zamiast  $y$ , położę w drugiej ekwacji; wprzod iednak wszystkie terminy tego waloru zmoltiplikowawszy przez 30. Będzie tedy:  $150x + 3000 - 30x - 30z + 5z = 3000$ . Teraz odciągnawszy, iak znaki, wyrażają,  $30x$  od  $150x$ , także:  $5z$  od  $30z$ , będzie ekwacja:

$$120x + 3000 - 25z = 3000.$$

Zmazawszy rowne ilkości siebie znoszące, będzie:  $120x - 25z = 0$ . Więc ztąd poznaię, że:  $120x = 25z$ .

Na-

Nakoniec tey ostatnięj ekwacyi obydwie części dzielę przez iednęż li-

czbę *np:*  $5. \frac{120 x.}{5} = \frac{25 z.}{5}$  to iest :

$24 x = 5 z.$  Znowu tey ekwacyi obydwie części dzielę przez 5, będzie :  $z$

$= \frac{24 x.}{5}$  Ale że 5 nie dzieli równie

24; przeto  $24 \times 5$ , produkt  $\frac{120}{5}$ , więc

będzie  $z = 24$ . Ztąd wnoszę, y pytanie rozwiązuję; między sto osobami Młodzieniaszkow było 24, expens ich groszy 120, to iest złotych 4, Męszczyzn było 5, expens ich złotych 25, Niewiast 71. expens ich złotych 71. Proba tego ta iest :

Liczba Osob.

Liczba pieniędzy.

24.

4.

5.

25.

71.

71.

Summa 100.

Summa 100.

Co było do czynienia.

F 2

PRO-

## PROBLEMA IX.

**X**iążę, albo Krol potrzebuie pewney summy pieniędzy, którą chce mieć z iednego Miasta; Rządzca tego Miasta wiedząc liczbę osob obligowanych do płacenia podatkow tak rzecz uważa; że, jeżeli każdy z tych, ktorzy powinni płacić podatek, da po 1. zł.; to do summy, ktorey potrzeba, jeszcze 10000. złotych niedostanie; jeżeli zaś każdy da po złotych 2; to summa, którą złożą, większa będzie 10000. złotych od tey, ktorey Krol potrzebuie. Pytam się więc rachmistrza.

1°. Wiele iest osob podatek płacących?

2°. Jakaby ta była summa?

## R E Z O L U C Y A.

Osoby płacące  $= x$ .

Summa  $= y$ .

Zważywszy dobrze danego problemma kondycyc, te dwie mam ekwacye:

$$x + 10000. = y.$$

$$2x - 10000. = y.$$

Już



Już zamiast iednego  $y$ , walor iego położywszy, będzie ta ekwacya :

$$2x - 10000. = x + 10000.$$

Z tey przeniosłszy, y addycyą tych 10000. uczyniwszy będzie :

$$2x - 20000. = x.$$

Znowu przeniosłszy 20000. będzie :

$$2x = x + 20000.$$

Nakoniec przez subtrakeyą tak :

$$2x - x = x - x + 20000. \text{ to iest :}$$

$x = 20000.$  albo liczbie osob pła-  
cących podatek. Więc  $y$ , czyli sum-  
ma będzie :  $20000 + 10000 = 30000.$   
Co było do czynienia.

P R O B L E M M A X.

Officyerowie Moskiewscy mając z War-  
szawy Wisłą płynąć do Gdańska,  
nająwszy sobie Szkutę, tak się z Szy-  
prem godzą : że każdy z nich da zło-  
tych 6, ieżeli ich tylko samych po-  
wiezie ; ieżeli zaś w drodze innych za-  
te same pieniądze przyimie ; to aby po-  
towa tych pieniędzy była dla Szypra,

druga zaś połowa dla nich, albo żeby z tey summy, którą płacić mają, była wytrącona. Tłafiło się, że tyle innych potym w drodze Szyper naprzyimował; iż z owych Officyerow każdy tylko złotych 5 miał płacić. Tych zaś osob nowo przyiętych było względem

$$\text{Officyerow } \frac{1}{4} x + 3.$$

Pytam się, wiele było Officyerow, ktorzy Szkutę namięli?

### R E Z O L U C Y A.

Podług kondycyi problemma liczba Officyerow taka była, że się na 4 rowne części podzielić mogła. Więc liczba Officyerow będzie  $= 4x$ .

Osoby ktore denowo przybyły  $= x + 3$ . Ponieważ każdy z Officyerow złotych 6 dać obiecał; więc nazwanie ich liczbę wyrażającą moltiplikuy przez 6, będzie summa pieniędzy, ktore Officyerowie dać mieli, jeżeliby nikt do nich nie przybył:  $= 24x$ .

Znowu ponieważ nowo przybywający także po złotych 6, płacić mieli; prze-

przeto też nazwanie ich moltiplikuy przez 6, y będzie summa  $= 6x + 18$ .

Nakoniec podług kondycyi problemma zapłata od nowo przybytych powinna być na dwie części podzielona; przeto nazwanie tej zapłaty rozdziel na dwoie, będzie  $= 3x + 9$ .

Także ponieważ podług kondycyi jedna połowa tej zapłaty miała być dla Szypra, a druga dla Officerow; więc trzeba tę połowę od summy pieniędzy, które Officerowie dać mieli, gdyby był nikt nie przybył, odciągnąć, będzie:  $24x - 3x + 9 = 21x - 9$ .

Gdy mam resztę summy pieniędzy danych, czyli które miały być dane Szyprowi, to jest:  $21x - 9$ ; to tę resztę podzielę przez liczbę Officerow, która była  $= 4x$ , y zrownam kwocjent z 5, złot: podług kondycyi pro-

blemma, będzie:  $\frac{21x - 9}{4x} = 5$ . A

że w tej ekwacyi  $4x$  nie dzieli równie tę ilkość:  $21x - 9$ ; przeto Algebray-skim sposobem zniosę frakcyą moltiplikując przez denominatora frakcyi,

czyli dzielnika , to iest przez 4 drugą  
ekwacyi część , to iest 5 , będzie :

$$20x = 21x - 9.$$

Nakoniec przełożywszy  $-9$  do  
drugiej porownania części , z przeci-  
wnym znakiem będzie :  $20x + 9 =$   
 $= 21x$ . Znowu przełożywszy podo-  
bnie 20 , będzie :  $9 = 21x - 20$  ,  
to iest :  $9 = x$ . Ponieważ zaś liczbę  
Officerow wyraża  $4x$  , 9. zaś tylko  
 $= x$  więc :  $9 \times 4$  , y będę miał :  $36 =$   
 $= 4x$  liczbie Officerow. Nowo przy-  
bytych osob było :  $\frac{1}{4} + 3$  , to iest :  
 $9 + 3 = 12$ . Co było do czynienia.

### PROBLEMA XI.

**W**Oysko z pewney żołnierzy liczby  
złożone stoczyło potyczkę z woy-  
skiem nieprzyjacielskim , y zwyciężone  
iest tak , że trzecia część zabita iest ,  
czwarta część w niewolę poszła , 1000.  
uciekło. Pytam się , wielu wszystkich  
żołnierzy w tym woysku było przed za-  
częciem bitwy ?



Początkowa, 85  
R E Z O L U C Y A.

To woysko =  $x$ .

Zabici =  $\frac{1}{3} x$ .

W niewolę wzięci  $\frac{1}{4} x$ .

Ztąd wynika to porównanie :

$$\frac{1}{3} x + \frac{1}{4} x + 1000 = x.$$

Frakcye do iednego mianownika redukuję, y w iednę zbieram sumę :

$$\frac{7x}{12} + 1000 = x. \text{ Przełożywszy}$$

frakcyą będzie :  $1000 = x - \frac{7x}{12}$  To

porównanie abym krociey wyraził, całkowite  $x$  redukuję na frakcyą tegoż mianownika, ktorego ma frakcya przy-

legła, będzie :  $\frac{12x}{12}$ , którą odciągnij

od  $\frac{7}{12}$ , będzie .

$1000 = \frac{5x}{12}$  Przełożywszy będzie :

F 5

5x

$$\frac{5x}{12} + 1000 = 0. \quad \text{Z tego osta-}$$

tniego porównania, abyś zniósł frakcyą, multiplykuy 1000. przez denominato-  
ra frakcyi to iest, przez 12, licznika zaś frakcyi położ za koefficyenta  $x$   
z iedney strony, z drugiey zaś produkt  
wspomniony, będzie :

$$5x = 12000. \quad \text{Podzieliwszy przez}$$

$$5. \quad \text{będzie: } x = \frac{12000}{5} \quad \text{to iest: } x =$$

$= 2400.$  Ta tedy iest liczba skła-  
dająca woysko przed zaczęciem bitwy :

$\frac{1}{3}$  części zginęła, to iest : 800,  $\frac{1}{4}$  w  
niewolę poszła, to iest : 600, uciekło  
1000, więc :  $800 + 600 + 1000 =$   
 $= 2400.$  Co było do czynienia.

### PROBLEMA XII.

**T**Rzech ubogich przypadkiem znay-  
dują złotych 120, które ubiega-  
jąc się, co który mógł zarwać, roze-  
brali. Po rozebranych pieniądzech wi-  
dzą suknię na przedasz, ktorey każdy  
z nich potrzebował; pierwszy tę suknię  
oba-

obaczywszy , rzekł : gdybym dwoma złotemi więcej miał z pieniędzy znalezionych ; tobym tę suknię zapłacił , drugi rzekł : mnie na ten koniec niedostaie złotych 4 , trzeci zaś powiedział , mnie niedostaie złotych 6. Pytam się 1°. Jaka tey sukni była cena ? 2°. Wiele każdy z tych ubogich wziął pieniędzy ?

## R E Z O L U C Y A.

Cena sukni  $= x$ .

Pieniądze pierwszego  $= x - 2$ .

Pieniądze drugiego  $= x - 4$ .

Pieniądze trzeciego  $= x - 6$ .

Ztąd wynika to porównanie :

$$3x - 12 = 120.$$

Przełożywszy z przeciwnym znakiem 12 , będzie :  $3x = 120 + 12$ . to jest :  $3x = 132$ . Podzieliwszy obydwie części porównania przez 3 , będzie :

$x = \frac{132}{3}$  , to jest :  $x = 44$

złotym. Więc cena sukni  $= 44$  złotym , pieniądze pierwszego  $= 2$  , więc  $= 42$  złotym , pieniądze drugiego  $= 4$  , więc

więc  $= 40$ . pieniądze trzeciego  $= 6$ ,  
 więc  $= 38$ . złotym. A że  $42 +$   
 $40 + 38 = 120$ . Więc dobra jest  
 rezolucya.

### PROBLEMA XIII.

**W**Oysko Cesarskie przeciwko Tur-  
 kom wyprowadzone składa się z  
 posiłkowych żołnierzy, z Węgrow, y  
 z Niemców. Niemców liczy się 40000.  
 Posiłkowych trzecia część względem  
 Niemców, y Węgrow, Węgrow po-  
 łowa względem Niemców, y posiłko-  
 wych. Pytam się, 1°. Wiele jest Wę-  
 grow? 2°. Wiele jest posiłkowych?  
 3°. Jaka liczba jest wszystkiego wojska?

### REZOLUCYA.

Niemców 40000  $= a$ .

Posiłkowych  $= x$ , to jest:

$$x = \frac{1a}{3} + \frac{1y}{3}. \quad \text{Węgrow} = y. \quad \text{to}$$

$$\text{jest: } y = \frac{1a}{2} + \frac{1x}{2}. \quad \text{Aby icdnę nie-}$$

wiedoma ilkość z porownania wyrzucić,  
 trze-



trzeba zamiast  $y$ , walog jego położyć,  
y redukawszy frakcyę do iednego

denominatora będzie:  $x = \frac{1 a.}{3} + \frac{1 a.}{6.}$

+  $\frac{1 x.}{6.}$  Potym frakcyę iednego rodza-

iu:  $\frac{1 a.}{3}$ , y  $\frac{1 a.}{6}$  w iednę zbierz sumę,

wprzod ie redukawszy do iednego de-  
nominatora będzie.

$x = \frac{9 a.}{18.}$ , albo  $\frac{1 a.}{2} + \frac{1 x.}{6.}$  Prze-

łosz  $\frac{1 x.}{6.}$  będzie:  $x = \frac{1 x.}{6.} = \frac{1 a.}{2.}$

Znieś frakcyą przez mulyplikacyą, bę-

dzie:  $6 x = x = \frac{1 a.}{2}$ . Znowu tę dru-

gą frakcyą znieś, y odciağniy —  $x$  od

6, będzie:  $5 x = 3 a$ , albo 40000,

mulyplikowanym przez 3. to iest,

$120000 = 5 x$ . Podzieliwszy przez 5,

będzie:  $x = \frac{120000.}{5.}$  to iest: 24000.

$x$  liczbie posiłkowych żołnierzy.

Więc ponieważ podług kondycyi pro-  
blem-

blemma  $y$ , iest  $\frac{1a}{2}$  to iest połowie

$$40000, \text{ to iest: } 20000 + \frac{1x}{2} =$$

$$= 12000, \text{ razem } y, \text{ albo liczba Wę-}$$

$$\text{grow w tym woysku iest } = 32000.$$

$$\text{Liczba zaś wszystkiego woyska iest } =$$

$$96000. \text{ Albowiem } 40000 + 24000$$

$$+ 32000 = 96000. \text{ C. B. D. C.}$$

#### PROBLEMA XIV.

Piotr mowi Pawłowi, ieżeli mi dasz z twego worka złotych 3, to będę miał tyle, ile się tobie zostanie w twoim worku: Paweł odpowiada Piotrowi; ieżeli ty mnie dasz złotych 5 z twego worka; to będę miał tyle dwoie, iak iest reszta twoja. Pytam się, wiele miał złotych Piotr, wiele Paweł?

#### REZOLUCYA.

Pieniądze Piotra  $= x$ .

Pawła  $= y$ .

Podług kondycyi problemma będą porownania te:

$$x +$$

$$x + 3 = y - 3.$$

$$y + 5 = 2x - 10.$$

Teraz w pierwszej ekwacji przenieś  $+ 3$  do drugiej części z przeciwnym znakiem, będziesz miał:  $x = y - 6$ . Podobnie w drugim porównaniu przenieś  $- 10$  z przeciwnym znakiem,  $y$  dodaj do  $+ 5$ , będzie miał:  $y + 15 = 2x$ . Podzielisz przez 2, będzie:  $x = \frac{y + 15}{2}$ .

Teraz na pierwszą część ekwacji zamiast ilkości  $x$ , weś walor tegoż  $x$ , który jest:  $y - 6$ , będzie:  $y - 6 = \frac{y + 15}{2}$ . Znieś teraz frakcyą,

pierwszą ekwacji część mnożąc przez mianownika 2, będzie:  $2y - 12 = y + 15$ . Przenieś  $- 12$  z przeciwnym znakiem do drugiej części, przysuś do 15, będzie:  $2y = y + 27$ . Jeszcze to iedne  $y$ , przenieś do pierwszej porównania części,  $y$  odciagnij od  $2y$ , będzie:  $y = 27$ . pieniądze Pawła. Gdy tedy podług kondycyi problemma Paweł równą pieniędzy summę miałby summie pieniędzy Piotra; gdyby złotych

tych 3 dał Piotrowi; idzie zatym, że summa pieniędzy Piotra jest złotych 21. Albowiem  $27 - 3 = 24$ , y  $24 - 3 = 21$ , pieniądzom Piotra, od których gdy odciagniesz złotych 5 dla Pawła, zostanie się Piotrowi złotych 16, u Pawła zaś będzie:  $27 + 5 = 32$  tyle dwoje, iak jest reszta Piotra, to jest 16. C. B. D. C.

### PROBLEMA XV.

Piotr z dalekiej drogi przyechawszy spytany od Pawła, wiele wszystkich mil tej drogi odbył? odpowiedział: trzecią część drogi iechałem na koniu, piątą część drogi szedłem piechotą, y to wszystko czyni mil 50; ty Pawle porachuy wiele wszystkich mil? resztę bowiem drogi na wozie iadąc odbyłem.

### REZOLUCYA.

Wszystkie mile  $= x$ ,

Droga konno  $= \frac{1.}{3.} x$ ,

Droga piechotą  $= \frac{1.}{5.} x$ .

Po-

Podług kondycyi problemma iest :

$$\frac{1x.}{3.} + \frac{1x}{5.} = 50 \text{ mil : iuż zebra-}$$

wszy frakcyę w iednę sumnę będzie :

$$\frac{8x.}{15.} + 50 = x. \text{ Przełożwszy } x$$

$$\text{będzie : } x + \frac{8x.}{15.} + 50 = 0. \text{ Więc}$$

$$\text{przydawszy } x, \text{ będzie : } \frac{8x.}{15.} = 50.$$

Terz znieś frakcyę, całą część porównania, to iest : 50, moltiplikując przez mianownika frakcyi, to iest przez 15, będzie :  $8x = 750$ . Podziel obydwie tey ekwacyi części przez 8, bę-

$$\text{dzie : } x = 93. + \frac{6.}{8}, \text{ albo } \frac{3.}{4.} \text{ Więc}$$

wszystkiey drogi było mil 93.  $\frac{3.}{4.}$  Tych

mil trzecia część, którą Piotr konną

odbył, iest 31. mil, y  $\frac{3.}{12.}$  to iest :

podzieliwszy 93 przez 3, y frakcyę  $\frac{3.}{4.}$

G także

także przez 3, wychodzi  $31 \frac{3}{12}$ . Zno-

wu piąta część drogi, którą Piotr pie-

chotą odbył, jest mil  $18 \frac{3}{5}$  y  $\frac{3}{20}$ .

Albowiem dzieląc całą drogę 93. przez

5., wychodzi kwocjent:  $18 \frac{3}{5}$  dzieląc

zaś frakcyą  $\frac{3}{4}$  przez 5, wychodzi  $\frac{3}{20}$ .

Teraz te trzy frakcye  $\frac{3}{12}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{3}{20}$ ,

wprzód zredukowawszy do iednego de-

nominatora w iedną zbierz sumę, bę-

dzie:  $\frac{1200}{1200}$ . Ale że w tej frakcyi li-

cznik, y mianownik są sobie równi,

więc ta frakcyja znaczy iedną rzecz ca-

łą, to jest: iedną milę. Już tedy mam:

$1 + 31 + 18 = 50$  milom. Więc

wszystkim kondycyom w problemacie

położonym zadosyc się stało. C. B.

D. C.

## P R O B L E M M A X V I .

U Mierając pewny Gospodarz , y zostawiając żonę w ciąży taki czyni testament , aby z całej masy substancyi 89100. złotych żona wzięła  $\frac{3}{5}$  , reszta dla przyszłego dziecięcia , jeżeliby córka się urodziła , jeżeliby się zaś syn urodził , aby żona tylko miała  $\frac{1}{3}$  całej masy , reszta aby się synowi dostała. Ta Niewiasta urodziła bliźnięta syna , y córkę. Pytam się , wiele każdemu podług testamentu należy ?

## R E Z O L U C Y A .

Porcja Matki =  $x$ .

Porcja Córki =  $y$ .

Porcja Syna =  $z$ .

Więc pierwsze porównanie będzie :

$$x + y + z = 89100.$$

Abyś z tego porównania uczynił inne równie , któreby toż samo wyrażało z iednym tylko niewiadomym ter-

G 2

mi-

minem; trzeba terminy  $y$ ,  $z$ , wyrzucić, kładąc na ich miejscu walory ich równe przez  $x$  oznaczone; czego, zważywszy kondycye problemma, tak dokazesz. Nayprzod podług testamentu, iczeliby się corka urodziła, Matka mieć powinna  $\frac{3.}{5.}$  massy substancyi, corka

zaś  $\frac{2.}{5.}$ , w rzeczy samey porcyą corki

będzie  $\frac{2.}{3}$  względem porcyi Matki,

więc:  $\frac{2.}{3} x = y$ , to iest, porcyi cor-

ki. Potym Matka względem syna mieć

powinna  $\frac{1.}{3}$  Syn zaś  $\frac{2.}{3}$ ; więc dwa ra-

zy wzięta Matki porcyą będzie równa porcyi syna, to iest:  $2x = z$ . Więc te walory zamiast dwoch niewiadomych

$y$ ,  $z$ , położywszy, będę miał:  $x + \frac{2.}{3}$

$x + 2x = 89100$ . Potym znieś frakcyą mulyplikuiąc przez denominatora każdy termin obydwóch części ekwacyi, bę-



będzie :

$$3x + 2x + 6x = 267300.$$

Zbierz koefficyentow w iedną sumę, będzie:  $11x = 267300$ . Więc  $x =$

$$= \frac{267300}{11}.$$

albo kwocyentowi , to

11.

iest : 24300 , więc  $x$  porcy Matki iest

$$= 24300. \text{ Ta summa dwa razy wzię-}$$

ta będzie porcy syna to iest :  $= 48600$ .

Znowu ponieważ corka mieć powinna

$\frac{2}{3}$  względem porcy Matki , będzie por-

3.

cya corki  $\frac{24300}{3} = 8100$ . Potym ten

kwocyent , który iedną tylko część trze-

cią porcy Matki wyraża , dwa razy

wziąwszy , czyli przez 2 multiplyko-

wawszy , będzie cała corki porcy  $=$

$= 16200$ . Nakoniec to wszystko w

iedną zebrawszy sumę , będzie :

Porcy Matki 24300.

Porcy Syna 48600.

Porcy Corki 16200.

---

Summa 89200.

C. B. D. C.

G 3

P R O-

## PROBLEMA XVII.

Piotr starszy od Pawła dwoma laty ,  
Jan ma lat 4 więcej nad summę  
lat Piotra , y Pawła ; tych trzech lata  
czynią 96. Pytam się , wiele z nich  
każdy lat miał ?

## R E Z O L U C Y A.

Lata Pawła  $\equiv x$ .

Piotra  $\equiv z$ .

Jana  $\equiv y$ .

Ztąd wynika pierwsze porównanie :

$$x + z + y = 96.$$

Ponieważ według kondycyi pro-  
blemma Paweł jest młodszy od Piotra  
dwoma laty , będzie :  $x + 2 = z$ .  
Znowu Jan przewyższa lata Piotra y  
Pawła 4 laty , będzie :

$$x + x + 2 + 4 = y.$$

Z tych równości inszę porównanie ,  
w którym ieden tylko niewiadomy bę-  
dzie termin , czynię :

$$x + x + 2 + x + x + 2 + 4 = 96.$$

co jest krociey :  $4x + 8 = 96.$

Już

Już przełożywszy 8 do drugiey części porównania z przeciwnym znakiem będzie:  $4x = 96 - 8$ , to jest:  $4x = 88$ . Podzieliwszy przez 4, będzie:

$$x = \frac{88}{4} = 22. \text{ Ztąd wnoszę, że Pa-}$$

weł miał lat 22, Piotr zaś dwoma laty od niego starszy miał:  $24 = z$ .

Nakoniec Jan nad summę lat Piotra y Pawła więcej 4, lat liczący ma:  $22$

$+ 24 + 4 = 50 = y$ . Te wszy-

stkie lata:  $22 + 24 + 50 = 96$ .

C. B. D. C.

### PROBLEMA XVIII.

**P**Ewny Pan proszącym Studentom o iaśmużnę chciał dać każdemu po 5 czerwonych złotych; ale zmiarkowawszy, że mu na ten podział iednego czerwonego złotego niedostaie, dał każdemu po 4 czerwone złote, y zostało mu się reszty czerwonych złotych 6. Pytam się 1°. wiele było Studentow? 2°. wiele ten Pan miał czerwonych złotych?

## REZOLUCYA.

Liczba Studentow  $= x$ .

Liczba czerwonych złotych, które ten Pan miał  $= z$ .

Ponieważ w tym przykładzie nie masz żadney wiadomey liczby, z którąby niewiadome zrownać można; przeto między samemi niewiadomemi szukać trzeba równości. Gdy zaś podług kondycyi problemma pewna jest, że gdyby ten Pan dał był każdemu Studentowi po 5, czerwonych złotych, toby mu iednego czerwonego złotego nie dostało; więc liczbę Studentow  $= x$  zmnożywszy przez 5, y przydawszy produktowi  $- 1$ , będzie liczba czerwonych złotych  $z = 5x - 1$ . Znowu ponieważ temu Panu, dawszy po 4 czerwone złote każdemu Studentowi, zostało się czerwonych złotych 6, więc zmnożywszy  $x$  przez 4, y przydawszy 6 czerwonych złotych, będzie:  $4x + 6 = z$ . Gdy tedy  $5x - 1 = z$ , także:  $4x + 6 = z$  tey iedney trzeci ilkości inne dwie są równe; więc między sobą są równe:  $4x + 6 = 5x - 1$ . Przeniosł-

niosłszy do pierwszej części porównania ze znakiem przeciwnym — 1, y przydawszy do 6, będzie:

$$4x + 7 = 5x.$$

Znowu z pierwszej części porównania ze znakiem przeciwnym przeniosłszy do drugiej części  $4x$ , odciągnąwszy go od  $5x$ , będzie:  $7 = 5x - 4x$ , to jest:  $7 = x$ . Więc liczba Studentow  $x$  nazwana była 7. Gdy zaś w pierwszej ekwacyi było  $4x + 6 = z$  liczbie czerwonych złotych; więc ten Pan miał czerwonych złotych 34. C. B. D. C.

P R O B L E M M A X I X.

Wiem, że pewny plac, albo pole cztery kąty, y cztery boki równoległe mające (parallelogramum) zawiera w sobie kwadratowych sążni 90; także wiem, że długość tego placu jest dwa razy większa od szerokości, y nadto ieszcze trzema sążniami większa. Pytam się, iaka jest w szczególności tego placu długość, y iaka szerokość?

Szerokość niech będzie  $= x$ ,  
 Długość dwa razy od szerokość  
 większa, y ieszcze 3. sążniami  $= 2x$   
 $+ 3$ .

Wiadoma iest Geometrom podobne place mierzącym ta reguła: że każdy plac proste, y prostoległe boki mający (area rectilinea parallelogramma) składa się z produktu, który moltiplicując długość tego placu przez szerokość iego wynika. Ten zaś plac podobny problemma zawiera w sobie kwadratowych sążni 90, z tey tedy wiadomości będzie porównanie:  $2xx + 3 = 90$ . Obydwe tego porównania podziel części przez 2, będzie:  $xx + \frac{3}{2}$ .

$= 45$ . Przenieś  $\frac{3}{2}$  do drugiey części porównania ze znakiem przeciwnym,

będzie:  $xx = 45 - \frac{3}{2}$ . Ponieważ

zaś w tym porównaniu  $xx$  wyraża liczbę kwadratową; przeto te rzecz Algebrysta pospolicie redukuje do tey kwadra-

dratowej formuły, która jest:  $xx = bb - ax$ , z której wynika ściana (radicalis) formuła, której znak ten  $\sqrt{\quad}$  znaczy iedno, co słowo ściana (radix;) jest zaś ta formuła następująca:

$$x = \frac{1}{2} a + \sqrt{\frac{1}{4} aa + bb}$$

Wymawia się ta formuła tak:  $x$  równe mniej iedney z dwóch części ilkości  $a$ , więcej ściane (radici) iedney ze czterech części ilkości  $aa$ , więcej  $bb$ . Podług tey formuły będzie:  $x =$

$$\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{9}}{16} + 45$$

w krotszych ter-

$$\text{minach: } x = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{9}}{16} + 45$$

Aby znieść frakcyą multiplykuy 45 przez denominatora 16, będzie produkt 720, temu przyday frakcyi licznika 9, będzie: 729, która liczba jest kwadrat, ściana iey (radix) jest 27. Więc będzie miał  $\frac{27}{4}$ , ztąd odciągnij  $\frac{3}{4}$ , będzie:

$$\frac{24}{4}$$

Więc porownanie ostatnie

takie

takie będzie :  $x = \frac{24.}{4.} = 6.$  Ztąd

wnoszę , iż szerokość tego placu iest sążni 6 , długość zaś dwa razy większa , y ieszcze 3. sążniami , iest  $= 12 + 3 = 15$  sążniom. Proba tego iest ta ; mulyplikuy 15 , przez 6 , wyidzie : 90. C. B. D. C.

### PROBLEMA XX.

**W**idzi kto z okna stancyi swoiey wierzchołek wieży , y tę część wieży pokazującą się nad inne budynki mierzy , y znajduie , iż iest wysoko na 24 sążni ; także wie od kogo , albo z Architektoniki ; że owa część wieży , którą w koło leżące budynki za-

krywaią , iest  $\frac{1.}{3} + \frac{2.}{5}$  całej wysokości wieży. Chce wiedzieć iaka iest cała tey wieży wysokość ?

### REZOLUCYA.

Cała tey wieży wysokość  $= x.$   
Podług kondycyi problemma będzie :

$$x = \frac{1.}{3} x + \frac{2.}{5} x + 24.$$

Już



Już frakcyę do iednego denominato-  
ra zredukowawszy, będzie:

$$x = \frac{11x}{15} + 24.$$

Abyś frakcyą zniósł, multiplykuy  
24. przez mianownika 15; także przez te-  
goż multiplykuy  $x$  położone w pierwszej  
porównania części, będzie:  $15x = 11x$   
 $+ 360.$

Przenies iuż z drugiej porównania  
części  $11x$  ze znakiem przeciwnym  
do pierwszej porównania części, y u-  
czyń subtrakcyą, będzie:

$$15x - 11x = 360. \text{ to iest:}$$

$$4x = 360, \text{ więc:}$$

$$360.$$

$$x = \frac{360}{4} = 90.$$

Gdy bowiem podzielisz 360. przez  
4, będzie kwocjent  $90. = x$  całej tey  
wieży wysokości; tey zaś liczby 90  
iedna ze trzech iest  $= 30$ , à iedna z  
pięciu  $= 18$ , więc dwie z pięciu ro-  
wne  $= 36.$ , ktore części do 24. są-  
żni przydawszy, będzie summa całej  
tey wieży wysokości sążni 90, bo:  $30$   
 $+ 36 + 24 = 90.$  C. B. D. C.

P R O-

## PROBLEMA XXI.

**K**upiec Winem handlujący ma iedne Wino przednie, ktorego garniec przedaie po złotych 16, drugie podlejsze, ktorego garniec po złotych 10. ; chce te dwa Wina mieszać, y garniec mieszanego przedać po złotych 12. Pytam się, iak wiele przedniego, y iak wiele podlejszego ma brać do zmieszania, aby garniec wart był zł: 12?

## R E Z O L U C Y A.

Cena Wina przedniego zł: 16  $\equiv a.$

Podlejszego zł: 10  $\equiv b.$

Zmieszanego zł: 12  $\equiv c.$

Iłkość iednego garca  $\equiv 1.$

Wielość podlejsz: do zmieszania  $\equiv x.$

Cena iego będzie  $\equiv b \times x \equiv b x.$

Wielość przedn: do zmieszania  $\equiv 1. - x.$

Cena iego  $\equiv a \times 1 - x \equiv a - a x.$

Podług kondycyi problemma będzie :

$a - a x + b x \equiv c.$  Przydaię :

$+ a x \quad + a x.$  będzie :

$a + b x \equiv c + a x.$  Odciągam :

$- b x \quad - b x.$  będzie :

$a \equiv c + a x - b x.$  Odciągam :

$- c \quad - c$  będzie :

$a - c \equiv a x - b x.$  Na-

Nakoniec obydwie porównania części podzielę przez  $a - b$ , będzie:

$$\frac{a - c.}{a - b.} = x. \text{ to jest:}$$

$$x = \frac{16 - 12.}{16 - 10.} = \frac{4.}{6.} = \frac{2.}{3.}$$

Więc ze trzech równych iednego garca części wziąć trzeba dwie części wina podlejszego, iedną zaś część przedniego, np: podzieliwszy garniec na 12. szklanek równych, wziąć do zmieszania wina podlejszego 8. szklanek, przedniego zaś 4. szklanek: tak zmieszanego wina garniec będzie wart złotych 12. *Proba.* Albowiem cena podlejszego wina z przednim zmieszanego była

$$= b x; \text{ to jest: } 10 \times \frac{2.}{3.} = \frac{20.}{3.} \text{ po-}$$

$$\text{dzieliwszy } = 6. \frac{2.}{3.}$$

Cena zaś przedniego z podlejszym zmieszanego była  $= a - a x$ , to jest:

$$16 - 16 \times \frac{2.}{3.} = \frac{48.}{3.} - \frac{32.}{3.} = \frac{16.}{3.},$$

po-

podzieliwszy,  $= 5 \cdot \frac{1}{3}$ . Więc cena iednego garca Wina zmieszanego iest :  
 $= 6 \frac{2}{3} + 5 \cdot \frac{1}{3} = 12$ . C. B. D. C.

## PROBLEMA XXII.

**Z**łotnik chce zrobić 12 kubkow srebrnych tak, aby przedaiąc one na wagę, za funt sprawiedliwie mogł brać złotych 24. Tenże Złotnik ma 4. sztuki srebra różnego gatunku, z iedney sztuki funt wart złotych 18, z drugiej funt wart złotych 21, z trzeciej złotych 26, z czwartej złotych 29. Te kubki tak chce zrobić, aby miesziąc te sztuki srebra różnego waloru, funt w kubkach wart był tylko złotych 24; każdy zaś kubek aby nie więcej ważył tylko 8 funtow, Pytam się, wiele funtow brać trzeba z każdej sztuki srebra, aby miesziąc nie poniosł szkody?

## R E Z O L U C Y A.

Cena srednia złotych 24  $= a$ .  
 Pierwszego gatunku srebra 18.  $= b$ .  
 Dru-

Drugiego gatunku złotych 21.  $\equiv c$ .

Trzeciego złotych 26.  $\equiv d$ .

Czwartego złotych 29.  $\equiv e$ .

Nayprzod tedy te ceny po dwie biorąc stosować trzeba do ceny średnicy ; to jest : biorę cenę  $b$ , y cenę  $e$ , y przyrównywam ie do ceny  $a$ , z których że cena  $e$ , jest większa, cena zaś  $b$  mniejsza od  $a$ , będą ekwacye :

$$b = a - 6.$$

$$e = a + 5.$$

Teraz mnożąc pierwszą ekwacyą przez dyfferencyą drugiey, drugą zaś ekwacyą przez dyfferencyą pierwszey, będą ekwacye :

$$5b = 5a - 30.$$

$$6e = 6a + 30.$$

Te dwie ekwacye w iednę sumę zebrawszy, będzie :  $6e + 5b = 11a$ . Znowu drugie dwie ceny  $c$ , y  $d$ , do  $a$  przyrównawszy, będą :

$$c = a - 3.$$

$$d = a + 2.$$

Te przez ich dyfferencye wzajemnie zmnożawszy, y w iednę sumę zebrawszy, będą :

H

$$2c = 2a - 6.$$

$$3d = 3a + 6.$$

---


$$2c + 3d = 5a.$$

Nakoniec tę summę do pierwszey wyżey znalezionej przyday, będzie :

$$6e + 5b + 2c + 3d = 16a.$$

Gdyby tedy Złotnik chciał robić kubki wążące funtow 16; toby brać powinien funtow 6 ze srebra wyrażonego przez literę *e*, funtow 5 z *b*, funtow 2, ze *c*, trzy z *d*. Ale że podług problemma Złotnik chce, aby każdy kubek ważył tylko 8. funtow, z ostatniey zaś ekwacyi pokazuje się, że 8 *a*, czyli 8. funtow iest szredniey ceny połową 16.; więc też trzeba brać połowę innych cen srebra, to iest: ze srebra *e*, funtow 3. ze srebra *b*. funtow 2.  $\frac{1}{2}$ , ze srebra *c* funt 1, ze srebra *d*, funt 1.  $\frac{1}{2}$ . Co wszystko uczyni funtow 8. C. B. D. C.

## PROBLEMA XXIII.

PAN pewny chce mieć na Folwarku swoim studnię na 36. sążni głęboką iak nayprędzey, y na to sprowadza rzemieślnikow, obligując, aby iak nayprędzey tey studni dobyli, z ktorych ieden powiada, że nie może prędzey tey studni skończyć iak w 6. Miesiącach, drugi w 9. Miesiącach, trzeci w 12. Miesiącach tę studnię skończyć przyrzeka. Pan tych trzech rzemieślnikow z ich czeladzią godzi, obligując, aby razem w iednymże czasie około tey studni robili. Pytam się, w iak. prędkim czasie tym sposobem tę studnię zakończą.

## R E Z O L U C Y A.

Uważam, że pierwszy rzemieślnik robiąc sam, w iednym Miesiącu wykopasby szostą część tey studni, drugi w iednym Miesiącu dziewiątą część; trzeci nakoniec w iednym Miesiącu tylkoby dwunastey części tey studni do-

był. Mam tedy: te frakcye:  $\frac{6.}{36.}$ ,  $\frac{4.}{36.}$ ,

$$\frac{3.}{36.}$$

H 2

Czas

Czas ten, w którym wszyscy trzech razem robiąc z czeladzią swoją, tę studnię zakończą, nazywam  $= x$ .

Nayprzod tych frakcyi:

$$\frac{6.}{36.}, \frac{4.}{36.}, \frac{3.}{36.}, \text{czynię addycyą,}$$

$$\text{y mam: } \frac{13.}{36.}$$

Więc pierwsze porównanie będzie:

$$\frac{13.}{36.} + 1 = x.$$

Przeniosłszy  $x$ , do pierwszej części porównania, będzie:

$$\frac{13.}{36.} + 1. + x = 0.$$

Teraz redukując  $x$ , na frakcyą, y przeniosłszy  $+ 1$ , do drugiej części porównania, będzie:

$$\frac{13x.}{36.} = 1.$$

Potym znosząc frakcyą, multiplikuję termin drugiej części porównania,



nia, to jest, 1, przez denominatora 36, y będzie ta *ekwacya*:

$$13x = 36.$$

Nakoniec obydwia terminy tej *ekwacyi* dzieląc przez 13, będzie ostatnia problemna danę rezolvująca ta *ekwacya*:

$$\frac{13x}{13} = \frac{36}{13} \text{ to jest:}$$

$$x = 2. + \frac{10}{13}.$$

Już tedy mam 2. Miesiące, y zostaie mi się 10 Miesiący ze 13. Te 10. Miesiący zredukowawszy na dni, rachując w każdym Miesiącu równo dni 30, będę miał w 10 Miesiącach dni: 300, które podzieliwszy przez 13, będzie:  $\frac{300}{13} = 23. + \frac{1}{13}$ . Tę fra-

kcyą  $\frac{1}{13}$  znaczącą mi dzień ieden zre-

dukowawszy przez moltiplicacyą na godziny, rachując w dniu iednym godzin 24. podług Astronomow, y produkt podzieliwszy przez 13. będzie:

$$H 3 \quad 1. x$$

$$1. \times 24 = 24.$$

Podzieliwszy produkt przez 13,

$$\text{będzie: } \frac{24.}{13.} = 1. + \frac{11.}{13.}$$

Tę frakcyą:  $\frac{11.}{13.}$  znaczącą godzi-  
ny zredukowawszy na minuty pierwsze,  
y podzieliwszy przez 13. iak wyżej bę-  
dzie:

$$\frac{660.}{13.} = 5. + \frac{1.}{13.}$$

Tę frakcyą:  $\frac{1.}{13.}$  znaczącą iedną  
minutę pierwszą, zredukowawszy na  
drugie minuty, y podzieliwszy iak wy-  
żey, będzie:

$$\frac{60.}{13.} = 4. + \frac{8}{13.}$$

Już tedy wiem, że ci trzech rze-  
mieślnicy razem robiąc, studnią na 36.  
sążni głęboką skończą w Miesiącach 2,  
w dniach 23, w godzinie 1, w minu-  
tach

60  
 rach pierwszych 5. w drugich minut: 4.  
 &c.

Tey Algebrayskiey rezulucyi próbę uczynić można przez Arytmetyczną regułę nazwaną *regula Trium*. C. B. D. C.

## PROBLEMA XXIV.

Piotr, Paweł, y Jan chcą ieden dworek w Warszawie kupić zgodzony za sumnę 26000. złotych Polskich, y taki między sobą czynią układ, y umowę: że Piotr da połowę pieniędzy, Paweł trzecią część tey summy, Jan czwartą część. Pytam się, iak wielką sumnę złotych Polskich każdy z osobna dać powinien, aby te ich trzy summy razem wzięte sumnę 26000. złotych Polskich wynosiły?

## R E Z O L U C Y A.

Nayprzod sumnę złotych Polskich 26000. nazywam  $= a$ .

Sumnę Piotra  $= \frac{1x}{2}$ .

H 4

Pa-

$$\text{Pawła} = \frac{1x.}{3.}$$

$$\text{Jana} = \frac{1x.}{4.}$$

Zredukowawszy te frakcye do jednego mianownika, będzie.

$$\frac{12x.}{24.} + \frac{8x.}{24.} + \frac{6x.}{24.} = a.$$

Tych frakcyi w pierwszej części porównania będących addycyą uczyniwszy, będzie ekwacya:

$$\frac{26x.}{24.} = a.$$

Frakcyą zniosłszy moltiplikując  $a$ , przez 24. mianownika frakcyi, będzie ta ekwacya:

$$26x. = 24a.$$

To iest, moltiplikując:  $26000. \times 24.$  będzie miał to porównanie:

$$26x. = 624000.$$

Podzieliwszy obydwie części tego porównania przez 26, będzie:

$$\frac{26 \text{ x. } 614000.}{26.} = \frac{\quad}{26.} \quad \text{To iest:}$$

$$\text{x.} = 24000.$$

Więc obydwie części porównania tego dzieląc przez 2. będzie :

$$\frac{1 \text{ x.}}{2.} = 12000.$$

Ta iest summa Piotra , którą na kupienie dworka dać powinien. Dzieląc zaś obydwie części tegoż porównania przez 3. będzie.

$$\frac{1 \text{ x.}}{3.} = 8000.$$

Ta iest trzecia część summy należący za dworek , którą da Paweł. Nakoniec obydwie części tegoż , co wyżej , porównania podzieliwszy przez 4. będzie :

$$\frac{1 \text{ x.}}{4.} = 6000.$$

Ta iest czwarta część summy 26000. złotych Polskich , którą Jan dać powinien. Więc kwestya , czyli problemma iest solwowane ; albowiem :

H 5

12000.

$$12000. + 8000. + 6000. = 26000.$$

Co było do czynienia.

### PROBLEMM A XXV.

**P**ewny Pan zgodził się z Cieslą, aby mu 20. sztuk drzewa na budynek oprawił, a po skończoney tey robocie obiecał mu 30. złotych Polskich zapłacić. Tym czasem Ciesła, oprawiwszy 12. sztuk drzewa, zachorował, y umarł. Pytam się, wiele z obiecanej summy złotych Polskich 30. za całą robotę skończoną Sukcesorem tego Ciesli zapłacić ten Pan powinien?

### R E Z O L U C Y A.

Sztuk 20. drzewa, ktore ten Ciesła miał oprawić, niech będą:  $= a$ .

Summa pieniędzy obiecanych od Pana za całą skończoną robotę:  $= b$ .

Sztuk 12. drzewa oprawnego  $= c$ .

Summa pieniędzy należących za oprawę sztuk 12. drzewa, iako niewiadoma niech będzie:  $= x$ .

Zważywszy pilnie to problemma, poznasz, że tu zachodzi Geometryczna pro-

proporcya , y przypomniawszy sobie regułę generalną o terminach proporcjonalnych , że produkt terminow srzednich proporcjonalnych iest rowny produktowi terminow ostatnich , na fundamencie tey reguły taką pierwszą uczyni ekwacyą :

$$a \times x = b \times c. \text{ To iest :}$$

$$ax = bc.$$

Abyś ilkość  $x$  niewiadomą uczynił wiadomą , y oswobodził ją od  $a$  , obydwie drugiey ekwacyi części podziel przez  $a$  , będziez miał to porownanie :

$$\frac{ax.}{a.} = \frac{bc.}{a.} \text{ To iest :}$$

$$x = \frac{bc.}{a.} = \frac{30. \times 12.}{20.}$$

Ponieważ zaś te trzy ilkości  $a$  ,  $b$  ,  $c$  , są mi wiadome ; więc nayprzod multiplikuję 30, przez 12 , y mam produkt : 360 , ktory podzieliwszy przez 20 , mam kwocjent : 18. Więc :  $x = 18$ . Więc sukcesorom Cieśli za sztuk 12 drzewa przez niego oprawnego Pan zapłacić powinien złotych Polskich 18. C. B. D. C.

## PROBLEMM A XXVI.

**J**AN kupił sobie sukna łokci 6, szerokiego na trzy ćwierci, y miał z niego parę sukien. Potym chce kupić materyiki szerokiey na dwie ćwierci, y chce mieć z niey także parę sukien. Pyta się rachmistrza, wiele łokci tey materyiki na parę sukien dla siebie ma wziąć?

## R E Z O L U C Y A.

Łokci 6. tego sukna na trzy ćwierci szerokiego nazywam :

$$\frac{3.}{4.} + 6.$$

Łokcie materyiki na 2 ćwierci szerokiey są:  $= \frac{2.}{4.} + x.$

Aby uczynić można ekwacyą, uważ, że gdybym tey materyiki także 6. łokci kupił; to dla nierowney sukna, y materyiki szerokości nie dostałoby mi na parę sukien 6. ćwierci. Więc będę miał pierwsze porównanie:

$$\frac{3.}{4.} + a = \frac{2.}{4.} + x + \frac{6.}{4.}$$

Te-



Teraz łokcie redukuje na ćwierci, będzie:  $27. = 4x + 2. + 6.$   
 Albo krociey:  $27. = 4x. + 8.$  Potym od obydwóch części porownania odciągamy 8, będzie:

$$27. - 8 = 4x + 8. - 8.$$

Zmazawszy terminy siebie znoszące będzie:  $27. - 8. = 4x.$

To iest:  $19. = 4x.$

Trzebaby teraz podzielić obydwatey ekwacyi terminy tak, aby reszty nie było; ale że liczba 19. tak być podzieloną nie może, tylko przez 1; więc 1 od obydwóch ekwacyi części odciągamy, będzie:

$$19. - 1 = 4x - 1.$$

To iest:  $18. = 3x.$

Nakoniec podzieliwszy całe to porownanie przez 2, będzie:

$$\frac{18}{2} = \frac{3x}{2}. \quad \text{To iest:}$$

$$x = 9.$$

Więc Jan tey materyiki na parę sukien ma kupić łocki 9. C. B. D. C.

P R O-

## PROBLEMA XXVII.

Do pewnego gracza trzymającego bank zawierający w sobie summę czerwonych złotych 100. ; przyszło trzech graczy chcących razem na jedną kartę grać o cały jego bank. Ten wątpiąc, aby mieli tyle pieniędzy, ile bank jego w sobie zawiera, pyta się ich, wiele macie pieniędzy? odpowiadają mu w ten sposób. Pierwszy Piotr powiada: że mam tyle, ile Paweł, y nad to więcej czerwonych złotych 8. Jan zaś rzekł: mam tyle, ile tych dwóch Piotr, y Paweł, y nad to więcej czerwonych złotych 4. y te trzy summy nasze razem wzięte równe są summie banku twoiego. Gracz trzymający bank chcąc się w tym upewnić, prosi Arytmetyka blisko stojącego, aby wyraźnie powiedział, wiele każdy z tych trzech ma pieniędzy, y czyli summy ich pieniędzy razem wzięte wynoszą czerwonych złotych 100?

## R E Z O L U C Y A.

$$\text{Paweł} = x.$$

$$\text{Piotr} = y.$$

$$\text{Jan} = z.$$

Fundamentalna ekwacya będzie:

$$x. + y. + z = 100.$$

Teraz danego problemma kondycye dobrze zważywszy, takie uczynię porównania. Ponieważ Piotr ma 8. czerwonych złotych więcej od Pawła; więc będzie ta ekwacya:

$$x. + 8. = y.$$

Znowu ponieważ Jan ma czerwonych złotych 4. więcej od Piotra, y Pawła summ razem wziętych; więc będzie miał to porównanie:

$$x. + x. + 8. + 4. = z.$$

Z tych nowe porównanie następujące wynika:

$$x. + x. + 8 + x + x + 8 + 4 = 100.$$

Co się krocicy tak wyraża:

$$4x + 20. = 100.$$

Przeniosłszy termin 20. z pierwszey porównania części do drugiey ze znakiem przeciwnym, ostatnie rezolwujące problemma porównanie takie wypadnie:

$$4x$$

$$4x = 100 - 20. \text{ To jest:}$$

$$4x = 80.$$

Więc podzieliwszy obydwie porównania części przez 4, będzie:

$$\frac{4x}{4} = \frac{80}{4}. \text{ To test:}$$

$$x = 20.$$

Ztąd się pokazuje, że, jeżeli Paweł, na miejscu którego  $x$ . kładłem, miał czerwonych złotych 20.; to Piotr, którego w rezolucyi nazywałem:  $y$ , powinien podług kondycyi problemma mieć czerwonych złotych  $20 + 8$ . to jest: 28.

Jan zaś, czyli  $z$ , o którym problemma mowi, że miał tyle, ile razem wzięte summy Piotra, y Pawła czynią, y ieszcze więcej czerwonych złotych 4., będzie miał wszystkich czerwonych złotych  $20 + 28 + 4 = 52$ . Te zaś trzy summy Piotra, Pawła, y Jana razem wzięte, to jest:

$$20 + 28 + 52 = 100.$$

Już tedy wszystkim danego problemma kondycjom stało się zadosyć.  
C. E. D. C.

PRO-

PROBLEMA XXVIII.

**P**Ewny udzielny Xiążę chce tyle mieć woyska , aby połowa tego woyska w polu obozem stała , aby osma część w tym była mieście , w którym sam rezyduie , aby dwunasta część granic z iedney strony , a dwudziesta część z drugiej strony pilnowała , aby trzydziesta część około furazow miała staranie , nakoniec , aby pięć tysięcy było po fortecach. Pyta się Arytmetyka , aby mu wyrachował , wiele tysięcy woyska na to wszystko mieć potrzeba ?

R E Z O L U C Y A.

Liczba wszystkiego woyska =  $x$ .

Więc podług kondycyi problemma fundamentalne będzie to porownanie :

$$\frac{1x.}{2.} + \frac{1x.}{8.} + \frac{1x.}{12.} + \frac{1x.}{20.} + \frac{1x.}{30.} + 5000. = x.$$

Te frakcye zredukowawszy do iednego mianownika , w iedną zbierz sumę , y w najmniejszych wyraż terminach ;

nach; będzie miał to nowe porównanie:

$$\frac{19x.}{24.} + 5000 = x.$$

Tę frakcyą przeniosłszy z znakiem przeciwnym do drugicy części porównania; ta będzie ekwacya:

$$5000. = x. - \frac{19x.}{24.}$$

Teraz zaś całkowitą ilość  $x$ , na frakcyą mającą jednego denominatora z daną frakcyą, to jest, 24, obrociwszy; znowu ta nowa wyniknie ekwacya:

$$5000. = \frac{24x.}{24.} - \frac{19x.}{24.}$$

W rzeczy samey tak, iak znaki pokazują, mniejszą frakcyą od większey odciągawszy, będzie:

$$5000. = \frac{5x.}{24.}$$

Nakonić zniosłszy frakcyą, czego dokazesz, gdy przez denominatora 24, zmultiplikujesz całkowitą liczbę pier-

pierwszy części porównania , to jest :  
 $5000. \times 24$  , licznik zaś iako koefficy-  
 ent niech zostanie przy niewiadomey  
 ilkości  $x$  , to ostatnia rezolvująca pro-  
 blemma ta wypadnie ekwacya :

$$120000. = 5 x.$$

Podzieliwszy obydwie części tey e-  
 kwacyi przez 5 , będzie :

$$\frac{5 x.}{5.} = \frac{120000.}{5.} \quad \text{To jest:}$$

$$x. = 24000.$$

Więc mówię , że wszystkiego woy-  
 ska , ktore nazwałem  $x$  , powinno być :

$$24000 , \text{ tegoż woyfka jest: } \frac{1.}{2.} = 12000.$$

$$\frac{1.}{8.} = 3000. \quad \frac{1.}{12.} = 2000. \quad \frac{1.}{20.} = 1200.$$

$$\frac{1.}{30.} = 800. \quad \text{Albowiem te wszystkie}$$

części w iedną zebrawszy summę , y  
 przydawszy 5000. będzie :

$$12000. + 3000. + 2000. + 1200.  
 + 800. + 5000. = 24000.$$

Więc podług żądania, y dyspozycyi  
 Xiążęcia liczba woyska iest znaleziona.  
 C. B. D. C.

Wiedzieć potrzeba, że to samo  
 problemma, (co y o innych wyżej po-  
 łożonych problemmatach rozumieć) mo-  
 żna inszym sposobem tak wyrazić, *np.*  
 chce kto tyle korcy żyta skupić, aby  
 połowę tego żyta posłał do Gdańska,  
 osmą część chce obrocic na palenie go-  
 rzałki, dwunastą część rozdać na lu-  
 dzie, aby mu z nowego oddali, dwu-  
 dziesiątą część schować na wyżywienie  
 siebie z czeladzią, trzydziestą część mieć  
 na furazę dla żołnierzy, naostatek pięć  
 tysięcy wysiać na zimę w dobrach swo-  
 ich. Podobnież możnaby mówić o sku-  
 pieniu Wołow, Koni, Wina, lub in-  
 ney iakiey rzeczy, albo towaru, y taż  
 sama byłaby operacya, y rezolucya.

Także wiedzieć potrzeba, że gdy-  
 by kto chciał mieć większą liczbę woy-  
 ska, korcy zboża, wołow &c. od li-  
 czby wyrażoney w problemmacie; to  
 liczbę ostatnią w problemma położoną,  
 to iest: 5000. ma powiększyć podług  
 upodobania swego: przeciwnie chcąc  
 mniejszą mieć liczbę woyska, korcy  
 zboża



zboża &c ; to tę samę liczbę 5000. zmniejszyć powinien.

P R O B L E M M A X X I X .

**T**Rzech chłopow Filip , Jakub , y Stefan iednę pole trzymają , z ktorego Panu swemu co rok płacą czynszu złotych Polskich : 67. Ale że Jakub trzy razy więcey tego pola trzyma , y zażywa , niżeli Filip , Stefan zaś tyle , ile ci dwoch , to iest , Filip , y Jakub , mniey tylko 5. sążniami ; więc proszą rachmistrza , aby wyrachował , wiele złotych każdy z nich podług proporcyi zażywania tego pola na czynsz składać powinien ?

R E Z O L U C Y A .

Złote , ktore dawać Filip na czynsz powinien : =  $x$ .

Ktore Jakub : =  $y$ .

Ktore Stefan : =  $z$ .

Ztąd fundamentalne porownanie wynika następujące :

$$x + y + z = 67.$$

Teraz starać się trzeba, aby, wynalazszy równe walory tym dwom niewiadomym ilkościom:  $y$ ,  $z$ , one na miejscu ich położyć,  $y$  żeby mieć porównanie pierwszemu równę tak wyrażone, aby się same tylko  $x$ , w iedney porównania części znajdowało. Tęgo dokazesz, gdy podług kondycji problemma inne ilkości porówniasz z ilkością  $x$ , tak  $np$ :

$$y = 3x, z = x + 3x. — 5.$$

Ztąd wypada to porównanie:

$$x. + x + 3x + 3x — 5. = 67.$$

Krocicy, uczyniwszy addycyą, tak wyrazisz:

$$8x — 5. = 67.$$

Przeniosłszy z przeciwnym znakiem — 5. będzie:

$$8x = 67 + 5.$$

Podzieliwszy przez 8. obydwie części porównania, będzie:

$$\frac{8x.}{8.} = \frac{72.}{8.} \quad \text{To iest:}$$

$$x. = 9.$$

Ponie-

Ponieważ tedy  $x$ , albo złote, które Filip na czynsz dać powinien, są  $= 9$ ; więc Jakub, który trzy razy więcej pola zażywa od Filipa; dać trzy razy więcej złotych jest obligowany, to jest:  $27$ ; znowu ponieważ Stefan tyle pola trzyma, ile Filip, y Jakub, mniej tylko 5. sążniami; więc  $z$ , albo złote, które dać powinien na czynsz, są:  $= 9 + 27 - 5$ . to jest:  $31$ .

Te trzy summy w iedną zebrane summę, to jest:

$$6. + 27. + 31 = 67.$$

C. B. D. C.

### PROBLEMA XXX.

Jeden podstarości przez trzy targi przedawał Pańskie zboże, y zapisywał w registra; lecz przypadkiem zgubił registra tey przedaży. Parobcy dworscy, którzy to zboże na targ wywozili, powiadają mu, iż na pierwszy targ wywieźli 4. korce Zyta, 4 Pszenicy, 10. Jęczmienia, na drugi targ 5. korcy Zyta, 6. Pszenicy, 10. Jęczmienia, na trzeci zaś 10. korcy Zyta, 8. Psze-

14

nicy,

nicy, 12. Jęczmienia: sam też pamięta dobrze, że z pierwszego targu przywiozł do domu złotych Polskich: 228, z drugiego: 280, z trzeciego: 400, chce jeszcze wiedzieć, co była za cena każdego tego z osobna zboża; à tu tylko tyle pamięta, iż na tych trzech targach po iednych pieniądzech Zyto, po iednych Pszenicę, po iednych Jęczmień, iak było Zyto, iak Pszenica, iak Jęczmień w targu, przedawał. Pytam się teraz, iakim doydę sposobem ceny tego przedanego Zytą, Pszenicy, y Jęczmienia?

### R E Z O L U C Y A.

Trudność tę ułatwisz następującym sposobem. Nayprzod podług trojakięgo wywozu tego zboża uczyni trzy ekwacye. Nazwawszy tedy Zyto =  $z$ , Pszenicę =  $p$ , Jęczmień =  $y$ ; będziez miał z pierwszego wywozu ekwacyą:

$$A. 4z + 4p + 10y. = 228.$$

Z drugiego wywozu.

$$B. 5z + 6p + 10y. = 280.$$

Z trze-

## Z trzeciego wywozu.

$$C. \quad 10z + 8p + 12y = 400.$$

Teraz odciągnij pierwszą ekwacyą A. od drugiej B. przemieniając znaki  $+$  na  $-$ , y tak te ekwacye napisz:

$$B. \quad 5z + 6p + 10y = 280.$$

$$A. \quad -4z - 4p - 10y = 228.$$

---


$$\text{Reszta: } z + 2p. \quad * \quad * \quad = 52.$$

Z tej ostatniej ekwacyi przenieś  $2p$ . na drugą stronę z przeciwnym znakiem, będzie miał walor  $z$ , to jest:

$$z = 52 - 2p.$$

Ten walor  $z$ . na miejscu  $z$ . położy w ekwacyi B., będzie miał następującą ekwacyą:

$$260. - 10p + 6p + 10y = 280.$$

$$\text{Albo: } 260 - 4p + 10y = 280.$$

Przeniosłszy  $260$ . na drugą stronę z przeciwnym znakiem, będzie:

$$-4p + 10y = 280. - 260.$$

To jest:  $-4p + 10y = 20$ . Znowu przeniosłszy  $-4p$ , będzie:

$$10y. = 20 + 4p.$$

Podzieliwszy obydwie części porównania przez 10, będzie:

$$y = \frac{20 + 4p}{10}$$

Już tedy masz wyżej walor  $z$ , tu zaś walor  $y$ , które położywszy w trzeciej ekwacyi C., wypadnie ci ta nowa ekwacya:

$$520. - 20p + 8p + \frac{240 + 48p}{10}$$

= 400. Abyś zniósł frakcyą, multiplikuy wszystkie terminy przez 10, będzie:

$$5200 - 200p + 80p + 240 + 48p = 4000.$$

Uczyniwszy teraz addycyą, y subtrakcyą, iak znaki pokazuią, będziec miał krotszą ekwacyą:

$$5440 - 72p = 4000.$$

Przeniosłszy 4000 z drugiej części do pierwszej, a 72 p. z pierwszej porównania części do drugiej, wyniknie nowa ta ekwacya:

$$5440 - 4000 = 72p.$$

To jest: 1440 = 72p.

Pa-

Podzieliwszy obydwie porównania części przez 72, będzie :

$$\frac{1440.}{72.} = p. = 20.$$

Ale  $p.$  znaczyło ieden korzec Pszenicy ; więc cena iego iest  $= 20.$  złotych. Znowu wyżej było :

$$z = 52 - 2p.$$

Więc :  $z = 52 - 40. = 12.$  Jeden tedy korzec Zyta przedawał ten Podstarości na trzech targach po złotych : 12. Nakoniec było Jęczmień

znaczące :  $y = \frac{20 + 4p.}{10.}$  To iest :  $y$

$$= \frac{20 + 80.}{10.} = 10.$$

Więc za korzec Jęczmienia na każdym targu brał po złotych 10.

Proba. *Pierwszego wywozu korce.*

$$\text{Zyta : } 4 \times 12 = 48.$$

$$\text{Pszenicy : } 4 \times 20. = 80.$$

$$\text{Jęczmienia : } 10. \times 10. = 100.$$

---


$$\text{Summa : } - - = 228.$$

*Drugie-*

*Drugiego wywozu korce.*

Zyta :	5. × 12. =	60.
Przenicy :	6. × 20. =	120.
Jęczmienia :	10 × 10. =	100.
<hr/>		
Summa - -	=	280.

*Trzeciego wywozu korce.*

Zyta :	10 × 12. =	120.
Przenicy :	8. × 20. =	160.
Jęczmienia :	12. × 10. =	120.
<hr/>		
Summa - -	=	400.

C. B. D. C.

PROBLEMA XXXI.

**P**Ewny Pan Szyprowi swemu daie taką dyspozycyą, aby w Gdańsku kupił Wina, Sledzi, Oliwy, Cukru, Kawy, &c., y żeby na to wszystko więcey nie expensował, tylko czerwonych złotych: 144, żeby Wina kupił za kwotę czerwonych złotych dwa razy większą, niżeli Sledzi, żeby Oliwy, Cukru, Kawy &c. kupił za kwotę czerwonych złotych trzy razy większą, niżeli Wina. Pytam się, wiele czerwonych



nych złotych ze 144. na każdy ten sprawunek ma Szyper wyexpensować ?

## R E Z O L U C Y A .

Sledzie =  $x$ .

Wino =  $y$ .

Oliwa , Cukier &c. =  $z$ .

Pierwsze porównanie będzie :

$$x + y + z = 144.$$

A ponieważ podług problemma ten Szyper ma kupić Wina za kwotę pieniędzy dwa razy większą , niżeli Sledzi , więc będzie :

$$y = 2x.$$

Znowu ponieważ ma kupić Oliwy , Cukru , Kawy &c. za kwotę pieniędzy trzy razy większą , niżeli Wina , będzie tedy :

$$6x = z.$$

Przez te dwa walory znalezione , można znieść dwie niewiadome ilkości :  $y$  ,  $z$  , kładąc w pierwszym porównaniu na miejscu  $y$  ,  $2x$  , na miejscu  $z$  ,  $6x$  . Więc będzie drugie porównanie :

$$x +$$

$x + 2x + 6x$ , to jest:  $9x = 144$ .

Podzieliwszy przez 9, będzie:

$$x = \frac{144}{9} = 16. \text{ Ta jest kwota}$$

czerwonych złotych, którą ma Szyper expensować za Sledzie. Ponieważ zaś dwa razy więcej ma wydać za Wino, więc:  $16 \times 2 = 32$ , będzie kwota pieniędzy na Wino. Znowu ponieważ za Oliwę, Cukier, Kawę &c. trzy razy więcej ma expensować, niżeli za Wino; więc:  $32 \times 3 = 96$ , za którą ma kupić Oliwy Cukru, &c. Te summy w iedną zebrawszy:  $96 + 32 + 16 = 144$ . C. B. D. C.

### PROBLEMA XXXII.

**P**Ewny Pan znajdujący się na Kontraktach w Dubnie, chce pożyczyć takiej summy czerwonych złotych, aby z niej trzecią część obrocil na skupienie Wołow, czwartą część zostawil Zonie w domu na expens, nakoniec, aby 1000. czerwonych złotych wziął z sobą do Warszawy. Pytam się, iak wiel-

wielkiej summy czerwonych złotych na to wszystko temu Panu potrzeba?

## R E Z O L U C Y A.

Tę całą summę czerwonych złotych nazywam  $= x$ .

$$\text{Trzecią część} = \frac{1x.}{3.}$$

$$\text{Czwartą część} = \frac{1. x.}{4.}$$

Ztąd wypada pierwsze porównanie:

$$\frac{1x.}{3} + \frac{1x.}{4} + 1000 = x.$$

Teraz frakcyę do iednego mianownika zredukowawszy, y w iedną summę zebrawszy, będzie:

$$\frac{7x}{12} + 1000 = x.$$

Przeniosłszy frakcyą, będzie:

$$1000. = x - \frac{7x}{12}.$$

Teraz całkowite  $x$ , obrociwszy na frakcyą mającą tegoż mianownika, co ma przyległa frakcyą, będzie:

$$1000.$$

$$1000. = \frac{12x}{12} - \frac{7x}{12}.$$

$$\text{To iest: } 1000. = \frac{5x}{12}.$$

Abym zniósł frakcyą, to przez denominatora frakcyi, to iest:  $12 \times 1000$ , wyniknie ta ekwacya:

$$12000. = 5x.$$

Obydwe części ekwacyi tej podzieliwszy przez 5, będzie ostatnie porównanie to:

$$\frac{12000.}{5} = x. \text{ summie czerwonych}$$

złotych, ktorey ten Pan potrzebuie, to iest:  $x. = 2400$ . Albowiem 2400. podzieliwszy przez 3, będzie trzecia część tej summy:  $= 800$ , też sumę podzieliwszy przez 4, będzie czwarta część tej summy  $= 600$ , do tych summ przydawszy: 1000, y addycyą uczyniwszy, będzie:

$$800. + 600. + 1000 = 2400.$$

C. B. D. C.

PRO-

## P R O B L E M M A   X X X I I I .

**P**Aweł widząc się być bliskim śmierci, obliquie przyjaciela swego, aby, odebrawszy dług od iednego Szlachcica, ktorego długu kwoty nie pamięta, tylko ma kartę między papierami swemi, z tych pieniędzy trzecią część dał na Msze Święte za duszę iego, piątą część wziął sobie, y żeby te dwie części razem wzięte czyniły tylko czerwonych złotych: 50, resztę, aby oddał żonie iego. Gdy umarł, przyjaciel pilnie szuka tey karty, ale nie mogąc iey znaleźć, przez Algebrę caley kwoty czerwonych złotych na długu będących dochodzi, aby odebrawszy ten dług, dyspozycyi sobie zostawioney zadosyć uczynił.

## R E Z O L U C Y A .

Cała długu tego summa =  $x$ .

Trzecia część =  $\frac{1x}{3}$ .

Piąta część =  $\frac{1x}{5}$ .

K

Po-

Podług kondycyi problemma, będzie to pierwsze porównanie :

$$\frac{1x.}{3.} + \frac{1x.}{5.} = 50. \text{ czerw: złot:}$$

Zredukowawszy frakcye do iednego mianownika, y addycyą ich uczyniwszy, będzie :

$$\frac{8x.}{15.} + 50. = x.$$

Przeniosłszy  $x$ , do pierwszey części ekwacyi, będzie :

$$x + \frac{8x.}{15.} + 50. = 0.$$

Więc przydawszy  $x$ , z przeciwnym znakiem, zostaną równe sobie ilkości :

$$\frac{8x.}{15.} = 50.$$

Zniosłszy frakcyą, multiplykuiąc przez denominatora frakcyi całą drugą część ekwacyi, to iest:  $50. \times 15.$  wypadnie rezolwuiąca ekwacya :

$$8x. = 750.$$

Po-

Podzieliwszy przez 8., będzie :

$$x. = \frac{750.}{8.} = 93. \frac{6.}{8.} \text{ albo } \frac{3.}{4.}$$

Cały summie długi, którego szukałem. Teraz obaczmy, iak się z okolicznościami problemma ta rezolucya zgadza.

Więc wszystkiego tego długi, iest summa :  $93. y \frac{3.}{4.}$ , tey całej summy

trzecią część, którą dać powinien na Msze Święte, znajdziez łatwo, podzie-

liwszy 93. przez 3, także frakcyą  $\frac{3.}{4.}$

podzieliwszy przez 3, wypadnie :  $31. \frac{3.}{12.}$

znowu dzieląc : 93. przez 5, wyidzie

kwocjent : 18,  $y \frac{3.}{5.}$ , także dzieląc

frakcyą :  $\frac{3.}{4.}$  przez 5, wypadnie :  $\frac{3.}{20.}$ ,

piąta tedy część, którą przyiaciel ma wziąć dla siebie, iest : czerwonych

złotych, 18,  $\frac{3.}{5.}$ ,  $y \frac{3.}{20.}$ . Te zaś trzy

frakcye :                      K. 2                      3.

$$\frac{3.}{12.}, \frac{3.}{5.}, \frac{3.}{20.},$$

Zredukowawszy do iednego denominatora, y w iedną sumę zebrawszy, wyniknie ta nowa frakcyja:

$$\frac{1200.}{1200.}$$

Ale, że ta frakcyja ma licznika, y mianownika sobie równych, przeto znaczy iedną całą ilkość, to iest: ieden czerwony złoty; ponieważ w kwestyi, y w rezolucyi mowa iest o czerwonych złotych. Nakoniec w iedną sumę zebrawszy trzecią część tego długi, y piątą część wraz z frakcyjami, które, iak się pokazało, czynią ieden czerwony złoty, będzie:

$$1. + 18. + 31 = 50. 93. - 50. = 43. \text{ reszta dla żony. C. B. D. C.}$$

#### PROBLEMA XXXIV.

**P**Fwny pobożny Pan, chce na trzech ubogich Piotra, Pawła, y Jana rozdać 96. złotych Polskich tym sposobem; aby Piotr wziął więcej dwoma



ma złotemi od Pawła, Jan zaś, aby tyle wziął, co Piotr, y Paweł, y nadto więcej cztery złote. Pytam się, wiele złotych każdemu z summy złotych 96. dać należy?

## R E Z O L U C Y A.

Złote, które ma dać Pawłowi:  $= x$ .

Piotrowi  $= z$ .

Janowi  $= y$ .

Ztąd wynika pierwsza fundamentalną ekwacya ta:

$$x + z + y = 96.$$

Ponieważ podług kondycyi problemu, Paweł ma wziąć 2. złote mniej od Piotra; więc będzie:

$$x + 2 = z.$$

Znowu, ponieważ Jan ma wziąć tyle złotych, ile Piotr, y Paweł, y ieszcze nadto więcej złotych 4, więc będzie:  $x + x + 2 + 4 = y$ .

Teraz zamiast tych dwóch terminów  $z, y$ , kładąc ich walory dopiero znalezione w pierwszej porównania części, w drugiej zaś części kładąc 96, będę miał ekwacyą:

 $x$

$$x + x + 2 + x + x + 2 + 4 = 96.$$

To jest krociey :  $4x + 8 = 96.$

Gdy przeniosę liczbę 8, do drugiej porównania części ze znakiem przeciwnym, będzie porównanie :

$$4x = 96 - 8, \text{ to jest : } 4x = 88.$$

Podzieliwszy przez 4. obydwie porównania części, wypadnie rezolwująca problemma ekwacya :

$$\frac{4x.}{4.} = \frac{88.}{4.} \text{ to jest : } x = 22.$$

Ztąd poznaię, że Pawłowi ten Pan ma dać złotych 22, Piotrowi chce dać więcej od Pawła złotemi 2, więc da mu złotych 24, = z, Janowi chce dać tyle, ile dał tym dwom, y więcej złotych 4, to jest :

$$22. + 24. + 4. = 50. = y.$$

Te sumki razem wzięte, czynią złotych 96; albowiem  $50 + 24 + 22 = 96.$  C. B. D. C.

Dotąd wyraźne (determinata) do rzeczy, y okoliczności w szczególności przystosowane problemmata kładłem; teraz niektóre nie wyraźne, (indetermina-

minata,) w ogulności rzecz zawieraiące położyć, abym nayprzod wielki ich pożytek pokazał, y arcy-bogaty Skarb Algebry w sposoby do wynaydowania rzeczy niewiadomych, y do naytrudnieyszych solwowania kwestyi cożkolwiek młodzi w tych początkach odkrył. Powtore, abym tym samym młódz szkolną do uczenia się głębszey Algebry zachęcił, y pobudził.

## PROBLEMA XXXV.

**Z**Naleść liczbę taką, aby, podzieliwszy ją przez iakie liczby dane z osobna, po każdym podzieleniu reszta była 1; y też samą liczbę podzieliwszy przez inne dane liczby, aby po każdej dywizyi nic nie zostawało.

## R E Z O L U C Y A.

## I.

Dla łatwieyszego zrozumienia tego problemma, nayprzod rezolwuję go w liczbach. Abyś taką liczbę znalazł, którą dzieląc przez te dane liczby z osobna: 5, 7, aby reszta była 1, dzieląc

łąc zaś przez tę trzecią daną liczbę :  
 3, aby nic nie zostało ; moltiplikuy  
 jedną przez drugą te dane liczby :  
 $5 \times 7$ , będzie miał produkt : 35,  
 do ktorego przydawszy 1, będzie 36.  
 Tę liczbę dzieląc z osobna przez 5, 7,  
 zostawać będzie reszta 1, dzieląc zaś  
 ją przez 3, nic nie zostanie. Więc  
 36, jest taką liczbą, iakiey szukać mia-  
 łem.

Ale bardzo wiele innych liczb wię-  
 kszych, ktoreby kondycjom danego  
 problemma zadosyc czyniły, wynależć  
 można, za pomocą pierwszej, y mniey-  
 szej liczby wynalezioney 36, w ten  
 sposob :

Abyś znalazł drugą liczbę zado-  
 syc czyniącą kondycjom danego pro-  
 blemma, y większą od 36; to moltip-  
 likuy dane liczby :  $5 \times 7 \times 3$ , do ich  
 produktu : 105, przyday pierwszą li-  
 czbę znalezioną 36, będzie summa :  
 141, taką liczbą, iakiey szukasz, do  
 141, przydawszy przeszły produkt :  
 105, będzie : 246. trzecia takż liczbą,  
 znowu do 246 przydawszy tenże pro-  
 dukt 105, będzie : 351 czwarta takż  
 liczbą, iakiey szukam, y tak daley  
 bez końca.

## II.

To samo problemma wyżej poło-  
żone przez Algebrę będą rezolwował.

Ponieważ trzeba wynaleść liczbę  
 $x$ , taką, aby dzieląc ją przez 3, nic  
reszty nie zostało, dzieląc zaś tę li-  
czbę  $x$ , niewiadomą przez 5, potym  
przez 7, aby po pierwszej, y po dru-  
giej dywizyi reszta ieden, dico: 1,  
została: więc tę propozycyą redukuje  
do tych ekwacyi:

$$1^{\circ} \frac{x}{3} = p. 2^{\circ} \frac{x-1}{5} = m. 3^{\circ} \frac{x-1}{7} = n.$$

Biorę teraz dwie pierwsze ekwacye,  
iedną do drugiej stosując, y zniószy  
frakcyę, moltiplikując przez denomi-  
natory, będą miał:

$$1^{\circ} x = 3p.$$

$$2^{\circ} x = 5m + 1.$$

Więc zamiast  $x$ , równe iego wa-  
lory kładąc, będzie ekwacya:

$$4^{\circ} x = 3p = 5m + 1.$$

Podzieliwszy przez 3, będzie:

$$p = \frac{5m + 1}{3} \quad \text{Tu ieszcze}$$

wa-

waloru  $m$ , nie wiem, który, abym znalazł, tak rzecz roztrząsam:

Ponieważ  $5m + 1$  powinno być podzielone przez 3, nic reszty nie zostawiając; to także wszystkie dyfferencje:  $5m + 1$ . od 3. iego denominatora, albo, co jedno iest, od  $3m$ , powinny być przez 3, podzielone bez reszty. Więc, abym ostatnią dyfferencją znalazł, w ktoreyby samo  $m$ , zostawało, ile razy tylko można, tyle odciągam:  $3m$ . od  $5m + 1$ : pierwsza dyfferencya iest:  $2m + 1$ , y mam:  $2m + 1$ .

$\frac{2m + 1}{3}$ : ale że  $m$ , nie iest samo,

przeto mi się to wyrażenie nie przyda; odciągam ieszcze:  $2m + 1$ . od  $3m$ , iego denominatora, y mam:  $m - 1$ ,

to dzieląc przez 3, będzie:  $\frac{m - 1}{3}$ .

Abym teraz walor, czyli cenę  $m$ , znalazł, kładę, 1°.  $\frac{m - 1}{3} = 0$ . Ztąd

wnoszę, że iest:  $m = 1$ . 2°.  $\frac{m - 1}{3}$

$= 1$ , więc:  $m = 4$ . 3°.  $\frac{m - 1}{3} =$

$\equiv 2$ , więc:  $m. \equiv 7$ . &c.  $m. \equiv 1$ .  
nie może zadosyć uczynić stosowanym  
wyżej do siebie ekwacyom, biorę te-  
dy:  $m. \equiv 4$ , to rezolwuię mi ekwa-  
cye z sobą wyżej porównane w czwar-  
tym wyrażeniu:  $x \equiv 3 p. \equiv 5 m +$   
 $1$ . Albowiem:  $x \equiv 21$ , dzieląc  
przez 3, nic nie zostaje, dzieląc zaś  
przez 5, zostaje 1.

Ale gdy tę liczbę: 21, położę w  
trzeciej suppozycji:  $\frac{x - 1}{7}$ , znajdu-

ię, że:  $\frac{21 - 1}{7}$ , nie zostaje reszta 1,

ale więcej. Szukam tedy waloru  $m$ ,  
takiego, któryby kondycyom problem-  
ma zadosyć uczynił, y abym go tym  
pewnie znalazł; tak rzecz uważam:

Ponieważ szukając waloru  $m$ . w  
tey expreffyi:  $\frac{m - 1}{3}$ , kładę, że

$\frac{m - 1}{3}$  było równe iakiej liczbie wzię-

tey podług upodobania, np: 0, 1, 2,  
3, 4, &c; więc teraz kładę, że ie-  
dna z tych liczb wziętych podług upo-  
doba-

dobania, iest równa  $f$ , a tak będą miał  
 $\frac{m-1}{3} = f$ , ztąd znosząc frakcyą przez

3. mnożąc, będzie:  $m = 3f + 1$ .

Więc położywszy  $3f + 1$ , zamiast  
 $x$ , w czwartej ekwacyi:  $x = 5m + 1$ ,  
 $1$ , będą miał:  $5m + 1 = 15f + 1$ .  
 $+ 5 + 1 = x$ . Także w trzeciej e-

kwacyi:  $\frac{x-1}{7} = n$ , kładę  $15f +$

$+ 6$ . na miejscu  $x$ ,  $y$  będą miał:  
 $\frac{15f + 5}{7}$ . Odciągam  $7f$ . tyle razy,

ile mogę od  $15f + 5$ , abym miał tę  
ostatnią dyfferencyą:  $f + 5$ , którą po-  
dzieliwszy przez  $7$ , będzie:  $\frac{f + 5}{7}$ .

Znowu, abym miał wartość  $f$ , kła-  
dę 1°.  $\frac{f + 5}{7} = 0$ , więc  $f = 5$ , kto-

re mi się nie zda do rezolucyi. 2°.  $\frac{f + 5}{7}$

$= 1$ , ztąd wypada:  $f = 7 - 5 = 2$ ;  
 $y$  ten wartość  $f$ . daie mi rezolucyą trzech  
ekwacyi wyżej założonych. Albowiem po-  
po-



położywszy 2. na miejscu  $f$ . w tey ekwacyi :  $m = 3f + 1$ , będę miał  $m = 7$ ,  $y x = 5m + 1 = 36$ . Ta liczba jest taka, że podzieliwszy ją przez 3, nic nie zostaje, podzieliwszy zaś ją przez 5, reszta zostaje 1, tak sama jest reszta, podzieliwszy przez 7. Więc 36. jest taką liczbą, iakiey problemma wyciąga.

Oprocz 36, inne liczby znajdziez, gdy supponować będziez, że  $\frac{f+5}{7}$  rowne jest 2, 3, 4, &c.

## III.

Gdybym był przystosował trzecie porownanie do drugiego, to jest :  $\frac{x-1}{7}$

$= n$ , do  $\frac{x-1}{5} = m$ ; to miałbym

był :  $x = 7n + 1 = 5m + 1$ ,  $y$   
 $n = \frac{5m}{7}$ ,  $y$  pokazałoby się, że  $m$

powinno być rowne 7, albo inszey liczbie kilka razy 7. w sobie zamykaiący.

cey. Albowiem, gdy odciągnę  $5m$ . od  $7m$ , będę miał pierwszą resztę  $2m$ , którą dwa razy wzięwszy, y odciągnąwszy od  $5m$ , reszta będzie  $m$ ; a zatem będę miał:  $\frac{m}{7}$ . Jeżeli kładę:  $\frac{m}{7} = 1$ , będzie:  $m = 7$ . Jeżeli ieszcze kładę:  $\frac{m}{7} = 2$ , będzie:  $m = 14$ , &c,  $m = 7$  solwue problemma, bo  $x = 5m + 1 = 36$ ,  $m = 14$ . także problemma solwue, lubo ztąd in-sza większa wypada liczba, y tak da-ley bez końca.

## IV.

Gdybym był więcej uczynił ekwa-cyi, np: 1°.  $\frac{x-1}{2} = m$ , 2°.  $\frac{x-1}{3}$   
 $= n$ , 3°.  $\frac{x-1}{5} = p$ , 4°.  $\frac{x}{11} = q$ ;  
 tobym był miał 5°.  $x = 2m + 1 =$   
 $= 3n + 1$ , a zatem:  $m = \frac{3n}{2}$ . Od-  
 ciągam  $2n$  od  $3n$ , zostaje  $n$ , więc  
 $n$ .

$\frac{n}{2}$ . Teraz kładę 1°.  $\frac{n}{2} = 1$ , wypa-

da  $n = 2$ . 2°.  $\frac{n}{2} = 2$ , wypada:  $n =$

$= 4$ . 3°.  $\frac{n}{2} = 3$ , wypada:  $n = 6$ ,

&c. Z tych walorow  $n$  kładę po ied-  
 nemu w piątey ekwacyi:  $x = 3n +$   
 $+ 1$ ;  $y$  znajduię, że 2,  $y$  4, te  
 dwa walory  $n$ , uspokaiaią trudność w  
 dwóch pierwszych ekwacyach z sobą po-

rownanych, ale nie uspokaiaią w trze-  
 ciey kwestyi:  $\frac{x - 1}{5} = p$ .

Dla tego biorę:  $n = 2f$ , ktore  
 zamiast  $3n + 1$  kładę w piątey ekwa-  
 cyi:  $x = 3n + 1$ ,  $y$  mam: 6°.  $x =$   
 $= 6f + 1$ , to położywszy w trze-  
 cim wyrażeniu:  $\frac{x - 1}{5}$ , wypadnie:

$\frac{6f}{5}$ , odciągnąwszy  $5f$ , od  $6f$ , zоста-

nie  $f$ , ktore podzieliwszy przez 5, wyi-

dzie:  $\frac{f}{5}$ , a zatym: 1°.  $\frac{f}{5} = 1$ , bę-

dzie:

dzie:  $f = 5$ . 2°.  $\frac{f}{5} = 2$ , będzie:

$f = 10$ , &c. Pierwszy walor  $f$ , to jest: 5, położywszy go w tym szóstym porównaniu:  $x = 6f + 1$ , rezolwując trzy pierwsze porównania; ale nie rezolwując tego czwartego porównania:

I. Albowiem  $31 = x$ . nie może być

II. podzielone przez II. nie zostawiając reszty.

Więc biorę:  $f = 5g$ , które kładę na miejscu  $f$  w szóstym porównaniu:  $x = 6f + 1$ , z kąd wynika 7°.  $x = 30g + 1$ , to kładę w czwartym porównaniu za  $\frac{x}{11}$ , y mam:  $\frac{30x + 1}{11}$ .

Odciągam  $30g + 1$  od  $33g$  produktu:  $11g$ , zostaje  $3g - 1$ . Odciągam  $3g - 1$ , albo *multiplum* jego  $9g - 3$  od  $11g$ , potym resztę  $2g + 3$  odciągam od  $3g - 1$ , wypada mi ostatnia reszta:  $g - 4$ . Supponując:  $\frac{g - 4}{11} = 0$ , będę miał:  $g = 4$ ,

które mi rezolwuje siódme porównanie:

$x$

$x = 30g + 1 = 121$ , która liczba służy do rozwiązania czterech ekwacji wyżej uczynionych.

Aby młodź szkolna widziała pożytek choć po części z takowych problematow niewyraźnych (indeterminatis) wypływający, położę tu jedną, y drugie wyraźne (determinatum) problemma, które się przez to niewyraźne rozwiązać powinny.

P R O B L E M M A I.

**H**etman chce woysko tak uszykować, aby w każdym gleycie, albo rzędkie tyle się znajdowało żołnierzy, żeby liczbę ich dzieląc przez 5, przez 7, reszta była 1, dzieląc zaś przez 3, żeby nic reszty nie było.

P R O B L E M M A II.

**P**ewny Pan zgubił worek z czerwonymi złotem, kwoty ich nie pamięta doskonale, tylko to dobrze wie; że, gdy te czerwone złote rachował po 5, albo po 7, zostawał się w reszcie 1, gdy rachował je przez 3, nic reszty nie zostawało.

L

Wie-

Wiele innych tym podobnych wyrażnych problemmatow wynaleść można, y na wszystkie z niewyraźnego problemma wyżej położonego dać rezolucyę.

### PROBLEMA XXXVI.

**T**Rzech Braci będąc przez ćwierć roku u jednego Gospodarza na stole, gdy im przyszło umowionę za stoł wypłacić kwotę, z wzajemney Braterskiej miłości tak się między sobą umawiać zaczęli: Naymłodszy mówił dwom starszym Braci: dajcie wy trzecią część swoich, które macie, pieniędzy, ja zaś dam moje wszystkie, a zapłacimy, co się od nas należy Gospodarzowi. Średni Brat odezwał się: owszem ja, co mam pieniędzy, wszystkie oddaę, wy z swoich przydadcie tylko część czwartą, a uspokoimy Gospodarza. Zakończył naystarszy mówiąc: ja moje pieniądze na ten dług ofiaruję wszystkie, od was zaś nie wyciągam, tylko szostey części wazszej kwoty, a zapłaci się należytość Gospodarzowi. Pytam się, 1°. ile każdy

żdy z tych trzech Braci miał pieniędzy.  
2°. Ile się Gospodarzowi od nich za  
stoł należało?

## R E Z O L U C Y A.

Pieniądze najmłodszego :  $\equiv x$ .

Srzedniego :  $\equiv y$ .

Naystarszego :  $\equiv z$ .

Dług za stoł :  $\equiv a$ .

Podług trzech kondycyi, ktore ci  
trzey Bracia założyli, zaczynaiąc od  
najmłodszego, będą te trzy ekwacye :

$$x + \frac{y + z}{3} = a.$$

$$y + \frac{x + z}{4} = a.$$

$$z + \frac{x + y}{6} = a.$$

Zmnożywszy pierwszą ekwacyę  
przez 3, drugą przez 4, trzecią  
przez 6, aby frakcye zginęły; ztąd  
wynikają nowe ekwacye :

A.  $3x + y + z = 3a.$

B.  $4y + x + z = 4a.$

C.  $6z + x + y = 6a.$

L 2

Tc.

Teraz odciągawszy pierwszą ekwacyą od drugiej, zamieniając znaki + na —, będzie:

$$\begin{array}{r} 4y + x + z = 4a. \\ -3x - y - z = -3a. \\ \hline \end{array}$$

Zostaje:  $3y - 2x. ** . = a.$

Przeniosłszy  $2x.$  do drugiej części ekwacyi, będzie:

$$3y = a + 2x.$$

Znowu  $a.$  przeniosłszy, będzie:

$$3y - a = 2x.$$

Podzieliwszy obydwie części porównania przez 2, będzie:

$$\frac{3y - a}{2} = x.$$

Otoż masz walor  $x.$ , którego po-  
łoż w ekwacyi B, a będzież miał:

$$4y + \frac{3y - a}{2} + z = 4a.$$

Mużyplikny teraz przez 2. wszy-  
stkie terminy ekwacyi, będzie:

$$8y + 3y - a + 2z = 8a.$$

To jest:  $11y - a + 2z = 8a.$



Przenieś —  $a$ . do drugiej części  
ekwacyi, będzie miał:

$$11y + 2z = 9a.$$

Znowu przenieś  $11y$ . do drugiej  
części ekwacyi, wypadnie:

$$2z = 9a - 11y.$$

Teraz podzieliwszy przez  $2$ . oby-  
dwie części ekwacyi, wyidzie:

$$z = \frac{9a - 11y}{2}.$$

Masz tedy w tej ostatniej ekwa-  
cyi walor  $z$ , wyżej miałeś walor  $x$ ,  
te obydwa walory położ w ekwacyi  $C$ ,  
à tak odmienisz ją w następującą:

$$\frac{54a - 66y}{2} + \frac{3y - a}{2} + y = 6a.$$

Mużyplikując przez  $2$ , będzie:

$$54a - 66y + 3y - a + 2y = 12a.$$

$$\text{Krocicy: } 53a - 61y = 12a.$$

Przeniosłszy —  $61y$  na drugą stro-  
nę będzie:

$$53a = 12a + 61y.$$

L3

Zno-

Znowu 12 *a.* przeniosłszy do pierwszej części ekwacyi, *y* od 53 *a.* odciągawszy, wypadnie:

$$41 a. = 61 y.$$

Tey ekwacyi obydwie części podzieliwszy przez 61, wydzie:

$$y. = \frac{41 a.}{61.}$$

Teraz załóż podług upodobania cenę, np:  $a = 61.$  czerwonym złotym należącym za stoł gospodarzowi od tych trzech Braci. Więc srzedniego Brata cała kwota czerwonych złotych:  $y = 41.$  Albowiem:  $41 \times 61. = 2501.$   
à  $\frac{2501.}{61.} = 41.$  To otrzymawszy, po-

łoż wynalezione ceny w ekwacyi:  $\frac{3y - a.}{2.}$

$$= x, \text{ to jest: } \frac{3 \times 41 - 61.}{2.} = 31,$$

więc  $x = 31.$  kwocie całej czerwonych złotych najmłodszego Brata. Tymże sposobem znajdziez cenę *z*; albowiem miałes walor *z.* w tey ekwacyi:

$z = 9a - 11y$ . To jest :  $9 \times 61$ .

2.

$= 549 - 11 \times 41 = 451 =$

$= 98$ .

$= 49$ . Więc :  $z = 49$  całey

2.

kwocie czerwonych złotych naystarszego brata.

*Proba tey rezolucyi.*

Cała kwota czerwonych złotych należąca się Gospodarzowi za stoł jest :  
 $a = 61$ .

Cała kwota naymłodszego :  $x = 31$ .

Cała kwota sredniego :  $y = 41$ .

Cała kwota naystarszego :  $z = 49$ .

Ale całe  $x = 31$  razem wzięte z trzecią częścią :  $y = 41$ ,  $+ z = 49$ ,  $= 90$ ,  $= 30$ ,  $= 61$ , znowu całe  $y = 41$ , wzięte z czwartą częścią :  $x = 31$ ,  $+ z = 49$ ,  $= 80$ ,  $= 20$ ,  $= 61$ . Nakoniec całe  $z = 49$ , razem wzięte z szóstą częścią :  $x = 31$ ,  $+ y = 41$ ,  $= 72$ ,  $= 12$ ,  $= 61$ . Więc wszystkim kondycjom danego problemma zadosyć się stało.  
C. B. D. C.

## PROBLEMA XXXVII.

**J**akim sposobem doysć można , iak wiele w iakiey robocie , *np:* w Koronie , w Kielichu , w Monecie , &c , albo w sztuce iakiego kruszcu inszego kruszcu *np:* srebra do złota , miedzi do srebra &c. iest przymieszanego ?

Nayprzed przed rezolucyą tę historyą przytaczam. Pisce Vitruvius , że Hieron Krol Syrakuski , wiele funtow ważącą sztukę złota dał Złotnikowi , aby mu szczero-złotą zrobił Koronę : ten bardzo piekną zrobiwszy Koronę , odniósł ją , która tyle funtow ważyła , ile sztuka złota na tę robotę dana. Jednak Krol nie wierząc , aby Złotnik nie miał coźkolwiek srebra do złota tey korony przymieszać , zlecił sławnemu na ten czas Matematykowi swemu Archimedesowi , aby doszedł wiele srebra do złota tey Korony złotnik przymieszał. Długo o sposobie tego doysćia Archimedes myślał , aż dnia pewnego , będąc cały o tym w myślach , chcąc się kąpać , gdy włożył do wanny , trefunkiem postrzegł , że nieco się wody z wanny wylało ; ztąd za-

raz

raz przyszedł mu na myśl sposób, którymbym dożyć mógł, wiele Złotnik srebra do złota tej Korony przymieszać. Więc, iak nuyprędzey z wanny wyszedłszy, tak sobie postąpił. Nuyprzod koronę w naczyniu pełnym wody zatopił, y wodę, którą zatopiona korona wylała, pilnie zebrawszy, zważył. Potym wzięwszy iedną sztukę złota samego szczerego, drugą sztukę samego srebra (te zaś obydwie sztuki tyleż, co y korona, ważyły,) iedną po drugiey w naczyniu pełnym wody zatopił, y wodę, którą tak iedna, iak druga sztuka zatopiona z naczynia wylała, z osobna zważył. Przez to doszedł, że sztuka złota mniej wody wylała, niżeli korona złota, y że korona złota mniej wody wylała, niżeli sztuka srebra. Tenże Historyk nie pisze wiele funtow złota Krol dał na zrobienie tej korony, ani iak z tego doświadczenia Archimedes wniosł sobie, y doszedł w szczególności wiele było srebra do złota tej korony przymieszanego od Złotnika.

Powtore przed rezolucyą tego problemma wiedzieć potrzeba, że terażniejszych wiekow Matematycy, y Filozof-

fowie biorąc różnych kruszców równe bryły ( ejusdem voluminis , to jest : długością , miąższością , y grubością swoją iednakowy plac zabierające ) y ważąc ie wprzod na powietrzu , potym w wodzie , doświadczyli , że kruszce podług właściwey sobie , czyli naturalney ciężkości większey , lub mniejszey , pewną też większą , lub mnieyszą część wagi swoiey w wodzie utracaią . Tak 1°. złoto wagi swoiey utracą w wodzie część dziewietną , 2°. merkuryusz , albo żywe srebro część czternastą , 3°. srebro część dziesiątą , 4°. miedź część dziewiątą , 5°. żelazo część osmą , 6°. cyna część siódmą , 7°. ołow część dwunastą &c. O tym mając wiadomość , y reguły proporcji używszy , problemma wyżey położone łatwo można nayprzod w powszechności przez Algebrę solwować ; a potym tę rezolucyą do różnych w szczegulności przypadków względem pomieszania iednego kruszcu z drugim stosować , czego niżej dam przykład.

## R E Z O L U C Y A.

Sztuka kruszczu iakiego zmieszane-  
go z drugim pewną liczbę funtow, al-  
bo łutów wążąca na powietrzu =  $a$ .

Taż sztuka wążąca w wodzie =  $b$ .

Taż sztuka, uważając ją, iakby nie  
była z drugim kruszczem zmieszana, a-  
le sama przez się, np: ze złota, sre-  
bra, &c, =  $c$ . znowu taż sztuka sa-  
ma przez się z drugiego kruszczu, kto-  
ry rozumiemy być zmieszany z robotą,  
lub sztuką daną =  $d$ . Ilkość ( quan-  
titas ) kruszczu przymieszanego do  $a$ ,  
=  $x$ , ktorego szukam. Także ilkość  
drugiego niewiadomego kruszczu do  $a$ .  
przymieszanego =  $y$ .

Abym doszedł, wiele iest kruszczu  
 $x$ , wiele  $y$ , w sztuce, lub robocie  $a$ ;  
tak rzecz rozważam: iako się ma wa-  
ga kruszczu, który rozumiem być np:  
złoto, &c, do utraty wagi swoiey w  
wodzie; tak się wzajemnie ma ilkość  
tegoż kruszczu np: złota, &c, niewia-  
doma, do utraty swoiey wagi, ztąd

$$\text{wynika: } a : c :: x : \frac{cx}{a}.$$

Zno-

Znowu iako się ma waga kruszcu, który rozumiem być *np.* srebro, &c, do utraty swojej; tak wzajemnie jest ilkość tegoż kruszcu niewiadoma *np.* srebra, &c, do utraty swojej,

z ąd wypada:  $a : d :: y : \frac{dy}{a}$ . |

Te proporcye miewszy, tak układam pierwszą ekwacją:

$$\frac{cx}{a} + \frac{dy}{a} = b.$$

A ponieważ  $x, y$ , wyrażają mi te kruszce, z których się składa  $a$ ; więc będę miał drugą ekwacją:

$$x + y = a. \text{ albo:}$$

$$x = a - y.$$

Ten walor  $x$ , położywszy w przeszłej ekwacyi, będzie:

$$\frac{ac - yc + dy}{a} = b.$$

Mużyplikując przez  $a$ ,  $y$  przynoszsy na drugą stronę  $ac$ , będzie:

$$dy - yc = ab - ac.$$

Po



Podzieliwszy przez  $d - c$ , będzie :

$$y = \frac{ac - ab.}{d - c.}$$

Ten walor  $y$  położywszy w tej ekwacyi :  $x = a - y$ , będzie :

$$x = a - \frac{ac - ab.}{d - c.}$$

Uczyniwszy te rachunki, które litery wyrażają, y znaki, wszelkie dane w szczególności problemma będzie rezolwowane. Tego daię dowód w następujących przykładach.

### PRZYKŁAD I.

**P**onieważ doskonale nie wiemy, ile grzywien złota dał Krol Hieron Złotnikowi na zrobienie korony ; więc położmy, że dał grzywien : 20, y korona zrobiona tyleż ważyła. Powtore położmy, że taż korona, gdy ją Archimedes ważył w wodzie, wagi swojej utraciła grzywien : 13, że sztuka, albo bryła szczerego złota tyleż ważyła, co y korona, to jest : grzywien  
20,

20, utraciła wagi swojej w wodzie grzywn: 12, naostatek sztuka, albo bryła samego srebra także ważąca grzywn: 20, utraciła w wodzie wagi swojej grzywn: 18. Teraz niech będzie:

$$\text{Korona: } a = 20.$$

$$\text{Strata iey wagi: } b = 13.$$

$$\text{Strata sztuki złota: } c = 12.$$

$$\text{Strata sztuki srebra: } d = 18.$$

Jlkość złota w koronie niewiadoma:  
 $= x.$

Jlkość srebra w koronie niewiadoma:  
 $= y.$

Ale w Algebrayskim rachunku iest

$$\text{walor: } y = \frac{ac - ab}{d - c}, \text{ to iest: } y =$$

$$= \frac{240 - 260}{18 - 12} = \frac{20}{6} = 3 + \frac{1}{3};$$

$$\text{walor zaś: } x = a - \frac{ac - ab}{d - c}. \text{ To}$$

$$\text{iest: } x = 20 - 3 + \frac{1}{3} = 16 +$$

$\frac{2}{3}$

Uczyniwszy addycyą:

$$16 + \frac{2}{3} + 3 + \frac{1}{3} = 20.$$

Więc korona ważąca grzywien :  
20, zawierała w sobie złota grzywien :

16.  $\frac{2.}{3.}$ , srebra zaś grzywien : 3.

$\frac{1.}{3.}$  C. B. D. C.

Jeżeli się jeszcze chcę bardziej konwinkować o dobrej rezolucyi danego problemma, to znowu zażyję reguły proporcji mówiąc: iak się ma samego złota grzywien : 20, do straty swoiey w wodzie : 12, tak się mieć powinno złota będącego w koronie grzywien : 16.

$\frac{2.}{3.}$ , do straty swoiey : znowu iak się

ma samego srebra grzywien : 20, do straty swoiey : 18, tak się mieć powinno srebra będącego w koronie grzywien :

3.  $\frac{1.}{3.}$ , do swoiey straty. Jeżeli

li tedy tey proporcji dwa czwarte terminy takie wyidą ; że summa ich będzie = 13. stracie korony ; to bardzo pewnym być mogę, że dane problemma jest dobrze rezolwowane :

$$20 : 12 :: 16 \cdot \frac{2.}{3.} : 10.$$

$$20 : 18 :: 3 \cdot \frac{1.}{3.} : 3.$$

---


$$\text{Summa} \quad - \quad - \quad - \quad 13.$$

## P R Z Y K Ł A D II.

**D**Ał kto Złotnikowi srebra przednie-  
dniego grzywien : 18.  $\equiv a$ . na  
zrobienie rządu , lub czego innego ;  
toż srebro w wodzie ważyło tylko grzy-  
wien : 16.  $\equiv b$  ; chce doysć , wiele  
miedzi do tego srebra złotnik przymie-  
szał ? Niechże nayprzod ten rząd u-  
waża , iakby z samego był srebra ; więc  
strata wagi iego w wodzie będzie :  $\frac{18.}{10.}$

$\equiv c$  , podług wyżey danej reguły :  
znowu niech go rozumi być z samey  
miedzi ; więc strata iego wagi będzie :  
 $\frac{18.}{9.}$   $\equiv d$  , niech część srebra w tym

rządzie niewiadoma będzie  $\equiv x$  , część  
miedzi niewiadoma  $\equiv y$  . Potym ter-  
miny proporcji niech tak ułoży :

1°.

$$1^{\circ}. a : c :: x : \frac{cx}{a}.$$

$$2^{\circ}. a : d :: y : \frac{dy}{a}.$$

Naostatek niech tych dwóch niewiadomych  $y$ ,  $x$ , walor z Algebry-  
skiej rezolucyi wyciągnie, a tak będzie wiedział, wiele Złotnik do srebra danego miedzi przymieszać.

Tymże sposobem, wzięwszy garść srebrney monety np: talerow, albo złotych &c, można doysć, wiele się w tey monecie srebra, wiele miedzi znajduje.

Te problemmata, y tym podobne mogą się solwować przez reguły Arytmetyki; ale z długą pracą, y z wielkim uprzykrzeniem, y głowy mozo-  
łem.

Naostatek kończąc tę początkową Algebrę, ieszcze iedną położę problem-  
ma, ktore pokażę, iak obfita iest Algebra w sposoby ufatwienia, y rozwiązania wszelkich trudnych, y ciekawych kwestyi, oraz będzie rozrywką, y do dalszego ćwiczenia się w tey umiejętności zachęceniem.

M

P R O-

## PROBLEMA XXXVIII.

**T**Rzech Kupców mających iednegoż towaru nierówną sztuk liczbę ; bo *np.*: pierwszy miał sztuk 10 , drugi tegoż towaru sztuk 25 , trzeci sztuk 30 , przedawszy te sztuki towaru swego dwoma razami , raz tancy , drugi raz drożey , iednak obydwoma razami wszyscy trzech po iednych pieniądzech , iednęż summę pieniędzy za towar przedany mieli. Pytam się , iakim to sposobem stać się mogło ?

## R E Z O L U C Y A.

*Na to problemma dam dziesięć rezolucyi.*

## I.

Pieniądze , za ktore ci trzy Kupcy pierwszym razem towar swoy przedali  $\equiv u$ . Pieniądze , za ktore drugim razem resztę towaru swego przedali :  $\equiv p$ .

Liczbę sztuk towaru pierwszego Kupca nazywam :  $\equiv x$  , przedanych za cenę  $\equiv u$  , pierwszym razem ; resztę sztuk towaru drugim razem przedanych za

za cenę  $= p$ , nazywam:  $= 10 - x$ .  
 Więc pieniądze pierwszej sprzedaży będą:  $= xu$ , drugiej zaś sprzedaży:  $= 10p - px$ : summa iest:  $xu + 10p - px$ .

Liczbę sztuk towaru drugiego Kupca nazywam  $= z$ , przedanych za cenę  $= u$  pierwszym razem; reszta sztuk towaru drugim razem przedanych za cenę  $= p$ , będzie:  $= 25 - z$ . Więc pieniądze pierwszej sprzedaży będą:  $= zu$ , drugiej sprzedaży:  $= 25p - pz$ : summa iest:  $zu + 25p - pz$ .

Nakoniec liczbę sztuk towaru trzeciego Kupca nazywam:  $= y$ , pierwszym razem przedanych za cenę  $= u$ ; reszta sztuk towaru drugim razem przedanych za cenę  $= p$ , będzie:  $= 30 - y$ . Więc pieniądze pierwszej sprzedaży są:  $= yu$ , drugiej sprzedaży:  $= 30p - py$ : summa tego trzeciego Kupca iest:  $yu + 30p - py$ .

Te wszystkie różne ceny kładę w następującej tabliczce; które są po lewey ręce; te znaczą ceny sztuk towaru przedanych od tych trzech Kupców pierwszym razem, które są po prawey ręce, te znaczą ceny sztuk towaru drugim razem przedanych.

1<sup>a</sup>. Przedasz. 2<sup>a</sup>. Przedasz.

1. Kupiec  $xu.$   $10p - px.$

2. Kupiec  $zu.$   $25p - pz.$

3. Kupiec  $yu.$   $30p - py.$

Summa, którą wziął pierwszy Kupiec za swoy towar, jest:  $xu + 10p - px.$

Summa, którą wziął drugi Kupiec, jest:  $zu + 25p - pz.$

Summa, którą wziął trzeci Kupiec, jest:  $yu + 30p - py.$

Te trzy summy, podług kondycji problemma, powinny być równe, to jest:

$$xu + 10p - px. = zu + 25p - pz. = yu + 30p - py.$$

Ztąd wynikaiać te ekwacye:

1<sup>o</sup>. Stosuiąc dwie pierwsze summy:

$$xu + 10p - px. = zu + 25p - pz.$$

Przeniosłszy  $10p.$  na drugą stronę, y odciągnąwszy od  $25p,$  będzie:

$$xu - px. = zu - pz + 15p.$$

Podzieliwszy przez  $u - p,$  będzie:

$$x = z + \frac{15p.}{u - p.} \quad 2^o.$$



2°. Stosując z sobą pierwszą, y trzecią sumę:

$$xu + 10p - px = yu + 30p - py.$$

Ztąd znowu, iak wyżej wypada:

$$xu - px = yu - py + 20p.$$

Podzieliwszy przez  $u - p$ , będzie:

$$x = y + \frac{20p}{u - p}.$$

3°. Stosując z sobą drugą, y trzecią sumę:

$$zu + 25p - pz = yu + 30p - py.$$

Ztąd podobnym sposobem, iak pierwszej, wypada ta ekwacya:

$$zu - pz = yu - py + 5p.$$

Podzieliwszy przez  $u - p$ , będzie:

$$z = y + \frac{5p}{u - p}.$$

Widzisz w tych trzech porównaniach, że dyfferencya  $u$ . od  $p$ . ( $u - p$ .) powinna doskonale dzielić te liczby: 15, 20, 5, to iest, dyfferencye sztuk

towaru tych trzech Kupcow. Ale aby doysć pewnego waloru:  $u - p$ , obie-

ram na ten koniec frakcyą:  $\frac{5p}{u - p}$ , w

ktorey znajduje się najmniejszy licznik 5, który jest powszechnym dzielnikiem (divisor) trzech wyżej położonych dyf-

ferencyi; y kładę nayprzod:  $\frac{5p}{u - p} =$

$= 0$ . ztąd wypada  $5p = 0$ , co się na nic mi nie przyda. Kładę potym:

$\frac{5p}{u - p} = 1$ , ztąd wypada:  $5p = u - p$ .

—  $p$ , albo:  $6p = u$ , kładąc zaś:  $p = 1$ , mam:  $6 = u$ . Te walory  $u$ ,  $p$ , zdadzą mi się do siedmiu rezolucyi, które mam dać. Teraz na miejscu trzech wyżej położonych ekwacyi, mam ztąd te trzy nowe:

$$2^a. x = z + 3.$$

$$2^a. x = y + 4.$$

$$3^a. z = y + 1.$$

Te ekwacye ieszcze nie są wyraźne: ale nam tylko ostatnia, y jedna z dwóch pierwszych jest potrzebna.

Abym

Abym wynalazł walor tych niewiadomych:  $x, z, y$ , kładę:  $y = 0$ , więc  $z = 1$  podług trzeciej ekwacyi, à  $x = 4$  podług pierwszej, albo drugiej ekwacyi. Podobnież kładąc:  $p = 1, u = 6$ , summa każdego Kupca za towar przedany, będzie:  $= 30$ .

*Summary.*

$$1^{\circ}. \text{ Kupca: } xu + 10p - px = \\ = 24 + 10 - 4 = 30.$$

$$2^{\circ}. \text{ Kupca: } zu + 24p - pz = 6 \\ + 25 - 1 = 30.$$

$$3^{\circ}. \text{ Kupca: } yu + 30p - py = 0 \\ + 30 - 0 = 30.$$

Uważając tę tabliczbę summ, którą dopiero co położyłem, obaczysz, że pierwszy Kupiec przedał pierwszym razem 4. sztuki towaru po 6, albo groszy, albo złotych &c, resztę zaś towaru 6. sztuk drugim razem po 1: że drugi Kupiec pierwszym razem przedał 1, tylko sztukę po 6, drugim zaś razem 24. sztuk po 1: że trzeci Kupiec pierwszym razem żadney sztuki towaru nie przedał; drugim zaś razem wszystkie 30. sztuk przedał po 1. Więc

M 4 — — — tym

tym sposobem każdy Kupiec iednakową sumę: 30 wziął za towar przedany. Tę przestrożę trzeba stosować do następujących rezolucyi.

### REZOLUCYA. II.

Kładę  $y = 1$ , a zatym  $z = 2$ , (podług trzeciej ekwacyi)  $x = 5$ , (podług pierwszej, albo drugiej ekwacyi,)  $u = 6$ ,  $p = 1$ .

#### Summy.

$$1^{\circ} \text{ Kupca: } xu + 10p - p1 = 30 \\ + 10 - 5 = 35.$$

$$2^{\circ} \text{ Kupca: } zu + 25p - pz = 12 \\ + 25 - 2 = 35.$$

$$3^{\circ} \text{ Kupca: } yu + 30p - py = 6 \\ + 30 - 1 = 35.$$

### REZOLUCYA. III.

Kładę  $y = 2$ , więc:  $z = 3$ ,  $x = 6$ ,  $u = 6$ ,  $p = 1$ .

#### Summy.

$$1^{\circ} \text{ Kupca: } xu + 10p - px = 36 \\ + 10 - 6 = 40.$$

$$2^{\circ} \text{ Kupca: } zu + 25p - pz = 18 \\ + 25 - 3 = 40. \quad 3^{\circ}$$

$$3^{\circ}. \text{Kupca: } yu + 30p - py = 12 \\ + 30 - 2 = 40.$$

REZOLUCYA. IV.

Kładę  $y = 3$ , a zatem  $z = 4$ ,  
 $x = 7$ ,  $u = 6$ ,  $p = 1$ .

*Summy.*

$$1^{\circ}. \text{Kupca: } xu + 10p - px = \\ = 42 + 10 - 7 = 45.$$

$$2^{\circ}. \text{Kupca: } zu + 25p - pz = \\ = 24 + 25 - 4 = 45.$$

$$3^{\circ}. \text{Kupca: } yu + 30p - py = \\ = 18 + 30 - 3 = 45.$$

REZOLUCYA. V.

Kładę  $y = 4$ , będzie tedy  $z =$   
 $= 5$ ,  $x = 8$ ,  $u = 6$ ,  $p = 1$ .

*Summy.*

$$1^{\circ}. \text{Kupca: } xu + 10p - px = \\ = 48 + 10 - 8 = 50.$$

$$2^{\circ}. \text{Kupca: } zu + 25p - pz = \\ = 30 + 25 - 5 = 50.$$

$$3^{\circ}. \text{Kupca: } yu + 30p - py = \\ = 24 + 30 - 4 = 50.$$

## REZOLUCYA. VI.

Kładę  $y = 5$ , a zatym będzie  $z = 6$ ,  $x = 9$ ,  $u = 6$ ,  $p = 1$ .

*Summy.*

$$1^{\circ}. \text{ Kupca : } xu + 10p - px = 54 + 10 - 9 = 55.$$

$$2^{\circ}. \text{ Kupca : } zu + 25p - pz = 36 + 25 - 6 = 55.$$

$$3^{\circ}. \text{ Kupca : } yu + 30p - py = 30 + 30 - 5 = 55.$$

## REZOLUCYA. VII.

Kładę  $y = 6$ , będzie tedy  $z = 7$ ,  $x = 10$ ,  $u = 6$ ,  $p = 1$ .

*Summy.*

$$1^{\circ}. \text{ Kupca : } xu + 10p - px = 60 + 10 - 10 = 60.$$

$$2^{\circ}. \text{ Kupca : } zu + 25p - pz = 42 + 25 - 7 = 60.$$

$$3^{\circ}. \text{ Kupca : } yu + 30p - py = 36 + 30 - 6 = 60.$$

W tej rezolucyi widzimy, że pierwszy Kupiec wszystkie sztuki towaru za pierwszym razem sprzedać.

Już

Już nie mogę większego kłaść waloru  $y$ , nad te, które do tych czas kładem; boby  $x$  walor był większy niżeli 10; a tak pierwszy Kupiec więcejby sztuk towaru przedawał, niżeli ich ma, co jest przeciw kondycjom problemma. Przero szukać trzeba inszego waloru  $u$ ,  $p$ , od tego, który mieli w przeszłych rezolucyach. Na ten koniec

$$\text{kładę: } \frac{5p}{u-p} = 2, \text{ z kąd wypada: } 5p$$

$$= 2u - 2p, \text{ albo: } 7p = 2u, \text{ kładąc: } p = 2, \text{ będzie: } u = 7. \text{ Te walory znalezione położemy w tych ekwacyach: } x = z + \frac{15p}{u-p}, x = y +$$

$$\frac{20p}{u-p}, z = y + \frac{5p}{u-p}, y \text{ będzie-}$$

my mieli te ekwacye:

$$1^{\circ}. x = z + 6. \quad 2^{\circ}. x = y + 8.$$

$$3^{\circ}. z = y + 2.$$

### REZOLUCYA. VIII.

Kładę  $y = 0$ , więc będzie  $z = 2$ ,  $x = 8$ , (przez ekwacye dopiero położone)  $u = 7$ ,  $p = 2$ .

Sum-

*Summy.*

$$1^{\circ}. \text{ Kupca : } xu + 10p - px = \\ = 56 + 20 - 16 = 60.$$

$$2^{\circ}. \text{ Kupca : } zu + 25p - pz = \\ = 14 + 50 - 4 = 60.$$

$$3^{\circ}. \text{ Kupca : } yu + 30p - py = \\ = 0 - 60 - 0 = 60.$$

Summy, które każdy Kupiec ma z sprzedaży towaru swego, są te same, co y w przeszłej rezolucyi; iednak te dwie rezolucye, są bardzo od siebie różne, iako to łatwo poznać można, pilnie rzecz zważywszy.

## REZOLUCYA. IX.

Kładę  $y = 1$ , zatym  $z = 3$ ,  $x = 9$ , (podług ostatnich ekwacyi)  $u = 7$ ,  $p = 2$ . *Summy.*

$$1^{\circ}. \text{ Kupca : } xu + 10p - px = \\ = 63 + 20 - 18 = 65.$$

$$2^{\circ}. \text{ Kupca : } zu + 25p - pz = \\ = 21 + 50 - 6 = 65.$$

$$3^{\circ}. \text{ Kupca : } yu + 30p - py = \\ = 7 + 60 - 2 = 65.$$

Ta dziewiąta rezolucya pokazuje, że pierwszy Kupiec sprzedał pierwszym

ra-



razem 9. sztuk towaru po 7, drugim zaś razem sztukę 1, po 2: że drugi Kupiec pierwszym razem sprzedał 3. sztuki po 7, drugim zaś razem 22 sztuk po 2: że trzeci Kupiec pierwszym razem sprzedał 1, sztukę po 7, drugim zaś razem sztuk 29. po 2, ztąd każdego Kupca wypada równa summa: 65.

REZOLUCYA. X.

Kładę nakoniec  $y = 2$ , więc będzie  $z = 4$ ,  $x = 10$ , (podług ostatnich ekwacyi)  $u = 7$ ,  $p = 2$ .

*Summy.*

- 1°. Kupca:  $xu + 10p - px = 70 + 20 - 20 = 70.$
- 2°. Kupca:  $zu + 25p - pz = 28 + 50 - 8 = 70.$
- 3°. Kupca:  $yu + 30p - py = 14 + 60 - 4 = 70.$

Nakoniec ta ostatnia rezolucya pokazuje, że pierwszy Kupiec 10. sztuk towaru pierwszym razem sprzedał po 7, drugim zaś razem nic nie sprzedał: że drugi Kupiec pierwszym razem 4. sztuki

ki przedał po 7, drugim zaś razem sztuk 21, po 2: że trzeci Kupiec pierwszym razem dwie sztuki przedał po 7, drugim zaś razem 28. po 2: Przerobto każdy z tych trzech Kupców równą sumę pieniędzy 70. wziął za przedany towar. C. B. D. C.



REGESTR  
ROZDZIAŁOW.

Wstęp do *Algebry*, w którym zawiera się, co jest *Algebra*, czym się różni od *Arytmetyki*, i jakie ma właściwe znaki &c. - - - fol: 1.

ROZDZIAŁ I. O *addycyi*, y *subtrakcyi* ilkości pojedynkowych. 8.

ROZDZIAŁ II. O *multyplikacyi*, y *dywizyi* ilkości pojedynkowych. 10.

ROZDZIAŁ III. O *oddcyji*, y *subtrakcyi* wielorakich ilkości. 18.

ROZDZIAŁ IV. O *multyplikacyi*, y *dywizyi* wielorakich ilkości 25.

ROZDZIAŁ V. O *frakcyach*, czyli *łamanych ilkościach*. - - 37.

ROZDZIAŁ VI. O *addycyi*, y *subtrakcyi* *łamanych ilkości*. - 43.

ROZDZIAŁ VII. O *multyplikacyi*, y *dywizyi* *łamanych ilkości*. - - - 47.

Roz-

## Registr Rozdziałow.

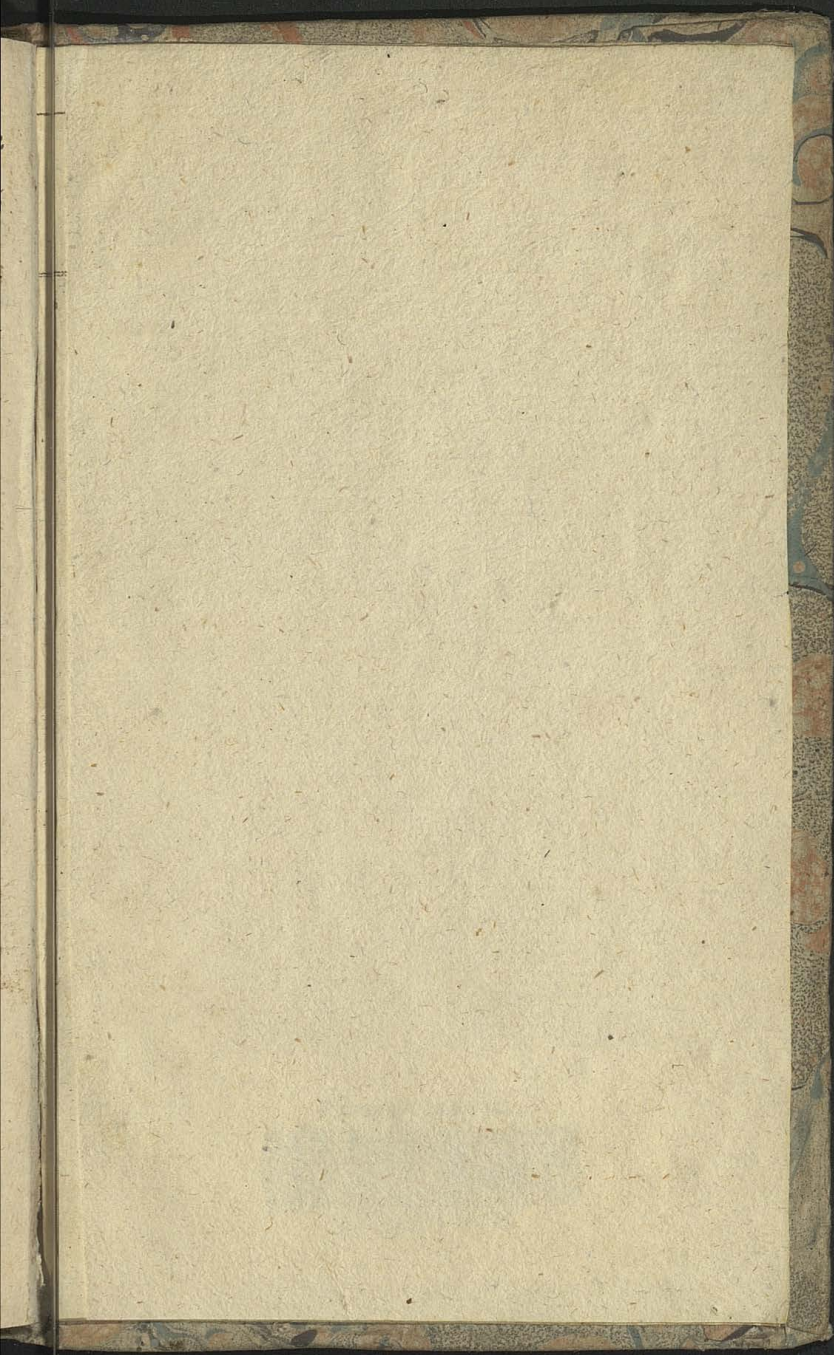
ROZDZIAŁ VIII. O porównaniu  
dwoch ilkości nierównych. - 50.

ROZDZIAŁ IX. O używaniu ekwa-  
cyi w rozwiązaniu różnych kwe-  
sty, czyli Problemmatow. - 59.

Problemmata wyraźne. s fol: 62.  
& sequentibus.

Problemmata nie wyraźne. - 147.  
& sequentibus.







Biblioteka Jagiellońska



stdr0017308

