9394

II

III 6

1

Teorya krytyczna

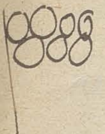
O E Meyer $\eta = 0{\cdot}30967\, \rho\, \Omega\, \lambda$

Conrau =

$p = \frac{\rho c^2}{3} = \frac{n \rho \Omega^2}{8}$

$\Omega = \ldots \sqrt{\frac{p}{3n}}$

Loschmidt 1865



$1 : n\pi \frac{\sigma^3}{6}$ ~~liquid~~ $= \alpha = \rho_g : \rho_l$

$\sigma = 6\sqrt{2}\, \alpha\, \lambda$

	α	x	$10^7 \sigma$	σ v.d.W. $10^7 \sigma$	Clausius Mossotti $k = \frac{1+2g}{1-g}$ Dorn, Exner !
H_2	0·000084	0·0000178	3·06	0·40	0·14
CH_4	106	80	1·81		0·23
O_2	191	102	1·57	} 0·80	0·16
N_2	167	95	1·70	0·63	0·18
CO_2	145	65	1·62		
Cl_2	128	46	1·17		

4·81

~~N II~~ O E Meyer $\sigma = 2.10^8$

$N = 61 . 10^{19}$

Jeans Wärmetheorie

J J Thomson $3{\cdot}6 . 10^{19}$

H A Wilson 40

Townsend 41

$\Big\}\ 40 . 10^{19}$

$\frac{9540\ldots . 3.10^{10}}{3.10^{-10}}$

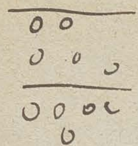
$= 9{\cdot}54 . 10^{23}$ ||| 1 gr H_2

$\frac{9{\cdot}54 . 10^{23} . 0{\cdot}00009}{2}$

	$\frac{1}{2}\sigma . 10^8$ Rayl.	Kuen.
H_2	1·025	1·02
CH_4		
O_2		1·40
N_2	1·56	1·45
CO_2	1·50	1·74
Cl_2		2·06

Perrin $3{\cdot}17 . 10^{19}$

Millikan 2·67



błonę półprzepuszcz.

$$dp = -n(\Delta - \delta) g\, dy\, \varphi$$

$$p = \frac{n}{v} HT$$

$$\frac{dn}{n} =$$

$$p = \frac{RT}{V}$$

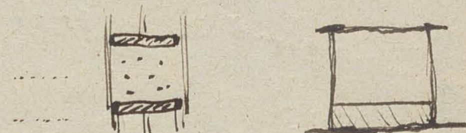
$$= n\frac{HT}{V} = \frac{n\mu}{V} RT = n \Delta \varphi\, RT$$

a czemu to samo nie jest w równie w razie gazów? mieszaniny

$$\int \frac{d\varphi}{\varphi} = -\mu \frac{\Delta - \delta}{\Delta} g \frac{y}{RT}$$

$$\varphi = \varphi_0\, e^{-\frac{\Delta-\delta}{\Delta} g \frac{y}{RT}}$$

$$R = \frac{H}{\mu}$$



Tak i samo tu mamy być dla gazów!

$$\cancel{dp_1 = -(\rho_1 - \rho) g\, dy}$$

$$\cancel{dp_2 = -(\rho_2 - \rho) g\, dy}$$

$$\cancel{dp_1 = + \rho\, g\, dy}$$

$$\cancel{dp_2 = \rho_1 g\, dy}$$

$$dp_1 = v_1(\rho_1 - \rho)$$

$$\rho_1 < \rho < \rho_2 \qquad \frac{\rho_1}{\rho_2} = c$$

$$p = p_1 + p_2$$

$$= R_1 \rho_1 \theta + R_2 \rho_2 \theta \qquad \rho = \rho_1 + \rho_2$$

$$\frac{p_1}{p} = c_1 \quad \text{ciśnienie przez} \qquad \frac{p_2}{p} = c_2$$

tak żeby podobne ciśnienie $p_1 = p_2$

$$dp_1 = \left[-\rho_1 + \frac{p_1}{p}\rho\right] g\, dy = -\rho_1 + \frac{R_1\rho_1(\rho_1+\rho_2)}{R_1\rho_1 + R_2\rho_2} = \frac{(R_1 - R_2)\rho_1\rho_2}{R_1\rho_1 + R_2\rho_2} g\, dy = R_1\, d\rho_1$$

$$dp_2 = \left[-\rho_2 + \frac{p_2}{p}\rho\right] dy$$

$$dp = 0$$

Lnudgetts 1'205

Dgbraunter

1880	1880
940	995
530	528
305	280

} 6μ   Radius $a = 0{,}52\,\mu$ $\rho = 1{,}063$

$$6 \cdot 10^{-4} : 6 \cdot 10^{5} = \frac{4}{3}\pi (0{,}52)^3 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}063 : \mu\ \text{gen.}$$

$$\mu = \frac{6 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 10} \underbrace{\frac{4}{3}\pi\, 0{,}13}_{0{,}5} \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}063$$

$$= 3{,}3 \cdot 10^{-23}$$

$$N = \frac{0{,}0013}{\mu} = \frac{0{,}0013}{3{,}3 \cdot 10^{-23}} = 9 \cdot 10^{+19}$$

Wybrane ustępy z teorii kinet. Z nowszego punktu widzenia

I Liczba i rozmiary cząsteczek i atomów

~~[illegible]~~ Że zjawisk które ta teorya tłumaczy, nie odnośi

Różne kategorye 1). zasadniczy stan skup.

2). krystalografia Haüy $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

3) Dalton

Co cząsteczka, co atom

jednakowe prężności | cząsteczki Avogadro $2H + 2Cl = 2HCl$

z pamięcią pary

$2(H_2 + O = H_2O)$

~~Kinetyk~~ Arrhenius $\frac{n'}{n} = \frac{T_1 - T_0}{AHT^2}$ (..)

Benzol $2(C_6H_6) + 9O_2 = 6H_2O + 12CO_2$

Wykłady: Prawidła równowagi termodynamicznej

prawo Boyle'a

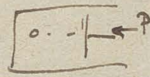
$M\ddot{X} = m\ddot{x} = P$

$\sum M\Delta C = \sum m\Delta c = \int P dt = R\theta\rho$

$= 2mn_{\xi+}\xi_+^2 = mn\overline{\xi^2}$

$= \frac{mn\overline{c^2}}{3} = \rho\frac{\overline{c^2}}{3} = R\theta\rho$

$\overline{c^2} = 3R\theta$



tak samo V. d. Waals $p + \frac{a}{v^2} = \frac{R\theta}{v-b}$ $\;\Vert\;$ $\frac{b}{v} = 4n\frac{4}{3}\pi r^3$

tak samo ciepła właściwe $U = n\frac{mc^2}{2}(1+\beta) = \rho\frac{c^2}{2}(1+\beta) = \frac{3}{2}R\theta\rho(1+\beta)$

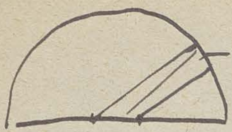
$c_v = \frac{\partial U}{\partial\theta} = \frac{3}{2}R(1+\beta)$

$c_p - c_v = R = c_v(k-1)$

więc tak daleko mogłyby być takie $\bar{c}$ duże i za małe

Niezależne prawo $\lambda = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\, n\sigma^2}$

[illegible] $\frac{\partial u}{\partial y}$



$$\frac{\int \cos^2\varphi \sin\varphi \, d\varphi}{\int \sin\varphi \, d\varphi} = \frac{1}{3}$$

$$e^{-\frac{gy}{RT}} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{gy}{RT} = \ln\frac{1}{2} = -\ln 2$$

$$y = \frac{RT}{g} \ln 2$$

$$= \frac{76 \cdot 13.6}{0.00129} \cdot 0.694$$

$$= 8000\ \text{m} \cdot 0.694$$

$$\underline{\underline{5550\ \text{m}}}$$

$$0.30103 \cdot 2.306$$

60206
903
18
0.6941.

$$RT = \frac{p}{\rho} = \frac{76 \cdot 13.6\, g}{0.00129}$$

Ultramicroscopy

$K = \frac{1+2g}{1-g}$

5

$g = \frac{K-1}{K+2}$

Rayleigh $n > 7.10^{18}$

$h = \frac{32\pi^3(\mu-1)^2}{4 n \lambda^4}$

$= \frac{32}{3}\pi^3 N I^2 \frac{\varepsilon^2}{\lambda^4}$

Dorn 10^{-8} . 16 Air

14 H_2

H_2SO_4 6.9

CH_4 2.3

6: Rayleigh ~~Air~~ $6 = 8 . 10^{-8}$

CO_2 6.3

H_2 4.0

Planck $e = 4.69 . 10^{-10}$

$n = 2.76 . 10^{19}$

Jeans persistency $\lambda = \frac{1.255}{\sqrt{2}\pi N 6^2}$

$\mu = 0.350$ pcl

$\kappa = 1.6027$ cup

$D = 1.34 \frac{\mu}{\rho}$

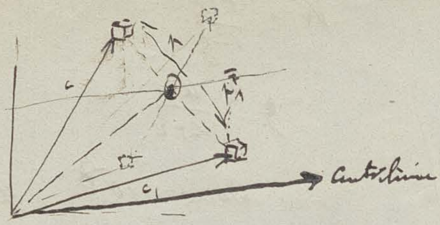
~~#~~ ionic charge e = 3.4, 3.1, 3.0 $. 10^{-10}$ (est)

$\frac{96540 . 0.00008952 . 10^{-1} 3.10^{10}}{3.2 \cdot 10^{-10}} \neq 0.8 . 10^{20}$

$n = 4.0 . 10^{19}$

$n = \frac{(N6^2)^3}{(N6^3)^2}$ $\left(\frac{1}{\lambda}\right)^3$ $(b)^2$

6 =	air	H_2	He	H_2O	A	CO_2	CH_3Cl	Cl_2
	2.84	2.03	1.81	3.39	2.79	3.36	4.68	4.11



Centre line

podamo wyjść $\quad p = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi n}}\, e^{-\frac{\left(\frac{n}{2}-m\right)^2}{2n}}$

$$p(2h) = \cancel{h}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}\; e^{-\frac{2h^2}{n}}$$

$$p(h) = \cancel{h}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}\; e^{-\frac{h^2}{2n}}$$

$$\frac{h}{n} = x \qquad \frac{1}{n} = dx$$

$$\sum_{h=0}^{\infty} p(h) = \sqrt{\frac{2}{n\pi}} \sum_{h}^{\infty} e^{-\frac{h^2}{2n}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}\, n \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{nx^2}{2}}\, dx . \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$= n\sqrt{\frac{2}{n\pi}}\; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{n}} = 1$$ słusznie

$$\overline{h} = \sqrt{\frac{\cancel{2}n}{2\pi}}\, n \int_{0}^{\infty} e^{-\frac{nx^2}{2}}\, x\, dx = \sqrt{\frac{n}{2\pi}}$$ = odchyl. średnie

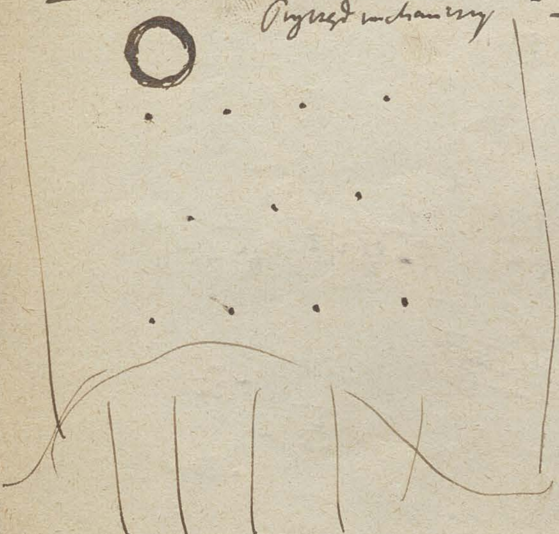
$$\sum_{\alpha=1} \frac{\alpha+\beta\,!}{\alpha!\,\beta!} = 2^n = \sum_{\alpha=0}^{n} \frac{n!}{\alpha!\,(n-\alpha)!}$$

$$(1+1)^n = 1^n + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots \binom{n}{\alpha} + \cdots 1^n$$

$$= \frac{n(n-1)\cdots(n-\alpha+1)\,[n-\alpha \ldots 3.2.1]}{1.2\ldots\alpha \qquad 1.2.3\ldots(n-\alpha)}$$

= ~~π~~

Przykład mechaniczny



$$\log N.. = \frac{n+m}{2}\left[\log n + \log\left(1+\frac{m}{n}\right)\right] + \frac{n-m}{2}\left[\log n + \log\left(1-\frac{m}{n}\right)\right]$$

$$= n \log n + \frac{1}{2} n \underbrace{\left[\log\left(1+\frac{m}{n}\right) + \log\left(1-\frac{m}{n}\right)\right]}_{\frac{m}{n} - \frac{1}{2}\frac{m^2}{n^2} - \frac{m}{n} - \frac{m^2}{2n^2}} + \cancel{\frac{m}{2}\left[\log\left(1+\frac{m}{n}\right) - \log\left(1-\frac{m}{n}\right)\right]}$$

$$-\frac{m^2}{2n}$$

$$\log \alpha! = \left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\log\alpha - \alpha + \frac{1}{2}\log(2\pi)$$

$$p(m) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{n}{n^2-m^2}}$$

$$\log p(m) = \left(n+\frac{1}{2}\right)\log n - \frac{n+m}{2}\log\left(\frac{n+m}{2}\right) - \left(\frac{n-m}{2}\right)\left(\log\frac{n-m}{2}\right) + \frac{1}{2}\log\frac{n^2-m^2}{4} - \log\sqrt{2\pi} - n\log 2$$

$$\cancel{\sum_{-\infty}^{+\infty} m\, p(m)}$$

$$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_0^n m\, p(m) = \frac{1}{\sqrt{\pi n}}\sum_{m=0}^{n}\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n}{m}\right)^2-1}}$$

$$\frac{m}{n} = x \qquad \frac{1}{n} = dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi n}}\,\frac{1}{\frac{1}{x^2}-1}$$

$$\alpha = \frac{n}{2}+h \qquad \beta = \frac{n}{2}-h \qquad \alpha! = \left(\frac{\alpha}{e}\right)^{\alpha}\sqrt{2\alpha\pi}$$

$$p(\alpha-\beta) = \frac{n!}{\left(\frac{n}{2}+h\right)!\left(\frac{n}{2}-h\right)!}\,\frac{1}{2^n}$$

$$= \frac{n^n}{\left(\frac{n}{2}+h\right)^{\frac{n}{2}+h}\left(\frac{n}{2}-h\right)^{\frac{n}{2}-h}}\,\frac{\sqrt{2n\pi}}{\sqrt{\frac{n^2}{4}-h^2}\cdot\pi}\,\frac{1}{2^n} = \left(\frac{\frac{n}{2}-h}{\frac{n}{2}+h}\right)^{h}\frac{1}{\left[1-\left(\frac{2h}{n}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}}}\sqrt{\frac{2n}{(n^2-4h^2)\pi}}$$

$$= \left[\frac{1-\frac{2h}{n}}{1+\frac{2h}{n}}\right]^{h}\frac{1}{\left[1-\left(\frac{2h}{n}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}}}\sqrt{\frac{2n}{(n^2-4h^2)\pi}} \neq \cancel{[\ldots]} \qquad e^{-\frac{m^2}{2n}}$$

$$\frac{4h^2}{n^2} = \delta \qquad \frac{n}{2}\frac{n}{2h^2} \quad \frac{2h^2}{n}$$

$$= \underbrace{\left[1-\frac{4h}{n}\right]^{h}}_{e^{-\frac{4h^2}{n}}}\underbrace{\left[1+\left(\frac{2h}{n}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}}_{e^{\frac{2h^2}{n}}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}} = \sqrt{\frac{2}{n\pi}}\,e^{-\frac{2h^2}{n}} = \sqrt{\frac{2}{n\pi}}\,e^{-\frac{m^2}{2n}}$$

Metoda termodynamiki, fenomenologia, Mach Ostwald Boltzmann

Atomistyka, Lucretius, Demokrytos, Arystoteles

Dalton 1805 Avogadro 1811 i Ampère, Zachowanie energii

Clausius Maxwell prawdopodobieństwo Boltzmann

dla przypadkowości

Prawo wielkich liczb: prawdopodobieństwo że z różnych możliwych wypadków każdy zdarzy się mniej więcej tyle razy ile oparte prawdopodobieństwo.

Przeciętna liczba: 1 2 3 4 5 6

$\Sigma \frac{n}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3.5$

jeśli n razy rzucę ... $= 3.5\,n$

Kostka $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$ $p + q = 1$

Prawdopod. jednego albo drugiego z dwóch przypadków wzajem. $\frac{n_a}{n} + \frac{n_b}{n} = \frac{n_a+n_b}{n}$

jednego i drugiego

Przykłady: prawdop. pierwszym razem 1 drugim razem 1

to samo co 1, 2
1, 3
...

błędna zasada starań na to co nie wyszło

rzuty monet $r\ r\ r\ r\ r = \left(\frac{1}{2}\right)^5$

Tak samo ... $r\ r\ r\ r\ r =$

a + b kul w urnie

$\frac{a}{a+b}$ $\frac{b}{a+b}$ białej albo czarnej $\frac{a+b}{a+b}$

dwa razy białą $\left(\frac{a}{a+b}\right)^2$

... $\left(\frac{b}{a+b}\right)^2$

$b\ a$ $\frac{a}{a+b}\,\frac{b}{a+b}$

$a\ b$ $\frac{b\,a}{(a+b)^2}$

---

dwie różne $\frac{a}{a+b}$ $\frac{a}{a+b}$ różne ...

11 21 31 41 51 61 7

12 22 32

13 23

14

36 możliwych

aby suma była n

6 $(n-1)$ aż do 7

n $(13-n)$ od 7

przeciętna wartość:

$$\frac{1}{36}\Big[\underbrace{\sum_{2}^{7} n(n-1) + \sum_{8}^{12} n(\underbrace{13-n}_{m})}\Big]$$

$13-n=m$

$n=13-m$

$$\cancel{\sum_{2}^{7} n^2 \quad \sum_{8}^{12} n^2}$$

$$\sum_{5}^{1}(13-m)\,m$$

$$\sum_{2}^{7} m^2 - \sum_{1}^{5} m^2 + \sum_{5}^{1} 13m - \sum_{0}^{7} n$$

$$6^2+7^2-\cancel{1} + 13\,\frac{5.6}{2} - \frac{7.8}{2} + \cancel{1}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 49 \\ 175 \\ \hline 260 \\ -\ 28 \\ \hline 232 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13.15 \\ 45 \end{array}$$

$$\frac{232}{36} = \frac{58}{9}$$

[illegible] musimy [illegible] [illegible] razy $\underline{3}$

$$\frac{1}{6}\,\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\,\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\,\frac{1}{6} = \frac{11}{36}$$

~~2~~ a b razy i jednakowe prawdop. $n =$ 8

jak często

+ + + + + +
+ + + + + −
+ − + + + +
+ + − + + +
− + + + + +
+ + + + − +

		n
+	−	I
+ +	− +	II
+ −	− −	
+ + +	− + +	III
+ + −	− + −	
+ − +	− − +	
+ − −	− − −	

liczba przypadków możliwych 2^n

takich przypadków gdzie $+\alpha\ -\beta$ razy wypadło

jeśli $\alpha+\beta$ obiektów, można tworzyć $(\alpha+\beta)!$ permutacji; o ile jednak wszystkie α obiekty między sobą i wszystkie β między sobą uważamy za równe, będzie różnych kombinacji będzie

$$\frac{(\alpha+\beta)!}{\alpha!\,\beta!}$$

więc prawdop. liczby ~~$(\alpha-\beta)$~~ $\alpha-\beta$:

$$p(\alpha-\beta) = \frac{(\alpha+\beta)!}{\alpha!\,\beta!}\frac{1}{2^{\alpha+\beta}}$$

biorąc α i β duże

$$\alpha! = \alpha^{\alpha+\frac{1}{2}} e^{-\alpha}\sqrt{2\pi}$$

$\alpha+\beta = n$ $\quad \alpha = \frac{n+m}{2} = \cancel{n(1+}$

$\alpha-\beta = m$ $\quad \beta = \frac{n-m}{2}$

$$p(m) = \frac{n!}{\frac{n+m}{2}!\,\frac{n-m}{2}!}\frac{1}{2^n}$$

~~$m = n(1+\delta)$~~

$\frac{m}{n}$ małe $\quad m = \varepsilon n$

$$= \frac{n^n\sqrt{2n\pi}\,\cancel{e^{-n}}}{\left(\frac{n+m}{2}\right)^{\frac{n+m}{2}}\left(\frac{n-m}{2}\right)^{\frac{n-m}{2}}\cancel{e^{-\frac{n+m}{2}-\frac{n-m}{2}}}\sqrt{(2\pi)^2\frac{n^2-m^2}{2}}}\frac{1}{2^n}$$

$$= \frac{n^n}{(n+m)^{\frac{n+m}{2}}(n-m)^{\frac{n-m}{2}}}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{n}{n^2-m^2}}$$

P = stosunek ~~przyp~~ sprzyj. :

przypadków możliwych, o ile są równie prawdop.

Jaki są równie prawdop.? Albo empiryka: często powtarzać

Albo ~~\#~~ w pewnych wypadkach apriorycznie jeśli zetknie

dokładnie znane i umówione

prawdop. że ~~trzecia~~ cyfra parzysta lub nieparz.

~~0 1 2 3 4 5 6 7 8 9~~

przeciętna wartość trzeciej cyfry = 4'5

„zależne” wypadki jest inne prawdop. dla b jeśli było już +a

inne jeśli było już −a

niezależne jest $p_a(b) = p_{-a}(b)$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ y \int_{\frac{a}{\sqrt{2y}}}^{\infty} e^{-z^2} dz - \int y \frac{a}{2\sqrt{2y^3}} e^{-\frac{a^2}{2y}} dy \right\} \Big|_0^n$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ n \int_{\frac{a}{\sqrt{2n}}}^{\infty} e^{-z^2} dz - \underbrace{\int_0^n \frac{a}{2\sqrt{2y}} e^{-\frac{a^2}{2y}} dy}_{} \right\}$$

$$\frac{a^2}{2} \int_0^{\frac{a}{\sqrt{2n}}} \frac{e^{-z^2}}{z^2} dz$$

$$\frac{a}{\sqrt{2y}} = \sqrt{z}$$

$$-\frac{a}{2\sqrt{2y^3}} dy = \frac{dz}{2\sqrt{z}} = \cancel{\frac{dz \sqrt{2y}}{2a}}$$

$$\cancel{\frac{a}{2\sqrt{2y}} dy = dz \cdot \frac{a^2}{2z}}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{2z}{a^2}$$

$$p(m) = \sqrt{\frac{2}{n\pi}} e^{-\frac{m^2}{2n}}$$

$$\alpha + \beta = n$$

$$\alpha - \beta = m$$

$$\sqrt{\frac{2}{n\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{m^2}{2n}}$$

$$\frac{m}{n} = x$$

$$\sum f_1(x_1)(x_2 - x_1) + f_2(x_3 - x_2) + \text{— —}$$

$$= \Delta x \sum f(x) = \int f(x)\, dx$$

$$e^{-\frac{x^2 n}{2}}$$

$$\cancel{\int e^{-\frac{m^2}{2n}}} \qquad m = 2\mu$$

$$= \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{2\mu^2}{n}} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{2x^2}{n}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\frac{2}{n}}}$$

$$\sqrt{\frac{2}{n\pi}} \sqrt{\frac{\pi}{\frac{2}{n}}} = 1$$

$$\sqrt{\frac{2}{n\pi}} \int_0^{\frac{m}{2}} e^{-\frac{2x^2}{n}} dx$$

$V = \varphi\Delta_1 \varphi\Delta_2 \dots$

$\frac{\partial W}{\partial x} = 0$ $\quad \log W =$ $\quad a_1 - x = \Delta_i$

$\frac{\partial \varphi \Delta_i}{\partial x} = \frac{d\varphi(\Delta_i)}{d\Delta_i} \underbrace{\frac{\partial \Delta_i}{\partial x}}_{=-1}$

$x = \frac{a_1 + a_2 + a_n}{n}$

$\underbrace{\frac{1}{\varphi(\Delta_1)} \frac{d\varphi(\Delta_1)}{d\Delta_1}} + \dots = 0$

$nx = a \dots a_n = \Delta_1 + \Delta_2 \dots \Delta_n$

$f(\Delta_1) + f(\Delta_2) \dots f(\Delta_n) = 0$

$\Delta_1 + \Delta_2 \dots = 0$

$\Delta_n = -[\Delta_1 + \dots \Delta_{n-1}]$

$f(\Delta_1) + \dots f(\underbrace{\Delta_1 - \Delta_2 \dots \Delta_{n-1}}_{\Delta_n}) = 0$

$\frac{\partial}{\partial \Delta_i}$ $\quad \frac{d f(\Delta_i)}{d\Delta_i} + \frac{d f(\Delta_n)}{d\Delta_n} \underbrace{\frac{\partial \Delta_n}{\partial i}}_{=-1} = 0$

$\frac{d\varphi(\Delta_i)}{d(\Delta_i)} = \dots$

$f'(\Delta_i) = f'(\Delta_n) = f'(\Delta_2) \dots = \text{const}$

$f(\Delta_i) = C\Delta_i + b$

$$\begin{cases} f(\Delta_1) = C\Delta_1 + b \\ f(\Delta_2) = C\Delta_2 + b \\ \vdots \\ C\Delta_n + b \dots = 0 \end{cases}$$

Extract $p = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$ $\frac{14}{18}$ $\delta = \frac{\cancel{17}}{18} = \cancel{1}\frac{2}{9}$

$m=90$

$n=5$

k

$\frac{\binom{n}{k}}{\binom{m}{k}}$

Nominat $\frac{1}{90}$ 67 $\delta = \frac{23}{90} \neq \frac{1}{4}$

Ambo solo wiele kombinacyj 5 po 2 $\binom{90}{5}$ jedna liczba w jednej kombinacyi:

ze 5 numerów dwa trafić

$= \frac{1}{1620}$

Albo także tak:

dwa zgóry naznaczone równocześnie ~~2 ratowe~~

$\frac{1}{400'5}$ $\frac{160}{400} =$

$\left(\frac{1}{18}\right)^2 = \frac{1}{324}$

Terno $\left(\frac{1}{18}\right)^3 =$ ~~niezg. nieod. bo jeden jeden~~

18.1

$\frac{\cancel{5.4.3.}}{\cancel{90.89.88}} \; 44.3$ $\cancel{30}$

$\delta = \frac{2439}{7239} \neq \frac{1}{3}$

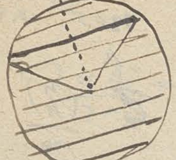
$w = \frac{1}{117480}$

Petersb. problem $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots \frac{1}{2^n} = S$ $S = 1 - \left(\frac{1}{2^n}\right)$

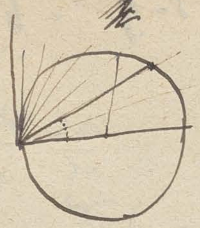
$1 + \frac{1}{2} + \dots \frac{1}{2^{n-1}} = 2S$

$\frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{2^n}{2^n - 1}$

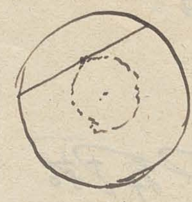
Bertrand



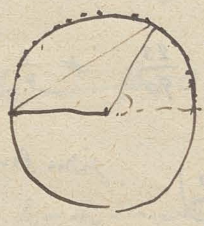
$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{3}$



$\frac{1}{4}$



$\frac{1}{3}$

Schwadler, Lindberg etc. Ogólne

jednak jedn.: wzajemne relacje to znaczy

np. rzucić groch na szachownicę

Kupę grochu

przeciwnie: rzucić nieco igły napotykam

Ściślejszy dowód:

$$M \frac{dC}{dt} = -P + q_1 + q_2 + \cdots$$

różne prędkości możliwe

$$\frac{M(C_1 - C_0)}{T} = -P + \frac{1}{T} \sum \int_0^T q \, dt$$

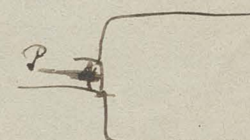
przeciętnie przy równowadze :

$$P = \frac{1}{T} \sum \int^T q \, dt$$

$$= \frac{1}{T} \left[\int_{t_1}^{t_1 + \tau} + \int_{t_2}^{t_2+\tau} + \cdots \right]$$

$$m \frac{d\xi}{dt} = -q$$

$$\int_{t_1}^{t_1+\tau} q \, dt = m \, \xi \Big|_{t_1+\tau}^{t_1} = m\xi - (-m\xi) = 2m\xi$$



$$P = \frac{2}{T} \sum m \xi$$

Wiele uderzających podczas 1 sec?

Nie wszystkie N zawarte w naczyniu tylko warstwa przylegająca

~~Wpuszczamy kawałki ścian~~

Prędkości styczne są obojętne, tylko ξ wchodzi w rachubę

Rozłóżmy według tego Σ na kategorie

$$P = \frac{2}{T} m \left[\nu_1 \xi_1 + \nu_2 \xi_2 + \cdots \right]$$

połowa w kierunku tym a połowa w przeciwnym

$$\nu_1 : \frac{N_1}{2} = \xi_1 \omega T : V \qquad P = m \frac{\omega}{V} \left[\xi_1^2 N_1 + \xi_2^2 N_2 + \cdots \right]$$

Obierając jako ω : 1 cm²:

$$pV = N m \overline{\xi^2} \qquad \Big\| \; N_1 \xi_1^2 + \cdots = N \overline{\xi^2}$$

$c_1^2 = \xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2$

$c_2^2 = -$

$-$

$$pV = \frac{\cancel{N} m \bar{c}^2}{3} \qquad p = \rho \frac{c^2}{3}$$

$$pv = \frac{\overset{=1}{\cancel{N}} m c^2}{3} = \frac{\cancel{\ } c^2}{3} \qquad p = \frac{n m c^2}{3}$$

$$c = \sqrt{3}\sqrt{\frac{p}{\rho}}$$

powietrze : 485 m

H_2 : 1844

CO_2 : 392

podobnej wielkości jak prędkość głosu

$$R\theta = \frac{c^2}{3}$$

$$c_1 : c_2 = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho}}$$

Jeżeli wybrać ilości gazów $\qquad p = \frac{n_1 m_1 c_1^2}{3} + \frac{n_2 m_2 c_2^2}{3} + -$

$$= \frac{1}{3}\left(\rho_1 c_1^2 + \rho_2 c_2^2 + \cdots \right)$$

Prawo Daltona

Przeciętna energja kin. staje się równą dla większ. n

$$m u + M U = m u' + M U'$$

$$m \frac{u^2}{2} + M \frac{U^2}{2} = m \frac{u'^2}{2} + M \frac{U'^2}{2}$$

$$m(u - u') = M(U' - U)$$

$$m\left(\frac{u^2 - u'^2}{\cancel{2}}\right) = M\left(\frac{U'^2 - U^2}{\cancel{2}}\right)$$

$$u + u' = U + U'$$

$$\cancel{\ } U' = \cancel{\frac{m(u-u') + M(u+u')}{2M}}$$

$$2M U' = \frac{(M-m)u'}{\cancel{2}} + \frac{M+m}{\cancel{2}} u = 2[u + u' - U] M$$

$$\cancel{M \frac{U'^2}{2} - m \frac{u'^2}{2}}$$

$$u' = \cancel{M+m}\ \frac{(m-M)u}{m+M} + \frac{2UM}{m+M}$$

$$U' = \frac{M-m}{m+M} U + \frac{2mu}{m+M}$$

2 cz. 2 6 ʒ

$= \frac{a+b+c!}{a!\,b!\,c!}$

$c_1\ b_2\ b_1\ b_2$ $\quad$ $c_2\ c_1\ b_1 b_2$

$c_1\ c_2\ b_2\ b_1$ $\quad$ $c_2\ c_1\ b_2 b_1$

$c_1\ b_1\ c_2\ b_2$

$c_1\ b_1\ b_2\ c_2$

$c_1\ b_2\ c_2\ b_1$

$\underbrace{c_1\ b_2\ b_1\ c_2}_{n=4}$

~~Każdą z tych równie możliwe i~~ ~~[illegible]~~ tak samo możliwe ~~[illegible]~~ innych komb.

~~$c_1 c_2 c_3 c_4$ itd.~~

prawdop. dla danej kombinacji =

$(a+b+c)!$

równie prawdop. są: $c\ c\ b\ b$

$c\ b\ c\ b$

$c\ b\ b\ c$

$b\ c\ c\ b$

$b\ c\ b\ c$

$b\ b\ c\ c$

$\frac{4!}{2!\,2!} = \frac{2.3.4}{4} = 6$

w całości

~~$c\ c\ b\ b$~~

$\frac{1}{m}$

$f = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} d\omega$ –

$c^2 = \frac{3}{2}\alpha^2 = 3R\theta$

$\alpha^2 = 2R\theta$ $\quad$ $\bar{c}^2 = 3R\theta$

$\int - \frac{v^2}{\alpha^5\sqrt{\pi}\,3} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} d\omega = - \frac{4\pi v^4}{\alpha^5\sqrt{\pi}} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} d\omega$

$-\frac{3}{2}\log \pi - \frac{1}{2}\log(3R\theta) - 3R\theta$

$(k-1)c = AR$

$= -\frac{4}{\alpha^5\sqrt{\pi}} \int v^4 e^{-\frac{v^2}{2R\theta}} d\omega$

$\log(\theta^{-\frac{3}{2}})$

$c\log\theta + AR\log v$

$\frac{\delta Q}{T} = \frac{c\,d\theta + Ap\,dv}{T} = c\frac{d\theta}{\theta} + AR\frac{dv}{v}$

$(v\,\theta^{3/2})$

14

$\varphi = \log f -$

$\varphi + \Phi_1 - \varphi' - \Phi_1' = 0$

$$\left\{\begin{array}{l} \xi^2+\eta^2+\zeta^2 + \xi_1^2+\eta_1^2+\zeta_1^2 - \cdots = 0 \\ \xi + \xi_1 - \xi' - \xi_1' = 0 \\ \eta \\ \zeta \end{array}\right.$$

$$\left[\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} + 2A\xi + B\right] d\xi + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} + 2A\eta + C\right] d\eta - \quad = 0$$

$$+\left[\frac{\partial\Phi_1}{\partial\xi_1}\right.$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} + 2A\xi + B = \frac{\partial\Phi_1}{\partial\xi_1} + 2A\xi_1 + B = 0$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial\xi_1} = 2A(\xi_1 - \xi)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial\eta_1} = 2A(\eta_1 - \eta)$$

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial\xi_1}\right)(\eta_1 - \eta) = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial\eta_1}\right)(\xi_1 - \xi)$$

$\frac{\partial}{\partial\xi}$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi\partial\xi}(\eta_1 - \eta) = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta\partial\xi}(\xi_1 - \xi)$$

$\frac{\partial}{\partial\eta_1}$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi\partial\xi} = 0 = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta\partial\xi} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi\partial\eta} -$$

$$\varphi = f_1(\xi) + f_2(\eta) + f_3(\zeta)$$

$\frac{\partial}{\partial\xi}$ $\qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2}(\eta_1 - \eta) = -\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} + \frac{\partial\Phi_1}{\partial\eta_1}$

$\frac{\partial}{\partial\eta_1}$ $\qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta_1^2}$ = const [illegible]

$$\therefore \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} \;\ldots\;\ldots = - \frac{2}{\alpha^2}$$

$$\varphi = - \frac{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}{\alpha^2}$$ alle Potenzen $(\xi - u)^2 + (\eta - v)^2 + (\zeta - w)^2 + A$

$$\varphi = a\, e^{-\frac{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}{\alpha^2}}$$

$$f = a\, e^{-\frac{(\xi - u)^2 + (\eta - v)^2 + (\zeta - w)^2}{\alpha^2}}$$

$$\bar{\xi} = \frac{\int \xi f \, d\omega}{\int f \, d\omega}$$

$$f(\xi)\,d\xi = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}}\, e^{-\frac{\xi^2}{\alpha^2}}\, d\xi$$

Najprawdop. $\tilde{v} = \alpha$

$$\bar{v} = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$$

$$\overline{v^2} = \frac{3}{2}\alpha^2$$

30/03
~~4...~~
24857
0·05246

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1{\cdot}128$$

$$f(v)\,dv = \frac{4v^2}{\alpha^3\sqrt{\pi}}\, e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}\, dv \qquad \alpha^2 = 2R\theta$$

$$f(\xi)\,d\xi = \frac{1}{\sqrt{2R\theta\pi}}\, e^{-\frac{\xi^2}{2R\theta}}\, d\xi$$

$$f(v)\,dv = \frac{\cancel{4\pi}}{\sqrt{2R\theta\pi}} \cdots e$$

$$\int_0 v^2 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}\, dv$$

$$\int x^2 e^{-x^2}\,dx = \int \frac{x}{2}\, 2x e^{-x^2} dx = -\frac{x}{2} e^{-x^2} + \frac{1}{2}\int e^{-x^2}dx$$

$$\int_0^x e^{-x^2}dx \cdots = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{1\,3!} + \frac{x^5}{2!\,5} - - -$$

$x \gg 1$

$$\int_0^x = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \cancel{\ldots}\; \frac{e^{-x^2}}{2x}\left[1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1.3}{(2x^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2x^2)^3} \sim\right]$$

O_2 – $\rho = 0{\cdot}0014291$ $\sqrt{c^2} = 461{\cdot}2\ \frac{m}{sek}$

$\alpha = 376{\cdot}6$

0–100	1·3
–200	8 2
2–300	16·7
3–400	21·5
4–500	20·3
5–600	15·2
6–700	9·1
>700	7·7

$$L_{(1\,gr)} = \frac{n\,m\,c^2}{2\rho} = \frac{c^2}{2} = \frac{3}{2}R\theta$$

$$\frac{\delta L}{\delta\theta} = \frac{3}{2}R = c_v$$

$$c_p - c_v = R$$

$$c_p = \frac{5}{2}R \qquad \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} = 1{\cdot}66$$

$p = \cancel{M} HT\nu$

$-\frac{\partial p}{\partial x} = -HT\frac{\partial \nu}{\partial x}$

$v = -\frac{\nu}{6\pi\mu r}\frac{1}{\nu N}HT\frac{\partial \nu}{\partial x}$

$v\nu = -D\frac{\partial \nu}{\partial x}$

$D = \frac{HT}{N\,6\pi\mu r}$

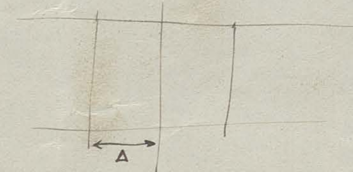
$r = 10^{-4}$

$m_1 = \frac{4}{3}\pi\frac{1}{8}10^{-12}$

$m_2 = \frac{0{\cdot}0013}{4.10^{19}} = 3.10^{-23}$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}\frac{10^{-11}}{3.10^{-23}}\cdot\cancel{30}$

$= \frac{1}{2}10^{12}$



$\Delta\frac{(\nu_1-\nu_2)}{2} = -\frac{\Delta^2}{2}\frac{\partial \nu}{\partial x}$ v czasi τ

$D = \frac{\Delta^2}{2\tau}$

$\Delta = \sqrt{2D\tau}$

$D = \sqrt{\frac{HT}{N.3\pi\mu r}}\sqrt{\tau}$

$H = 8{,}3.10^{7}$

$N = \frac{4.10^{19}.29}{0{\cdot}0013}$

$V = C e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\qquad \tau = \frac{M}{6\pi\mu r}$

~~$\Delta = C$~~ $\lambda = C\tau$

$\Delta = \lambda\sqrt{2\pi} = C\sqrt{2\tau} = C\sqrt{\frac{2M}{S}} = c\sqrt{\frac{2m}{S}}$

$= c\sqrt{\frac{2m}{6\pi\mu r}} = c\sqrt{m}\sqrt{\frac{1}{3\pi\mu r}}$

$c = \sqrt{3RT}$

$c\sqrt{m} = \sqrt{\frac{3HT}{N}}$

$$W = \frac{a}{v}$$

$$= \cancel{m_1 m_2}\,\psi_{12} + \cancel{m_1 m_3}\,\psi_{13} + \cancel{m_2 m_3}\,\psi_{23} + \cdots$$

$$w_1 = \cancel{m_2}\,\psi_{12} + \cancel{m_3}\,\psi_{13} + \cancel{m_4}\,\psi_{14} + \cdots \quad \Big\| \quad W = \frac{\cancel{m_1}\,w_1 + \cancel{m_2}\,w_2 + \cdots}{2}$$

$$w_1 = 2\frac{W}{nv} \qquad (n m v = 1)$$

$$w_1 = \frac{2am}{v}$$

$$b = \left(\frac{2\pi\sigma^3}{3m}\right) = \frac{2\pi\sigma^3}{3}\,n v$$

$$n_g : n_f = \left(1 - \frac{2b}{v_g}\right)e^{-h\psi_g} : \left(1 - \frac{2b}{v_f}\right)e^{-h\psi_f}$$

$$h = \frac{1}{mR\theta}$$

$$m\, n_f \left(1 - \frac{2b}{v_g}\right) e^{-h\psi_g} = m\, n_g \left(\quad \right) \cdots$$

$$v_g - 2b = (v_f - 2b)\, e^{-h(\psi_f - \psi_g)}$$

$$\frac{1}{mR\theta}\,\frac{2am}{\frac{1}{n}} = \frac{2a}{R\theta\, v_f}\ !$$

$$\cancel{\frac{R\theta}{R\theta}} = \lg\left(\frac{v_g - 2b}{v_f - 2b}\right) = \lg\frac{v_g}{v_f} + \underbrace{\lg\frac{1 - \frac{2b}{v_g}}{1 - \frac{2b}{v_f}}}_{-2b\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right)\cdots}$$

$$\frac{1}{v_f} - \frac{1}{v_g} = \frac{R\theta}{2a}\left[\lg\frac{v_g}{v_f} - 2b\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right)\right] \qquad \tilde{v}_i = \frac{R\theta}{2}\left(\lg\frac{v_g}{v_f} - 2b \cdots\right)$$

$$p(v_g - v_f) = \int_{v_f}^{v_g} p\,dv$$

$$p(v_g - v_f) = R\theta \lg\frac{v_g - b}{v_f - b} + a\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right) = -\frac{a}{v_g} + R\theta\left(\frac{1}{v_g - b} - \frac{1}{v_f - b}\right)$$

przy potrzebnym placu:

$a(\rho-\rho') + p(v'-v) = r$

$v' = 1600$

$p = 10^6$

$a = 537 . 42.10^7 - 1600.10^6$

$= 2148$
1007
$2249 . 10^7$

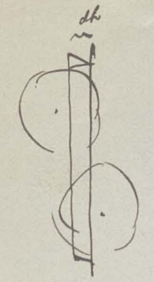
$390 . 10^6$

Atm $90 . 42.10^7$
$380. 10^7$
$- 33$
$350. 10^7 = 3.500$ Atm.

$\alpha . r^2\pi = \mu . R \qquad \mu = \frac{\rho}{n} = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$

$\alpha r^2\pi = 4 r^3 \rho R$

$r = \frac{\alpha}{4\rho R} = \frac{80}{4. 2. 10^{10}} = 10^{-9}$

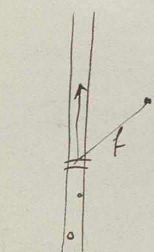


$$V - \frac{4\pi}{3}(n-1)\,\sigma^3$$

~~[illegible]~~ $$\Omega c\,dt\left[1-\frac{\frac{4\pi}{3}(n-1)\sigma^3}{V}\right]$$

$$\Omega c\,dt\left[1-\frac{\frac{2\pi}{3}(n-1)\sigma^3}{V}\right]$$

prawdop. $$= \frac{V-\frac{4\pi}{3}(n-1)\sigma^3}{\Omega c\,dt\left[1-\frac{2\pi}{3}(n-1)\frac{\sigma^3}{V}\right]} = \frac{\Omega c\,dt}{V-B} \qquad B=\frac{2\pi\sigma^3 n}{3}$$



$$\int_0^\infty \frac{e^2}{m^2}\,ds\,dx \int\int_0^\infty f(\sqrt{x^2+y^2})\,\frac{x}{\sqrt{\cdots}}\,2\pi y\,dy\,dx$$

~~p~~ $=\infty$
w nieskończoność dla
$v=\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}\,b$

$$p+\frac{a}{v^2}=\frac{R\theta}{v}\left[1+\frac{b}{v}+\frac{5}{8}\frac{b^2}{v^2}\right]+\left\{\frac{1283}{8960}+\cancel{0{\cdot}1287}\;0{\cdot}1437\right\}\frac{b^3}{v^3}$$

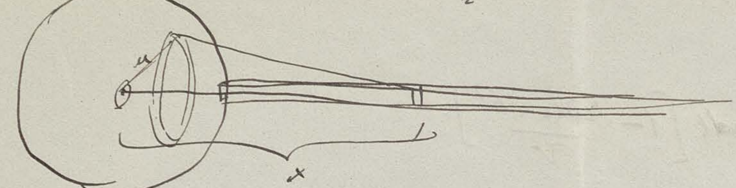
$$p+\frac{a}{v^2}=\frac{R\theta\,v^3}{\left(v-\frac{b}{4}\right)^4}$$

Rayleigh $p+\frac{a}{v^2}=T\,\varphi(v)$

Reinganum dla mniej więcej [illegible]

$$p=\frac{RT}{v}+\frac{RT\,b\,e^{\frac{c}{T}}-\varphi(T)}{v^2}$$

$$\chi(r) = \int_r^\infty f\,dr$$



$$d\mathcal{F} = \int 2\pi u^2 \sin\theta\, du\, d\theta\, \frac{\partial \chi}{\partial x}\, d\sigma\, dx\, \rho^2$$

$$= -2\pi\rho^2\, d\sigma \int_0^b u\,du \int_b^B dx\, \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\pi \chi \cdot u \sin\theta\, d\theta$$

$$r^2 = u^2 + x^2 - 2ux\cos\theta$$

$$r\,dr = ux\sin\theta\, d\theta$$

$$\int_0^\pi \chi\, u \sin\theta\, d\theta = \frac{1}{x}\left[\psi(x-u) - \psi(x+u)\right] \qquad \psi = \int_r^\infty r\chi\,dr$$

$$\int_b^B dx\, \frac{\partial}{\partial x}\, \frac{1}{x}\left[\psi \dots\right] = \cancel{\frac{1}{B}\left[\psi(B-u) - \psi(B+u)\right]} - \frac{1}{b}\left[\psi(b-u) - \cancel{\psi(b+u)}\right]$$

$$d\mathcal{F} = \frac{2\pi\rho^2\, d\sigma}{b} \underbrace{\int_0^b u\,du\, \psi(b-u)} \qquad b-u = z,\quad u = b-z$$

$$= \int_0^b (b-z)\,\psi(z)\,dz = b\int_0^b \psi(z)\,dz - \int_0^b z\,\psi(z)\,dz$$

$$\neq b\int_0^\infty \psi(z)\,dz - \int_0^\infty z\,\psi(z)\,dz$$

$$= a\rho^2 - \frac{2\alpha\rho^2}{b}$$

$$P = \frac{n!}{n_1!\, n_2!\, n_3! \ldots} \qquad n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots$$

$$n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

$$\cancel{\lg n! = \tfrac{1}{2}\lg n} + n \lg n - n -$$

$$\cancel{\Sigma \lg n_k!}$$

$$\lg P = n \lg n - n - \left(\Sigma\, n_k \lg n_k - \Sigma\, n_k\right)$$

$$\text{Max } P \sim \text{Min } \Sigma\, n_k \lg n_k$$

$$\int f \lg f \, d\omega$$

Opozycja przeciw Minimumtheorem

ruchy odwracalne — prawdopodobieństwo nieodwracalne

Zermelo - Poincaré

Ale prawda że < to jest założenie niezupełnie jasne molekularny nieporządek

niejasność tkwi w ogóle w pojęciu prawdopodobieństwa

Burbury: opozycja dla gazów zgęszczonych

~~Inna metoda:~~

Maxwella uogólnienie

$$\delta Q = \frac{3}{2} R\, dT + R\, p\, d\left(\frac{T}{p}\right) \qquad \int f \lg f \, d\omega =$$

$$= \frac{3}{2} R\, dT + R \rho T\, d\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

$$\int \frac{\delta Q}{T} = \frac{k}{\mu} R \lg\left(\frac{T^{3/2(1+\beta)}}{\rho}\right)$$

~~Kost~~

Kule z urny (wkładając z powrotem) ; trzy wyjęcia

cz cz cz
cz cz b
cz b cz
cz b b

b cz cz
b cz b
b b cz
b b b

cztery wyjęcia

cz cz cz cz
cz cz cz b
cz cz

$3 = \frac{(2+1)!}{2!\,1!}$

prawdop. 3 czarnych $\frac{1}{8}$

2 cz 1 b $\frac{3}{8}$

---

stosunek liczby kombinacyj

---

prawdop. wyc. α białych $\qquad (a+b+c)!$ ~~[illegible]~~

β czarnych $\qquad a!$

γ ~~[illegible]~~ niebieskich $\qquad b!$

$c!$

i jedna przychodzi tylko :

dana kombinacja $b_1 b_2 b_3\ cz_1 cz_2 cz_3 cz_4\ n_1 n_2$

różni prawd. gdy każda inna b b b b b b b b b b

ale jeśli nam nie chodzi o porządek : korzystnych jest tyle ile permutacyj ~~b_1 b b cz cz cz cz n_2 n_1~~

b b b cz cz cz n n cz

liczba kombinacyj $\alpha+\beta+\gamma$ przedmiotów $\qquad \frac{\alpha+\beta+\gamma\,!}{\alpha!\,\beta!\,\gamma!}$

$b_1\ b_2 b_3\ cz_1\ cz_2\ cz_3\ cz_4\ n_1\ n_2$ $\qquad b_1\ b_2\ b_3\ cz_1 cz_2\ cz_3\ n_1 n_2\ cz_4$

$\cdots\ cz_1\ cz_2\ cz_4\ cz_3\ n_2 n_1$ $\qquad cz_1\ cz_2\ cz_4\ \quad cz_3$

N. p. prawdop. że ← | → $n_1\omega = n_2\omega = \frac{n}{2}$

$$p = \frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!}$$

$$p! = \sqrt{2p\pi}\left(\frac{p}{e}\right)^p$$

$$\lg(n_1\omega)! = n_1\omega\,\lg(n_1\omega - 1) + \frac{1}{2}\lg n_1\omega + \frac{1}{2}\lg 2\pi$$

$$= n_1\omega(\lg n_1 - 1) + \cancel{\frac{1}{2}\lg n_1} + n_1\omega\lg\omega$$

$$\lg P = \cancel{\frac{n!}{\omega(n_1\lg n_1 + n_2\lg n_2 + \dots) - \dots}} \quad \lg(n!) - \Big[\omega(n_1\lg n_1 + n_2\lg n_2 + \dots) - (\underbrace{n_1\omega + n_2\omega + \dots}_{n}) + n\lg\omega\Big]$$

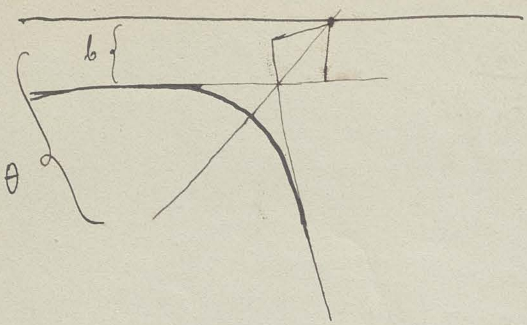
$$= -\omega(n_1\lg n_1 + n_2\lg n_2 \dots) + C$$

Najprawdop. ten rozkład gdzie ↑ = minim.

$$\omega = d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

$$n_1 = f(\xi, \eta, \zeta)$$

$$\int f(\xi\eta\zeta)\lg f \dots d\xi\, d\eta\, d\zeta = H$$



Jeśli siła $\psi(r) = \dfrac{K}{r^{n+1}}$

to gdzie $\alpha = b\left[\dfrac{g^2}{\vartheta K}\right]^{\frac{1}{n}}$

$$\vartheta = \int \frac{d\rho}{\sqrt{1-\rho^2-\frac{2}{n}\left(\frac{\rho}{\alpha}\right)^n}}$$

$$\xi' = \xi + (\xi_1 - \xi)\cos^2\theta + \sqrt{(\eta-\eta_1)^2+(\zeta-\zeta_1)^2}\,\sin\theta\cos\theta\cos\varepsilon$$

$\eta' =$

$\zeta' =$

$\xi_1' = \xi_1 + (\xi - \xi_1)\cos^2\theta - \sqrt{}$

$$f = A e^{-h(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\left[1 + a\xi + b\xi(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)\right]$$

$$\int \sin^2\theta\cos^2\theta\; b\,db\,d\varepsilon = g^{-\frac{4}{n}} H \qquad H = \left(\frac{2K}{m}\right)^{\frac{2}{n}} \underbrace{\int_0^\infty \sin^2\theta\cos^2\theta\;\alpha\,d\alpha}$$

więc pod znakiem całki zniknie g jeśli $n=4$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-hx^2}dx = \sqrt{\frac{\pi}{h}} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} x\, e^{-hx^2}dx = 0$$

$G = m \cdot \alpha$ α = koncentracya = $\frac{\text{ilość drobin}_1}{\text{ilość drobin}_{1+2}}$

$n\alpha$ = ilość drobin$_1$

$m n \alpha$ = ~~ilość~~ gęstość cząstek 1

$$\Gamma = \frac{\lambda c}{3} \frac{\partial \rho_1}{\partial z}$$

V 

$$\frac{2\pi \sin\theta\, d\theta}{4\pi} \cdot c \cos\theta \cdot (n_0 + \lambda' \cos\theta \frac{\partial n}{\partial z})$$

$$2\frac{1}{2} \int \sin\theta \cos^2\theta\, d\theta\, c\, \lambda \frac{\partial n}{\partial z} = \frac{c\lambda}{3} \frac{\partial n}{\partial z}$$

$$D = \frac{\mu}{\rho}$$

$m = \frac{0.001}{10^{19}} = 10^{-22}$ g.

$\sigma = 5.10^{-8}$ cm
$N = 10^{19}$

Bezpośrednio widzieć mikroskopem $d = \frac{\lambda}{2a}$

$a < 1.5$

$\frac{\lambda}{3} = \frac{0.00004}{3}$ cm

$= 10^{-5}$

Siedentopf & Zsigmondy $4-15\,\mu\mu$ $0.0000004 = 4.10^{-7}$

ultramikroskop

Faraday Au rozpylone $\frac{\lambda}{100} = \frac{1}{2} 10^{-6}$ | Bunsen Na $\frac{mg}{3.10^{6}} = 3.10^{-10}$ g.

Kelvin $\boxed{C \mid 2}$

limit thickness $\rightarrow \frac{10^{-6}\ mm}{30} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-8}$

Oberbeck Pt

Plateau bańki mydlane 10^{-4} mm połowa = $5 . 10^{-6}$ cm = range of molec. forces

Sohncke

Drude czarne bańki myd. $\delta = 1{\cdot}7 . 10^{-5}$ mm = $1{\cdot}7 . 10^{-6}$ cm

Reinold Rücker mierząc opór elektr. $1{\cdot}2 . 10^{-5}$ m $= 1{\cdot}2 . 10^{-6}$ cm

---

Fischer najmniejsza grubość Oliwy, H_2SO_4 etc. na Hg: $5 . 10^{-6}$ mm $= 5 . 10^{-7}$ cm

---

Röntgen

Tajen $2 \cdot \frac{4\pi r^3}{3}$

$$\delta O = 4\pi (2 - \sqrt[3]{4}) r^2$$

$$\delta W = \alpha \, 4\pi (2 - \sqrt[3]{4}) r^2 = 2 \frac{m c^2}{2}$$

$$m = \frac{4\pi r^3}{3} \rho$$

$$r = \frac{3 (2 - \sqrt[3]{4}) \alpha}{\rho c^2} = 5 . 10^{-8} \text{ cm}$$

$\cancel{\frac{\rho c^2}{3} = p}$

$$\frac{80}{(50000)^2} = \frac{80}{25 . 10^8} = 4 . 10^{-8}$$

$\alpha = 80$

$P - p$

Thomson $\Delta p = \frac{\alpha \rho_d}{\rho_f - \rho_d} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$

$\delta Q = dU + A p \, dv +$

$$r = \frac{80 . 10^{-3}}{\cancel{\ } \, 10^6 . \frac{4}{760}} =$$

$K = n^2$ $\quad v = \frac{K - 1}{K + 2} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$

[illegible]: $4\pi r^2 N = N\pi\sigma^2$

[illegible]: $N\pi\sigma^2\alpha$

innere [illegible]: L

$\lambda = 0.00001\ cm = \frac{1}{N\pi\sigma^2\sqrt{2}}$

$N\pi\sigma^2 = \frac{10^5}{\sqrt{2}}$

$N\pi\sigma^2 = \frac{L}{\alpha} = \frac{540 \cdot 42 \cdot 10^7}{80} = 28 \cdot 10^7$

Opór tarcia przy elektrolyzie! prędkość zonów

dyfuzja cieczy ciśnienie osmotyczne

$(p + \frac{a}{v^2})(v - b) = RT$

$b = 4\ \text{vol.} = 4 \cdot \frac{N\pi\sigma^3}{6}$

$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,N\pi\sigma^2}$

$b\lambda = \frac{2}{3\sqrt{2}}\sigma$

$\sigma = \frac{3}{\sqrt{2}} b\lambda$

	b		λ 10^{-5}
pow.	0.00387	$5 \cdot 10^{-8}$	1.855
~~N_2~~	~~0.00232~~	~~3.4~~	1
CO_2	0.00078	0.8	0.68
H_2	0.00318	8.8	

Stefan (1872)

λ $\quad$ n $\quad$ $(n-1)\lambda$ const.

$K = \frac{1+2\alpha}{1-\alpha}$ $\quad$ Clausius-Mossotti

$\alpha = \frac{K-1}{K+2}$

$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}N\pi\sigma^2}$

$\alpha = \frac{n\pi\sigma^3}{6}$

$\alpha\lambda = \frac{\sigma}{6\sqrt{2}}$

Dorn (1881)

$\sigma = 6\sqrt{2}\,\alpha\lambda$

$= 6\sqrt{2} \cdot \frac{K-1}{K+2} = 6\sqrt{2}\,\frac{n^2-1}{n^2+2}$ (1885) Exner

Lorentz H.A. 1880

Lorenz 1880

	K	n	Dom 6 =	Exner
pow.	1·000590	1·000294	$1·6 \cdot 10^{-8}$	1·7
CO_2	1·000946	449	1·8	
H_2	264	138	1·4	
CH_4	944	443	2·3	

$e = 3 \cdot 10^{-10}$

jonizacya $N = 4 \cdot 10^{19}$

$\sqrt[3]{10^{19}} = \sqrt[3]{10} \cdot 10^{6}$

$\delta = \frac{1}{2} 10^{-6}$ cm

$= 5 \cdot 10^{-7}$ cm

Niedokładność: forma drobin

1). graniczne wartości
2). teorya kinetyczna wszystko, Maxwella zasada

nie są kuliste

1). $\frac{c}{c}$

2). wartości różne dla różnych dyspozycyj Boltzmann

3). krystalizacya ~~...~~ przyciągający jeden w drugiej ...

4). widmo złożone

Należałoby zbadać argon etc.

He

Szyfr – Doczyński – tu ot

1). Faraday Au leaves $\delta = 5 \cdot 10^{-7}$

2). Liquid films Rotian Sohncke $5 \cdot 10^{-6}$ cm   Drude Rejnold & Rücker 10^{-6} cm

~~Rücker~~

Bakker $5 \cdot 10^{-7}$ cm 1 2 6 ...

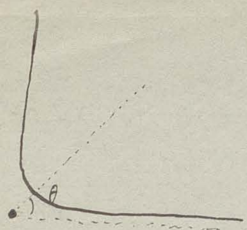
3). ~~Kelvin ...~~ Hallwachs & Wilson 1896 $p = P - \frac{\alpha\, \delta\omega}{dr}$ (Thomson)

~~...~~ ~~10^6~~ ~~...~~ ~~80~~.

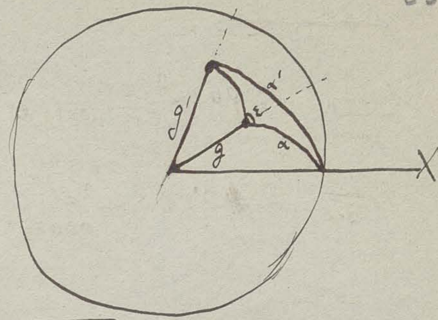
$$\frac{P}{\delta} = RT = \frac{\alpha}{dr}$$

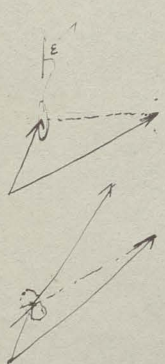
$$r = \frac{\alpha}{dRT} = \frac{80 \cdot 0·0013 \cdot 0·6}{10^6} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

$\frac{f \cdot 6 \cdot V}{2} = \frac{V^2 \ell}{8 \pi d}$ ... d ... 10^{-8} ... (1892)

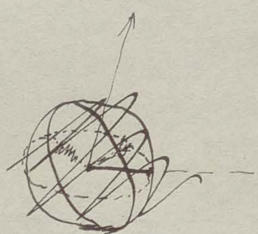


$\xi' = \xi$

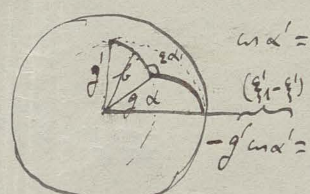




$\cancel{\xi' = \xi + (\xi_1 - \xi)\cos 2\theta + \sqrt{g^2 - (\xi - \xi_1)^2}\,\sin 2\theta \cos\varepsilon}$



$\xi \quad \xi_1$



$\cos\alpha' = \cos\alpha\cos 2\theta + \sin\alpha \sin 2\theta \cos\varepsilon$

$-g'\cos\alpha' = g\cos\alpha\cos 2\theta + g\sin\alpha\sin 2\theta\cos\varepsilon$

$\cancel{\xi'} = (\xi_1 - \xi)\cos 2\theta + \sqrt{(\eta - \eta_1)^2 + (\zeta - \zeta_1)^2}\,\sin 2\theta \cos\varepsilon$

$\xi' - \xi'_1$

$\xi' + \xi'_1 = \xi + \xi_1$

$$2\xi' = \xi_1 \underbrace{(1 + \cos 2\theta)}_{2\cos^2\theta} + \xi \underbrace{(1 - \cos 2\theta)}_{2\sin^2\theta} + \sqrt{}\ \sin 2\theta\cos\varepsilon$$

$$\xi' = \xi_1 \cos^2\theta + \xi \sin^2\theta + \sqrt{}$$

$$\xi' = + \xi + (\xi_1 - \xi)\cos^2\theta + \sqrt{}\ \sin\theta\cos\theta\cos\varepsilon$$

$\cancel{\xi' = \xi_1}$

~~1·01 gr. H_2~~ :

$\frac{1 \text{ Amp.}}{\text{min}}$ $6{\cdot}96 \text{ cm}^3 = 0{\cdot}0006 \text{ gr.}$

06446
93554
862,

$\frac{1 \text{ Am}}{\text{sec}} = 0{\cdot}116 \text{ cm}^3 = 0{\cdot}0000089873$ $\quad 0{\cdot}00000010\cancel{1}3 \text{ gr.}$

$$\frac{e}{m} = 96513$$

$$1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{0{\cdot}116} \text{ Coul.} = 8{\cdot}62 \text{ Coul.} = 25{\cdot}86 \cdot 10^{9} \text{ (est.)}$$

$$N = \frac{25{\cdot}86 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^{-10}} = 4{\cdot}3 \cdot 10^{19}$$

$$\frac{5}{8}\frac{m A b}{h^3}\left(\frac{\pi}{h}\right)^{3/2} = k\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{5}{16}\frac{m}{H}h^3\frac{\partial h}{\partial x} \qquad \frac{1}{2h} = R\theta$$

$$= \underbrace{\frac{5}{4}\frac{m R^2}{H}\theta}_{k}\frac{\partial\theta}{\partial x}$$

$$\int e^{-h\xi^2} d\xi = \sqrt{\frac{\pi}{h}}$$

$$\int \xi^2 e^{\cdots} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{h^3}}$$

$$p = m\int \xi^2 A e^{-h(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta = \frac{Am}{2}\frac{\pi}{h^2}\sqrt{\frac{\pi}{h}}$$

$$\rho = m\int e^{-h\cdots} = m\sqrt{\frac{\pi}{h}}^{\,3}$$

$$p = \frac{1}{2h}\rho$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{2h} = R\theta$$

$$\left(\frac{5}{3} - 1\right)c = R$$

$$c = \frac{3}{2}R$$

$\boxed{O}$

$\Sigma = AT\frac{dr}{dt}\,ds$

$$\delta\varphi = \Sigma p 4\pi r^2 dr - A\alpha\, d(4\pi r^2)$$

$$= \Sigma p 4\pi r^2 dr - 8\pi A\alpha\, r\, dr$$

$= 0$ jeśli

$$\Sigma p r = 2A\alpha$$

$$r = \frac{2.80}{40.10^6 . 500} = \frac{4}{5}10^{-8}$$

$\cancel{p = \frac{2\rho\alpha}{\rho_g\, r} + p_0}$ $\alpha = 80$

$$\frac{\rho_l}{\rho_g} = \frac{1}{0.6 . 0.0013}$$

gdy ~~[illegible]~~ $p = 700$ mm

wtedy wrzenie

$$p = 10^6$$

$$r = \frac{2.80 . 0.6 . 0.0013}{10^6}$$

$$= 1.3 . 10^{-7}$$

$$p = n H \theta \rho$$

$$\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\frac{6\pi\mu a u n}{\frac{4}{3}\pi \rho a^3 u n} = \frac{\frac{\partial p}{\partial x}}{\frac{\partial \rho}{\partial x} D} = \frac{p}{\rho D} = \frac{9}{2}\frac{\mu}{\rho a^2}$$

$$a = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\mu}{\rho} D \frac{\rho}{p}}$$

$$\frac{\rho}{p} = \frac{\rho_0}{p_0}\frac{342}{14} = \frac{0{\cdot}0013}{10^6}\frac{342}{14}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{2}\frac{0{\cdot}018}{1{\cdot}6}\, 4.10^{-6}.\frac{342}{14}.\frac{0{\cdot}0013}{10^6}}$$

$$= \sqrt{\frac{18.342}{14.1{\cdot}6}\, 1{\cdot}8.\cancel{1}13\,.10^{-15}}$$

$$= \sqrt{18.342\,.10^{-8}} = 10^{-8}\sqrt{60} = 8.10^{-8}.$$

~~właściwie~~

$$\cancel{a = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{0{\cdot}00017}{10^6}.0{\cdot}16}} = \cancel{3.10^{-5}\sqrt{\frac{1{\cdot}7}{2}0{\cdot}16}}.0{\cdot}0013 = 10^{-6}\sqrt{0{\cdot}8.0{\cdot}16.1{\cdot}2} = 0{\cdot}4.10^{-6} = 4.10^{-7}$$

Elektr.:

doświadcz.
Oberbeck siła elektrom. Pt polaryzacja inne metale -- $1-2.10^{-7}$

Kontakt elektr. Kelvin $\delta > \frac{1}{30}\ 10^{-7}$

powietrze $a = 0.0023$

$b = 0.0020$

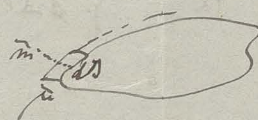
$0.002 \cdot 10^6 = 2000$ Atm

Aether	1300
Alk.	2300
CS_2	2900
H_2O	10500

$$\delta o = dl_1\left(1+\frac{\nu}{r_1}\right) dl_2\left(1+\frac{\nu}{r_2}\right) - dl_1\, dl_2$$

$$\int\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) d\Omega \cdot \nu$$

$\nu = \varepsilon \cos n\varepsilon$



$$\int \nu\, ds = \int \varepsilon \cos n\varepsilon\, ds$$

$$\delta M = g\int \rho z\, dv = g\rho\int z\, \varepsilon \cos n\varepsilon\, d\Omega$$

$$\delta Vol = \int \varepsilon \cos n\varepsilon\, d\Omega = 0$$

$$\int \varepsilon \cos n\varepsilon \cdot \left\{ \alpha_{12}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) + g(\rho_1-\rho_2) z \right\} = 0$$

$$\alpha\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) + g(\rho_1-\rho_2) z = \text{Const.}$$

---

jeżeli $\rho_1 = \rho_2$ albo $g=0$ / kula krople

bańki

swobodne ciało

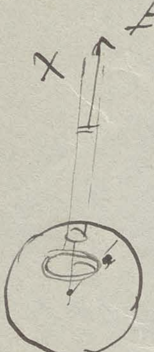
bez ograniczenia

z daną granicą: $\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = 0$

Minimalfläche

$m\, m'\, F(l)$

$$\int_l^\infty F(l)\,dl = \chi(l) \qquad \int_l^\infty l\,\chi(l)\,dl = \psi(l)$$



$$\rho\, 2\pi \cancel{r}^2 \sin\vartheta\, dr\, d\vartheta$$

$$2\pi\rho^2\, do\, dx\; r^2 \sin\vartheta\, dr\, d\vartheta \;\; \frac{\partial\chi}{\partial \cancel{x}}$$

$$\delta\Phi = 2\pi\rho^2\, do \int_0^a r^2\,dr \int_{\cancel{a}}^{\cancel{B}A} dx\, \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\pi \chi \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$l^2 = \cancel{x^2}\, r^2 + x^2 - 2rx\cos\vartheta$$

$$l\,dl = +\,r\,x \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$\int_0^\pi r\,\chi \sin\vartheta\, d\vartheta = \frac{1}{x}\int_{x-r}^{x+r} l\,\chi(l)\,dl = \frac{1}{x}\left[\psi(x-r) - \psi(x+r)\right]$$

$$\lim_{\substack{B-u \\ b+u}} \psi(B+u) = 0 \qquad \int_0^A \dots = \frac{1}{A}\left[\psi(A-r) - \psi(A+r)\right] - \frac{1}{a}\left[\psi(a-r) - \psi(a+r)\right]$$

$$= -\frac{1}{a}\psi(a-r)$$

$$\delta\Phi = -\frac{2\pi\rho^2\, do}{a}\int_0^a r\,\psi(\underbrace{a-r}_{z})\,dr = \frac{2\pi\rho^2\, do}{a}\int_0^a (a-z)\,\psi(z)\,dz$$

$$\neq \frac{2\pi\rho^2\, do}{a}\int_0^\infty \dots\dots =$$

$$\frac{\delta\Phi}{do} = \alpha\rho^2 - 2\beta\frac{\rho^2}{a}$$

$$\frac{v}{v_k} = \omega \qquad \frac{p}{p_k} = \pi \qquad \frac{T}{T_k} = \vartheta$$

$$\pi = \frac{8\tau}{3\omega - 1} - \frac{3}{\omega^2}$$

$$\int \cancel{p}\, dv = p(v_1 - v_2) \qquad p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2}$$

$$p(v_g - v_f) = RT \lg \frac{v_g - b}{v_f - b} + a\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right)$$

Ostrzej zaś $p = RT\left(\frac{1}{v} + \frac{b}{v^2} + \frac{5 b^2}{8 v^3}\right) - \frac{a}{v^2}$

$$p(v_g - v_f) = RT\left[\lg \frac{v_g}{v_f} - b\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right) - \frac{5 b^2}{16}\left(\frac{1}{v^2} - \ldots\right)\right] + a\left(\frac{1}{v} - \right)$$

$$p v_g = \frac{RT}{1 - \frac{b}{v_g}} - \frac{a}{v_g}$$

$$p v_f = \frac{RT}{1 - \frac{b}{v_f}} - \frac{a}{v_f}$$

$$\mathfrak{L}_k \sim \mathfrak{M} =$$

$$\frac{\Omega\, c\, dt \cos\vartheta}{V} \frac{\left(1 - \frac{2\pi (N-1) \sigma^3}{3V}\right)}{1 - \frac{4\pi}{3}} = \frac{\Omega\, c\, dt \cos\vartheta}{V - B} \qquad B = \frac{2\pi N \sigma^3}{3}$$

$$\sum (2mc\cos\vartheta) \cdot \frac{2\pi \sin\vartheta\, d\vartheta}{4\pi} = \frac{nm\,\Omega}{V-B}\,\frac{c^2}{3}$$

$p = p_i + p_a$

---

1). Poprawki w b

Ogólnie $p + \frac{a}{v^2} = RT\,\chi(v)$

dla jakiejś funkcji

2). $\frac{a}{v^2}$ ważne tylko w razie dużej sfery itd. — dużej Boltzm. " Smol.

$$(p + \frac{a}{v^2})(v-b) = RT$$

3 pierw.

równe gdzie $\frac{\partial p}{\partial v} = \frac{\partial^2 p}{\partial v^2} = 0$ p kryt.

$$pv + \frac{a}{v} - pb - \frac{ab}{v^2} = RT$$

$$v^3 - \left(\frac{RT}{p} + b\right) v^2 + \frac{a}{p} v - \frac{ab}{p} = 0$$

$$(v-b)\left(\cancel{\frac{\partial p}{\partial v}} - \frac{2a}{v^3}\right) + p + \frac{a}{v^2} = 0$$

$$\frac{2ab}{v^3} - \frac{a}{v^2} + p + \frac{\partial p}{\partial v}(v-b) = 0$$

$$3v_k = \frac{RT_k}{p_k} + b$$

$$3v_k^2 = \frac{a}{p_k}$$

$$v_k^3 = \frac{ab}{p_k}$$

$$> \quad v_k = 3b$$

$$v_k = \frac{3RT_k}{8p_k}$$

$$p_k = \frac{a}{27b^2}$$

$$T_k = \frac{8a}{27Rb}$$

Kundt & Warburg	dekrement logaryt. pow.		H_2		CO_2
750 mm	0·0580	750	0·0283	750 mm	0·0468
2·4 mm	0·0587	20	0·0281	2·4	0·0461

Puluj pow. $\eta = \eta_0 T^{0·72}$

CO_2 $\eta_0 T^{0·92}$

H_2 $\eta_0 T_0^{0·69}$

$$\boxed{V = \frac{r^4}{8\mu}(p_1 - p_2)\frac{R^4 t}{L} \quad \text{~~zmierzone~~ pod ciśn. } \frac{p_1+p_2}{2}}$$

Stefan zmniejszenie 6 } (7)

Maxwell pow. T

niedokładność wywodu całego (8)

$\frac{c^2}{3} = RT$

(9) $\Gamma = \frac{n\lambda c}{3}\frac{\partial G}{\partial z}$

$G = \frac{mc^2}{2}(1+\beta)$

$= \frac{3m}{2} RT$

$= \frac{nm\lambda c}{2} R \frac{\partial\theta}{\partial y}(1+\beta)$

$= \frac{\lambda c \rho}{2} R \frac{\partial \theta}{\partial y}(1+\beta)$

$c_v = \frac{3R}{2}(1+\beta)$ $\longrightarrow$ $\Gamma = \underbrace{\frac{\lambda c \rho}{3} c_v}_{K} \frac{\partial\theta}{\partial y}$

c_v pow $= 0·169$

0·000171 0·169

$\boxed{0·0000289}$

0·000056

$\mathcal{G} = m u$

na 1 cm²

$$\frac{\Sigma m \xi}{M} = \mathcal{U}$$

$$d\mathcal{U} = \frac{\Gamma \varphi \, dt}{M}$$

$$M \frac{d\mathcal{U}}{dt} = \Gamma\varphi = k n \lambda c m \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$= \underbrace{k \rho \lambda c}_{\mu} \frac{\partial u}{\partial z}$$

$\mu = 0{\cdot}000191$ (przy 0°)

(I). $\lambda = 0{\cdot}0001$ mm   liczba zderzeń $4800 \cdot 10^6$ (2).

$\lambda_{H_2} = 0{\cdot}0000186$ cm
$CO_2 = 0{\cdot}0000068$
$Cl_2 \quad 0{\cdot}0000047$

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi n \sigma^2}}$$

$$\frac{\pi \sigma^3}{6} n = \frac{\pi}{6} \cdot n\sigma^3 = \frac{\pi}{6} \alpha$$

$$\alpha = \frac{1}{1000}$$

(3). $\lambda \sim \frac{1}{p}$

$$\alpha = n\sigma^3$$

$$\lambda\alpha = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\,\pi}$$

$$\sigma = 10^{-5} \cdot 10^{-3} \cdot \pi\sqrt{2}$$

$$= 5 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

$$n = \frac{10^{-3}}{125 \cdot 10^{-24}} = \frac{10^{21}}{125} \neq 10^{19}$$ (4).

$$\mu = \frac{k\rho c}{\sqrt{2}\,\pi n \sigma^2} = \frac{k m c}{\sqrt{2}\,\pi \sigma^2}$$ niezależne od gęstości   (5).

$$\frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$c \sim \sqrt{T}$ (6).

podobieństwo geometryczne

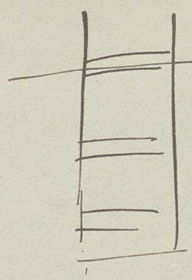
jeżeli c wzrośnie effekt taki, jakgdyby t krótsze

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

zatem moment pro 1 sek przybywa $\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

Loschmidt 1870 Waitz 1882

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = D\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}$$



→ Jamin Interfer. Ref.

CO_2 → por. D zmienne, zależne od konc. ([illegible]

4%

Stefan ciecze parowanie

$$f(X,t) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi t}}\int_{-\infty}^{+\infty} f_0(x)\, e^{-\frac{\beta^2(X-x)^2}{t}}\, dx$$

$$f(t) = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{\beta}{\sqrt{t}}\right)^3\int_0^{\infty}\varphi(r)\, e^{-\frac{\beta r^2}{t^2}}\, r^2\, dr$$

$$\beta = \sqrt{\frac{3}{4c\lambda}}$$

$$\beta = \frac{1}{2\sqrt{D}}$$

$$p_n(x) = \frac{1}{2x}\sqrt{\frac{3}{\pi n}}\, e^{-\frac{3x^2}{4n\lambda^2}}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{t}{\pi}} = \sqrt{\frac{4c\lambda}{3\pi}}\sqrt{t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial X} = \frac{\beta}{\sqrt{\pi t}}\int -\frac{2\beta^2}{t}(X-x)\, f_0(x)\, e^{-\frac{\beta^2(X-x)^2}{t}}\, dx$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial X^2} = \frac{-2\beta^3}{\sqrt{\pi t^3}}\int f_0(x)\, e^{-\frac{\beta^2(X-x)^2}{t}}\, dx + \frac{\beta}{\sqrt{\pi t}}\int \frac{4\beta^4}{t^2}(X-x)^2\, e^{--} f\, dx$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}}\int \ldots \quad - \ldots$$

Sutherland $\eta = \dfrac{A\,T^{3/2}}{T+C}$

$f = \frac{c}{2r}$ przyciąg

Schumann

$\eta = \eta_0 \sqrt{1+\alpha t}\,(1+\gamma t)^2$ Lp

Barus 1889 $0^\circ - 1300^\circ$! Luft, H_2 $\sim T^{2/3}$

$\sum c \cos\theta \; \underbrace{n(z+\xi)}\; \dfrac{2\pi \sin\theta\, d\theta}{4\pi}$

$= n(z) + l \cos\theta \dfrac{\partial n}{\partial z}$

$\dfrac{c}{3 n\pi\sigma^2\sqrt{2}} = \left(\dfrac{c}{\rho}\right)\dfrac{n}{3 n}$

$\dfrac{\partial n}{\partial z} \sum c\, l \; \dfrac{\cos^2\theta \sin\theta\, d\theta}{2} = \dfrac{\partial n}{\partial z}\dfrac{c\lambda}{3}$

$\dfrac{c\lambda}{3} = D$ λ w mieszaninie

$= \dfrac{\mu}{\rho}$ $\dfrac{0{\cdot}00017}{0{\cdot}0013} = 0{\cdot}13$

Loschmidt 1870 $CO_2 \to$ air $0{\cdot}142$

Obermayer

N – O	0·179
CO – O	0·187
H – O	0·666
O – CO_2	0·136
CO_2 – N_2O	0·092

$D = D_0\,\theta^n$

$CO_2 \to$ air . $n =$	1·97
$H_2 \to O_2$	1·76
$CO_2 - N_2O$	2·050

$$\lambda_1 = \frac{1}{\pi\left[\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}\right)^2 n_2 \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_2}} + \sigma_1^2 n_1 \sqrt{2}\right]}$$

$T = \text{const}$
$p = \text{const}$

$$\mu = U - TS + Apv$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial p} = \left[\cancel{\frac{dU}{dp}} - T\cancel{\frac{dS}{dp}} + Av + \cancel{Ap\frac{dv}{dp}}\right] dp$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial p} = Av \qquad \frac{\partial \mu}{\partial T} = \frac{\partial U}{\partial T} - S - \cancel{T\frac{\partial S}{\partial T}} + Ap\frac{\partial v}{\partial T}$$

$$d\mu = Av\,dp - S\,dT$$

$$\frac{dU + Ap\,dv}{T} = dS$$

$$T\frac{\partial S}{\partial p} = \frac{\partial U}{\partial p} + Ap\frac{\partial v}{\partial p}$$

$$T\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{\partial U}{\partial T} + Ap\frac{\partial v}{\partial T}$$

$$\psi = U - TS \qquad T\frac{\partial S}{\partial v} = \frac{\partial U}{\partial v} + Ap$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial v} = \frac{\partial U}{\partial v} - T\frac{\partial S}{\partial v} = -Ap$$

$$-v\frac{\partial \psi}{\partial v} - \int p\,dv = pv -$$

$$dw = -\pi\sigma^2 n\,dx \cdot w \qquad e^{-\alpha x}$$

$$w = C e^{-\pi\sigma^2 n x} = e^{-\alpha x} \qquad w_0 = C = 1$$

$$\cancel{\int_0^\infty dw = 1 = C}.$$

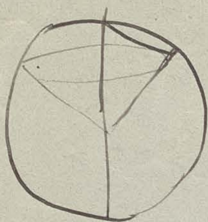
$$\int x\,dw = \alpha\int x e^{-\alpha x}\,dx =$$

$$= \alpha\left|\frac{x e^{-\alpha x}}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2}\right|$$

$$\lambda = \frac{1}{\pi N\sigma^2} \qquad \lambda = \frac{1}{\alpha}$$

$$w = e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

90	82	72	61	37	14	5	2	1
0.1λ	0.2	0.333	0.5	1	2	3	4	4.6



$$g^2 = 2u^2(1-\cos\theta)$$

$$g = 2u\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\int\frac{2u\sin\frac{\theta}{2}\cdot 2\pi\sin\theta\, r\, d\theta}{4\pi} = 4\int_0^{\pi} \sin^2\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, d\frac{\theta}{2}$$

$$= 4\,\frac{\sin^3\frac{\theta}{2}}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{3}u$$

Clausius $\lambda = \frac{3}{4N\pi\sigma^2}$

Maxwell $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi N\sigma^2}$

$\frac{3}{4} = 0.75$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

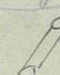
$\lambda = \frac{c}{g}\tau$

$Ng\tau\pi\sigma^2 = 1$

$\lambda = \frac{c}{g}\frac{1}{N\pi\sigma^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{N\pi\sigma^2}$

ilość zderzeń $= N\pi\sigma^2 h$

$N\pi\sigma^2\cdot\lambda = 1$



$$\left[G(h+\xi) - \ldots\right] \underbrace{\frac{2\pi\sin\theta\, d\theta}{4\pi}\, c\cos\theta . AB}_{dN}$$

$$\Sigma\left[G(h) + \lambda'\cos\theta\,\frac{\partial G}{\partial z}\right]$$

$$\Gamma = 2\,\frac{\partial G}{\partial z}\cdot \lambda c\underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin\theta\cos^2\theta\, d\theta}{2}}_{=6}$$

$\Sigma\lambda' = \lambda dN$

$$\Gamma = \frac{n}{3}\lambda c\,\frac{\partial G}{\partial z}$$

$\frac{1}{3}$ ... 0.350271 ← dokładny Boltzmann–Tait

Przy porównaniu:

$$\frac{1}{2}\int\left[NS + \frac{\partial S}{\partial z}\cos\theta\,\Sigma l\right]c\cos\theta\sin\theta\,d\theta$$

$$= c\frac{NS}{4} + \frac{1}{2}\frac{\partial S}{\partial z}\frac{c\lambda N}{3}$$

$$-\left[c\frac{NS}{4} - \frac{1}{2}\frac{\partial S}{\partial z}c\lambda\frac{N}{3}\right]$$

$$\frac{1}{2}\beta\, c n m u = \frac{c\lambda n m}{3}\frac{\partial u}{\partial z}$$

ślizganie się gazu

spółczynnik prop. $\frac{1}{p}$

$$\beta \cancel{\rho} u = \lambda \cancel{\rho} \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$u = \rho\lambda\frac{\partial u}{\partial z}$$

Dyfuzya wewnętrzna „in sich selbst"

$$F = \frac{nc\lambda}{3}\frac{\partial \delta}{\partial z} \qquad \delta = \frac{n_1}{n}$$

$$= \frac{c\lambda}{3}\frac{\partial n_1}{\partial z} = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial n_1}{\partial z} = \frac{\mu}{\rho m_1}\frac{\partial \rho_1}{\partial z}$$

$$\Gamma m = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \rho_1}{\partial z} = \mu\frac{\partial\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right)}{\partial z} = \mu\frac{\partial k_1}{\partial z}$$

0.155 0.142 00880

prop. do spadku koncentracyi

Przewod. ciepła

$$S = m y \theta c_v$$

$$k = c_v \mu$$

porówn. zmian. i obl.

metody: ~~zmienność~~ Stefan, Kundt & Warburg, v. Schleiermacher

tablice względnych k

wszechnicowanie energii wewnętrznej

Spółczynnik dyfuzyi: $\frac{\mu}{\rho}$

porówn. doświadcz.

O_2-CO_2	0.161
$CO-O_2$	0.180
$CO-CO_2$	0.160
CH_4-CO_2	0.159
pow. $-CO_2$	0.142
H_2-O_2	0.722

policzone 0^0

0.000175 : 0.001293 = 0.136

46

7

$= \text{prop}\left(\frac{1}{\rho}\right)$

$= \text{prop.}\ \theta^{3/2}$

$\frac{\cancel{\ \ }}{3} \quad \frac{\partial y}{\partial r} \quad \lambda c$

$\frac{\partial}{\partial r}\left(2\pi r \frac{\partial u}{\partial r}\right) = \frac{\partial p}{\partial x}$ $\qquad$ $\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0$

$\frac{\partial}{\partial r}\left(2\pi r \frac{\partial \rho u}{\partial r}\right) = \rho \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p - p_0}{l}$

p

$\frac{2\pi r \sin\theta \, d\theta}{4\pi} \cos\theta \quad c \quad \underbrace{S(h+z)}_{} =$

$\left[S(h) + \lambda \cos\theta \frac{\partial S}{\partial z}\right] +$

$\sin u$

$\int \cos\theta \, d\theta \quad \sin\theta \, d\theta$

$\rho u = c$

$\rho(R^2 - \ldots)\, f(x) = c$

$\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial u}{\partial r}\right) = \frac{\partial p}{\partial x}$

$= f(x)$

Środek masy $x = \frac{\sum m \xi}{M}$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\sum m \frac{d\xi}{dt}}{M} = \frac{\sum m u}{M}$$

to się zmienia podczas 1 sec. o $\mu \frac{\partial u}{\partial z}$: $\delta\left(M \frac{dx}{dt}\right) = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$

zatem tak samo jak gdyby działała siła $p_{xz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$ = tarcie wewnętrzne

$$\mu = \frac{mn\lambda c}{3} = \frac{\rho\lambda c}{3}$$

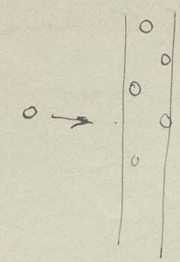
Dla powietrza 15°C: $\mu = 0{\cdot}00019$, $\Sigma_{15^\circ} = 462 \cdot \frac{m}{s}$ } $\lambda = 0{\cdot}000010$ cm

Ilość spotkań każdej drobiny po sec.: $\frac{46200}{0{\cdot}1\mu} = 4600 \cdot 10^6$

Wstawiając wartość $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{n\sigma^2\pi}$ $\mu = \frac{mc}{\sqrt{2}\,\sigma^2\pi}$ zatem niezależne od gęstości

Maxwell otrzymał pierwszy raz ten wynik z wielkim zdziwieniem

		δ		
N_2	−194	0·85	−146	34
O_2	−182	1·12	−119	51



$\cancel{dI = -I}$

$dI = -I\, N\, dx \cdot \sigma^2\pi$

$I = I_0\, e^{-N\sigma^2\pi x}$

Prawdop. ~~zrobienia drogi~~ że nie nastąpi spotkanie na drodze x $f(x) = e^{-N\pi\sigma^2 x}$ | [illegible]

~~Średnia wartość~~ ~~Najprawdop. wartość: $\frac{df}{dx} = 0$~~

Ilość: ~~Prawdop.~~ że nastąpi spotkanie między x -- $x+dx$:

$$= dI = I_0 N\sigma^2\pi\, e^{-N\sigma^2\pi x}\, dx$$

Średnia długość drogi $\lambda = \frac{\sum x\, dI}{\sum dI} = \frac{I_0 N\sigma^2\pi}{I_0}\int_0^\infty x\, e^{-N\sigma^2\pi x}\, dx$ $N\sigma^2\pi = \alpha$

$$= \int \alpha x\, e^{-\alpha x}\, dx = -x\, e^{-\alpha x}\Big|_0^\infty + \int_0^\infty e^{-\alpha x}\, dx = -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha x}\Big|_0^\infty = \frac{1}{\alpha}$$

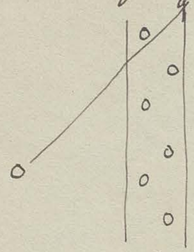
$$\lambda = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{N\sigma^2\pi}$$

Przy tem jedna drobina ruchoma inne nieruchome

x	I
0	100
0·01 λ	99
0·02	98
0·1	90
0·2	82
0·25	78
0·333	72

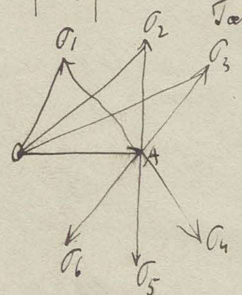
x	I
0·5	61
1	37
2	14
3	5
4	2
4·6	1

Jeśli Nc. wszystkie drobiny z równą prędkością poruszają się na dół to można sobie zamiast tego wystawić że one w spokoju ale punkt z podwójną prędkością do góry zatem



większe prawdop. bo warstwa grubsza w tym kierunku

w stosunku $\frac{1}{\cos\theta}$ powiększone



Tak w ogóle powiększone w stosunku $\frac{OP_1}{OA}$, $\frac{OO_2}{OA}$ etc.

Ostatecznie zatem

$$\frac{\int_0^\pi 2\pi \sin\theta\, d\theta \cdot 2\sin\frac{\theta}{2}}{\int_0^\pi 2\pi \sin\theta\, d\theta \cdot 1} = \frac{8\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, d\frac{\theta}{2}}{2}$$

$$= \frac{4}{3} \qquad \text{zatem } \lambda = \frac{3}{4N\pi\sigma^2}$$

Uwzględniając prawo Maxwella przez ścisłe komplikacje rezultat: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\, N\pi\sigma^2}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0\cdot707$$

$$\frac{3}{4} = 0\cdot75$$

ilość spotkań każdej drobiny pro sec: $\frac{c}{\lambda}$

$p = \frac{n m \bar{c}^2}{3}$

~~Jeśli drobiny różnych rodzajów zmieszane~~

~~$m\bar{c}^2$ równe, wtedy przy tem ciśnien. n równe~~

albo lepiej przyjmując że $m\bar{c}^2 = $ prop. Temp., zatem przy danem T, p : n musi być równe

Prawo Avogadra. Bezwzględnej ilości tym razem jeszcze nie obliczymy.

Jeszcze wzór

Impuls

$$F = \cancel{M\frac{d^2x}{dt^2}} = -m\frac{d\xi}{dt}$$

Podczas jednego ud.

$$\int_0^\tau F\,dt = \cancel{M\int dx} = -m(\xi - \xi') \quad \text{jeśli sprężyste} = -2m\xi$$

Podczas dłuższego czasu T

$$\int_0^T F\,dt = \int_0^{\tau_1} + \int_{\tau_2}^{\tau_3} + \dots = 2 N m \xi$$

$N = $ ilość uderzeń $= n\frac{\xi}{2l}T$

przeciętne ciśnienie $= \frac{1}{T}\int_0^T F\,dt = n m \xi^2 = p$

$\frac{mc^2}{2} = \alpha T$

$p = n\frac{m}{m}\frac{mc^2}{2}\cdot\frac{2}{3}$

$= \frac{2}{3}\frac{\rho}{m}\alpha T = R\rho T$

$R = \frac{2}{3}\frac{\alpha}{m}$

Jeśli drobiny rozmaitych rodzajów zmieszane $p = \frac{n_1 m_1 \bar{c}_1^2}{3} + \frac{n_2 m_2 \bar{c}_2^2}{3},$

$$p = \frac{\rho_1 \bar{c}_1^2 + \rho_2 \bar{c}_2^2 + \dots}{3} =$$

$p_1 = \rho_1 R_1 T$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\rho_1}{m_1}\frac{m_1\bar{c}_1^2}{2} + \dots\right] = \frac{\rho_1}{m_1}\alpha T + \dots = \rho_1 R_1 T + \dots$$

$= p_1 + p_2$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\rho_1}{m_1}\alpha T + \frac{\rho_2}{m_2}\alpha T \dots\right] = \rho_1 R_1 T + \rho_2 R_2 T + \dots$$

Dalton

$p = n m \xi^2$

$$p = n m \overline{\xi^2}$$

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = c^2$$

Gdyby wszystkie jednakowe prędkości

$$\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2} + \overline{\zeta^2} = \overline{c^2}$$ Przeciętna wartość kwadratu prędkości

ale w rzeczywistości przeciętną wartość

$$\overline{\xi^2} = \frac{\overline{c^2}}{3}$$

bo nachylenie i bo różnica bezwzględnej wartości

$$p = n \frac{m \overline{c^2}}{3}$$

W tem obliczeniu 1). pominięto rozmiary kulki bo: $t = \frac{2l}{v}$

2). pominięto wpływ zderzeń kulek między sobą, ten jednak nic nie znaczy dopóki rozmiary ich małe w porówn. do drogi przeciętnej.

Ściślejszy wywód później poznamy

$nm = \rho$ $\qquad p v = \frac{\overline{c^2}}{3}$ $\qquad$ prawo Boyle-Mariotte: $\frac{\overline{c^2}}{3} = RT$

$$\frac{m\overline{c^2}}{2} = \frac{3}{2} m R T$$

$$= \frac{3}{2} \kappa T$$

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{3RT}$$

$\frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$ Niesłusznie uważano to za dowód prawa Bunsena

powietrze $\sqrt{\frac{3.10^6}{0.001293}}$

6.47712
0.11160 − 3
9.36552
4.68276

482 $\frac{m}{sec}$ | wodór 1827

11160
95361
1.1580
0.5790
6828
5.2618
6712
4.5906

3793

CO_2: $\sqrt{\overset{32}{\underset{44}{12}}} : 2 = \sqrt{22} =$

1.3424
0.6712

390

mniej więcej prędkość głosu, co też zrozumiałe

Dążenie do sprowadzenia wszystkich praw zjaw. do takiego rodzaju | Zachowanie energii całkowitej

a jeśli się udzieli energii z zewnątrz :

$\delta Q = dU + \delta T$

część widoma, część ukryt. dana

praca wewnętrzna, praca zewnętrzna

Zatem jeśli

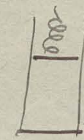
~~część spółrzędnych widoczna~~

część niewidoczna

$\delta Q = dU + \delta W$

energia potenc.

$\Delta T = -\Delta U + \Delta P$



przy uderzeniu w górę ściskany że podniesie się tłok

nazywamy tą część energii wewn. : pracą

~~energia kinetyczna cząsteczek~~ części wskazanych

Ruchy cyklicznym Helmholtza

Pierwsza zasada w prosty sposób

dla niektórych rodzajów systemów mechanizm. (np. cyklicznych)

Także druga zasada, o ile dotyczy zjawisk odwracalnych ; trudność : nieodwracalność

bo przykłonić przyczynę —

Tylko w bardzo szczególnych przypadkach (~~ale~~ zgodności cyklicznych. Prawdopodobieństwo

Energia wewnętrzna U będzie zatem = suma energii potenc. i energii kinet. ukrytych ruchów

Co będzie „temperaturą" ?

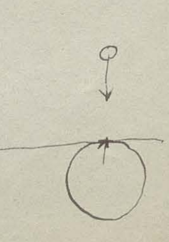
Racjonalna definicja byłaby z powodu II zasady Boltzmann : energia kinet. ruchu postępowego cząsteczki

ale w ogólności jeszcze nie przeprowadzono

Ograniczymy się do drobin kulistych

Funkcja, która się sama przez się wyrównuje w obrębie gazu złożonego z różnych składników

Temperatura = energia kinet. przeciętnego ruchu postępowego cząsteczki



$C = c + 2m' \frac{c'-c}{m+m'}$

$C = -c$ jeśli $-c = m' \frac{c'-c}{m+m'}$

$+mc = +m'c' = mg\frac{t}{2}$

$= \frac{Ft}{2}$

$F = \frac{N mc}{t}$ które będą uderzać (tak w obu kierunkach a tylko $\frac{1}{3}$ ⊥)

$\frac{n m c^2}{3}$ pro sek.

$m\frac{d^2x}{dt^2} = F$

$\int F dt = m\frac{dx}{dt}$

34

$$V_1 = V + 2\,\cancel{M}m\,\frac{V-v}{m+M}$$

$$m V^2 - m v^2$$

$$v_1 = v + 2M\,\frac{v-V}{m+M}$$

$$4\,\cancel{m}(V-v)^2\,\frac{m^2-M^2}{(m+M)^2}$$

$$\frac{m v_1^2}{2} - \frac{M V_1^2}{2} =$$

$$8\,m'm\,\frac{c'-c}{(m+M')}$$

$$\frac{m P^2}{2} - \frac{m' P'^2}{2} = \left[\frac{8 m m'}{(m+m')^2} - 1\right]\left[\frac{m' p'^2}{2} - \frac{m p^2}{2}\right] + \frac{4 m m' (m-m')\, p p'}{(m+m')^2}$$

$$\cancel{8 m m' \; m^2}$$

$$\cancel{8}\;\frac{8(1+\delta)}{(2+\delta)^2} - 1 = \frac{2\cancel{(1+\delta)}\cancel{\ldots}\cancel{(1+\frac{\delta}{2})^2}}{(2+\delta)^2}$$

$$\frac{8+8\delta-4-4\delta-\delta^2}{(2+\delta)^2} = \frac{4+4\delta-\delta^2}{(2+\delta)^2} = \cancel{\left(\frac{2-\delta}{2+\delta}\right)^2}$$

$$= 1 - \frac{2\delta^2}{(2+\delta)^2} = 1 - 2\left(\frac{\delta}{2+\delta}\right)^2$$

Nie mogę to żeby wszystkie musiały mieć tę samą energię kinet.

tylko przeciętna wartość

Żeby $V_1 = -V$ $\quad \cancel{V\left(1+\frac{m}{m+M}\right) - \frac{2m}{m+M} = 0}$

$$mv = -MV \qquad V_1 = V + 2m\,\frac{V\left(1+\frac{M}{m}\right)}{m+M}$$

$$mv + MV = mv' + MV' \qquad m(v - v') = M(V' - V)$$

$$m\frac{v^2}{2} + M\frac{V^2}{2} = m\frac{v'^2}{2} - - - \qquad v + v' = V' + V \quad M$$

$$v' = \frac{2MV + v(m-M)}{m+M}$$

$$v' = v + 2M\frac{V - v}{m+M}$$

$$V' = V + 2m\,\frac{v - V}{m+M} \qquad \frac{MV + mV - 2mv}{m+M}$$

$$\cancel{v} = v + 2M\frac{\frac{Mv}{M} - v}{m+M} = \frac{mv + Mv + 2Mv - 2Mv}{m+M}$$

$$= 3mv - Mv$$

$$-mv + Mv + mv' + Mv' = 2MV$$

$$v' = \frac{2MV + \cancel{M}v - Mv}{m+M} = v - \frac{2Mv}{m+M} + \frac{2MV}{}$$

$$v' = v + \frac{2M}{m+M}(V - v)$$

$$V = -\frac{mv}{M}$$

$$v' = v - \frac{2M}{m+M}\left(\frac{m}{M} + 1\right)v = -v$$

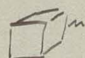
wyobraźcie sobie że to sprężyna . .

$$mv = MV = Mg\frac{t}{2} = F\frac{t}{2}$$

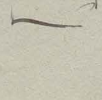
jüli

$$F = \frac{2mv}{t} \qquad t = \frac{2l}{v}$$

$$F = \frac{mv^2}{l}$$



$$p = \frac{nm\,\xi^2}{3}$$



boczne składowe
bez wpływu

$$v' = v + 2M\,\frac{V-v}{m+M} = v\left[1 - \frac{2M}{m+M}\right] + \frac{2MV}{m+M}$$

$$V' = V + 2m\,\frac{v-V}{m+M} = V\left[1 - \frac{2m}{m+M}\right] + \frac{2mv}{m+M}$$

$$\frac{MV'^2}{2} - \frac{mv'^2}{2} = \frac{MV^2}{2} - \frac{mv^2}{2} + \frac{2}{(m+M)^2}\left[Mm^2(v-V)^2 - m\,M^2(V-v)^2\right]$$

$$+ \frac{4mM}{m+M}\left(\cancel{Vv} - V^2 - \cancel{vV} + v^2\right)$$

$$= \cancel{MV}$$

$$MV^2\left[1 - \frac{4m}{m+M} + \frac{4m^2}{(m+M)^2}\right] + \frac{4m^2Mv^2}{(m+M)^2} + \frac{4mMVv}{m+M}\left(1 - \frac{2m}{m+M}\right)$$

$$-\left\{mv^2\left[1 - \frac{4M}{m+M} + \frac{4M^2}{(m+M)^2}\right] + \frac{4M^2mV^2}{\cdots} + \frac{4mMVv}{\cdots}\left(1 - \frac{2M}{m+M}\right)\right\}$$

$$= MV^2\left[1 - \frac{4m}{m+M} + \frac{4m^2}{(m+M)^2} - \frac{4Mm}{(m+M)^2}\right] - mv^2\left[\cdots\right]$$

$$+ \frac{4mMVv}{m+M}\,\frac{2(M-m)}{m+M}$$

$$= \cancel{MV^2\left[1 - \frac{4m}{m+M} + \frac{4m}{m+M}\right.}\; MV^2\left[1 - \frac{8mM}{(m+M)^2}\right] - \cdots$$

$$= \left(\frac{MV^2}{2} - \frac{mv^2}{2}\right)\left(1 - \frac{8mM}{(m+M)^2}\right) + \frac{4mM\cdot vV\,(m-M)}{(m+M)^2}$$

Rachunek Maxwella

Doświadcz. $\kappa, \mu \propto \theta$ $D \sim \theta^2$, niezal. od ciśnienia

Przyroda się nie troszczy o to czy my umiemy ją opisać naszemi przystępnemi funkcjami dyskr.

przybl. $\sim \theta^{\frac{2}{3}} - \theta$ $\theta^{1.7} - \theta^2$

Założenie sił przyciągających zupełnie podobne konieczne [

Sutherland: przyciąganie kulki $\frac{c}{r^4}$ $\eta = \eta_0 \frac{1+\alpha c}{1+\frac{c}{\theta}} \sqrt{1+\alpha\theta}$

Oczywiście musimy więc dostać siły innego rodzaju więc nie można się spodziewać ilościowej

ścisłości dla różnych gazów. Co najwyżej dla jednoatomowych. Vortex atoms Electrical - atoms

Ale w ogóle mechanizmy tu dobrze zgadza się z wszelkie.

Tak dalece że odwrotnie możemy wiele w - wyjaśnić

N. p. skok temper. ‖ Przy wielkim rozrzedzeniu!

W ogóle przy dalszem ~~rozprowadz~~ wykończeniu rachunków

Stresses in rarefied gases

Thermal transpiration

Ustalenie wyższych wzorów. Sądy o duże w porówn. do nauki i do sił.

Mechanizm prosty ale prawa skomplikowane.

Nawoływanie jedno założenie dotychczas: że gaz termodynamicznie idealny

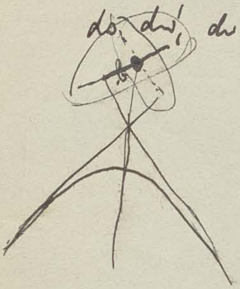
T. j. drogi prostolinijne zaniedbanie sfery sił.

Jednakże wskazuje że siły przyc. i odpych.

Ciecze: spójność - siły przyciąg.

dwracalność każdego ruchu tego rodzaju

ilość tak odwrotnych zjawisk



$d\sigma_1\, d\omega_1'\, d\omega_2'\, dt\ f_1'\, f_2'\, g'\, b'\, db'\, d\varepsilon'$ | ciały odbyć tembardziej wyrażeń wyrazić jako f ($\xi\ \eta\ \zeta$ —)

$b = b'$

$g = g'$

$d\varepsilon = d\varepsilon'$

zresztą to tylko przyczynek ogólnej - tendencji

z tego całe powiększenie $d\sigma\, d\omega_1\, dt \iiiint\!\!\int (f_1'\, f_2' - f_1 f_2)\, g\, b\, \cancel{db\, d\omega_1}\, d\varepsilon$

Zatem równania ostateczne:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \xi\frac{\partial f_1}{\partial x} + \eta\frac{\partial f_1}{\partial y} + \zeta\frac{\partial f_1}{\partial z} = \iiint_0^\infty \int_0^b \int_0^{2\pi} (f_1' f_2' - f_1 f_2)\, g\, b\, db\, d\omega_1\, d\varepsilon$$

Zatem jeśli niezależnie od x, y, z, t to wystarczy $f_1' f_2' = f_1 f_2$

co faktycznie spełnia rozkład e^{-hc^2}

Ale to tylko dowodzi że ta jedna rozkł. stały jeśli raz ustanowiony.

Dowód że z innych być musi dążenie do owego: H Theorem

Σ wszystkich lf każdy cząsteczki $= H = \Sigma f\, lf = \iiint f \cdot \log f\, d\omega\, d\sigma$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \iiint \frac{\partial f}{\partial t} + \iiint \underbrace{\frac{\partial f}{\partial t} \log f}_{\iiint (f' f_1' - f f_1) \log f\, d\omega_1\, d\omega\, d\sigma} \quad \Big\| = \iiint (f' f_1' - f f_1) \log f_1\, d\omega\, d\sigma$$

$H = \iiint f' \log f'\, d\sigma'$

$\frac{\partial H}{\partial t} =$

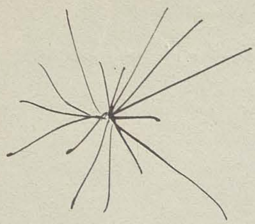
$= \iiint (f f_1 - f' f_1') \log f'\, d\omega_1\, d\omega\, d\sigma$

$\cancel{= \frac{1}{2} \iiint (f' f_1' \ldots) \log f f_1}$

$\cancel{\log f_1'}$

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{1}{4} \iiint (f f_1 - f' f_1') \left[\log f f_1 - \log(f' f_1')\right] d\omega\, d\omega_1\, d\sigma\, g\, b\, db\, d\varepsilon$$

Graficzne przedstawienie prędkości; tyle punktów ile drobin w



ilość drobin znajdujących się w $d\sigma$ i posiadających

prędkości $\left.\begin{matrix} d\xi \text{ —} \\ \end{matrix}\right\} d\omega$

$$dn = f(x\,y\,z\;\xi\,\eta\,\zeta\,t)\,d\sigma\,d\omega$$

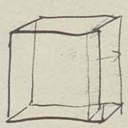
Za czas $t+dt$: $dn' = f(\quad t+dt)$

$$dn' - dn = \frac{\partial f}{\partial t}\,d\sigma\,d\omega\,dt$$

~~Ta zmiana~~
To pochodzi

1. Wędrówka drobin te które leżały w $d\sigma$ i posiadały ξ wywędrowują w kierunku x

podczas czas dt tyle ile leży w obrębie $dy\,dz\,\xi\,dt$



t.j. $dy\,dz\,\xi\,dt\; f(x+dx, y\,z, \xi -)\,d\omega$

A weszły $\xi\, f(x - \quad)\,dy\,dz\,d\omega\,dt$

W całości weszło $-\left(\xi\frac{\partial f}{\partial x} + \eta\frac{\partial f}{\partial y} + \zeta\frac{\partial f}{\partial z}\right) d\sigma\,d\omega\,dt$

2. ~~Zder~~ Spotkania ich

Wiele spotkań między drobinami ~~ω_1 i ω_2~~ $\xi_1\,\eta_1\,\zeta_1$ i $\xi_2\,\eta_2\,\zeta_2$

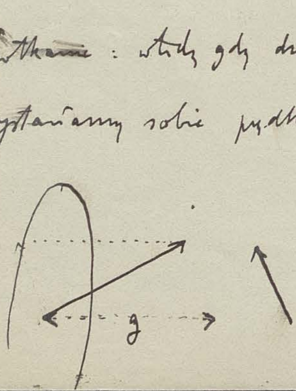
ilość $f(x\,\xi_1 \ldots) = f_1$

~~Spotkanie~~ : wtedy gdy drobin odległość $< \sigma$

Wystawiamy sobie prędkość względną g co do kierunku i wielkości

i płaszczyznę E_1 prostopadłą z punktu 1

krążek σ



wtedy spotkanie jeśli taki drugi punkt przechodzi przez ten krążek element pow. w tej drążku — b najmniejsza odległość do której by zbliżyły się

$b\,db\,d\varepsilon$

podczas czasu dt ta płaszczyzna posuwa się o $g\,dt$

więc objętość przestrzeni „wymiecionej" przez ów element

$$b\,g\,db\,d\varepsilon\,dt$$

A tak dla każdego z owych punktów 1 zatem w całości:

$$\Sigma d\omega = f_1\,d\omega\,d\omega_1\,g\,b\,db\,d\varepsilon\,dt$$

zatem w tej objętości będzie liczba punktów 2:

$$f_1 f_2\,g\,b\,d\omega\,d\omega_1\,d\omega_2\,db\,d\varepsilon\,dt$$

Zatem ilość zetknięć $d\omega\,d\omega_1\,d\omega_2\,dt \int_0^{\sigma} b\,db \int_0^{2\pi} d\varepsilon\,f_1 f_2$

~~punktów~~ Zatem ilość zetknięć z danymi punktów $\xi_1\eta_1\zeta_1$ z innymi:

$$d\omega\,d\omega_1\,dt \iiint \int_0^{\sigma}\int_0^{2\pi}$$

a przez to wszystkich ~~pa~~ kierunek i prędkości $\xi_1\eta_1\zeta_1$ się zmieni

Ale zato także odwrotne zderzenia: takie przy których prędkości początkowe inne

a ostateczne $\xi\,\xi_1\zeta_1$

---

tamte spotkania $f_1\,d\omega\,d\omega$ — $b\,d\varepsilon$ zmieniły prędkości 1, 2, na inne 1', 2'

Można obliczyć jeśli znane siły $\xi_1'\,\eta_1'\,\zeta_1'\;\xi_2'\,\eta_2'\,\zeta_2'\;b'\,\varepsilon' = f_n(\xi_1\eta_1\zeta_1\,\xi_2\eta_2\zeta_2\,b\,\varepsilon)$

i odwrotnie

39

cz cz cz cz   Tak samo prawdop. jak   cz cz cz b

ale nie

cz cz b cz

cz b cz cz

b cz cz cz

prawdop. 4 większe

b b cz cz

b cz b cz

cz b b cz

cz cz b b

cz b cz b

b cz cz b

$$\frac{4!}{2!\,2!} = \frac{1.2.3.4}{2.2} = 6$$

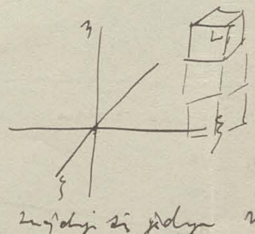
bo wszystk. możliwych 4! permutacyj ale z tych permutacye białych między sobą i czarnych między sobą nie liczą się jako osobne, więc przez ilość tych : —

w owym przypadku $\dfrac{20!}{10!\,10!}$

Tak samo jeśli w naczyniu różne ilości białych czarnych czerwonych a b c do prawd. zarazem to prawd.

$$= \frac{(a+b+c)!}{a!\,b!\,c!}$$

Prawdop. przyrodnicze



wydzielony przestrzeń w komórki w ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ i prawdop. że dana drobina znajduje się jedyne równe prawd. jak w innych itd.

jeśli zatem $n_1 + n_2 + n_3$ drobin — to prawd. że n_1 leży w pierwszym n_2 w drugim — . —

$$p = \frac{(n_1+n_2+n_3 -)!}{(n_1\omega)!\,(n_2\omega)!}$$

do prawd. że wszystkie razem w jednej

$$\frac{dH}{dt} = \iiint \frac{\partial f}{\partial t} \lg f \, do\, dw = \iint \lg f \,[f'f_1' - ff_1]\, g b\, db\, d\varepsilon\, do\, dw\, dw_1$$

$$= \iiint \lg f_1 [f'f_1' - ff_1] \; \dots \; dw\, dw_1$$

$$= \frac{1}{2} \iiint \lg (ff_1) [f'f_1' - ff_1] \; \dots \; dw\, dw_1$$

$$= \frac{1}{2} \iiint \lg f'f_1' \; [ff_1 - f'f_1'] \; \dots \; dw'\, dw_1'$$

$$= -\frac{1}{4} \iiint [\lg f'f_1' - \lg ff_1][f'f_1' - ff_1] \; \dots$$

ponieważ $\lg x$ wzrasta równo z rosnącym x $\qquad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{x}$

to jeśli $x_1 > x_2$ także $\lg x_1 > \lg x_2$ $\qquad x_1 - x_2 > 0 \qquad \lg x_1 - \lg x_2 > 0$

$x_1 < x_2 \qquad \lg x_1 < \lg x_2 \qquad x_1 - x_2 < 0 \qquad \lg x_1 - \lg x_2 < 0$

iloczyn zawsze > 0

więc w ogóle wyrażenie pod $\iiint > 0$ więc $\frac{dH}{dt} < 0$

Wielka ilość kuli czarnych i białych

20 ciągnień $\qquad$ prawdop. wyciągnięcia 10 białych 10 czarnych $\qquad$ stosunek permutacji

sama czarna

$cz_1 \; cz_2 \; b_1 \; b_2 \qquad cz_1 \; cz_2 \; cz_3 \; cz_4$

$cz_2 \; cz_1 \; b_1 \; b_2$

$cz_1 \; cz_2 \; b_2 \; b_1 \qquad n!$

$cz_2 \; cz_1 \; b_2 \; b_1$

$cz_1 \; b_1 \; cz_2 \; b_2 \;\rightarrow\; n! \; \frac{n}{2}! \; \frac{n}{2}!$

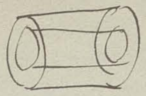
$\overbrace{\dots}^{10} \; \overbrace{\dots}^{10}$

a a a b b b

a a b a b b

a b a a b b

b a a a b b



$$2\pi\, r\,dr\, \frac{\partial p}{\partial x}\, l = 2\pi l \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) dr$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$p_1 u_1 = p_2 u_2 \qquad \frac{\partial(pu)}{\partial x} = 0 = u\frac{\partial p}{\partial x} + p\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\boxed{pu = f_1(r)}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = \cancel{f(x)}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = r f(x)$$

$$r\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{r^2}{2} f(x) + \psi(x)$$

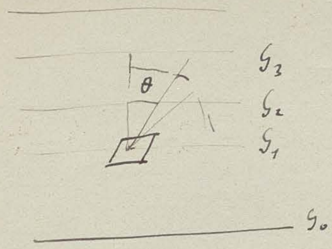
$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{r}{2} f(x) + \frac{1}{r}\psi(x)$$

$$u = \frac{r^2}{4} f(x) + \cancel{\lg r\,\psi(x) + \chi(x)}$$

$$u = \frac{r^2 - \delta^2}{4} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{r^2-\delta^2}{4}\frac{1}{p}$$

$$\frac{r^2-\delta^2}{4} \underbrace{f(x)\, p}_{} = f(r)$$

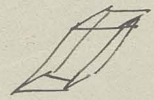
$$p = f(x)$$



w każdej warstwie drobiny dążące się posiadają G

$$\frac{2\pi \sin\theta \, d\theta}{4\pi} n = dn\theta$$

zatem przechodzą



podczas 1 sec: $c \dfrac{\cos\theta \sin\theta \, d\theta}{2} n = N$

Każda drobina wyszła z położenia $G_{(z)} + l \cos\vartheta \dfrac{\partial G}{\partial z}$

zatem wszystkie:

$$\cancel{\sum G_{(z)} + \frac{\partial G}{\partial z}}$$

$$N G + \frac{\partial G}{\partial z} \cos\theta \sum l$$

$$N G - \frac{\partial G}{\partial z} \ldots$$

zatem różnica: $2 \dfrac{\partial G}{\partial z} \cos\theta \sum l$ $\qquad \sum l = \lambda N$

$$2 \frac{\partial G}{\partial z} \cos\theta \, \lambda N = n \lambda c \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\theta \sin\theta = \frac{n \lambda c}{3} \frac{\partial G}{\partial z}$$

Jeśli się nie robi założenia że wszystkie prędkości równe: otrzymuje się 0·350271 zamiast $\frac{1}{3}$

N. p. G = elektryczny ładunek

albo $G = mu$

wtedy przez 1 cm² przewodzona ilość ruchu $\dfrac{m n \lambda c}{3} \dfrac{\partial u}{\partial z} = \mu \dfrac{\partial u}{\partial z}$

$$\mu = \frac{m n \lambda c}{3}$$

$\frac{9}{v}$

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum (y - a - bx - cx^2)^2 = 0$$

$$\sum (y - a - bx - cx^2) = 0 \qquad \sum x (y - a \quad) = 0$$

$$\cancel{\sum y} + na + b \sum x + c \sum x^2 = \sum y$$

$$\cancel{\sum xy} + a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3 = \sum xy$$

$$\cancel{\sum x^2 y} + a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4 = \sum x^2 y$$

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \sum y & \sum x & \sum x^2 \\ \vdots & \ddots & \ddots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum x & \sum x^2 \\ \vdots & \ddots & \ddots \end{vmatrix}}$$

$$r = \frac{1.24 \cdot \alpha}{\rho c^2} \qquad \frac{\rho c^2}{3} = p$$

$$\cancel{\alpha = \frac{3.7 \cdot 10^6}{1.24} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^{-8} \cdot 10^6}{1.24} = \frac{15 \cdot 10^{-2}}{1.24} = 0.12}$$

500

$$\frac{1.24 \cdot 80}{500\,00^2} = \frac{100}{25 \cdot 10^8} = 4 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{c n m u}{4} + \frac{1}{6} c \lambda m n \frac{\partial u}{\partial z}$$

~~2 [illegible]~~ 2 Kostki prawdop. pewnej sumy.

Możliwe kombinacye : 36

Suma 2 ...	1 . 1,	1	$\frac{1}{36}$
3	2.1 , 1.2	2	$\frac{2}{36}$
4	2.2 , 1.3 , 3.1	3	$\frac{3}{36}$
5	1.4, 2.3, 3.2, 4.1	4	$\frac{4}{36}$
6		5	$\frac{5}{36}$

Monaco

Roulette $\frac{1}{36}$ wypł. 35 razy zoł. : prawdop. zwrotu ok. stawki: $\frac{35}{36}$

$\frac{\partial}{\partial a}\sum[y-f(x)]^2=0$ etc.

$f(x)=a+bx+cx^2$

$\cancel{\frac{\partial}{\partial a,b,c}\left[\sum y-a-b\sum x-c\sum x^2\right]^2=0}$

$\cancel{\sum y-a-b\sum x-c\sum x^2=0}$

$\sum(y-a-bx-cx^2)=0$

$\sum x(y-a\ b\ x)\ )=0$

$\cancel{\frac{c}{A}\left(\rho u \frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} + w\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)}$ ~~Loterya 90~~

6 Numerów 2 się wygrywa, jakie prawdop. że dana kombinacya (2 numerów) wyjdzie?

~~(bez względu na porządek)~~

1 2	2 1	3 1	4 1
1 3	2 3	3 2	
1 4	2 4	3 4	
1 5	2 5	3 5	
1 6	2 6	3 6	

2 tych sprzyjają wyp. 1 zatem prawdop. $\frac{2}{30} = \binom{6}{2} = \frac{6.5}{1.2}$

---

90 Numerów 5 zostaje wygrywanych

prawdop. Quinterno : $\binom{90}{5} = \frac{1}{43,949\,268}$

prawdop. że wyjdzie jeden numer : $\frac{5}{90} = \frac{1}{18}$

wyjdą dwa numery każda z $\binom{90}{5}$ kombinacyi równie możliwa

sprzyjających wyp. takich w których owe dwa numery znajdują się

między pięcioma wyp. $= \binom{5}{2}$

$$W_2 = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{90}{2}} = \frac{10}{4005}$$

$$W_3 = \frac{10}{117.480}$$

$$W_4 = \frac{5}{2,555.190}$$

Korzyść $= \int \frac{dx}{x} = a \lg \frac{x_1}{x_2}$

~~moralna korzyść mniejsza niż strata~~

N. p. dwaj gracze równi :

~~korzyść~~ moralna nadzieja $= W.a \lg \frac{x_1}{x_2}$

$$a\left[\log\frac{c+\delta}{c} + \lg\frac{c-\delta}{c}\right]$$

$$= a\left[\lg\left(1+\frac{\delta}{c}\right) + \lg\left(1-\frac{\delta}{c}\right)\right] = a\left\{\begin{array}{l}\frac{\delta}{c} - \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{c}\right)^2 + \cdots \\ -\frac{\delta}{c} - \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{c}\right)^2 - \cdots\end{array}\right\} = <0$$

Teorya błędów

44

wielka ilość spostrzeżeń, średnia wartość = najprawdop.

dziś prawd. największa że średnia wartość = prawdziwa

$\alpha_1 - x = \delta_1$

$\alpha_2 - x = \delta_2$

$\alpha_3 - x = \delta_3$

$\alpha_n - x = \delta_n$

prawd. że błąd δ_n = $f(\delta_n)$

$f(\delta_1)\, f(\delta_2) \ldots = W(x)$

$\lg f(z_1) + \lg f(z_2) \ldots = \lg(Wx)$

$-dx = dz_i$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0 = -\underbrace{\left[\frac{f'(z)}{f(z_1)} + \frac{1}{f(z_2)} + \frac{1}{f(z_3)} + \ldots \right]}_{} = 0$$

to dla wartości: $x = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots}{n}$

t. zn. $(z_1 + z_2 + \ldots z_n) = 0$

$z_n = -(z_1 + z_2 + \ldots)$

$$\frac{\frac{df}{dz_i}}{f(z_i)} = \varphi(z_i)$$

$$\underbrace{\varphi(z_1) + \varphi(z_2) + \varphi(z_3) + \ldots \varphi(z_n) = 0}_{} \qquad z_n = -(z_1 + z_2 + \ldots - z_{n-1})$$

$$\frac{\partial}{\partial z_k} \qquad \frac{d\varphi(z_k)}{dz_k} + \frac{d\varphi(z_n)}{dz_n}\underbrace{\frac{\partial z_n}{\partial z_k}}_{=-1} = 0$$

zatem: $\frac{d\varphi(z_1)}{dz_1} = \frac{d\varphi(z_2)}{dz_2} = \frac{d\varphi(z_3)}{dz_3} = \ldots = k$

$\varphi(z) = kz + c = \frac{f'}{f}$, $c = 0$

z powodu $\Sigma\varphi = 0$

zatem $f = a\, e^{k\frac{z^2}{2}}$

$f = a\, e^{-h^2 z^2} = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2 z^2}$

1). Prawdopod. wyrzucenia pierwszym razem 1 : -- $\frac{1}{6}$

2). nie wyrzucenia " 1 : $\frac{5}{6}$

---

3). wyrzucenia drugim rzutem 1 : $\frac{1}{6}$

4). wyrzucenia nie pierwszym ale drugim : $\frac{5}{36} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}$

5). wyrzucenia albo pierwszym albo ↑ $\frac{1}{6} + \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$

~~Jeśli~~

6 kul między któremi 1 biała

1). - Prawdop. $\frac{1}{6}$

2). -- nie czystej $\frac{5}{6}$

---

3). Prawdop.-- wyciągnięcia albo za pierwszym albo $\frac{11}{36}$

Jeżeli się jednak wyjętą kulę wyrzuci to

prawd. wyciągnięcia drugim razem ale nie pierwszym = $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$

prawd. albo drugim albo pierwszym : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{12}{36}$

O śmiertelności etc.

45

I. Jeśli zjawiska od siebie niezależne to

prawdop. zdarzenia się jednego lub drugiego = suma prawdop. pojedynczych

~~Wyp~~ Wypływa z definicji

Np. prawdop. ~~w~~ rzucenia 4 dwiema kostkami $= \frac{1}{3}$

[Ale prawdop. żeby suma była = 4 zupełnie inna!]

prawdop. rzucenia 4, ośmiama razami = 2 [illegible]

Jeśli [illegible] jakaś złożona z $\frac{1000}{30} = 33$ osób to (we Lwowie) w roku

jeden członek umrze tydzień / to prawda jeśli więcej niż [illegible] to mniej

to bardzo zmienne!!

II. Pod tym samym założeniem: prawdop. równoczesnego zdarzenia się

dwóch zjawisk = iloczyn prawd.

Np. dwiema kostkami

aby obydwie: 4 $- \frac{1}{36}$ ~~itd.~~

tym sposobem udowodniona, ponieważ ona właściwie ~~jest po~~ służy do określenia pojęcia temperatury. To się udało dotychczas tylko dla gazów idealnych (i V.d.W. ?)

Przyjmując potęgowanie średnia energja kinet. Nazwiemy energ. składowej = ε = aθ

$$\frac{mc^2}{2} = \frac{m\overline{\xi^2}}{2} + \frac{m\overline{\eta^2}}{2} + \frac{m\overline{\zeta^2}}{2} = 3\varepsilon = 3a\theta$$

a = czynnik proporcjon.

Zatem

$$pV = N\frac{mc^2}{3} = N\cdot 2a\theta \qquad 2aN = R$$

Zatem prawo Avogadra: „przy równym ciśnien. i temp. równa ilość drobin w różnych gazów w danej objętości."

Dotychczas uważaliśmy prędkości jako równe

Spotkanie drobin zmienia nie tylko kierunek ale także wielkość prędkości

Mogą być albo bardzo duże

W górę drogi zatem

Metoda statystyczna, przejście: rachunek prawdopodob.

Kostka: wielka ilość rzutów

Jeśli ~~w~~ w kostce ~~..~~ rzucam to —

stosunek przypadków sprzyjających do przyp. możliwych = prawdopodob.

N.p. prawdop. że mieszkaniec Lwowa umrze w przeciągu roku bież. = $\frac{30}{1000}$

Wiednia $\frac{20}{1000}$

prawdop. rzucenia 4 jednym rzutem : $\frac{1}{6}$

Tak wzasadniliśmy dla gazu złożonego z ~~punktów~~ drobin różnego

rodzaju że (przeciętna) równowaga osięgnięte dopiero przy ~~równości~~ przeciętnej energii

kinet. [To bynajmniej nie znaczy że każda indywidualna drobina będzie

mieć tę samą prędkość, tylko przeciętnie w dłuższym przeciągu czasu!]

To samo odnosi się jednak wszystko do takiego gazu ale do bardzo

ogólnego rodzaju systemów mechanicznych.

Twierdzenie Maxwella:

W systemie (układzie mechanicznym) konserwatywnym, ~~którego każdy ruch~~ określony przez

spółrzędne ~~p q~~ ... $p_1\ p_2\ p_3$, ~~...~~ jeżeli energia kinetyczna

wyrażona jako: $T = \frac{1}{2}\Sigma(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \ldots)$ to w przeciętnym stanie stałym

przeciętne wartości składowych energii kinet. równe $\overline{\dot{q}_1^2} = \overline{\dot{q}_2^2} = \ldots$

Tak więc w systemach mechanicz.: układ stały jeśli równe są energie kinet. ruchów składowych

~~Xxxx~~ termodynamice: jeśli temperatura wszędzie równa

Zatem jeśli chcemy rob.: musimy przyjąć że

temp. = fc.((przeciętnej) energii kinet. ruchu składowej)

~~A właściwie~~ Istotnie nawet temp. = energ...

jako to wynika z rozpatrywania ~~...~~ gazów idealnych

~~Ale~~ Ogólny dowód właściwie wymagałby okazania że entropia może być

$$M U'^2 - m u'^2 = M\left[(M-m)^2 U^2 + 4m^2u^2 + 4m(M-m)uU\right] - m\left[(M-m)^2 u^2 + 4M^2U^2 \cancel{+} 4M(M-m)uU\right] \Big/ (m+M)^2$$

$$= \Big(\underbrace{M(M-m)^2 - 4mM^2}_{}\Big)U^2 - \left[m(M-m)^2 - 4Mm^2\right]u^2 + 8m\frac{M(M-m)}{(m+M)^2}uU$$

$$\left[(M-m)^2 - 4mM\right](MU^2 - mu^2) +$$

$$\Delta' = \underbrace{\left[(M-m)^2 - 4mM\right]}_{(m+M)^2}\Delta$$

$$\Big\} = 1 + \delta$$

$$= \frac{(M+m)^2 - 8mM}{(m+M)^2}$$

$$\sqrt{mM} < \frac{m+m'}{2}$$

$$8mM < 2(m+m)^2$$

$$\frac{8mM}{(m+M)^2} - 1 < 1$$

$$M = m(1+\alpha)$$

$$\cancel{\alpha^2 - 4(1+\alpha) = -\frac{\varepsilon}{m^2}} \quad *$$

$$\varepsilon = 4m^2\left[1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{4}\right]$$

$$\frac{\alpha^2 - 4(1+\alpha)}{(2+\alpha)^2} = 1 + \delta$$

$$\cancel{\alpha^2} - 4 - 4\alpha - 4 - \cancel{\alpha^2} - \cancel{4\alpha} = (2+\alpha)^2\delta$$

$$\delta = -4\frac{1+\alpha}{(2+\alpha)^2}$$

$$= -\frac{1+\alpha}{\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$

$$0 < \delta < 1$$

zatem zmniejsza się więc [illegible]

$m_1c_1^2 = m_2c_2^2$ [illegible] zatem $pV = \frac{mc^2}{3}(N_1 + N_2 + \dots)$

więc [illegible] $\frac{mc^2N_1}{3} = pV = \frac{mc^2N_2}{3}$

wynika prawo Avogadra

Lambert'a ..

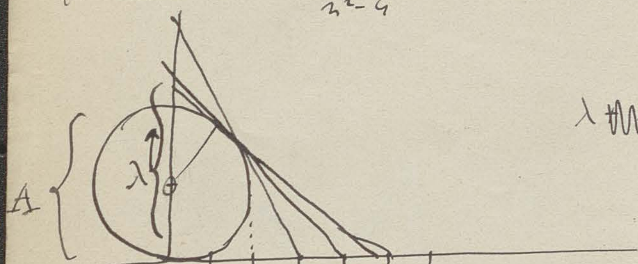
Ważność prawa Kirchhoffa fosfor., lumines., elektr. itd.

Analiza widmowa i ciepła (bolometr. lub phosphorogr. [fotogr.] prócz światła fosf.)

Dokładne pomiary pierwiastków tylko w części widzialnej oprócz ... itd.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{A}\left[1 - \frac{4}{n^2}\right] \qquad A = 3647$$

Wzór: $\lambda = A \frac{n^2}{n^2-4}$ $\qquad n \dots 3 \dots$



$$\lambda^2 : a^2 = \left(n\frac{a}{2}\right)^2 + (\lambda + a)^2 : \left(n\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\lambda^2 - a^2 : a^2 = (\lambda + a)^2 : \left(n\frac{a}{2}\right)^2$$

$$(\lambda^2 - a^2)\left(\frac{n^2}{4}\right) = (\lambda + a)^2$$

$$\cancel{\left[(\lambda - a)^2 - a^2\right]\frac{n^2}{4} = \lambda^2}$$

$$\cancel{(\lambda - a)\frac{n^2}{4} = \lambda + a}$$

$$\cancel{\lambda = a\,\frac{1 + \frac{n^2}{4}}{\frac{n^2}{4} - 1}}$$

$$(\Lambda - 2a)\frac{n^2}{4} = \Lambda$$

$$\Lambda = \frac{2a\frac{n^2}{4}}{\frac{n^2}{4} - 1} = 2a\frac{n^2}{n^2-4}$$

$$\frac{1}{\lambda} = A + \frac{B}{n^2} + \frac{C}{n^4} \quad \text{Kayser Runge}$$

$$\frac{1}{\lambda} = A + \frac{B}{(n+\mu)^2} \quad \text{Rydberg}$$

Lepiej wyrazić wszędzie zamiast h:
$\alpha = \frac{1}{h}$ = prędkość najpewniejsza

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \xi e^{-h^2\xi^2} d\xi = 0 \quad \text{etc.}$$

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty} A e^{-h^2(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta = A\left(\frac{\sqrt{\pi}}{h}\right)^3 = N \qquad A = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3$$

ilość mających

$$\cancel{N\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 \iiint (\xi^2+\eta^2+\zeta^2) e^{-h^2(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta}$$

$$\cancel{\int \xi^2 e^{-h^2\xi^2} d\xi = \frac{\xi}{-2h^2} e^{-h^2\xi^2} + \frac{1}{2h^2}\int e^{-h^2\xi^2} d\xi} = \frac{\sqrt{\pi}}{2h^3}$$

~~ilość mających c~~

ilość mających c w jakimkolwiek kierunku: $\int_{\text{nad powłoką kulistą}} e^{-h^2c^2} d\xi\, d\eta\, d\zeta =$

c — dc —
$$N\, 4\pi c^2 dc \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 e^{-h^2c^2}$$

otrzymamy także
$$\int_0^\infty = 4\pi N \frac{h^3}{\sqrt{\pi}^3} \underbrace{\int_0^\infty c^2 e^{-h^2c^2} dc}_{=\frac{\sqrt{\pi}}{4h^3}} \cancel{\frac{\sqrt{\pi}}{4h^3}} = N$$

Prawdop.: $\frac{dw}{dc} = 4\pi c^2 e^{-h^2c^2} \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3$

$\frac{dw}{dc} = 4\pi \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 \left[2c - 2c^3h^2\right] e^{-h^2c^2} = 0$

$c^2h^2 = 1$

$h = \frac{1}{c} = \frac{1}{\alpha}$

Średnio więc
$$\overline{\xi^2} = \frac{\cancel{N}}{\cancel{N}}\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 e^{-h^2(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta = \int$$

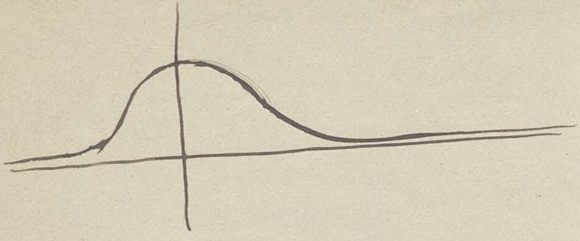
$$= \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 \frac{\sqrt{\pi}}{2h^3} \frac{\sqrt{\pi}}{h} \frac{\sqrt{\pi}}{h} = \frac{1}{2h^2} = \frac{\overline{c}^2}{3}$$

Zatem uporządkujemy tę średnią prędkość

$$\cancel{h^2} = \frac{3}{2\overline{c}^2} \qquad \alpha = \overline{c}\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$pV = \frac{Nm\overline{c}^2}{3}$$

$$p = \rho\frac{\overline{c}^2}{3} \qquad \frac{p}{\rho} = R\theta = \frac{\overline{c}^2}{3} = \overline{\xi^2} = \frac{1}{2h^2}$$



$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$$

Nieregularności ale przecież prawidłowości

Podobnie w teorii gazów:

prawdop. $f d\xi \sim e^{-\alpha\xi^2} d\xi$

$\xi; \eta; \zeta$ ....

$\xi+d\xi; \eta+d\eta; \zeta+d\zeta$ $\quad A e^{-\alpha(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta$

Najprawdop. wartość dla ξ: $\frac{\partial}{\partial\xi}\left(e^{-\alpha\xi^2}\right) = -2\alpha\xi e^{-\alpha\xi^2} = 0$

$\xi = 0$

ale wtedy też będzie równocześnie $\eta, \zeta = 0$

$u_1 du_2 + u_2 du_1 + \dots = U_1 dU_2 + U_2 dU_1 + \dots$

$u_1 du_1 + u_2 du_2 =$

$u_1(du_2 - du_1) + \dots =$

$U_1^2 - u_1^2 + \dots + (U_2^2 - u_2^2) \dots = 0$

$U_1 - u_1 = -(U_2 - u_2)$

$(U_1 + u_1 + U_2 + u_2)\, U_2 - u_2$

$\alpha =$ najprawdopod.

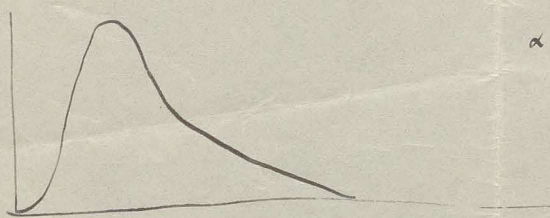
$$\frac{1}{(\beta\sqrt{\pi})^3} e^{-\frac{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}{\beta^2}} d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

$$\bar{c} = \beta\sqrt{\frac{3}{2}}$$

dla tlenu 0°

$\bar{c} = 461$ m

$\alpha = 377$



0–100	100–200	200–300	3–400	4–500	5–600	6–700	> 700
$\frac{13}{1000}$	$\frac{81}{1000}$	166	214	202	151	91	76

Średnia prędkość rozmaite znaczenie $\int v\, p\, dv$ $\sqrt{\int v^2 p\, dv}$

$$\int \cancel{(x^2+y^2+z^2)\, e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\alpha^2}}\, dx\, dy\, dz}$$

$$\alpha = \frac{3Rm}{2}$$

$$n\frac{mc^2}{3} = p$$

$$\frac{mc^2}{2}\,\frac{2}{3}\,\frac{nm}{m} = \frac{mc^2}{2}\,\frac{2}{3}\,\frac{\varrho}{m} = p$$

$$1 = \frac{2}{3RTm}\,\frac{mc^2}{2}$$

$$\frac{mc^2}{2} = \frac{3RTm}{2}$$

$$\beta^2 = \frac{2}{3} c^2$$

$$\frac{mc^2}{2} = \alpha T$$

$$\beta^2 = \frac{2}{3}\,\frac{2\alpha T}{m} = \frac{4}{3}\,\frac{3R\cancel{m}}{2}\,\frac{T}{\cancel{m}}$$

$$= 2RT$$

$$\frac{1}{\sqrt{2RT\pi}^{\,3}}\, e^{-\frac{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}{2RT}}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

niezal. od układu współrzędnych

$$f(\xi, \eta, \zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta = \varphi(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

$$\| $$

$$F(\xi)F(\eta)F(\zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

$$\frac{\varphi'}{\varphi}(\xi\, d\xi + \eta\, d\eta + \zeta\, d\zeta) = \frac{F'(\xi)}{F(\xi)} d\xi + \frac{F'(\eta)}{F(\eta)} d\eta + \frac{F'(\zeta)}{F(\zeta)} d\zeta$$

np. stałych

$$\frac{F'(\xi)}{F(\xi)} = c\,\xi$$

$$F(\xi) = e^{c\frac{\xi^2}{2}}$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \ldots \qquad \Delta_n = 0$$

$$= 0$$

$$f(\Delta_1) + \ldots$$

$$f(\Delta_1) + f(\Delta_2) + \ldots \qquad f(-\Delta_1 + \Delta_2 + \ldots \Delta_{n-1}) = 0$$

$$\frac{1}{\varphi(\Delta_1)} \frac{\partial \varphi(\Delta_1)}{\partial \Delta_1}$$

$$\cancel{\varphi'}(\Delta_1) + f'(\Delta_n) \frac{\partial \Delta_n}{\partial \Delta_1} = 0$$

$$= -1$$

$$f'(\Delta_1) = f'(\Delta_2) \ldots \quad f'(\Delta_n) = c$$

$$f(\Delta) = c\Delta + \cancel{a} = \frac{\varphi'(\Delta)}{\varphi(\Delta)}$$

$$c\frac{\Delta^2}{2} = \lg \varphi(\Delta) + \text{const}$$

$$\varphi(\Delta) = A e^{c\frac{\Delta^2}{2}}$$

metoda najmniejszych kwadratów

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\Delta_1^2}{2} + \frac{\Delta_2^2}{2} + \ldots \Delta_n^2\right] = 0$$

$$\Delta_1 \frac{\partial \Delta_1}{\partial x} + \Delta_2 \frac{\partial \Delta_2}{\partial x} \ldots = 0$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \ldots = 0$$

Tak dobrać x aby $\Sigma(\Delta_1^2 + \ldots \Delta_n^2)$ minimum

strzelanie do tarczy

strzępek

mierzenie

długości

Lucretius mrzonki filozoficzne

Boscovich D. Bernoulli etc.

Krönig 1856

Clausius 1857

Maxwell 1860
1866, 1879

Waterston 1845
Herapath 1821

D. Bernoulli 1738

Boltzmann Van der Waals

Clausius Mech. Wärmetheorie III Th.
O E Meyer spopularyzował Kirchhoff Wärme

Boltzmann

Jäger Winkelmann Encyklopädie Jäger Wärme
Fortschritte d. k. G.

Weinstein Thermodynamik z Kraft Kinet. Th. Ph. Jeans

Lang

Teorya część mechanistycznego systemu fizyki i to jego najlepiej wykończona część

Wszystko z objawy ruchu mas bardzo drobnych : był ostateczny fundament Newtona prawa mechaniki

~~Ostatnio jego~~ Tak: mechaniczna teorya elektr., undulacyjna tr. światła

Kinet. t. ~~[illegible]~~ cząstek materyi , ~~[illegible]~~ najprostsze prawa gazów

dlatego ta część najdalej w szczegóły wykończona

Druga zasada termodynamiki

Polemika { Energetycy } { Ostwald etc. – ~~Mach~~

Filozofowie Mach Stallo. nie trzeba się zapatrywać na fizykę

reakcya po pierwszych sukcesach

Fizycy : rachunki nie do przebrnięcia

Powolny ale ciągły rozwój ~~Clausius~~ Maxwell przewidział wpływ gazów

wyjaśnienie mnóstwa nowych odkryć : Kundt & Warburg $\frac{c}{c_v}$ Hg = 1.66 Hg –

Niezależność od gęstości

Ciepło, Temperatursprung,

Van d. Waals'a równanie

rozmiary drobin według różnych metod, nawet elektronicznych

$$m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = F(r_{12}) \frac{x_2 - x_1}{r_{12}}$$

$$= X_1 \qquad dx_1$$

$$m_1 \frac{d^2y_1}{dt^2} = Y_1 \qquad dy_1$$

$$m_1 \frac{d^2z_1}{dt^2} = Z_1 \qquad dz_1$$

$$\frac{m}{2} V^2 = c_n + \int X_1\, dx \ldots$$

$$T_1 - T_2 = \text{Praca}$$

Jeśli siły konserwatywne: $T + U = C$

$$F(r_{12}) \frac{x_2 - x_1}{r_{12}} = F(r_{12}) \frac{\partial r_{12}}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \int F(r_{12})\, dr_{12}$$

$\sum \Phi_{12}$

Jeśli można znaleźć taką funkcję że $X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}$ etc.

Ale to nie zawsze możliwe; w każdym razie możliwe jeśli siły funkcjami odległości samej

ale nie można jeśli funkcją ...

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = X \qquad dx$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = Y \qquad \ldots$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = Z \qquad \ldots$$

$$U + \frac{mv^2}{2} = \text{const}$$

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x} \quad \text{względnie inaczej nie możliwe}$$

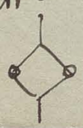
Więc system w którym tylko siły konserwatywne: zachowuje energię

Szczególny ~~system~~ przykład: system bez sił ale z ruchami ukrytymi; [Hertz, Helmholtz]

Zatem jeśli nie ma sił ... konserwatywne

~~Jeśli zatem hipoteza że wszystko da się wytłumaczyć~~

~~Ale~~ Można siły konserwatywne skonstruować mechanicznie na podstawie bez ... | Thomson gyrostatic ether / Wirbelatome



regulator antyszczególny działa tak jak sprężyna

krążek; węże gumowe od sikawki gdy woda przepływa

Kinetyczna teorya ~~gazów~~ materyi dotychczas doszła do ilościowych ~
tylko dla gazów

Zamierza wytłumaczyć wszystkie fizyczne własności (gazów) materyi na podstawie mechanicznego mechanizmu. System mechanistyczny

Trzy systemy dotychczas opracowane: mechaniczny, elektr., termodynam.
zależnie od tego czy staramy się sprowadzić i wytłumaczyć wszystkie zjawiska do mech. el. term.

Najdalej wykształcony mechaniczny.

Jego podstawą przyjęcie atomów masa i ruch nazwych i m

Teorya atomist. znajduje się u różnych filozofów począwszy od Lucretiusa

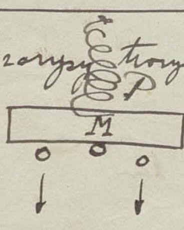
Byłoby jednak śmiesznością uważać L. jako twórcę t. at. | to był tylko system filoz. nie tłomaczący nic, więc bezcelowy i niewzruszony

Dopiero D. Bernoulli 1752 jako t. fizyczną, a właściwymi twórcami w dzisiejszej postaci

Clausius 1857 i Maxwell 1860 | mógł ją to być dopiero po rozwinięciu termodynam.

Pierwotne zarysy teoryi

Przykład:



Uderzenia płyty M

w pewnej chwili uderza m kulka sprężysta w swój środek

w każdej chwili zderzenia siła (actio i reactio)

$$M\frac{d^2X}{dt^2} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

jeśli to trwa krótki czas tylko to $\int_0^\tau dt$

$$M\left(\frac{dX_1}{dt}-\frac{dX_0}{dt}\right)=m\left(\frac{dx_1}{dt}-\frac{dx_0}{dt}\right)$$

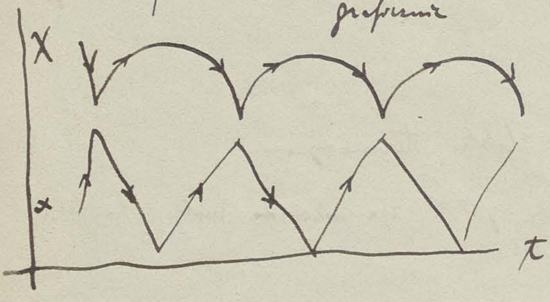
Chcemy teraz znać tak własności siły

$$M(C_1-C_0)=m(c_1-c_0)$$

$$M\frac{d^2X}{dt^2} = P$$

$$M\frac{dX}{dt}\Big| = Pt\Big| \qquad \cancel{P(t_1 - t_0) = m(c_1 - c_0)}$$

graficznie



Jeśli teraz tak urządzimy że zawsze z tą samą prędkością się spotykają

$$\underbrace{2MC}_{=P\tau} = 2mc$$

$$\tau = \frac{2l}{c}$$

$$P = \frac{2mc}{\tau} = \frac{mc^2}{l}$$

Gdyby teraz było n takich kulek to ciśnienie równoważące musiałoby być nmc^2

Drgania będą oczywiście tem mniejsze im mniejsze τ (im większe c)

Elongacya : $\frac{1}{2}\frac{P}{M}\left(\frac{\tau}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{P}{M}\left(\frac{l}{c}\right)^2 =$

wyrażając czas mniejszym w takie powiększyć c — —

drgania niewidzialne

Dajmy na to 1 cm³

Cóż jeśli pod nachyleniem?

Wtedy tylko składowa prędkości wchodzi w rachubę

p (na 1 cm²) $= N m \xi^2$

$= N\frac{mc^2}{3}$

n = ilość

$c^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$

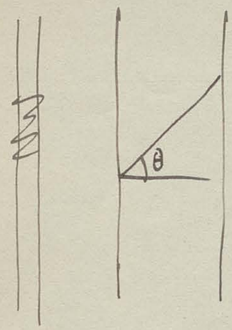
podwójnie średnio

$\overline{c^2} = 3\overline{\xi^2}$

~~N = całkowita ilość~~ = n

Dokładniej :

Mając gaz między dwiema ściankami w odległości l z których każda



$$P = \int m\, c^2 \frac{\cos^2\theta}{l} \cdot \frac{\sin\theta\, d\theta \cdot 2\pi}{2\pi}$$

$$= \frac{N}{l} m\, c^2 \int_0^{\pi/2} \underbrace{\cos^2\theta \sin\theta\, d\theta}_{\frac{\cos^3\theta}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{N}{l}\, m \frac{c^2}{3}$$

$P = O\, p$

$$O\, p\, l = N m \frac{c^2}{3} = p V$$

Mając $V = 1$ $\qquad p = \frac{n m c^2}{3}$

40
80
40
160
40
200

Z najnowszych badań fizyczno chemicznych

$$E = nV\frac{mc^2}{2}(1+\beta) = M\frac{c^2}{2}(1+\beta)$$

$$\cancel{\frac{c^2}{3} = RT}$$

$$\cancel{\frac{mc^2}{2}} = \frac{3m}{2}\frac{c^2}{3} = RT\,\frac{3n}{2} = \alpha T$$

$$c = \frac{1}{M}\frac{dE}{dT} = \frac{\frac{d(c^2)}{2}(1+\beta)}{\frac{d(c^2)}{3R}}$$

$$R\,dT = \frac{d(c^2)}{3}$$

$$\alpha = \frac{3mR}{2}$$

$$c_v = \frac{3R}{2}(1+\beta)$$

$$\delta\varphi = c\,dT + A_p\,dv$$

$$C_p = c_v + R = c_v\left(1 + \frac{3}{2}(1+\beta)\right)$$

$$k = \frac{1+\frac{3}{2}(1+\beta)}{\frac{3}{2}(1+\beta)} = \frac{5+3\beta}{3+3\beta} = 1 + \frac{2}{3(1+\beta)}$$

$$n\,m\frac{c^2}{3}\,\frac{\cancel{dT}}{T}$$

$$\frac{\partial v}{\partial T} = \frac{R}{p}$$

$$p\,dv = p\frac{\partial v}{\partial T}dT$$

$$= R\,dT =$$

$$c^2 = 3RT$$

$$2L = \alpha_1 q_1^2 + \alpha_2 q_2^2 + \cdots + \alpha_n q_n^2$$

$$\frac{\overline{\alpha_1 q_1^2}}{2} = \frac{\overline{\alpha_2 q_2^2}}{2} = \cdots = \frac{L}{n}$$

$$e^{-h\left(U + \frac{1}{2}(q_1^2 + q_2^2 + \cdots q_n^2)\right)}\,dp_1\,dp_2 \cdots dp_n\,dq_1\,dq_2 \cdots dq_n$$

$$h = \frac{3}{2T}$$

$$f = \frac{n a}{\cancel{\sqrt{\;}^3}} e^{-\frac{v^2}{2RT}}$$

$$\log f = \log a \; \cancel{-\frac{3}{2}\log 2RT} - \frac{v^2}{2RT}$$

$$\int f \log f \, dw = \cancel{-\frac{3}{2}\log 2RT} - \underbrace{\frac{1}{2RT}\bar{c}^2}$$

$$n\left[\log a n \qquad -\frac{3}{2}\right]$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2RT}^3}$$

$$n \log \frac{\rho}{T^{3/2}}$$

$$\frac{n m \bar{c}^2}{3} = p$$

$$\bar{c}^2 = \frac{3p}{nm} = \frac{3p}{\rho} = 3RT$$

$$a \cdot e^{-\frac{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}{\gamma^2}} d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

$$a \sqrt{\pi \gamma^2}^3 = 1$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma^2}^3}$$

$$\gamma^2 = \frac{2}{3}\bar{c}^2$$

$$p = \frac{RT}{v}$$

$$\cancel{\log v = \log R + \log T - \log p}$$

$$\int \frac{c\,dT + Ap\,dv}{T} = c\log T + AR\log v = c\log T - AR\log\rho$$

$$c_p = c + AR = \frac{5}{3}c$$

$$AR = \frac{2}{3}c$$

$$= \left[\frac{3}{2}\log T - \log\rho\right] AR$$

$$= AR\log\frac{T^{3/2}}{\rho}$$

54

$c_v = \frac{dU}{dT}$ $\quad C_p = \frac{dU + Ap\,dV}{dT}$

$C_p - c_v = c_v(k-1) = AR = C_p\left(1 - \frac{1}{k}\right)$

powietrza $C_p = 0{\cdot}238$

Energja uwsztuna: $U = \frac{Nm}{2}\bar{c}^2$

$\frac{Nm\bar{c}^2}{3} = pV = RT$ $\qquad dU = \frac{Nm}{2} d(\bar{c}^2)$

$d(\bar{c}^2) = \frac{3R\,dT}{Nm}$ $\qquad \frac{dU}{dT} = \frac{3}{2}AR = c_v$

$\frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{3}{2}+1}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{3}$

$p(dV) = R\,dT$

$\frac{dU}{dT} + Ap\frac{dV}{dT} = \left(\frac{3}{2}+1\right)RA = C_p$

Zn 0·2375

Hg 0·0246

H_2 3·41

O_2 0·2175

N_2 0·2438

W ogólnym przypadku: $U = U_1 + U_2 = \left(\frac{n}{3}\right)U_1$

$U = (1+\beta)\frac{Nm}{2}\bar{c}^2$

$c_v = \frac{3}{2}(1+\beta)AR$ $\qquad \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{2}{3(1+\beta)}$

$R = \frac{H}{\omega}$

Energja drobinowa ~~środkowa~~

$1 - \frac{1}{k} =$

$\beta = \frac{2}{3}$ $\qquad \frac{C_p}{C_v} = 1{\cdot}4$ $\qquad n = 3+2$

$\beta = 1$ $\qquad \frac{C_p}{C_v} = 1{\cdot}33$ $\qquad n = 3+3$

1·4: $O_2, N_2, A_2, CO, HCl, NO, HJ$

Cl_2: 1·33 $\quad Br_2, J_2$: 1·29

	100°	0°
CO_2	1·28	1·31
N_2O	1·28	1·31
H_2O:	1·28	

$(C_2H_5)_2O$: 1·03

P_4 (300°): 1·18

CH_4 1·32

1·20: CH_3Cl chlorek metylowy

$CHCl_3$: 1·13

Np O_2 $\quad \rho = 0{\cdot}0014291$

$\bar{c} = 461{\cdot}2$ m

$\varphi c \qquad \alpha = 376{\cdot}6$

0 – 100 m	1·3 %
100 – 200	8·2
200 – 300	16·6
300 – 400	21·5
400 – 500	20·3
500 – 600	15·2
600 – 700	9·1
> 700	7·7
	100·0

$$v_c = 4\pi N\left(\frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}}\right)^3 \int_0^{c} c^2 e^{-\left(\frac{c}{\alpha}\right)^2} dc$$

Obliczenie tego za pomocą tablic dla $\int e^{-x^2} dx$

$$\int_0^x c^2 e^{-c^2} dc = -\frac{c}{2} e^{-c^2}\Big|_0^x + \frac{1}{2}\int_0^x e^{-c^2} dc$$

$$\int_0^x e^{-x^2} dx = x - \frac{x^3}{1.3} + \frac{x^5}{2!.5} - \frac{x^7}{3!.7} + \frac{x^9}{4!\,9} - \dots$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{e^{-x^2}}{2x}\left[1 - \frac{1}{2x^2} + 1.3\left(\frac{1}{2x^2}\right)^2 - 1.3.5.\left(\frac{1}{2x^2}\right)^3 \dots\right.$$

$$\int_x^\infty e^{-x^2} dx =$$

$$\cancel{\frac{1}{x} = z \qquad -\frac{dx}{x^2} = dz \qquad \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{e^{-\frac{1}{z^2}}}{z^2} dz}$$

$$2x \frac{e^{-x^2}}{} \quad \frac{dx}{2x}$$

$$2\overline{L} = 3pV - \overline{\Sigma\, xX + yY + zZ}$$

$$\cancel{\frac{d}{dt} m x} \qquad \cancel{m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} =$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]dt = \frac{1}{T}\,\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\,x - \int x\,\frac{d^2x}{dt^2}\,dt\right) + \dots$$

$$= \frac{1}{T}\,\frac{m}{2}\left(x\frac{dx}{dt}\Big|_0^T + y\frac{dy}{dt}\Big| + z\frac{dz}{dt}\Big|\right) - \frac{1}{2T}\int (Xx + Yy + Zz)\,dt$$

system skończony

$$2\overline{L} + \Sigma\,\underbrace{\overline{(xX + yY + zZ)}}_{=\,3pv \,+\, \Sigma\,\overline{(x_k X_k + y \dots)}} = 0$$

$$X_1 = f(r_{12})\,\frac{x_1 - x_2}{r_{12}} + f(r_{13})\,\frac{x_1 - x_3}{r_{13}} + \dots$$

$$x_1 X_1 = f(r_{12})\,\frac{x_1^2 - x_1 x_2}{r_{12}} + \dots$$

$$x_2 X_2 = f(r_{12})\,\frac{x_2^2 - x_1 x_2}{r_{12}} + \dots$$

$$f(r_{12})\left[\frac{(x_1 - x_2)^2}{r_{12}} + \frac{(y_1 - y_2)^2}{r_{12}} + \dots\right] = f(r_{12})\,r_{12}$$

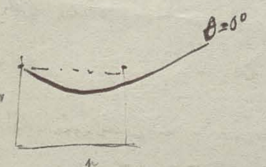
tylko w drobnej sferze sił

dla gazu doskonałego wszędzie $= 0$

$$pV = \overbrace{\frac{2}{3}\overline{L}}^{\frac{2n\alpha T}{3}} + \overbrace{\frac{1}{3}\,\Sigma\, r f(r)}$$

$$L = \frac{\Sigma m c^2}{2}$$

Siły przyciągające, odpychające, Van d Waals etc.



$$pv < p_0 v_0$$

$$v < \frac{p_0 v_0}{p}$$

przypadek? zespół mało zn.: przyczyny niedziałane tak że różne mogą być skutki

Statystyczne rachunki, prawdopodobieństwo

I). trudność: które również możliwe ~~prawdopodobne~~

prawdopod. = ułamek $w=0$

= pewn.. $w=1$

$w+w'=1$

Kostka 1, 2, 3

1 albo 2 // na dwa rzuty 1

Jakie prawdop. 4 na 2 rzuty

1 3	6,6	
2 2		$\frac{3}{36}$
3 1		

dwa razy raz po raz

prawdop. zjawiska złożonego = X. prawd. poj. zjawisk składowych

Trudność: czy niezależne zdarzenia

wyciągamy kule z urny

albo wkładając z powrotem albo nie

a a b b

b b a

a b

1). $\frac{\frac{n}{2}}{n} = \frac{1}{2}$

2). $\frac{\frac{\frac{n}{2}-1}{n-1} + \frac{\frac{n}{2}}{n-1}}{2} = \frac{1}{2}$ jeśli się nie wie jaka była pierwsza

= prawdop. żeby druga była a. bez względu na to jaka pierwsza

2') $\frac{\frac{n}{2}-1}{n-1}$ jeśli się przyjmuje jako dane że pierwsza była czarna

$\Delta_1 = x - a_1 \quad \Delta_2 = x - a_2 \; \ldots$

$W = \varphi(\Delta_1)\,\varphi(\Delta_2) \ldots$

$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{\varphi(\Delta_1)}\frac{\partial \varphi(\Delta_1)}{\partial x} + \ldots = \underbrace{\sum \frac{1}{\varphi(\Delta_i)}\frac{d\varphi(\Delta_i)}{d\Delta_i}}_{f(\Delta_i)}$

$\frac{\partial(\varphi(\Delta_i))}{\partial x} = \frac{d\varphi(\Delta_i)}{d\Delta_i}\frac{\partial \Delta_i}{\partial x} = \frac{d\varphi(\Delta_i)}{d\Delta_i}$

$f(\Delta_1) + f(\Delta_2) + \ldots \quad f(\Delta_n) = 0$

$\Delta_1 + \Delta_2 + \ldots \quad \Delta_n = 0$

$f'(\Delta_1)\,d\Delta_1 + f'(\Delta_2)\,d\Delta_2 + \ldots \quad f'(\Delta_n)\,d\Delta_n = 0$

$d\Delta_1 + d\Delta_2 + \ldots \quad d\Delta_n = 0$

możliwe tylko, z powodu niezależności $d\Delta_1, d\Delta_2 \ldots$ jeśli

$f'(\Delta_1) = f'(\Delta_2) \ldots = \text{const}$

$\frac{d f(\Delta)}{d\Delta} = k$

$c_1 = 0$

$f(\Delta) = k\Delta + c_1 = \frac{\partial \lg \varphi}{\partial \Delta}$

$\varphi(\Delta) = d e^{k\frac{\Delta^2}{2}}$

$\int \varphi \, d\Delta = 1$

$\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}$

Δ_i

Silnik

$$m \frac{du}{dt} = X$$

$$\frac{d}{dt}(m u x) = m u^2 + m x \frac{du}{dt}$$

$$= m u^2 + x X$$

$\int dt$ . . . – – –

$$m u_2 x_2 - m u_1 x_1 = \cancel{m \ldots}$$

$$\frac{m u_2 x_2 - m u_1 x_1}{\tau} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau m u^2 dt + \frac{1}{\tau}\int_0^\tau x X dt$$

$$= m \overline{u^2} + \overline{x X}$$

Jeżeli system skończony tak że ani x ani $u = \infty$

$$\begin{cases} m_1 \overline{u_1^2} + \overline{x_1 X_1} = 0 \\ m_2 \overline{u_2^2} + \overline{y_2 X_2} = 0 \\ \ldots \end{cases}$$

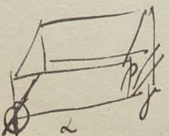
$$\underbrace{\sum m \overline{c^2}}_{2L} + \overline{\sum (x X + y Y + z Z)} = 0$$

dodatni odpychająca

$$X_1 = \Xi_1 + \frac{x_1 - x_2}{r_{12}} f(r_{12}) + \frac{x_1 - x_3}{r_{13}} f(r_{13}) + -$$

$$2L + \overline{\sum (x_h \Xi_h + y_h H_h + z_h Z_h)} + \sum\sum r_{hk} f(r_{hk}) = 0$$

$$2L + W_a + W_i = 0$$



$= \Sigma p\, dy$

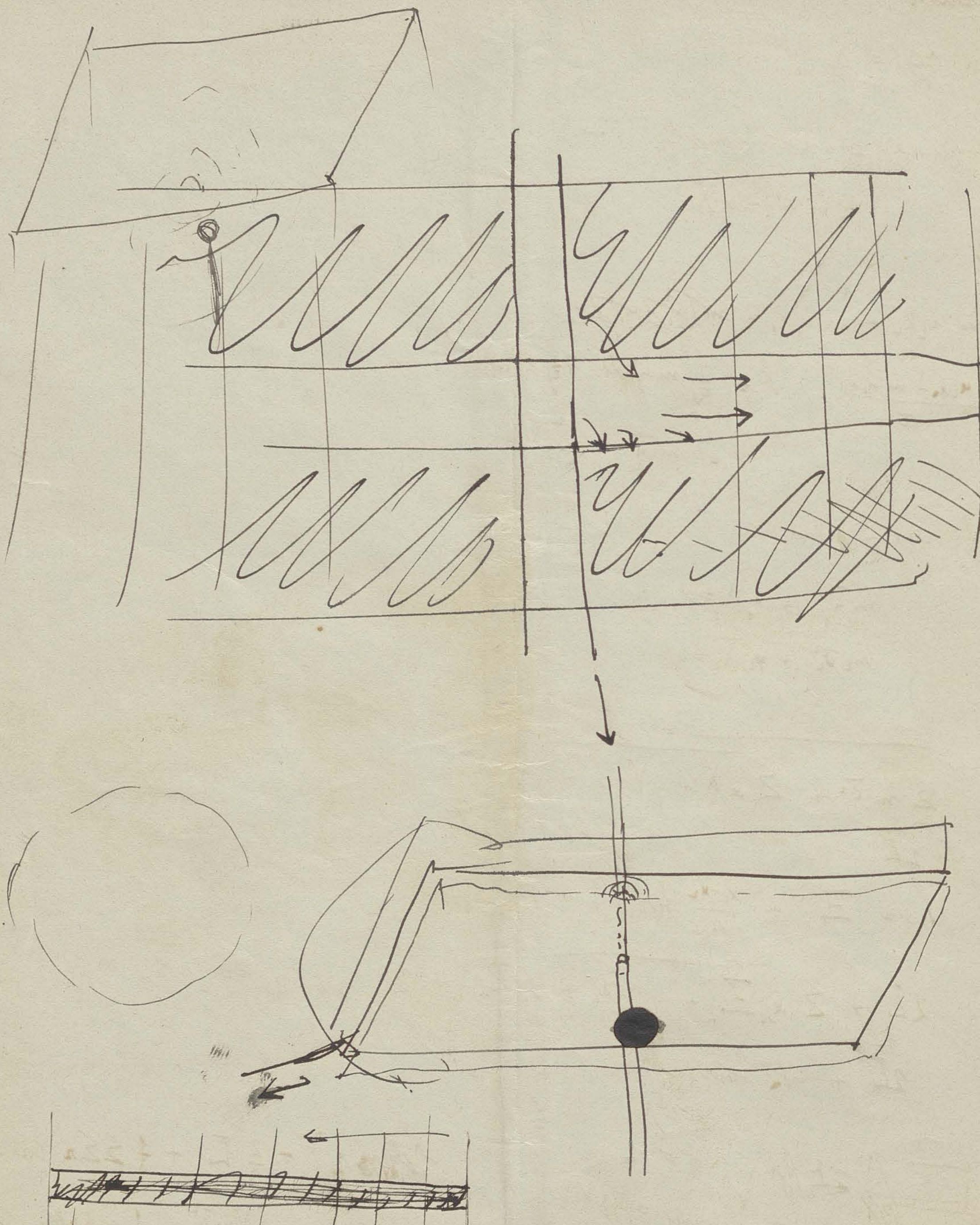
$$-3 p\, dx\, dy\, dz = -3 p V$$

$$\cancel{\ldots}\; pV = \frac{2}{3} L + \frac{1}{3} \sum\sum r f(r)$$

$$= \frac{N m \overline{c^2}}{3} + \frac{1}{3} \sum\sum r f(r)$$

przy danej temp. i N, jeżeli $pV >$ ... odpych. [przy sztywnych ...]

$pV <$ ... przyciąg.



objętości ~~...~~ v cm^3

Jedna drobina wobec innych posiada prawdop. leżenia w odległości $\sigma \ldots \sigma+\delta$

$$\frac{4\pi\sigma^2\delta\, n v}{v}$$

Ilość par drobin w odległości $\sigma \ldots \sigma+\delta$ = $$\frac{4\pi\sigma^2 n^2\delta}{2}$$

Gdyby nie było sił odpychających

Siły odpych. zmieniają e^{-hU} $\qquad h = \frac{3}{mc^2}$

$$nv = \frac{1}{m} \qquad nm = \frac{1}{v}$$

$$U = \int_r^\infty f(r)\,dr$$

$$2\pi\sigma^2 n^2 v \int_\sigma^\infty dr\; r f(r)\; e^{-h\underbrace{\int_r^\infty f(r)\,dr}_{x}}$$

$$b = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sigma}{2}\right)^3 \cdot 4\, n v = \frac{2\pi\sigma^3}{3m}$$

$$= -2\pi\sigma^3 n^2 v \int_\infty^0 e^{-hx}\,dx = \frac{2\pi\sigma^3 n^2 v}{h} = \frac{2\pi\sigma^3 n^2 v\, mc^2}{3} = b\, n^2 m^2 c^2 v = \frac{b\, c^2}{v}$$

$$pv + \frac{a}{v} = RT\left(1+\frac{b}{v}\right)$$

$c^2 = 3RT$

$$2L = 3pV - W \ldots$$

$$\nabla^2 \cdot r^2 \frac{\partial}{\partial x}\left[a_0 x^n + a_1 x^{n-1} y + \cdots\right]$$

$$= \nabla^2 r^2 \left[n a_0 x^{n-1} + a_1 (n-1) x^{n-2} y + \cdots\right]$$

$$\nabla^2(r^2 x^m) = \nabla^2\left(x^{m+2} + x^m y^2 + x^m z^2\right)$$

$$= (m+2)(m+1)x^m + m(m-1)x^{m-2}y^2 + 2x^m + m(m-1)x^{m-2}z^2 + 2x^m$$

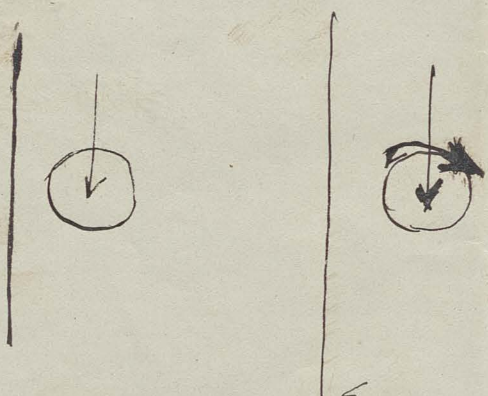
$$= x^m\left[(m+2)(m+1) + 4\right] + m(m-1)x^{m-2}\underbrace{(y^2+z^2)}_{r^2-x^2}$$

$$= x^m\underbrace{\left[(m+2)(m+1) + 4 - m(m-1)\right]}_{} + m(m-1)x^{m-2}r^2$$

$$\cancel{m^2} + 3m + 2 + 4$$

$$-\cancel{m^2} + m$$

$$(4m+6)$$



$\omega -$

$\Omega = 0$

$\Sigma \ldots$

$$2L = 3pV -$$

$$\frac{\cancel{2n}\, mc^2}{r} = 3pv - bc^2$$

$$pv = \frac{c^2}{3}($$