Dougall Edinburgh R.S. Trans. 41 (1904) Exact solutions of bending of plates for various distributions of load. 1

Compressibility : Quincke W. Ann ~~19, 401 (1883)~~
41, 663 (1890)
De Metz ~~47, 706 (1892)~~

Pagliani Ditol. ~~8, 795, 1884~~
~~9, 149, 1885~~
~~14, 94, 1890~~

Heydweiller W. Ann ~~55, 1895~~, 59, 1896

Broglie CR ^{3,17} Mai 1909
Ehrenhoff Wesch Ann 1909
Ph Z 1909, 308

Langevin CR ~~x~~ 140 p. 35 (1905). Ann Ch Ph.

Whitehead Quart. J math. 23 (1888) p. 78 (Hydrod.)

Kundt & Warburg Pogg Ann 156 p 177 (1875)

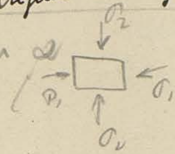
Lorenz H. Bemerkg. z. Lehre Knicktheorie Z V d. Ing. 52, 827, 1908

Kübler, Krümmler, Polzin, Prandtl } Knickformel Z V d. Ing. 44 (1900)

Z Math Phys. 45-47 (1900-1902)

Greenhill
Chree } Stabilit. d. el. deform. Säule } Camb Ph S Pr. 4 (1883) p 65
7 (1892) p. 283

Fitzgerald Phil Mag 33, 428 (1892)

Bryan Stabilit  Lond. Math S. Proc. 22 (1891) p 54
25 (1894) p 141

Dünne Platten: Love Elast. §43, 289 ff. Clebsch Elast. §45, 46

Encyklop. p. 187

Bemerkg p. 201 180 Balken mit unterbrochenen Kräften (Schienen):

Pearson Quart J. math. 24 (1889) p 63

Encykl. p. 180

Mitchell Quart J. math. 32 (1901) p 28

Kriemler: Labile u. stabile Gleichgewichtsfig. v. Stäben Karlsruhe 1902 Dissertat.

Saalschütz D. belastete Stab Leipzig 1880

Larmor Lond. Math S Proc 15 (1884) Stability of Elastica

~~Height of heavy column consistent with stability: Greenhill Camb Ph S Pr. 4 (1881)~~
~~Chree " " 7 (1892)~~

Hess Über elast. Stäbe Math Ann 23 (1884) 25 (1885)

Mitchell Stability of a bent & twisted wire Messenger of Math. Bd 19 ?

Basset Deformation of thin elastic wires Am J. Math. 17 (1895)

Hertz Schwimmende Platten Wied. Ann 22 p 449 (1884)
Gesamm. Werke I p 288 (1895)

Bryan On the Stability of Elastic Systems Camb. Ph. S. Proc. VI (1889) p. 199

Wien $\overline{\text{II}}$ (I 47845)

displacements $u\ v\ w$

strains $e\ f\ g\ a\ b\ c$

elastic potential $\varphi = \frac{1}{2}(m+n)(e+f+g)^2 + \frac{n}{2}(a^2+b^2+c^2 - 4fg - 4ge - 4ef)$

potential of bodily forces V, of surface traction $\Gamma\, dS$

Whole pot. energy:

$$W = \underbrace{\iiint \varphi\, dx\,dy\,dz}_{\text{I}} + \underbrace{\iiint V\rho\, dx\,dy\,dz}_{\text{II}} + \underbrace{\iint \Gamma\, dS}_{\text{III}}$$

Equilibrium:

$$\delta W = \iiint \delta\varphi \ldots + \iiint \delta V \rho \ldots + \iint \delta\Gamma\, dS = 0$$

unstable if for <u>some</u> variations:

$$\delta^2 W = \iiint \delta^2\varphi + \iiint \delta^2 V + \iint \delta^2\Gamma\, dS < 0$$

$P\ Q\ R\ S\ T\ U$ = stress components $X\ Y\ Z$ bodily forces $F\ G\ H$ surface traction

$$\delta\varphi = P\delta e + Q\delta f + R\,\delta g + S\,\delta a + T\,\delta b + U\,\delta c$$

$$\delta^2\varphi = \delta P\,\delta e + \ldots\ldots = 2\varphi(\delta e, \delta f, \delta g, \delta a, \delta b, \delta c) \text{ essentially positive}$$

$$\delta V = -X\delta u - Y\delta v - Z\delta w$$

$$\delta^2 V = -\delta X\,\delta u - \delta Y\,\delta v - \delta Z\,\delta w = \delta u^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \delta v^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \ldots + 2\,\delta v\,\delta w \frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial z}$$

$$\delta^2\Gamma = -\delta F\,\delta u - \delta G\,\delta v - \delta H\,\delta w$$

Instability therefore only possible if II + III negative and greater than I

If δe & δu were of the same order

instabil. would require $\frac{\partial V}{\partial x}$ to be of order m, n and the same of forces $\frac{\partial V}{\partial x}$, but that would produce <u>finite</u> strains which is impossible (except f. ex. jelly) similarly with respect to self attracting forces and to Γ

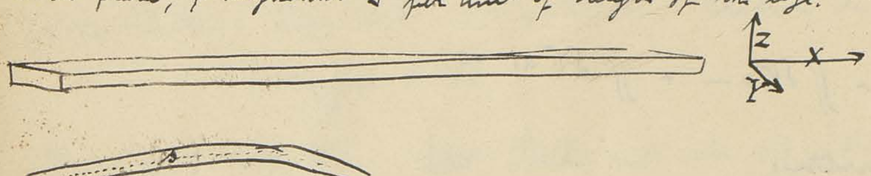
4). ∴ Instability possible only if $\delta e \dots$ are small in comparison with $\delta u, \delta v, \delta w$

rigid body displacements generally unstable:

[Kirchhoff supposed $\delta V = \delta \Gamma = 0$]

Stability of Wires, Plates, Shells

5). infinitely long strip of breadth l, thickness $2h$, acted on by normal edge thrust in its plane, and of magnitude P per unit of length of the edge.



Work done in stretching the surface by P, per unit length: (Rayleigh Sound I p. 136)

s = length measured along the new middle surface

$$P\int_0^l \left(\frac{ds}{dx}-1\right)dx = \frac{1}{2}P\int_0^l \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx$$

Potential energy of bending : $\frac{4}{3} n h^3 \left(\frac{m}{m+n}\right)\int_0^l \left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 dx$

Hence stability if $\quad \frac{1}{2}P\int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx < \frac{4}{3} n h^3 \left(\frac{m}{m+n}\right)\int_0^l \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 dx \qquad (12)$

for every possible deformation

If the edges are fixed $w=0 \begin{cases} x=0 \\ x=l \end{cases} \qquad w = \sum_{r=1}^{\infty} a_r \sin\frac{r\pi x}{l}$

(12) requires $\quad \frac{1}{2}P\sum_{r=1}^{\infty} a_r^2 \frac{r^2\pi^2}{l^2} < \frac{4}{3} n h^3 \frac{m}{m+n}\sum_1^{\infty} a_r^2 \frac{r^4\pi^4}{l^4}$

or $\quad P < \frac{8}{3} n h^3 (\quad) \cdot \frac{\sum r^4 a_r^2}{\sum r^2 a_r^2}$

for all values of the constants a_r.

3

Now $\dfrac{\sum r^4 a_r^2}{\sum r^2 a_r^2}$ will have a minimum value $= 1$ when: $a_2 = a_3 \dots = 0$; $a_1 \gtrless 0$

$\therefore$ Plane form stable / unstable if $P \lessgtr \frac{8}{3} \mu h^3 \frac{m}{m+n} \frac{\pi^2}{l^2}$

critical state if $p = \dfrac{P}{2h} = \frac{4}{3} \mu h^2 \frac{m}{m+n} \frac{\pi^2}{l^2}$

[in the wire problem of Euler: $p = \mu k^2 \frac{3m-n}{m} \frac{\pi^2}{l^2}$]

b) Possibility of instability from general observations in connexion with Kirchhoff th. of bent wires (Vorlesungen No 28)

II. What is the order of magnitude of the small strains produced in such the elastic solid when forces so great, that equilibrium may be unstable?

Conclusions: 1). If forces such as to produce bending the limiting thickness for wire or plate with (instability) ~~possible~~ of equilib. is of same order as the total increase ~~in~~ in length of a bar of length = greatest linear dimension of plate or wire, when strain is greatest it will bear

2). If forces produce only extension or compression of the middle line, without bending the thickness must greater : = mean proportional between the length above mentioned and greatest linear dimension of the body

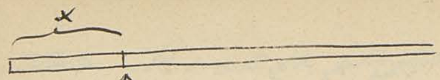
No case of instability possible for other displacements than pure bending or differing infinitely little from pure ~~bending~~ flexion or torsion.

Closed shell essentially stable!

---

p. 287: Application of the Energy Test to the Collapse of a long thin pipe under external pressure (Bryan).

(1), wire of length l under end thrust T



lateral displacement z

Potential energy due to longit. compr. will be diminished by the quantity

$$\alpha).\quad T\int_0^l\left(\frac{ds}{dx}-1\right)dx = \frac{T}{2}\int\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 dx$$

Rayleigh p 184!

while the pot. energy due to bending will be increased by

$$\beta).\quad \frac{1}{2}\int_0^l \frac{EI}{\rho^2}\,dx = \frac{EJ}{2}\int\left(\frac{d^2z}{dx^2}\right)^2 dx$$

If in stable equilib. pot. energy must be increased by any displacement $\therefore$

die Endpunkte ändern sich nicht bei der Variation

$$\beta - \alpha > 0$$

$$z = \sum a_n \sin n\frac{\pi x}{l} \quad \text{if ends fixed}$$

$$\therefore \quad \frac{EJ}{2}\sum a_n^2\frac{n^4\pi^4}{l^4} - \frac{T}{2}\sum a_n^2\frac{n^2\pi^2}{l^2} > 0$$

if all except one vanish: $T < EJ\dfrac{n^2\pi^2}{l^2}$

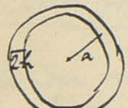
least if $n = 1$

$$T = \frac{EJ\pi^2}{l^2} \quad \text{(Euler)}$$

---

(2) Stability of tube

P external pressure, thrust across any generating line: $T = Pa$



Potential energy of bending of the element ds — $\frac{1}{2}\beta\, ds\left[\delta\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]^2$

$$\beta = \frac{2}{3}\frac{h^3E}{1-\sigma^2}$$

Slight displacement:

$$r = a + \delta r \qquad \varphi = \theta + \delta\theta$$

e = extension of element ds whose original length was $a\,d\theta$:

$$(a\,d\theta)^2(1+e)^2 = ds^2 = (d\,\delta r)^2 + (a+\delta r)^2(d\theta + d\,\delta\theta)^2$$

$$\therefore \quad (1+e)^2 = \frac{1}{a^2}\left(\frac{d\,\delta r}{d\theta}\right)^2 + \left(1+\frac{\delta r}{a}\right)^2\left(1+\frac{d\,\delta\theta}{d\theta}\right)^2$$

$\therefore$ to second order:

$$2e+e^2 = \frac{1}{a^2}\left(\frac{d\,\delta r}{d\theta}\right)^2 + 2\left(\frac{\delta r}{a}+\frac{d\,\delta\theta}{d\theta}\right) + \left(\frac{\delta r}{a}+\frac{d\,\delta\theta}{d\theta}\right)^2 + 2\,\frac{\delta r}{a}\,\frac{d\,\delta\theta}{d\theta}$$

Now extension of the surface must vanish to the first order of small quantities (p. 210)

$$\frac{\delta r}{a} + \frac{d\,\delta\theta}{d\theta} = 0 \qquad (2)$$

Therefore to the second order

$$2e = \frac{1}{a^2}\left(\frac{d\,\delta r}{d\theta}\right)^2 + 2\,\frac{\delta r}{a}\,\frac{d\,\delta\theta}{d\theta}$$

$$\frac{\delta r}{a} = \sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n\cos n\theta + B_n\sin n\theta\right)$$

By (2): $\delta\theta = \sum\left(-\frac{A_n}{n}\sin n\theta + \frac{B_n}{n}\cos n\theta\right)$

Total increase in circumference is $\int_0^{2\pi} e\,a\,d\theta = \frac{a}{2}\int_0^{2\pi}\left[\frac{1}{a^2}\left(\frac{d\,\delta r}{d\theta}\right)^2 + 2\,\frac{\delta r}{a}\,\frac{d\,\delta\theta}{d\theta}\right]d\theta$

$$= \frac{\pi a}{2}\sum\left[(n^2-2)(A_n^2+B_n^2)\right]$$

Hence work done by T $= \frac{\pi a}{2}\,T\sum\left[(n^2-2)(A_n^2+B_n^2)\right]$

so that increase of potential energy $\delta W_1 = -\uparrow$

volume of cylinder per unit length: $= \frac{1}{2}\int r^2\,d\varphi = \dots = \frac{a^2}{2}\int_0^{2\pi}\left(1 + 2\frac{\delta r}{a} + \frac{d\,\delta\theta}{d\theta} + \left(\frac{\delta r}{a}\right)^2 + 2\frac{\delta r}{a}\frac{d\,\delta\theta}{d\theta}\right)d\theta$

$$= \pi a^2 \underbrace{- \frac{\pi a^2}{2}\sum(A_n^2+B_n^2)}_{\text{thus increase of volume =}}$$

increase of potential energy due to work against external pressure:

$$\delta W_2 = -\frac{\pi a^2}{2}\,p\sum(A_n^2+B_n^2)$$

Increase of pot. en. due to bending, as shown by Rayleigh loc. cit.:

$$\delta V = \frac{\pi \beta}{2a} \sum (n^2-1)^2 (A_n^2 + B_n^2)$$

Circular form stable if for any displacement:

$$\delta V + \delta W_1 + \delta W_2 > 0$$

$$\therefore \sum\left[\frac{\beta}{a^3}(n^2-1)^2 - P(n^2-1)\right](A_n^2+B_n^2) > 0$$

if all AB vanish except $A_n B_n$:

$$P < \frac{2}{3}(n^2-1)\frac{h^3}{a^3}\frac{E}{1-\sigma^2}$$

least collapsing pressure: $n=2$:

$$P = 2\frac{E}{1-\sigma^2}\left(\frac{h}{a}\right)^3$$

f compression along circul. section: $\frac{E}{1-\sigma^2}\, 2hf = T = Pa$

$$f = \frac{h^2}{a^2}$$

For $\frac{h}{2a} = \frac{1}{100}$

Glass 0·88 atm.

Steel 4·73

But it does not want to burst 

Effect of pressure on vibrations: (Rayleigh): $p^2 = \frac{n^2(n^2-1)^2}{n^2+1}\left[\frac{\beta}{\rho a^3} - \frac{P}{(n^2-1)\rho}\right]$.

Grüneisen Ann 26 p 211 [illegible]

Empirisch: $\left.\frac{\text{Ausdehnungscoeff}}{\text{spec W}}\right\}$ beinahe unabhängig v. Temperatur

z.B. Al.

	−173	−100	0	100	200	438
$\alpha \cdot 10^6 =$	13·6	18·2	23·0	24·9	29	25·8
$c_p =$	(0·127)	0·167	0·210	0·223	0·243	0·265
$\frac{\alpha}{c_p} \cdot 10^6 =$	(107)	109	110	112	119	112

Ebenso Eisen Nickel Cu Pd Ag Pt Ir

Slotte Öfversigt af Finska Vet.-Soc. Förhandlingar 44 (1902) Stückg (13) [illegible]

[illegible] $\frac{\alpha}{c_p} = \text{const}$ [illegible]

Soluti [illegible] für [illegible]

[illegible] – quadrat. Temp. [illegible] Temp. [illegible]

Grüneisen Ann 26 p. 393 [illegible] f Compr., th. Ausd., Atomvol [illegible]

Richards [illegible] Compressib. eine period. Fu (Atom [illegible]$)^2$

Z f ph Ch 61 p 77, 171, 183 (1907)

Slotte 35 p 16 (1893) 48 (1906) ähnl. [illegible] Ann 11 p 657 (1903). Stückg (37)

Virialgleichung differenziert gibt:

$$v\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{3\alpha v}{\kappa} = \frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial T}\left\{\sum m u^2 + \sum \overline{r f(r)}\right\} \qquad \sum \frac{m u^2}{2} = \frac{3}{2}RT$$

Kraft [illegible] anziehend $-f_1(r)$ [illegible] abstoss. $+f_2(r)$

wenig mit temp. veränderl. Potential $\Phi_2(r) = \frac{\alpha}{r^\nu}$ ∴ $f_2(r) = \frac{\nu}{r}\Phi_2(r)$

$$\sum \overline{r f(r)} = \nu \sum \Phi_2 = \nu U_2$$

$$\int_0^T C_p\,dT = \Sigma \frac{mu^2}{2} + U_1 + U_2$$

$$C_v = \frac{3}{2}R + \left(\frac{\partial U_2}{\partial T}\right)_v$$

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\Sigma\, r f_2(r)\right)_v = \nu\left(C_v - \frac{3}{2}R\right)$$

$$(7) \qquad \frac{3\alpha v}{\kappa} = R + \nu\left[\frac{C_v}{3} - \frac{R}{2}\right]$$

nach Einführung von $C_v = 3R$

$$\therefore \quad \frac{3\alpha v}{\kappa} = \frac{\nu+2}{2}\,R$$

Spannungscoeff. = bestimmtes Vielfache d. Atomzahl in Vol. Einh.

Thatsächlich ist $\frac{3\alpha v}{\kappa}$ und $\frac{3\alpha v}{\kappa C_p}$ ~~beinahe~~ ziemlich constant

$\boxed{\text{Antimon u. Bi ganz abweichend}}$

$5{,}9 \cdot 10^8$

$\underline{\nu = 12}$

$$\frac{C_p}{C_v} = 1 + 3\alpha T \left(\frac{3\alpha v}{\kappa C_v}\right) \quad \text{berechnet:}$$

z.B. Na	1·067	
Al	1·044	
Fe	1·014	
Cu	1·026	etc.

auch für $\underline{Si}$ und flüssiges $\underline{Cl}$

$$\frac{3\alpha v}{\kappa} = 7 \cdot 10^8 \qquad 5 \cdot 10^8$$

Phil Mag. 17 p. 182 (1909)

Dunstan Coefficient of Viscous Traction of Lead & tin alloys

$\frac{501.\cancel{00}}{\cancel{2}\ 0.01\ \frac{\pi}{4}} = \frac{200}{314}$ ~~tons~~ kg $= 67$ kg

$= 66$ Atm.

100 Atm.

$\frac{754}{2.53} \quad \frac{}{501} = 1.506$

132
1

$\frac{1016}{501} = 202$

1002

$\frac{1316}{\cancel{}}$ = 263 · 2/3

314 13

526
175

$\frac{2}{3\frac{1}{7}} = \frac{7.2}{22} = \frac{7}{11}$

13·6. 76
952
816
1034

6

Trouton Proc R.S. 77 p. 426 (1906)

Siehe pag. 561 !!

Elastiz. Modul (Winkelm. p. 562)

Druckfestigkeit (Winkelmann)	Granit	15–22	2400	2450 Dach	4200–1100
			3000		7000–3300
	Marmor	7–25			
	Porphyr	25			
	Diabas	27			
	Basalt	13			
	Gneis	2.5–8			
	Sandstein	6–10	800	630	(700–1100)
	Schiefer		1000		

Debye Näherung f. Zylinderfkt. Math. Ann. 67 p. 535 (1909/10)

$$H^{\alpha}_{2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\, e^{-ix}\, e^{i\frac{\pi\alpha}{2}}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$$

für großes x endliches α

Für α groß gegen x:

$$H^{\alpha}_{2}(x) = \frac{i}{\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}}\left(\frac{2}{x}\right)^{\alpha}\alpha^{\alpha} e^{-\alpha}$$

Für $\alpha < x$ $\quad$ x groß gegen 1

$$\frac{\alpha}{x} = \cos\tau_0$$

$$H^{\alpha}_{2}(x) = \frac{1}{\pi} e^{-ix(\sin\tau_0 - \tau_0\cos\tau_0)}\left[\frac{e^{\frac{i\pi}{4}}\Gamma(\frac{1}{2})}{(\frac{x}{2}\sin\tau_0)^{\frac{1}{2}}} + \right.$$

$\alpha \cong x$ $\quad$ $\alpha = (1-\varepsilon)x$

für $\varepsilon = 0$

$$H^{\alpha}_{2}(x) = \frac{2i}{3\pi}\left[e^{-\frac{i\pi}{6}}\, 6^{\frac{1}{3}} \sin\frac{\pi}{3}\, \frac{\Gamma(\frac{1}{3})}{x^{1/3}} + \cdots\right.$$

Für $\alpha > x$

$$H^{\alpha}_{2}(x) = \frac{i}{\pi} e^{-ix(\sin\tau_0 - \tau_0\cos\tau_0)}\left[\frac{\Gamma(\frac{1}{2})}{(i\frac{x}{2}\sin\tau_0)^{1/2}} - \left(\frac{1}{8} + \frac{5}{24}\operatorname{ctg}^2\tau_0\right)\frac{\Gamma(\frac{3}{2})}{(i\frac{x}{2}\sin\tau_0)^{3/2}} + \cdots\right]$$

$$J_{\alpha}(x) = \frac{1}{2}\left[H^{\alpha}_{1}(x) + H^{\alpha}_{2}(x)\right]$$

Debye Ph. Z. 9 p. 775 (1908)

Rayleigh Ph. M. 44 p. 337 (1897)

Graf & Gubler

Einl. i. d. Th. d. Bessel'schen Funktionen

Bern 1898

↓

$\lim_{n=\infty} J_n(nx)$

Nicholson { Ph. M. 14 (1907) p. 697
16 (1908) p. 271

Lorenz Oeuvres scient. I p. 405

$A_0(\tau_0) = 1$

$A_1(\tau_0) = \frac{1}{8} + \frac{5}{24}\,\mathrm{ctg}^2\tau_0$ $\qquad \frac{n+1}{1!\,2} \qquad \frac{(n+1)(n+3)}{2!\,2^2}$

$A_2(\tau_0) = \frac{3}{128} + \frac{7}{576}\,\mathrm{ctg}^2\tau_0 + \frac{385}{3456}\,\mathrm{ctg}^4\tau_0$ $\qquad \frac{n+1}{1!\,2} \qquad \frac{(n+1)(n+3)}{2!\,2^3}$

$\alpha < x \qquad \cos\tau_0 = \frac{\alpha}{x}$

$$J_\alpha(x) = \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{n=n} A_n(\tau_0)\,\frac{\Gamma(n+\frac{1}{2})}{\left(\frac{x}{2}\sin\tau_0\right)^{n+\frac{1}{2}}}\cos\left[x(\sin\tau_0 - \tau_0\cos\tau_0) - (2n+1)\frac{\pi}{4}\right]$$

$\alpha > x \qquad \cos\tau_0 = \frac{\alpha}{x}$

$$J_\alpha(x) = \frac{1}{\pi}\,e^{ix(\sin\tau_0 - \tau_0\cos\tau_0)}\sum_0^n A_n(\tau_0)\,\frac{\Gamma(n+\frac{1}{2})}{\left(i\frac{x}{2}\sin\tau_0\right)^{n+\frac{1}{2}}}$$

α ungefähr gleich $x \qquad \frac{\alpha}{x} = 1-\varepsilon$

$$J_\alpha(x) = \frac{1}{3\pi}\sum_0^n B_n(\varepsilon x)\,6^{\frac{n+1}{3}}\sin(n+1)\frac{\pi}{3}\,\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{3}\right)}{x^{\frac{n+1}{3}}}$$

$B_0(\varepsilon x) = 1$

$B_1(\varepsilon x) = \varepsilon x$

$B_2(\varepsilon x) = \frac{\varepsilon^2 x^2}{2} - \frac{1}{20}$

$B_3(\varepsilon x) = \frac{\varepsilon^3 x^3}{6} - \frac{\varepsilon x}{15}$

$B_4(\varepsilon x) = \frac{\varepsilon^4 x^4}{24} - \frac{\varepsilon^2 x^2}{24} + \frac{1}{280}$

Dabei ~~$c_n = \ldots$~~

$c_0 = -i\frac{\sin\tau_0}{2!} \qquad c_1 = -i\frac{\cos\tau_0}{3!}$

$c_2 = i\frac{\sin\tau_0}{4!} \qquad c_3 = i\frac{\cos\tau_0}{5!} \qquad c_4 = -i\frac{\sin\tau_0}{6!}$

$a_0(n) = c_0^{-\frac{n+1}{2}}$

$a_1(n) = c_0^{-\frac{n+1}{2}}\left[-\frac{n+1}{1!\,2}\,\frac{c_1}{c_0}\right]$

$a_2(n) = c_0^{-\frac{n+1}{2}}\left[-\frac{n+1}{1!\,2}\,\frac{c_2}{c_0} + \frac{(n+1)(n+3)}{2!\,2^2}\,\frac{c_1^2}{c_0^2}\right]$

$a_3(n) = c_0^{-\frac{n+1}{2}}\left[-\frac{n+1}{1!\,2}\,\frac{c_3}{c_0} + \frac{(n+1)(n+3)}{2!\,2^2}\,2\frac{c_1 c_2}{c_0^2} - \frac{(n+1)(n+3)(n+3)}{3!\,2^3}\,\frac{c_1^3}{c_0^3}\right]$

Für $\alpha \neq x$

$$\frac{\alpha}{x} = 1 - \varepsilon$$

$$A_n(\tau_0) \sim \varepsilon^n \qquad \tau_0 = \sqrt{2\varepsilon}$$

Zwei aufeinanderfolgende Glieder $\quad \frac{T_{n-1}}{T_n} = \frac{\text{const}}{x\,\varepsilon^{n+x}}$

Ü. die Grundlagen d. Mechanik

Hamel Ann d Math 66 p 350 (1909)

Schmidt Z ph Ch. 15 p. 56 (1894)

Feiner Sand entzieht aus äquivalenten Salzlösungen gleiche Salzäquivalente

---

Ehrenfest Z. Methode z. Bestimmung d. elektr. Elementarquantums Ber. 118 p. 321 (1909)

Einwände: 1). Gar kein Grund vorhanden anzunehmen dass jedes Teilchen gerade ein Electron trägt

2). Anwendung d. Formeln auf Mittelwerte unrichtig

$$\underbrace{\omega = \frac{e}{6\pi\mu a} \qquad u = \frac{2}{9}\frac{g a^2}{\mu}\rho}$$

$$e = \frac{18\pi\,\mu^{3/2}}{\sqrt{2g}}\sqrt{\frac{u}{\rho}}\,\omega$$

$$\bar{\omega} = \frac{e}{6\pi\mu}\overline{\left(\frac{1}{a}\right)} \qquad \bar{u} = \frac{2}{9}\frac{g\rho}{\mu}\overline{(a^2)}$$

$$a = a_0 + \xi \qquad \ldots\left(e^{-\alpha\xi^2}\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\,d\xi\right)$$

$$w(x \ldots x+dx) = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\,e^{-\alpha x^2}\,dx$$

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2}\,dx = 1$$

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\,2\int_0^\infty \sqrt{\alpha}\,x\,e^{-\alpha x^2}\,dx\sqrt{\alpha} = 2\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\,\frac{1}{\alpha}\int_0^\infty \underbrace{e^{-z^2}\,z\,dz}_{-\frac{e^{-z^2}}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\alpha\pi}} = \text{mittl. Abweichung}$$

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{a+\xi}\,e^{-\alpha\xi^2}\,d\xi=\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-\alpha(z-a)^2}}{z}\,dz= \qquad a+\xi=z$$

[illegible] dla uproszczenia dwa rodzaje $a_1\ a_2$

$$a_{1,2}=a\left(1\pm\frac{1}{3}\right)$$

$$\overline{\omega}=\frac{e}{6\pi\mu a}\underbrace{\frac{\left(\frac{1}{\frac{4}{3}}+\frac{1}{\frac{2}{3}}\right)}{2}}=\frac{9}{8}\,\frac{e}{6\pi\mu a} \qquad u=\frac{2}{9}\,\frac{g\rho}{\mu}\,a^2\,\underbrace{\frac{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}}{2}}_{\frac{10}{9}}$$

$$\frac{3}{8}+\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 12}{32}=\frac{9}{8}$$

$$e=\overline{\omega}\cdot 6\pi\mu a\cdot\frac{8}{9}=6\pi\mu\,\overline{\omega}\sqrt{\frac{9u\mu}{2\rho g}}\;\underbrace{\sqrt{\frac{9}{10}}\cdot\frac{8}{9}}_{\sqrt{\frac{8\cdot 8}{10\cdot 9}}}=\sqrt{\frac{64}{90}}=$$

8062
−8532
8520
9260

$$=0.843\ldots$$

czyli wypadłoby $e=\cancel{4}\,4\cdot 6\cdot 0.843$

3372
5058

$$e=\underline{\underline{3.88}}\ !$$

CR 146 p. 530

Langevin sur l. th. d. m. b. Énergie cinétique moyenne $\frac{RT}{2N}$ $\xi = \frac{dx}{dt}$

~~...~~ $n m \overline{\xi^2} = \frac{RT}{...}$

$N m \overline{\xi^2} = RT$

$m\overline{\xi^2} = \frac{RT}{N}$

x) $m\frac{d^2x}{dt^2} = -6\pi\mu a \frac{dx}{dt} + X$

X force complémentaire indifféremment + et −, et sa grandeur telle qu'elle maintient l'agitation de la particule que, sans elle, la résistance visqueuse finirait d'arrêter

$\frac{m}{2}\frac{d^2(x^2)}{dt^2} - m\xi^2 = -3\pi\mu a \frac{d(x^2)}{dt} + Xx$

la moyenne $\overline{Xx}$ pour un grand nombre de particules est évidemment nulle à cause de l'irrégularité des actions complémentaires

$\frac{d\overline{x^2}}{dt} = z$

$\frac{m}{2}\frac{dz}{dt} + 3\pi\mu a z = \frac{RT}{N}$

$z = \frac{RT}{N}\frac{1}{3\pi\mu a} + Ce^{-\frac{6\pi\mu a t}{m}}$

$\overline{x^2} = \overline{x_0^2} + \underbrace{\overline{2x_0\Delta x}}_{0} + \overline{\Delta x^2}$

∴ $\frac{d\overline{x^2}}{dt} = \frac{RT}{N\,3\pi\mu a}$ régime permanent

$\overline{x^2} - \overline{x_0^2} = \frac{RT}{N}\frac{\tau}{3\pi\mu a}$ Déplacement Δ_x ∴ $x = x_0 + \Delta x$

$\overline{\Delta x^2} = \overline{x^2} - \overline{x_0^2} = \frac{RT}{N}\frac{1}{3\pi\mu a}\tau$

Svedb., Smol.

---

p. 967 94·586 cm³ d'émulsion contient 48·299 eau 0·257 gomme-gutte ∴ densité 1·35 | centrifugeur afin d'explorer les particules microscopiques

répartition dans une couche de 0·12 mm après quelques heures

~~...~~ si concentration à un certain niveau		= 100	progression géométrique
dans les niveaux qui sont ~~...~~ 25, μ	plus bas	116	119
50		146	142
~~...~~ 75 μ		170	169
100		200	201

chute des particules dans un vertical tube capillaire 0·97 mm par jour

∴ $m(\text{mesu}) = 9·80 \cdot 10^{-16}$

donc fonctionnent comme molécules avec un poids moléculaire égal à $33 \cdot 10^{9}$ $N = 6·7\ 10^{23}$

p 1024 Henri Étude cinématographique des mouvements browniens

latex caoutchouc dilué 500 fois grains environ 1μ diamètre (mesuré à l'ultramicroscope ?)

densité 0,98 (déterminée ?) avantage (du latex) : uniformité des grains et faible densité

par conséq. on n'observe pas la répartition en hauteur de M Perrin.

objectif apochr. de Zeiss 2mm cinématographe.
oculaire de projection 4 à distance 24cm
grossissement 600, source éclairante lampe à arc 30 Amp.

vingt images par seconde durée de chaque pose = $\frac{1}{320}$ sec.

Résultats
Trajectoires indépendantes même pour des particules à distances de 2μ

déplacements moyens pour dix grains (16 déterminations successives)

0,58, 0,55 0,52 0,56 70 64 67 71, 55 70 μ

$\Delta = 0{,}62\,\mu$

la formule d'Einstein donnerait $\Delta = 0{,}16\,\mu$

$$\Delta^2 = \frac{RT}{N}\,\frac{\tau}{3\pi\eta r}$$

$R = 8{,}31.10^7$
$T = 290°$
$N = 7.10^{23}$
$\eta = 0{,}013$
$r = 0{,}5.10^{-4}$
$\tau = \frac{1}{20}$

mesures de quatre images à quatre $\tau = \frac{4}{20}$

$\Delta = 1{,}11\,\mu$ au lieu de 1,24 . accord assez bon

possible que loi de Stokes n'est pas applicable

---

147 p. 62 Henri, Influence du milieu sur le m. b.

latex est coagulé par des acides (formant ~~un~~ réseau à mailles très fins) les granules se réunissent entre eux en

" agglutiné alcalis amas des granules irréguliers ne présentant ~~pas~~ aucun structure définie.

microphotographie av. latex + quantités croissantes ~~[illegible]~~ HCl, acét. p

pour des doses qui ne produisent pas de coagulation urée ne coagule pas, n'est pas un électrolyte
alcool est non coagulant

Résultats : Les m. b. sont ralentis par l'addition d'un agent coagulant, avant le phénomène de coagulation. En présence d'alcali, ces mouv. sont 2 fois plus lents
acide 9

déplacement moyen en $\frac{1}{20}$ sec. :

H_2O : 0.62 μ

Soude $NaOH$ $\frac{1}{10}$ N 0.31

HCl $\frac{1}{32}$ N 0.07

avec l'acide acétique le même ralent. mais on est obligé de prendre une dilution de $\frac{1}{1000}$ normale

puisqu'il coagule pour une dose beaucoup plus faible

? si ce n'est pas dû à des variations d'électrisation des granules produites par les ions H, OH

donc pour examiner cette ? : addition d'alcool

ralentissement aussi intense qu'avec l'acide

addition de l'urée qui ne produit pas de coagulation ne change pas les m. b.

Il semble donc qu'on doive chercher l'explication dans l'adsorption de l'agent coagulant par les granules du latex. En effet les mesures d'adsorption ont montré que ces granules absorbent un peu les alcalis, très fortement les acides, donc il se formerait autour de chaque ~~[illegible]~~ granule une zone d'adsorption contenant des molécules de l'agent coagulant qui sont retenues par la granule.

Duclaux Pression osmotique et m. br. p. 131

Objection contre Perrin :

1). gomme gutte n'est pas insoluble filtrant par collodion proportion réellement dissoute = $\frac{23}{100}$

donc densité 1.24 au lieu de 1.35

on ne peut pas diluer mais devrait faire les mesures dans une solution diluée

2). égalité de grandeur ?

3). calcul du rayon par formule de Stokes hasardeux, numération directe préférable qu'on peut effectuer sans difficulté par un procédé que j'ai étudié avec M. Russenberger 10

viz: diluer une goutte de l'émulsion dans la gélatine à $\frac{9}{100}$, filtrée chaud sur collodion, qui arrête le m.b. et permet dilution et dénombrer les petits

ibid au point de vue théorique: mode de calcul trop simple $\frac{\partial n}{\partial h}$? si l'on peut traiter la concentration comme fonction définie et continue en chaque point ?

(Boltzmann)

mais l'ordre de grandeur semble donné

mais pour des colloïdes véritables et non pas des suspensions on devrait tenir compte surtout de la charge électrostatique

Cette théorie électrostatique rend compte beaucoup mieux (que la th. osmotique molécul.) des propriétés des colloïdes en particulier du phén. de coagulation qui est presque inconcevable par la cinétique

Une hyp. simple: pression osmotique est la même que d'une solution ordinaire renfermant des mêmes charges électriques libres à l'état d'ions

cela revient à admettre qu'un ion exercera la même pr. osm. qu'il est libre ou bien fasse partie de la couche extérieure d'une micelle (granule avec revêtement extérieur d'ions)

on peut connaître cette charge par la conductibilité propre des micelles = différence conduct. du liquide total et celle de l'intermicellaire extrait par une filtration sur collodion

connaissant de plus la vitesse de transport électrique des granules on a tout les éléments pour déterminer leur charge, le nombre d'ions extérieurs et la pression osmotique qu'elles exerceraient s'ils étaient libres.

Hydrate ferrique pressions observées:

	117	120	83	110	46	74	81	104	9	23
calc	170	159	113	163	51	106	194	170	19	40
Rapp.	1.45	1.22	1.36	1.48	1.10	1.43	2.40	1.64	2.10	1.74

Donc tout aussi bon accord que pour la th. cinétique

avantage : vrai colloïde, pas suspension

En vérité j'espère de démontrer que la cinétique devrait tenir compte de l'existence de la couche double, et de la pression osmotique qu'exercent les ions de cette couche double

il semble qu'on retomberait alors sur la théorie électrostatique proposée.

Perrin p. 530 L'origine du m. b.

$r = 0{,}21\ \mu$

niveaux	h	$h+40^\mu$	80	120	
	100	47	22.6	12	
	100	48	23	11.1	naturellement seulement pour concentr. diluée

on a pu seulement déceler une pression osmotique sur des solutions colloïdales concentrées. (Malfitano Duclaux)

les calculs s'appliquent aussi peu à ce cas que la formule de Mariotte à l'air quand il a la densité de l'eau

Petitesse modification analogue à V.d.W.

Erreurs dans ρ juste

Avec ces rectifications la première émulsion donne $N = 5{.}7 . 10^{23}$

Avec nouvelle émulsion où les granules étant 8 fois plus lourds $N = 6{.}0 . 10^{23}$

27 $5{.}4 . 10^{23}$

pas de doute sur la th. cinét.

---

p. 1044. Chaudesaigues L m b et la formule d'Einstein

~~Hauss~~ Rayon exactement connu

Perrin : addition d'une trace d'acide bien qu'elle change le signe de l'électrisation de contact ne change pas le m b de particules éloignées des parois

à la chambre claire
position dans des intervalles 0 30 60 90 120 sec.

eau pure 40 grains $r = 0{\cdot}45\mu$

" 150 $\quad 0{\cdot}213$

sucrée (1'2 plus visqueuse que l'eau)

" (4'6 ")

Resultats : 1). Rapp. rayons 2'1 rapp. inverse des Δ^2 2'0

2). ~~6~~ ~~9.6~~

Δ ype 6'7 9'3 11'8 13'75

$\sqrt{t}$ exigerait 6'7 9'46 11'6 13'4

3). rapp Δ 1'8

rapp $\sqrt{\mu}$ 2

moyenne donne pour $N = 64 . 10^{22}$ concordance avec loi d'Arrhenius

---

Netth. Ann. 67 p. 387 (1909)

[illegible]

W (r) [illegible] $< r$ [illegible]

w (r) dr $< r < r+dr$ $W(r) = \int_0^r w(\rho)\, d\rho$

$W = 1 - e^{-nk}$

$w = n k' \left(= \frac{dk}{dr}\right)$ $n =$ [illegible] (pro Vol.)

K(r) = Grösse einer Kugel vom Radius r
mit v Dimension

Ergebnis: $w = k' n\, e^{-nk}$

[illegible] Thermodithen [illegible]:

[illegible] Würfel angeordnet $a = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

$W(r)$ [illegible] $< r$ [illegible]

$W(r'r'')$ [illegible] $r_1 < r_2$

Kommt vielleicht darauf ob in dieser Entfernung nicht noch ein weiterer Punkt liegt!

$= \sum\left[\nu e^{-\nu} + \frac{\nu^2 e^{-\nu}}{2!} + \frac{\nu^3 e^{-\nu}}{3} + \cdots\right]$

~~[illegible]~~ $w(r)\,dr$ $\quad r < \ldots r+dr$

$W(r_2) = W(r_2 r_1) + W(r_1)$ $\qquad W(r_3, r_1) = W(r_3 r_2) + W(r_2 r_1)$

$W(r, r+dr) = w(r)\,dr$

$\therefore \quad W(r) = \int_0^r w(\rho)\,d\rho$

$1 - \overline{W} =$ [illegible] $> r$ [illegible]

$=$ [illegible] $= e^{-\nu}$

$\frac{\partial}{\partial r}(\quad) = w(r) =$ [illegible] $r > r + dr$

$= \nu' e^{-\nu}$

für kleine Räume muss $1 - \overline{W} = \nu e^{-\nu}$ werden

wirklich ist $\lim (1 - e^{-\nu}) = \nu = \lim$

[illegible]: [illegible] $[1 - W(r)]$ muss [illegible] willk. Raum ν ~~[illegible]~~ mit ein Punkt ist gar kein

$1 - W(r) = \left[nk\, e^{-nk} \overset{r}{=} \nu e^{-\nu}\right] = e^{-\nu}$

F. Klein Göttingen
D. Hilbert
W. Dyck München
O. Blumenthal Aachen

Ansatz: $w = k' n\, e^{-nk}$

$\therefore \quad \overline{W} = \int_0^r k' n\, e^{-nk}\, d\rho = \int_0^r \frac{\partial}{\partial\rho}(nk)\, e^{-nk}\, d\rho = -e^{-nk}\Big|_0^r = (1 - e^{-nk})$

$1 - W = e^{-nk}$

~~[illegible]~~ [illegible] ν:

~~[illegible] $\frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!}$~~

Entf. [illegible] überhaupt [illegible] $\overline{W}(e_{1/2}) = \frac{1}{2}$

$k(e_{1/2}) = \frac{1}{2}$ [illegible] 2

Argument [illegible] $w(r) =$ Maxim. = häufigste od. wahrscheinlichste [illegible] $\frac{k''(a_w)}{k'^2(a_w)} = n$

[illegible] $= \bar{a}$

$\bar{a} = \int_0^\infty r\, w(r)\, dr = \int_0^\infty e^{-nk}\, dr$

Man erhält [illegible] ν wenn man $0 \; 1 \; 2 \; 3$ [illegible] $0 \; 1 \; 2 \; 3$ [illegible]:

$0 \cdot e^{-\nu} + 1 \cdot \nu e^{-\nu} + 2 \frac{\nu^2 e^{-\nu}}{2!} + 3 \frac{\nu^3 e^{-\nu}}{3!} + \cdots = \nu e^{-\nu}\left[1 + \frac{\nu}{1!} + \frac{\nu^2}{2!} + \cdots\right] = \nu$

$\nu = 1$ $\quad \alpha_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\lg 2$

$\alpha_h = 0$

$\bar{\alpha} = \frac{1}{2}$

$\nu = 2$ $\quad \alpha_{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{\lg 2}{\pi}}$

$\alpha_h = \sqrt{\frac{1}{2\pi}}$

$\bar{\alpha} = \frac{1}{2}$

$\nu = 3$ $\quad \alpha_{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}\lg\frac{2}{\pi}}$

$\alpha_h = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$

$\bar{\alpha} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}\;\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)$

$\nu = 4$ $\quad \alpha_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt[4]{2\lg 2}$

$\alpha_h = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt[4]{\frac{3}{2}}$

$\bar{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt[4]{2}\;\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)$

Bose Physik Zeits!

Weinstein Z phys Ch 63 p 619 (1908) Viscosität u. [illegible] Länge!

Wogan [illegible] [illegible] mit [illegible] Nicht [illegible] Beibl. 33 p 1111

Perrin CR 147 p 594 [illegible] $e = 4{,}1 \cdot 10^{-10}$

Seddig [illegible] Temp. [illegible] [illegible] / [illegible] Frankfurt 1909

Physik. [illegible], für die Kolloidchemie Diss. München 1908

Gibbs [illegible] Isolier. [illegible] nimmt mit Temp. zu, ebenso mit Dichte

~~[illegible]~~ [illegible] / [illegible] Temp. [illegible] [illegible]

[illegible] Temp. [illegible]

$w(r)\,dr$: 1). Zone muss wirklich einen Punkt erhalten: $n\frac{dk}{dr}\,dr$

n = [illegible] pro Volumen $k(r)$ [illegible]

2). muss dann in der Zone [illegible] A [illegible]; [illegible] Rad. [illegible]

[illegible]: $1 - W(r)$ [illegible]

$w(r)\,dr = \left[1 - W(r)\right] n \frac{dk}{dr}\,dr$

diff. [illegible] $w = Ck' e^{-nk}$

da aber für kleine r: $w = nk'$ sein muss: $w = nk' e^{-nk}$

$W = 1 - e^{-nk}$

---

bei genügend ~~[illegible]~~ [illegible] dr [illegible] Zone [illegible]

1). Wahrsch. wo k_1 ... entblösst ist $\frac{V-k(x)}{\delta V}$

2). unter ihnen noch Auswahl nämlich wo zw. $k_1 k_2$ ... $\frac{k'(x)\,dx}{\delta V}$

$$w = \left[1-W(x)\right]\frac{N k'}{V-k}$$

$$w = C\,k'(V-k)^{N-1} = \frac{k' N}{V^N}(V-k)^{N-1}$$

$$\therefore\ W = 1-\left(\frac{V-k}{V}\right)^N$$

x) ... N=1: $1-W(x) = \frac{V-k}{V}$

... N>1: $\left(\frac{V-k}{V}\right)^N$

wenn N, ... k ... $w = k'n\,e^{-nk}$

sonst $w = k'n\left[\left(1-\frac{kn}{N}\right)^{\frac{N}{nk}\left(1-\frac{1}{N}\right)}\right]^{-nk}$

Sowerby Phil. Mag. 67 p 165 ... Soldsole

Jour Vol. I No. 6 May 1909 single copies 6s net Vol. 30 s. 16 Heathfield Gardens, Turnham Green London W

G. J. Stevens ~~The~~ Massing of Spheres Part I Price 2/6 net postage 1½ d.

J. Haslam & Co 15 Broad St. Place London EC

Rivista di Scienza Scientia ... Porto 25 fr. Milano Via Aurelio Saffi II

La Revue du Mois (Cotton, Langevin, Perrin) 2 Bd Arago Paris XIII 25 fr.

Duclaux J. de chim. phys. 5, 29 (1907) Rech. sur l. subst. colloid.

Freundlich Z f Ch. u Ind. d. Kolloide × Coll. fällung u Adsorption 1, 321 (1907)

Svedberg 1). gives description of his method (Jan p. 373)

2). against Freundlich's view that electric charge is cause of Br. m.

if so motion should cease at the isoelectric point

Linder & Picton say J. Ch. Soc. 78, 1906–1936 (1905) that retardation of movement is connected with increase of size of particles (?)

other order of magnitude of these movements and of movements of W & Robs or Burton

For experiments used Ag hydrosol : according to Burton can be made isoelectric by by very dilute $Al_2(SO_4)_3$

found isoelectric point ca $59 \cdot 10^{-6}$ g $\frac{Al}{1000\ cm^3}$ colloid

But velocity of Br. m. was unchanged

3). ~~p. 375~~ confirmation of theory: $R = 8{\cdot}31 \cdot 10^7$, $N = 4 \cdot 10^{23}$, $T = 292$, $P = 25 \cdot 10^{-7}$

motion corresponding to $2A$ and time $\frac{\tau}{2}$

Acetone found calc. 4·4

:

n Propylalc. 6·4 generally $A = 1{\cdot}63 \sqrt{\tau} \sqrt{\frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\eta P}}$

according to Smol. 2·9 ... 4·2

Perrin, Chaudesaigues & etc. Henri

Christiansen Atmolyse [illegible] 10

Spalt	H_2	CO_2
$\frac{a}{\lambda}$ = 15.9	0.28	1.38
8.3	38	32
	35	29
4.3	53	21
0.93	0.76	1.00
0.42	60	0.87
0.25	97	0.84
0.18	91	0.82
0.12	0.92	—

$O_2 = 1.00$

Transpiration

Diffusion d. Ergebn.

p. 586

p. 587

[illegible]

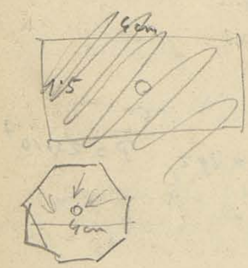
	Zeit für Luft	
$\frac{a}{\lambda}$ = 0.42	3m 47	8.45 8.58
0.18	12m 9	
0.93		2.53 3.3

[illegible]

[illegible]

p. 578 Atmolyse

pro Stunde



vor At		A		
% O	% N	O	N	cm³ pro h
22.5	77.5	13	87	1.88
34	66	25	75	0.75
40	60	31	69	1.57
56	44	45.5	54.5	1.24
81	19	74	26	0.70

[illegible]

[illegible] : Atmolyse

10, 9: O_2 1.10 cm³

in 1 h: H_2 4.10

1 : 3.73

			%
elektrolyt. Knallg. :	O_2	0.56 cm³	21.4
in 1 h	H_2	2.05	78.6
			100.0

Nat 78 p 530–552 (1908) Monthly Weather Rev. 36 p 294–296 (1908) [illegible]

Die vertik. Schicht. d. Atmosph. DA 1908

Pr. R.S. 83, A, 254, 1910

Conduction of Heat through Rarefied Gases

F. Soddy MA & A J Berry Phys. Chem. Laborat. Univ. of Glasgow

Previous paper: degree of vacuum by measuring evaporation of liquid air in a Dewar flask
*) Pr RS 78, 429 (1907)

Crookes Pr RS 31, 239 1880

Mund Ph. R. 45, 31, 1888 : in some gases heat transmission varied ∞ p up to
a few 10^6 atm.
This is to be expected from the kinetic theory as presented by
Lord ...

Pt strip stretched out in narrow tube and
Electrically heated, water jacket of constant temperature

50 cm long, 0'244 cm wide, internal diameter about 1 cm | dissipating surface 20 cm²

current adjusted as to produce ~~constant~~ certain temperature of Pt strip

Radiation Loss: exhausted, ~~and~~ O admitted, exhausted and residual gas absorbed by Ca

0'049 watt
then U tube cooled in liquid air to condense Hg vapour 0'0465 watt | we accept for ordinary work the 0'05

Conductivity did not increase sensibly with p beyond 1'5 mm for other gases
10–20 — for Hg and He

	Watts				
H_2	8'75	O_2	1'55	A	1'07
He	7'30	N_2	1'44	Cyanogen C_2N_2	0'97
CH_4	2'81	CO	1'37	nitrous oxide N_2O	0'97
Ne	2'35	C_2H_2	1'24	CO_2	0'95

} with 0'05 subtracted

It is convenient to define
Cond. at low press. ~~define~~ by K = cal. pro cm² of hot surface 1° 1 sec, 0'01 mm pressure

$K \cdot 10^{5}$ =

A	1'30	He	1'94	H_2	2'29
Ne	1'76	Co	1'96	C_2N_2	2'35
CO_2	1'89	N_2O	2'11	CH_4	2'70
O_2	1'91	N_2	2'21	C_2H_2	2'75

According to kinetic theory:

number of impacts $\frac{n G}{6}$ n = number of mols per cm³ ... at 15°, and 0·01 mm

G = mean velocity

average amount of heat required to raise one molec. by 1° is $\frac{H}{N}$ H = molec. heat at const. vol.

N = number of mols in 1 gr mol.

$$\therefore \varphi = \frac{n}{N} \frac{H G}{6}$$

For argon $H = 3$, G (at 15°) $= 4{\cdot}25 . 10^4$; $\frac{n}{N}$ = amount of gas in $\frac{1\ \text{cm}^3 \quad \text{at } 0{\cdot}01\ \text{mm} \quad 15^\circ}{22{\cdot}22\ \text{dm}^3 \quad 760\ \text{mm} \quad 0^\circ} = 5{\cdot}6 . 10^{-10}$

$\therefore \varphi$ for argon $= 1{\cdot}20 . 10^{-5}$

for other gases $\sim$ mol heat

$\sim \frac{1}{\sqrt{\text{mol weight}}}$

	A	Ne	N_2	O_2	CO	N_2O	C_2H_2	CO_2	CH_4	He	H_2
$\varphi =$	1·20	1·70	2·35	2·23	2·38	2·75	3·82	2·64	3·95	3·80	8·95
$\frac{K}{\varphi} =$	1·09	1·04	0·94	0·86	0·82	0·77	0·72	0·72	0·68	0·51	0·25

Results indicate: for denser monatomic gases interchange of energy on impact is perfect, but for lighter gases He H_2 this is far from being the case

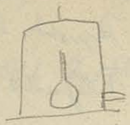
Order of gases not greatly different from order of φ, indicating generally that the greater the heat interchange between surface and moles impinging on it, the less perfectly is it effected by the single impact. This, perhaps, is what is to be expected if the view that the heat interchange is imperfect in the case of the majority of gases, is well founded.

If this is so K should approach more ~~the~~ φ for lower temperat.

He in liquid air should possess cond. $= \varphi$ since $G \neq$ vel of Ne at ordinary temp for which $K = \varphi$

Grüneisen

Compressibilität d. Fl.



r/κ = … < 1 Atmosph.

$\boxed{\text{[illegible]}}$

20° Benzol $680 \cdot 10^{-6}$ (?!)

Äther $146 \cdot 10^{-6}$

Terpentin $79.5 \cdot 10^{-6}$

Pagliani & Palazzo Beibl. 9, 149 (Abweichen bis gleich f. Temp.!)

Compressibilität 1–2 Atm. Benzol $\mu_t = 0.0000871 + a(t-15.4) + b(t-15.4)^2$

$\log a = 3.88799$

$\log b = 1.38347$

Benzol	15.4°	$0.0_4 871$
	50.1	$0.0_3 1110$
	78.8	$0.0_3 1264$

Warburg & Sachs

$\mu = \mu_0 (1 + \alpha p)$ p in $\frac{1\,kg}{cm^2}$

$\mu = \mu_0 (1 + \beta s)$ s = [illegible] Compression

$\therefore \beta = \frac{\alpha}{\varkappa}$ $\varkappa$ = Compressibilität (nach Amagat)

$t = 20°$	Äther	Benzol
$\alpha \cdot 10^6$	730	930
$\varkappa \cdot 10^6$	173	91
β	4.2	10.2

Kam. Onnes Hydrodyn. 59 x 193 (1896) p. 211

$$\frac{\eta\, v^{2/3}}{\sqrt{M T_k}} = k$$

V = Mol. Vol.

η = [illegible]

T_k = absol. krit. Temp.

Folg. Constanz von K [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

O Reynolds Ph Tr. 170 p 727 (1879)

Feddersen Pogg Ann 148 p 302 (1873) [illegible]

Δp [illegible]

$\frac{p}{\Delta p} = F(c,p)$ [illegible]

F [illegible]

$\log \Delta p + \log a = \Phi(\log p + \log b)$

log p Absc.

log Δp ord.

a, b [illegible]

Φ [illegible]

Curve [illegible] log a, log b

oben Temp 100

unten [illegible] $\Delta p \sim \sqrt{\theta_1} - \sqrt{\theta_2}$

Maxwell Ph Tr 170 p 259

Reynolds Pr RS 30 p 300 (1880)

Fitzgerald Ph M (5) 11 p 103

---

log Transpiration zeit = k. log (p)

[illegible]

Radium Th

Theorie mean range.

W J Fisher [illegible] Phys Rev. 29 p 325–327 1909

[illegible] Knudsen [illegible]

[illegible] K. [illegible]

[illegible]

[illegible] 10 p 518

[illegible] ibid. p. 147–153 1909

[illegible]

[illegible] [letzte [illegible] Transport [illegible]]

65708 II Band.
Rubner Arch. f. Hyg. 24 p. 1895 [illegible] p. 265

p 312	k	Seide	603 – 633
Luft	0.0000532	Baumwolle	648
~~Deutsche~~ Wolle	579 – 582	Schafwolle	646
Kuh, Ross, Kaninchen	565 – 579	Flachs	642
Eiderdaunen	574	Seegras	615

[illegible]	Haare	576
	Federn	574
	Seide	613
	Pflanzenfasern	645
	Seegras	615

p 309 [illegible] Schuhmachers Wied. 76, 283, 1877

k_1 Luft k_2 [illegible]

$v_1 + v_2 = 1$

$$k_m = \frac{k_1 v_1 + k_2 v_2}{\cancel{k_m}}$$ für normal liegende Fasern

$$\frac{1}{k_m} = \frac{v_1}{k_1} + \frac{v_2}{k_2}$$ ||

[illegible] $\frac{1}{3} \perp \quad \frac{2}{3} \parallel$

also: $$k_2 - \frac{2 k_1^2}{k_2} = \frac{3 (k_m - k_1)}{v_2} - k_1$$

daraus folgt für Faserstoffe:

Luft	= 1	532
Schafwolle	9.00	4791
Seide	16.66	8870
Pflanzenfasern	26.67	14199

p. 318-320
ges. Folley

		k				
Luft		588	Seide	686	Baumwolle	7435
Wolle	2	685		749		8305
	4	757		802		9854
	6	803				
		a = 0·0061				a = 0·0178

$k_m = k_1 + aP$

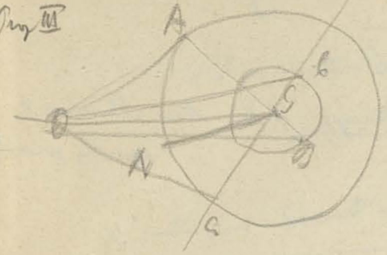
in erster Linie Dichtigkeit, in zweiter Grundstoffen

p. 358 [illegible] p. 346

Luft	532
Kaschmir	582
[illegible]	641
Seide	597
[illegible] Seide	740
– Baumwolle	810
	627
– Wolle	665
– (Jäger)	
Flanellwolle	647
Flanell baumwolle	757
Kamelhaar	678
Leder	735 - 763

Maxw. 1860 Phil Mag

Prop III



OA
OB } vel. before impact

G = centre of gravity

GN ∥ centreline

draw ab ~~not~~ in plane ASN

making $NGa = NSA$, $Ga = SA$
Gb ~~[illegible]~~ $= SB$

All directions of line aGb are
equally probable

VIII find number of particles which have velocity relative to between r and $r+dr$

$$N \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} \frac{r}{\alpha}\left[e^{-\frac{(r-v)^2}{\alpha^2}} - e^{-\frac{(r+v)^2}{\alpha^2}}\right] dr$$

$$\int_0^\infty dx\, x \left(e^{-\frac{(x-a)^2}{\alpha^2}} - e^{-\frac{(x+a)^2}{\alpha^2}}\right) = \sqrt{\pi}\; a\alpha$$

IX Two sets of particles moving — find number of pairs which approach within distance s in unit of time

$$\cancel{2\; NN' \frac{4\sqrt{\pi}}{(\alpha^2+\beta^2)^{3/2}} s^2 r^3 e^{-\frac{r^2}{\alpha^2+\beta^2}} dr}$$

$$NN' \frac{4}{\alpha\beta^3} s^2 r^2 v e^{-\frac{v^2}{\beta}}\left[e^{-\frac{(v-r)^2}{\alpha^2}} - e^{-\frac{(v+r)^2}{\alpha^2}}\right] dr\, dv$$

$\int \text{—}\, dv =$

$$\int_{r=0}^{\infty} = 2NN'\sqrt{\pi}\sqrt{\alpha^2+\beta^2 s^2} = \text{no. of coll. in unit time between particles of diff kinds}$$

s = distance of centres at collision

$$\xi' = \xi_1 + \frac{m_2}{m_1+m_2}\left[(\xi_2-\xi_1)2\sin^2\theta + \left[(\eta_2-\eta_1)^2+(\xi_2-\xi_1)^2\right]^{1/2}\sin 2\theta\cos\varphi\right]$$

directions turned in plane V & through angle 2θ

let this plane make angle φ with plane through VX then all values of φ equally probable.

$$\delta(\xi_1+\xi_2) = 0$$

$$\delta(\xi_1^2+\xi_2^2) = -\left[3(\xi_2-\xi_1)^2 - V^2\right]\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$\delta(\xi_1^3+\xi_2^3) = -\frac{3}{2}(\xi_1+\xi_2)\left[3(\xi_2-\xi_1)^2-V^2\right]\sin^2\theta\cos^2\theta$$

Broglie 148 p. $\frac{1163}{1315}$ Enregistré photographique de Chem

$\frac{1}{\Delta^2} = 0{,}07.10^5\ (\text{cm}^2)$ pour $\tau = 3{,}5$ sec.

$v = \frac{e}{6\pi\mu a} = 27{,}5.10^{-3}\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ dans champ 1 (esu)

fumée de tabac grossi dans humidité

$a = 4{,}5.10^{-6}$ (Einstein) $= \frac{RT}{N}\frac{t}{3\pi\mu a\Delta^2}$

$e = 4{,}5.10^{-10}$ (esu) (Stokes) (charge unique)

---

une autre série particules plus grosses $a = 5.10^{-5}$ (e plusieurs fois charge atomique)

---

aussi beaucoup plus petites $D = \frac{RT}{N}\frac{1}{6\pi\mu a}$ (diffusion coeff) $= 10^{-5}$ ~~[illegible]~~

par des tubes capillaires (250 de 50cm de longueur)

Broglie et Brizard p. 1457 1), Les fumées chimiques sans élévation de temp. ne sont pas chargées

2). chargées deux signes jetant dans l'eau P_2O_5, NH_3, SO_3 etc

3). de mêmes ceux qui se font avec incandescence

1598 Mr Izdion les charges proviennent de causes physiques (rupture de surface liquide)? barbotage du liquide 18

s'il y a rupture de la surface d'un cristal ou d'un liquide indépendamment de l'action chimique

D'autre part Everett-Wellows

Cunningham PRS 83 p 357

(Cloud of) Particles of mass M, N per unit volume, diffuse through gas with progressive velocity V_0. Required: mean force per particle to maintain velocity V_0.

collision if distance of centres $= a$; centre of molecule being within small area

$d\omega = a^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

Probability for molecule: $A e^{-hm(u^2+v^2+w^2)} du\, dv\, dw$ $\qquad A = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{hm}\right)^3}}$

for particle having veloc. V_0+U, V, W: ...

$$B e^{-hM(U^2+V^2+W^2)} dU\, dV\, dW$$

In order that collision may take place within these limits in interval δt, the centre of molec. must lie (at beginning of δt) within cylind. volume, base $d\omega$ and height: $\underbrace{(U+V_0\cos\theta-u)}_{>0}\delta t$

with restriction that ——————— (if there are no velocities v V w W!)

Magnitude of impulse $= J = \frac{2Mm}{M+m}\left[U+V_0\cos\theta-u\right]$

$\therefore$ probable impulse in direction of V_0 per unit time:

$$\iiiint A e^{-h(u^2+v^2+w^2)} J\cos\theta\, n\,(U+V_0\cos\theta-u)\, d\omega\, du\, dv\, dw.$$

$$= \frac{A n \pi}{hm} 2\pi a^2 \frac{2Mm}{M+m}\iint e^{-hmu^2}\left[U+V_0\cos\theta-u\right]^2 \sin\theta\cos\theta\, du\, d\theta$$

Multiplying by probab. of vel. (UVW) and integrating : the mean impulse per p...

$$\left\{A \,\Theta\, n\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 4\pi \frac{a^2}{M+m}\right\} \iiint_{\theta=0}^{\pi} e^{-h(mu^2+MU^2)}\left[U+V_0\cos\theta-u\right]^2 \sin\theta\cos\theta \, d\theta\, du\, dU$$

K

U and u all values for which $u < U + V_0\cos\theta$

if V_0 small in comp. with mean velocity

$\alpha = U-u \qquad \beta = \frac{MU+mu}{M+m}$

$$K = \left[\frac{\pi}{h(M+m)}\right]^{1/2} \int_0^{\pi}\int_{-V_0\cos\theta}^{\infty} e^{-h\frac{mM\alpha^2}{M+m}}\left[\alpha+V_0\cos\theta\right]^2 \sin\theta\cos\theta\, d\theta\, d\alpha$$

$$\mp \ldots \int_0^{\pi}\int_0^{\infty} \qquad = \left[\frac{\pi}{h(M+m)}\right]^{1/2}\int_0^{\infty}\frac{4}{3}\alpha V_0 e^{-\frac{hmM\alpha^2}{M+m}} d\alpha = \frac{2}{3}V_0\sqrt{\frac{\pi(M+m)}{h^3m^2M^2}}$$

∴ mean impulse per unit time and particle : $= \frac{8}{3}a^2 V_0 n\sqrt{\frac{\pi Mm}{(M+m)^2}}$ (*)

represents rate of transfer of momentum from a particle to the surrounding gas by reason of collisions. In the case where the particles are few in number and of the same order of magnitude as ~~the~~ the molecules the mass velocity will be slightly affected. But when drawn comparable with α impossible to neglect. Then substitute for V_0 the diff. of ~~mean~~ mean velocity of particle V and of the mass velocity kV of the gas.

If mass velocity assumed to be kV rate of dissip. $= 6\pi\mu a kV$ (a = effective radius) In the steady motion this just must balance the momentum communicated by the particle to the gas.

(*) This also obtained as a particular case of a general formula by Langevin Ann. Ch. Ph. 5, 1905, 266 and applied by him to the consideration of the mobility of ions

N2A, 563

Cunningham Pr. R. S. 83, p 357 19

force per unit particle required to maintain drift V_0 of the particle relative to the gas

$$= \frac{8}{3} \sigma^2 V_0 n \sqrt{\frac{\pi M m}{(M+m)^2}}$$

M = mass of particle

n = number of mols per unit vol.

This also is a particular case of Langevin

Ann de Ch et de Ph 5, (1905) p 266

which is applied by him to mobility of ions

mutual influence of cloud

$$X = 6\pi \mu a V \left(1 + \frac{9}{4}\frac{a}{b} + \frac{81}{16}\frac{a^2}{b^2} + \text{—}\right)$$

b = radius of spheres surrounding packed in the closest manner possible

$$\frac{f}{\frac{\ }{3}} = \frac{8}{3}\sigma^2 \sqrt{\pi}$$

$$\frac{8}{3}\sqrt{\frac{\pi m}{h}}\, a^2 n(V-kV) = 6\pi\mu a k V$$

$$\therefore\ k = \frac{4an\sqrt{\frac{\pi m}{h}}}{4an\sqrt{\ }\ +\rho\pi\mu} = \left[1+\frac{3}{4}\frac{\lambda}{a}\sqrt{\frac{3\pi}{2}}\right]^{-1}$$

$$1+\frac{\rho\pi\mu}{a\,4n\sqrt{\frac{\pi m}{h}}} = 1+\frac{1}{4a}\,\mu\sqrt{\pi m h}$$

$$\left(1+\frac{1}{4a}\cdot\frac{\mu}{c}\sqrt{\frac{3\pi}{2}}\right)^{-1} =$$

$$\lambda = \frac{3\mu}{\rho c}$$

$$X = 4\pi\mu a k V = 6\pi\mu a V\left(1+1{\cdot}63\,\frac{\lambda}{a}\right)^{-1}$$

if fraction f elastic

$$X\left[1+\frac{1{\cdot}63\,\frac{\lambda}{a}}{f+2(1-f)}\right] = 6\pi\mu a V$$

in Zeleny's exp. Stokes Formula will ~~yield~~ velocity 1.05 – 1.036 too small

Exp. at lower pressures should show greater deviations and may throw light on f

---

Mutual Influence of the Particles of a Cloud

Round each particle a sphere of radius b' so that ~~they just include the~~ packed in the closest possible manner

Sphere at rest, in the middle the little spherical particle moving

$$X = 6\pi\mu a V\left[1+\frac{9}{4}\frac{a}{b}+\frac{81}{16}\frac{a^2}{b^2}+\cdots\right]$$ but condition too rigid

other value supposing spheres so large that whole of fluid occupied by them b'

This would imply for Thomson's experiments increase of e ~~the~~ by about 5.9 – 7.4 %

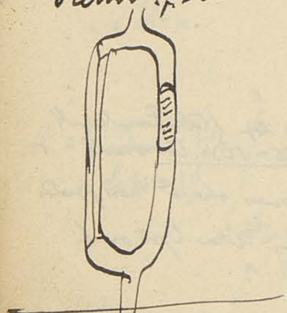
but first ~~corr~~ corrections produce diminution of e by about 4 %

Other causes correspond to increase by ca. 2 %.

Rankine P. R.S. 83 p. 516

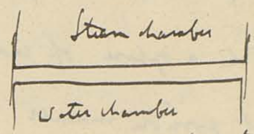
			λ	$\frac{6}{2}$	$3/3$ air
Viscosity of	He	1·000	1	1·50	1·006
	Ne	1·885	0·704	1·19	1·721
	A	1·129	0·354	1·68	1·221
	Kr	1·254	0·274	1·91	1·361
	X	1·136	0·198	2·25	1·234

Method: p. 265



83. p. 19

Todd Thermal conductivity of air & other gases



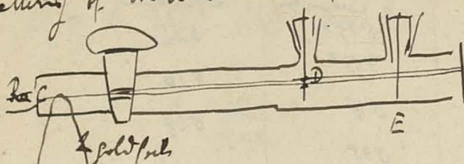
measured: heat carried by water ; radiation eliminated by variation of distance

very elaborate method , Results:

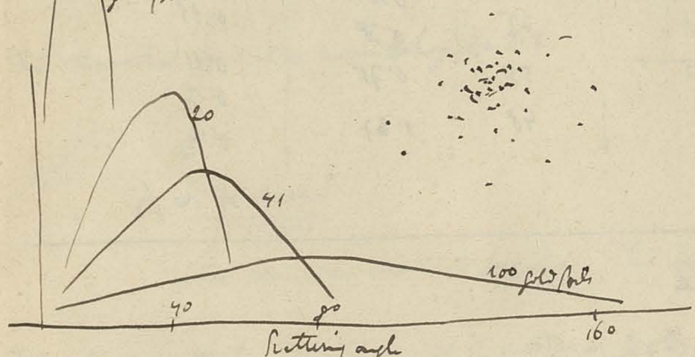
Air	$k_{550} =$ 0·0000571
CO_2	411
O_2	593
N_2	569
NO	539
NO_2	888

Geiger PRS 83 p 492

Scattering of the α Particles by Matter



by introducing foils in E area of flashes broadened



Most probable scattering angle	10'	23	36	49	1°10'	1°40	2°20	3°0	3°40	3°55	3°25	4°15	5°20	6°20	7°[illegible]0
	thin										thick				
number of gold foils	1	2	4	8	12	20	30	41	56	60	15	20	25	30	35
equivalent to cm of air (stopping power)	0·04	0·08	0·15	0·29	0·46	0·76	1·14	1·53	2·12	2·25	1·62	2·16	2·64	3·20	3·68

Rayleigh Theory of Sound II ed. p 39 (1894)

One ought to expected the angle to increase $\sim\sqrt{x}$

this is shown for small thickness (up to 0·5 cm air) but for larger ones approx. $\sim x$

this probably due to decrease of V

atomic scattering angle ω (Au) $= \frac{1}{200}°$ | if we assume diameter of an atom 2.10^{-8} cm a thickness of $8·6.10^{-6}$ cm gold foil corresp. to: 160 atoms

		Atomic weight	Rel. atomic scattering angle K_0	$\frac{K_0}{\sqrt{A}}$	ρ	$\frac{K_0}{\rho}$
~~Gold~~	Au	197	1·00	0·51	19	0·05
Tin	Sn	119	0·56	0·47	7·3	0·08
	Ag	108	0·53	0·49	10·5	0·05
	Cu	64	0·30	0·47	8·9	0·03
	Al	27	0·106	0·39	2·6	0·04

2 rather than: $\frac{K_0}{\sqrt{A}}$

Range after having passed through:		Velocity	Rel. scatt. coefficient (per cm of air)	$K.V^3$
mica window alone	5·60 cm	0·92	0·15°	0·12
sheet of Al	4·00	82	0·18°	0·10
mica	3·40	78	0·18	0·08
Al	2·21	67	0·35	0·11
"	2·21	67	0·38	0·11
"	1·20	55	0·75	0·12
"	0·89	48	1·37	0·14

$\therefore K \sim \frac{1}{V^3}$

Ionisation produced by α Particles II (Geiger) p. 585

I). Retardation of α particles by passing through matter

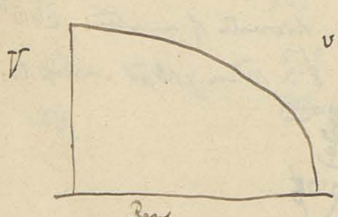
deflection by magnetic field of a pencil of α rays | produced by thin wire covered with active deposit of Ra emanation

observed: scintillation method

actual deflection of order 1 cm for 20.000 Gauss

Thickness of interposed mica equivalent to cm of air:

	0·90	1·98	3·00	3·66	4·79	5·81	6·08	6·37	6·80
Rel. vel. (initial = 1)	0·953	886	818	767	681	551	49	39	27



$v^3 = a(R-x)$

$R = 7$ cm

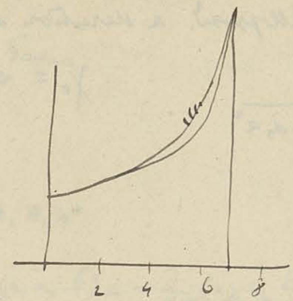
results in good accordance with Rutherford's old results Phil Mag 12 p. 138 (1906)

II). Initial Velocities of α particles equal within 0·5 % but by passing through matter they acquire differences of velocity (diff of range of 5 mm)

III) Most natural ~~suppos~~ assumption that
Ionization ∼ energy absorbed

$$I_o = b\,\frac{d(v^2)}{dx} = c\,(R-x)^{-\frac{1}{3}}$$

$$I^3 = \frac{a'}{R-x}$$



This theoretical ionization curve, taking $R = 6{\cdot}7$

$\therefore$ $\underline{I \times v = \text{const}}$

This has been also arrived at by Bragg Phil Mag ~~1907~~ 13 p. 350. 1907

Interesting paper ~~III~~ by T. S. Taylor Phil Mag 18, p. 604, 1909

Russel Ph M. 20, 591, 1911 The Convection of heat from a body cooled by a stream of fluid

Further extension of Boussinesq's Theory (neglection of viscosity!)
and comparison with experiments.

Litteratur zu Wärmeleitung e Bekleidung

Uebesbach I p. 976 – 983

Hohnel Mikroskopie d. Faserstoffe
Wien Hartleben 1887

A Rubner Arch f. Hyg. 1892 Bd. 15 p 29
16 352, 109
17 1
1894 20 365
23 13
24 265, 346
25 1, 29. 70, ~~260~~ 252,

Lamb p 555

Resistance of Ellipsoid in direction x $= 6\mu\pi U R$ if R taken to be:

$$R = \frac{8}{3}\frac{abc}{\chi_0 + \alpha_0 a^2} \qquad \chi_0 = abc\int_0^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}}$$

$$\alpha_0 = abc\int_0^\infty \frac{d\lambda}{(a^2+\lambda)\sqrt{}}$$

Suppose: $b = c > a$

$$R = \frac{8}{3}\,\frac{1}{\int_0^\infty \frac{d\lambda}{(b^2+\lambda)\sqrt{a^2+\lambda}} + \int_0^\infty \frac{a^2\,d\lambda}{(a^2+\lambda)^{3/2}(b^2+\lambda)}}$$

$$\int \frac{d\lambda}{(b^2+\lambda)\sqrt{a^2+\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{b^2-a^2}}\left[\pi - 2\arcsin\frac{a}{b}\right] \qquad b > a$$

$$R = \frac{4}{3}\,\frac{1}{\left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{a}{b}\right]\frac{b^2-2a^2}{(b^2-a^2)^{3/2}} + \frac{a}{b^2-a^2}}$$

Suppose: $a = b > c$

$$R = \frac{8}{3}\,\frac{1}{\int_0^\infty \frac{d\lambda}{(a^2+\lambda)\sqrt{c^2+\lambda}} + \int_0^\infty \frac{c^2\,d\lambda}{(a^2+\lambda)^2\sqrt{c^2+\lambda}}} = \frac{4}{3}\,\frac{1}{\frac{2a^2-c^2}{\sqrt{a^2-c^2}^{\,3}}\arccos\frac{c}{a} + \frac{c}{a^2-c^2}}$$

Seeliger Ann. 33 p. 319

Beitrag zur Th. d. El. Leitung in dichten Gasen

Thomson's Gleichungen: $\frac{\partial E}{\partial x} = (n_1 - n_2)\, e$

$$i = e E (n_1 u_1 + n_2 u_2)$$

$$q = \alpha n_1 n_2 = \frac{\partial}{\partial x}(n_1 u_1 E) = -\frac{\partial}{\partial x}(n_2 u_2 E)$$

(ohne Annahme d. Ionendiffusion)

sind mit grober Annäherung behandelt worden von ~~J.~~ Thomson El. d. — II

Riecke Gött. Nachr. 1903

Mie Ann. 13 1904

wird hier gründlich genau analysiert (in Allg. ähnl. Mie)

Cermak 33 p. ~~11~~ 1195 Thomsoneffekt u. Temp. Abh. e Pb ℓ. - - -

Keine Unstetigkeit beim Schmelzen

während El. einen Sprung zeigt

Grüneisen 33 p 1239 Einfl. d. Temp. auf d. Kompr. d. Metalle

Fe Cu Ag Pt Al Sn Pb bis − 190°

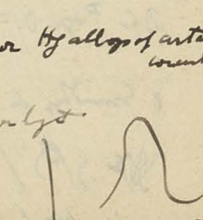
Temp. Einfluss desto grösser je grösser therm. Ausdehnung

Pohl & Pringsheim Phil Mag. p 155

Normal & Selective Photoelectric Effect

pol. no infl. (for same energy of absorbed l.)
numb. of el. incr. with decr. wavelength
indep. of Temp.
same curves of initial velocity

only for pure alcali metals or Hg alloys of certain concentration
(superposed)
pol. of great effect
exists only for E ∥
not for E ⊥



Hertz Crelle J f M. (92) (1881)

$$P = \frac{16 \dfrac{r_1+r_2}{2 r_1 r_2} \, p^3}{3\left(\dfrac{m_1-1}{m_1 T_1} + \dfrac{m_2-1}{m_2 T_2}\right)}$$

n = Poisson'sche Zahl

T = Torsionsmodul $= \frac{mE}{2(m-1)}$

p = Halbmesser d. [illegible]

$P = 1$

Rayleigh 4 p 396 Phil Mag 47 p 375 (1899)

$$h = 24 \pi^3 n \frac{(n'^2-1)^2}{(n'^2+2)^2} \frac{T^2}{\lambda^4} = \frac{32\pi^3}{3 n \lambda^4} (\mu-1)^2$$

$$= \frac{8\pi^3 n}{3} \left(\frac{D'-D}{D}\right)^2 \frac{T^2}{\lambda^4}$$

whether scattered in direction θ ... from one particle $\frac{D'-D}{D} \frac{\pi T}{r\lambda^2} \sin\theta \cos \frac{2\pi}{\lambda}(bt - r)$

whole emission of energy $\int 2\pi r^2 \sin\theta \, d\theta \ldots$

Rothmund ~~Bd~~ Z Ph Chem $\frac{63}{54}$ p (1908)

p 76

[illegible] Domänen [illegible] Kleinigkeit [illegible]

[illegible]

[illegible] Domänen [illegible]

Die Frage [illegible]

[illegible] Dimension [illegible]

[illegible] Regnault's [illegible]

direkt [illegible]

[illegible] Grund. d. Doma[illegible] Hyp[illegible] [illegible]

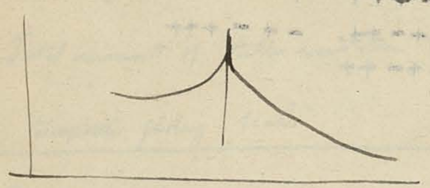
[illegible] bestätigten Tat[illegible] [illegible] geteilten Zähl[illegible] [illegible] Kamm.

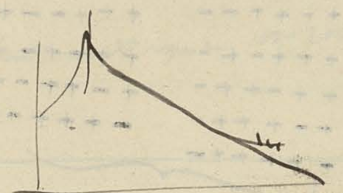
obertei[illegible] h T stabil. Teil[illegible] ...

unterh[illegible] unstabil

[illegible] Argument [illegible] Leitung[illegible] [illegible]

[illegible] Kraftwirk[illegible] [illegible] T. [illegible]





Breitenbach Ann. 67 p 826 (1899)

K. u. W. 155 p 387, 561 (1895) $\xi = 0.0001 \frac{760}{p}$ (mm)

W. 159 p 399 (1876) $\xi = ?$ Christiansen 41 p 565 (1890)

Ortelbeere angenähert $\xi =$ 0.00098 mm 15°

0.00013 99.15°

0.00012 182.4°

$+++\;+++$

$$6\left\{\begin{array}{l} +++\;++- \\ +++\;+-+ \\ +++\;-++ \\ ++-\;+++ \\ +-+\;+++ \\ -++\;+++ \end{array}\right.$$

$$\underbrace{\begin{array}{lllll} ++++-- & +++--+ & ++--++ & +--+++ & --++++ \\ +++-+- & ++-+-+ & +-+-++ & -+-+++ & \\ ++-++- & +-++-+ & -++-++ & & \\ +-+++- & -+++-+ & & & \\ -++++- & & & & \end{array}}_{15}$$

$$20\left\{\begin{array}{ll} +++--- & --+++- \\ ++-+-- & --++-+ \\ ++--+- & --+-++ \\ ++---+ & ---+++ \\ +-++-- & \\ +-+-+- & \\ +-+--+ & \\ -+++-- & \\ -++-+- & \\ -++--+ & \\ +--++- & \\ +--+-+ & \\ +---++ & \\ -+-++- & \\ -+-+-+ & \\ -+--++ & \end{array}\right.$$

$$\frac{6!}{1.5!} = 6 \qquad \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{5.6}{2} = 15$$

$$\frac{6!}{3!\,3!} = \frac{4.5.6}{6} = 20 \quad \text{stimmt}$$

Allgemein $W = \dfrac{N!}{n!(N-n)!} = \dfrac{N!}{\frac{N-m}{2}!\;\frac{N+m}{2}!}$

Überschuss: $(N-2n) = m$

$$n = \frac{N-m}{2}$$

$N\delta = m$

$N d\delta = dm$

$$\sqrt{\frac{N}{2\pi}} \int e^{-\frac{\delta^2 N}{2}} d\delta$$

$$\frac{1}{\sqrt{2N\pi}} \int e^{-\frac{m^2}{2N}} dm$$

25

W.W. Coblentz A comparison of stellar radiometers & radiometric measurement on 110 stars

Bull. Bureau of Standards, Washington, 11, №2, p 613 (1915)

thermocouples Bi — Bi + Sn (5%)

in vacuo; vacuum maintained by calcium tube (quartz tube, sealed on, when heated to dull red heat, absorbs all traces of gases)

~~up~~ measurements down to 6.6 magnitude.

Sensitivity (with mirror) such that candle in 53 miles distance would have given 1 mm

Total amount of stellar radiation on 1 cm² would require 100-200 years for ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ giving 1 cal.

H.L. Curtis Insulating properties of solid dielectrics, ibidem. № 3 p ~~[illegible]~~ 359

H. Nordenson (Upsala) Ü. d. elektr. Leitfähigkeit von kolloiden Lösungen Koll. Z 16, 65, 1915

Stokes: $u_i = \frac{H . e_i}{6 \pi \eta r_i}$ dieselbe Größe auch für Ionen wie Kataphorese

also $\frac{e_K}{r_K} = \frac{e_i}{r_i}$ = konst

$\frac{l_K (\text{koll.})}{l_i (\text{Ionen})} = \frac{n_K\, e_K}{n_i\, e_i}$ falls dieselbe Substanzmenge $\frac{n_K}{n_i} = \left(\frac{r_i}{r_K}\right)^3$

$\therefore \frac{l_K}{l_i} = \left(\frac{r_i}{r_K}\right)^2$

Kritik u. Bemerkungen von: A. Scala, Traube-Mengarini, Duclaux, v. Koll. Metallen. Die Leitfähigkeit ~~[illegible]~~ kann nur von Elektrolyten (und Adsorbt. Ionen?) herrühren.

Dagegen bei hohen Konzentrationen und hohem Dispersitätsgrad könnte Eigenleitfähigkeit merkbar werden. [Duclaux J.Ch.ph. 7, 405 1909]

Für koll. Ag Lösung

Teil derselben enthielt 25 p.p.m.

Silberionen enthielt 0.25 p.p.m.

$l_K = \frac{l_i}{10^4} = 55 . c . 10^{-3}$ ↑ Normallösung

	c %	K = 1485.10⁶	8 besten Proben
FeOH	1.84 0.80	572.	1.85 p.p.m. —
Bredig Au	10.30	406.0	5.20
Th O₄	6.50	248.0	0.65

$K_K = (314 + 55) . 10^{-7} . c$
↑ pro H Ion

c für koll. Ag Lösung bedeutend 1 millimol / liter

$\therefore K_K = 3.7 . 10^{-8}$

also unmessbar klein

O. Hauser & A. Lewite quantitative Bestimmung von Fällungswerten bei Hydrosolen Kolloid-Z. 16, 33, 1915

H. Freundlich Bemerkung dazu ibidem p. 36

Versetzen rasch mit Elektrolyt in wechselnder Konzentration bis Fällung erhalten eintritt. Diese Fällungskonzentration ist bei starkem Strom bestimmt, dagegen in verdünnten ~~Elektrolyt~~ Lösung muss mehr Elektrolyt zugesetzt werden. Unterhalb gewisser Konz. tritt Fällung überhaupt nicht ein. „Fällungswert" ist dann Bereich der Konstanz.

Freundlich verweist auf Ishizaka Z. ph. Ch. 83, 97 (1913), Koll. 12, 230, (1913)

Paine Koll. chem. Beih. 4, 24, (1912)

und im Zug befindliche eigene Arbeit mit J. Gann ‖ kritisiert obigen Ausführungen, (mit Recht): das eigentlich bestimmende wäre dann die Koag.-Geschwindigkeit

wobei Koagulation durch die zeitliche Zunahme der Viskosität gemessen wird.

Erhöhung der Viskosität

und Unterschied d. anorg. & organ. Ionen

$$\left.\begin{array}{ll} 100 \text{ Millim. } & NH_4Cl \\ 0'09 \;\; " & Fe(CN_6)K_4 \\ 14 \;\; " & K \text{ benzoat} \end{array}\right\}$$ gleich wirken auf ~~[illegible]~~ $Al(OH)_3$ sol.

F. Powis Pot. Diff. an Öl-Wasser Grenze Z. ph. Ch. 89, 91, 1914
179, 186

F. Kirchhof Einfl. d. Lösungsmittel auf Visk. v. Kautschuklösungen. Koll. Z. 15, 30, 1914

Umständlich, ~~[illegible]~~ p. 32: [illegible] soll [illegible] 60 [illegible] Unsinn!

W. Reinders Verteilung e. suspend. Pulvers oder eines koll. gel. Stoffes zw. zwei Lösungsmitteln

Koll. Z. 13, 235, 1913 (auch p. 96)

Sehr häufig Ausscheidung an d. Grenze z.B. Kupferoxyd, Alkaliblau, Erythrosin etc mit CCl_4

E. Hatschek Visk. d. Emulsoid Sol und Abh. von der Schergeschwindigkeit Koll. Z. 13, 88, 1913

bei Stärke, Gelatine etc. vermindert sich Visk. mit Zunahme d.

Ronsoniery Oberfläche als Kontakt CR 156, 983, 1035

Bonn Üb. d. Sedimentation Koll Z. 9, 14, 1911

Tripel, Bolus Referat alter Versuche (1886-1888)

z.B. Sedimentationsgeschw.

Tripel	H_2O	NaCl 0.05%	0.1	0.2	0.4	0.8	KJ 0.01	NaCl 0.01	$CuSO_4$ 0.01	H_2SO_4 0.01	HCl 0.01	KJ 0.05	NaCl 0.05
$v \cdot 10^6 =$	9	30	45	54	110	150	9	9	30	300	3000	1.5	1.5

	Äther	Alk.	H_2O	Glycerin	Methylalkoh.	Alk.
$v =$	7500	1300	3	0.1	2000	1200

Reyller Elektrophoretische Beobachtg. 9, 16, 1911

N. Bancelin Ü. d. Visk. v. Susp. u. d. Bestimmg d. Avogadro'schen Zahl Koll Z. 9, 154, 1911

20 cm³ Gummigutt susp. in Rastér Ausflusszeit ca 8 Min.

Radius = 0.3, 1, 2, 4 μ kein Einfluss

z.B. R = 0.3 μ (+20°C)

Dichte d. Gummigutt volumens	
0	$\mu = 0.01016$
0.09	1018
0.24	1023
0.33	1025
0.53	1029
0.66	1033
1.05	1044
2.11	1074

$$\mu' = \mu(1 + 2.9\varphi)$$

auch Extrapol. auf unendl. Länge. $\mu' = \mu(1 + A\varphi)$

$A = 2.6 - 3$

dagegen haben aber d. Phenol u. Harnstoff Lösungen sehr geringe Viskosität

M Pappadà Ü. d. Elektrisierung d. kolloid. Teilchen Koll Z. 10, 242, 1912

Woudstra Z. phys. Ch. 63, 5, 1908

Innere Reib. von Ag hydrosolen nimmt ab mit Zeit und mit Zusatz von Elektrolyten (!?) !/

dagegen zu mit Konzentration

Wo. Pauli

Viskosität u. Elektrochemie d. Eiweisslösungen Koll. Z. 11, 222, 1912

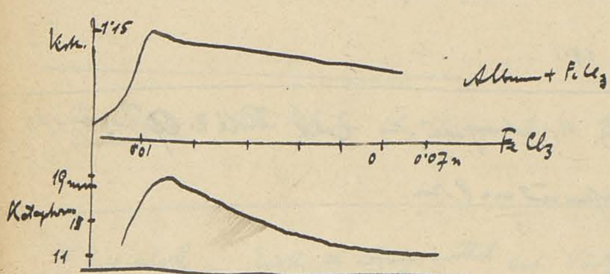
unter Andern:

p. 223. Pauli's Postulat: Minimum d. Visk. genau im isoelektr. Punkt

bei Säurezusatz gewaltiger Anstieg d. Visk. bis Maximum und im Überschuss d. Säure wieder Abnahme

p. 227 Zusatz v. Schwermetallsalzen geben mit Eiweiss komplexe Salze

auch hier Maximum d. Visk. welches d. Maximum d. elektr. Überführbarkeit entspricht und d. elektr. Leitfähigkeit



Visk. erklärt alles durch Änderung der Hydratation

Hämoglobin Rolle 2-3 pp Eisen

Neutralsalze bewirken Abfall d. Visk. u. Koagulierbarkeit äusserst empfindlich (schon $\frac{1}{10000}$ merklich)

Gokun Beeinfl. d. Visk. d. Kolloide durch Elektrolyte Koll. Z. 3, 84, 1908

Tokar, Hex etc. Einfluss d. Zeit!

Rankine Abnahme d. Torsionskraft in Gelatinelösungen ~~Koll. Z. 3, 180, 1908~~

Phil Mag 64, 1906

elastisch ...

Innere d. El. ... konstante

Malcolm Doppelbrechung in Koll. (Gelatine) hervorgerufen durch elektr. Endosmose Phil Mag 72, 1906

Woudstra Über d. innere Reibung kolloidaler Silberlösung Z. phys. Ch. 63, 5, 1908

Nimmt ab mit d. Zeit, ebenfalls bei Elektrolytzusatz, } beides infolge bekanntlich allmählig Koagulation hervor

" zu mit Konzentration

nach Bredig's Methode hergestellt

Woudstra HW Koagulation von Ag Lösung durch Elektrolyte: Z ph Ch 61, 5, 1908

Farrow FD W. d. Viskos. wässriger Natriumpalmitat lösung u. d. Einfluss v. Elektrolyten auf dieselbe J Chem S. 101, 347–357, 1912, Koll Z. 11, 305,

Alkalisalze d. höhern Fettsäuren sind Koll. (ausser in allergrösster Verdünnung)

bei Zusatz von Elektrolyten zunächst Abnahme d. Visk. bis Minim., dann rapider Anstieg

dagegen Zunahme bei wachsender Konzentration

Remy H. Beiträge zum Hydratproblem Z ph Ch. 89, 467, 529, 1915 Koll. Z. 16, 172, 1915

(Berechnung d. Wasserhüllen)

Bethe & Toropoff Elektrolytische Vorgänge an Diaphragmen Z ph Ch 89, 597, 689, 1915

Hauser Fr. Abhängigkeit d. Durchlässigkeit fester disperser Systeme von d. Temperatur

Koll. Z. 13, 148, 1913 (Dissert. Erlangen 1912)

für Wachs, Schellack und Harzgummi: abnehmend mit Temp.

Kolophon. nimmt zu bis 30°, dann Abnahme

↑ Temp. bei der sich d. Wachstum d. Ausdehnungskoeff plötzlich verlangsamt.

Schmidt Frank J. (Inaug. Diss. Erl. 1911 u. Koll Beih. 4, 205, 1913)

S. Sbrozzi Die elektr. Umladung d. Seide Koll Z. 13, 194, 1913

Sehr interessant, auch Besonderheiten von Stock

→ McBain, W James & Taylor, Konstitution v. Seifenlösungen Z ph Ch. 76, 179, 1911 Koll. Z. 13, 72, 1913

Leitfähigkeitsmessungen von Natriumpalmitat 0·01–2 n (Palmitinsäure)

beweist, dass solche Lösungen Gemische sind v. Kolloiden sauren Natriumpalmitat und Natronlauge

W.A. Patrick Oberflächenspannung u. Adsorption Z ph Ch. 86, 545, 1914

Gibbs' Gleichung ~~ist~~ kontrolliert, qualitativ aber nicht quantitativ richtig !

[illegible] Koll. Z. 1908 ?

C. Doelter Ü. d. Umwandlung amorpher Körper in kristallisierte Koll. Z. 7, 29, ~~86~~, 1910
(Siehe auch Zsigmondy Koll. Chemie p. 131)

Duclaux Kolloide betrachtet als Elektrolyte Koll. Z. 7, 73, 1910

Zsigmondy Koll. Chem. zusammenfassende Zusammenstellung:

p. 241 Neutrales Eiweiss (vorhergehend gereinigtes) mit Säure versetzt wird positiv elektr. (Kataphorese)
Alkali negativ

W. B. Hardy 1900 W. Pauli 1906

Innere Reibung steigt bei geringem Säurezusatz sehr stark $\frac{n}{100}$ HCl bewirkt 1068 − 1209

Pauli erklärt dies durch verstärkte Hydratation d. Eiweissionen als Folge ihrer Ionisierung

(Fällbarkeit durch Alkohol geht verloren durch [illegible]

[illegible]

Ähnlich wie Säureüberschuss wirken zugefügte Neutralsalze (NaCl, $NaNO_3$ etc.)

[illegible]

p. 243 Die elektr. geladenen Eiweissteilchen sind als Hauptträger d. inneren Reibung d.
Eiweisslösungen anzusehen (Laqueur u. Sackur, Hardy, Pauli u. a.)

Reissig J. Ultramikroskop. Beobachtungen Inaug. Diss. Erlangen 1908 Parallele Goldkolloid
Koll. Z. 5 ~~[illegible]~~ Erst in verdünnten Lösungen werden alle Teilchen sichtbar
266, 1909 Beobachtet Teilchenzahl prop. Beleuchtungsintensität || HCl bewirkt Koagulation (Zeit-Kurven)
Maximum d. Stabilität im isoelektr. Punkt, dagegen [illegible] (für gerinnenden Punkt) merklich für + wie − Ladung
in Widerspruch zu Hardy aber [illegible] Billiter
Dabei ist freie H Säure in der Lösung im isoelektr. Punkt
Koll. Lösungen stabiler bei großer Verdünnung
Auch HCl [illegible] verschiedener Konz. aber gleichen Gehalt übt verschied. Wirkung aus

N. Pappadà (Gazzetta chim. ital.) p. 177:

1910 .. Fällende Wirkung von Elektrolyten unabhängig vom Anion

aber abh. vom Atomgewicht d. Kations:

am ungünstigsten Na K Rb Cs am meisten

Traube Ph. Ch. p. 57

Atomvolumina der Elemente

Li	Na	K	Rb	Cs		Mg	Zn	Cd	Hg	Al	
11.8	23.7	45.7	56.2	70.7		13.8	17.2	18.2	14.8	10.2	
Ca	Sr	Ba			Ag	Au	Pt	Ni	Cu	Fe	Cr
25.4	34.5	36.5			10.2	10.2	9.1	7.1	6.8	7.1	7.8
Cl	Br	J									
25.0	25.6	25.6									

p. 120 in Verbindungen: C ... 9.85 Hydroxylsauerstoff 0.4–2.3

H 3.05 Karbonylsauerstoff 5.5

W. Voigt (Wied.) Ann. 19, 39, 1883 Scheinbare Adhäsion von Glasplatten

(Winkelm. I p. 885) Art der Luftschichten, welche an festen Körpern kondensiert sind.

J. Meyer Schmelzpunkt d. CCl_4 Z. ph. Ch. 90, 721, 1915

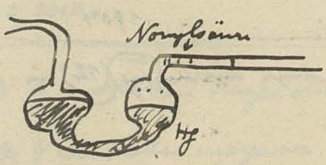
Starker Einfluss absorbierter Luft von 5.46° bis 5.32°

Drucker, Jimeno, Kangro, Dampfdrucke flüssiger Stoffe bei niedr. Temp. Ibid. p. 513

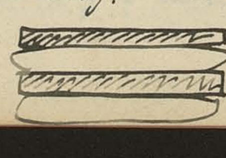
Hexan, Alk. etc. etc. bis −100°

Verwend. von Hughes Manometer mit hoher Steighöhe

Empfindlichkeit 0.001 mm Hg.



Erschütterungsfreie Aufstellung:



← Marmorplatten

← Sanddecken

HW

Woudstra Koll. Z. 8, 73, 1910. Dispersitätsgrad u. innere Reib.

Verringerung d. Visk.: 1). Elektrolytzusatz

2). Erhitzen

3). " mit Elektrolyt

4). Schütteln → „zu unbedeutend um irgend welche Schlussfolgerungen"! (sogar nach Verfassers Angabe)

(171.2 → 171.05)

I). W. Fe_2O_3-Sol

Zusatz von 0.06 millimol KCl auf 26 cm³ ...... s/p 168.8 → 165.8

39
35.5
0.0745 g

0.00447 g. : 26 = 0.00017 g/cm³

= 0.017 %

$c = 0.069 \cdot \frac{0.017}{5}$ 207 · 276

= 0.000235

zur 100 μμ ? = 10^{-5}

II). Millimol pro 11 cm³

	KCl τ
—	177.5
0.0025	174.0
0.0050	172.4
0.0075	175.2
0.0100	175.5

III). K_2SO_4 auf 26 cm³

	177.5
0.009	169.6
0.025	175.9

neutrales K-oxalat

	177.5
$7.5 \cdot 10^{-5}$/11 cm³	176.3
1250	190.7

also bei sehr geringem Zusatz anfangs Abnahme ~~später~~,

bei stärkerem Zusatz Zunahme (dabei Trübung)

Jedenfalls mit Vorsicht zu betrachten
solange diese als Verringerung d. Dispersitätsgrad aufgefasst nicht
genügend experimentell festgestellt

Erwärmung durch mehrere Tage (12) in Jenaer Röhren auf 45° 168.6 → 166.7

Sven Odén Koll. Z. 9, 100, 1911 (Sehr wichtig)

Die Änderung d. Dispersitätsgrad[illegible] S-Hydrosole

Für gleichkörnige:
I) bei konst. Salzkonzentration nehmen t_0 und k ab wenn Dispersion wächst; t_0 bedeutend schneller als k
II) " " Dispersitätsgrad ist konst. Konst. dagegen t_0 symbat mit Konz. d. NaCl (etwas abnehmend)
III) Zusatz von Säuren in gering. Konz. verursachen Abnahme von t_0, während k unverändert

Svedbergs Sorte / reversible Hydrosole : [illegible]

Konz. d. S [% Koagulum] bei Gegenwart d. Koagulators

$$S = e^{k(t-t_0)}$$

Teilchendiam. cca. 265 μμ

NaCl 0·101 normal

t^0	S pro 100 cm³ Sol.
17·5	22·23
17	14·00
14·9	1·53
11·5	0·05
10	0·01

t_0 wächst rasch mit Zunahme d. Koagulator

k nimmt wenig ab " " "

vollkommen Reversibilität

(für gleichkörnige wird bei [illegible])

Koagulum – proportionale Salzmenge gebunden und zwar um so mehr je größerer Dispersitätsgrad

S = pro [illegible] NaCl-Menge = 0·02781

Sven Odén Koll. Z. 10, 119, 1912

Siehe Z. phys. Ch. 78, 682 1912
Z. Koll. 8, 186, 1911

Stabilität u. Dispersitätsgrad

Teilchendiameter (S-hydrosol) S Konzentration 0·5%

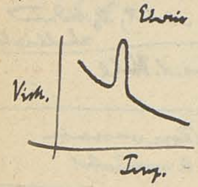
	I	II	III	IV (25)	V (90)	VI (140)	VII (210 μμ)
Schwellenwert in Mol pro Liter HCl	4,80	3,75	3·40	1·85	1·00	0·65	0·50
NH_4NO_3	1,02	0,75	0,67	0,46	0,32	0,25	
NaCl	0,30	0,24	0,20	0,15	0,11	0,09	0, 07
KCl	0,034	0,029	0·025	0·025	0·020	0·020	
$Ba(NO_3)_2$	0,0017	0,0014	0,0012	0,0012	0,0010	0,0010	

Sven Odén Z. phys. Ch. 82, 80, 1912 Zur Kenntnis d. reversiblen Koagulationsprozesses

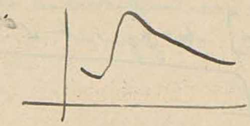
Ag und S Koagul., [illegible] Teilchen, falls [illegible] nicht allzu [illegible] Koagulator

Wo. Ostwald Über die Viskosität, e. Studium d. koll. Zustands Koll. Z. 12, 213, 1913

Viel wüstes Gerede! Verf. betont Analogie d. Viskositätsänderung a. Eiweiss bei Erhitzen u. Verkleisterung v. Stärke,



d. Visk.-anomalien kritischer Lösungen, d. krystallinen Flüssigkeiten und d. Schwefels.



D. Iljin Die Höhenverteilung d. Teilchen bei d. Br. B. Zeitschr. f. phys. Ch. 87, 366, 1914

Einige Beispiele f. d. expon. Gesetz bei Gummigutt, Richmonds Gummi arab. + H_2O ohne Gründe angeben!

K. Jablczynski Bildungsgeschw. d. Niederschläge Zeitschr. 82, 115, 1913

Dispersion u. Br. B. [illegible]

A. Findlay Dasselbe Reaktion 1913
+
Zeitschr. 34, 428, 1900

Sven Odén Zeitschr. 80, 709, 1912 Phys. chem. Eigenschaften d. Schwefelhydrosole

Direkte: $K = \frac{d_{sol} - d_{disp}}{A}$ ← Schwefelgehalt in Gramm in 100 cm³

A:	45.00	18.98	6.40	3.20	1.07.	0.53	} amikroskop.
$K.10^3$	4.81	4.87	5.06	5.19	5.51	5.85	

A:	10.65	8.00	3.00	1.01	} submikroskop.
$K.10^3$:	4.72	4.81	5.00	5.30	

spez. Gew. d. unterkühlten flüssigen Schwefels ist nicht genau bekannt, zwischen 2.03 – 1.90 (bei 160°)

was auch der obigen Grenze für Kontrapunkt [illegible] also grösser Dichte bei kleinem Gehalt u. ~~klein~~ kleineren Dispersion !?

therm. Ausdehnung weiter abnormal

Viskosität:

Korrigierung d. unmittelbar beob. Werte (mit NaCl Gehalt) auf reines Wasser zeigt d. abnorme Vergrösserung bei Koagulation

$\frac{1}{\eta} = Kt + C$

amikrosk. Sol.

gr S pro 100 cm³ Sol	K	C
48.28	0.42	11
30.72	0.87	23
24.14	1.05	29
15.36	1.44	38
7.68	1.73	46
3.84	1.95	52
1.28	2.15	54
0	2.20	56

amikr. $\frac{5\,gr}{100\,cm^3}$ S; $\frac{0.43}{100}$ NaCl

amikr. Teilchen ~~0.22~~ 0.20 – 0.25 (diam. ca 10 μμ)

20° η = 0.01129 η korr. = 0.01126

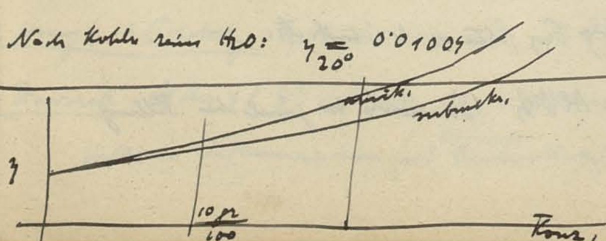
" 0.01091 0.01088 " 0.20 – 0.16

" 0.01086 0.01083 Subamikr. 0.15 – 0.12

(Teilchen diameter ca 100 μμ)

					Gehalt $\frac{50.03}{100}$, 0.76
20°	0.03708	0.03702	"	"	
	0.01717	0.01714	"	"	25.02, 0.38
	0.01281	0.01279	"	"	12.51, 0.19

Nach Kohler reine H_2O: $\eta_{20°}$ = 0.01004



also kontin. Abhäng., kein Abweichen mit Form

Einfl. d. Dispersitätsgrades ($t = 20^\circ$)

Fraktion	Gehalt S	Visk	η	η korr.
> 0·25	5	0·43	0·01129	0·01126
0·25 – 0·20	50	—	—	0·05750
"	5	0·70	0·01109	0·01103
0·20 – 0·16	5	0·43	0·01091	0·01088
0·15 – 0·12	5	0·43	0·01086	0·01083
"	50·03	0·76	0·03708	0·03702

also großer Einfl. d. Dispersitätsgrades bei starker Konzentr.

Abnorme Steigerung bei Koagulation. → Vgl. ... p. 732: [illegible] Disp. [illegible] Koagul. [illegible] [illegible] [illegible] Siehe Herzog

Falsch!

Oberflächenspannung unverändert bis $\frac{45}{100}$ Gehalt!

Beziehung in der ... : $\frac{\eta_{sol} - \eta_{disp}}{\text{Schwefelgehalt}} = 730$ (annähernd).

R. O. Herzog Bemerkung ü. d. Visk. kolloider Lösungen Koll. Z. 8, 210, 1911

"möglicherweise Einfluss d. ~~an~~ Menge d. an die Teilchen gebundenen Dispersionsmittels"

Abnahme d. Visk. eines Suspensionskolloids: ~~...~~

As_2S_3 $\underline{\text{A.}}$ Meier von 43'9" bis 41'29" in 25 Tagen, wobei Dichte von 1·0069 – 1·0011 abnahm.

(was soll das bedeuten ?)

"kann indirekt verursacht sein, dadurch d. Veränderung d. "Teilchengröße", durch Ausscheidung d. Disp. Mittels etc.

H. Freundlich u. N. Ishizaka Die Koagul. [illegible] Al(OH)$_3$ Solen [illegible] Koll. Z. 12, 230 1913

m	$\Delta\eta$ (sek)	$\frac{\Delta\eta}{m}$
0·187	8	42·9
0·28	12	42·9
0·48	21·2	44·2
1·12	55·6	50

gr Al_2O_3 pro Liter

[illegible] ... Elektrolyt.

Susp. von Al(OH)$_3$ Erniedrigung bei gänzlicher Fällung

Es zeigten sich aber jene Werte abhängig von Art d. Elektrolyten, bei ...

KNO_3 $\Delta_{700} = 74$ $\Delta_{700} = 22{\cdot}0$

$K_3Fe(CN)_6$ 104 $52{\cdot}0$ }!

... e ... Flocken ...

... Schütteln!

bikonvex...

E. Hatschek Allg. Theorie d. Visk. ~~...~~ zweiphasiger Systeme Koll. Z. 12, 238, 1913

D. Visk. d. Dispersoide Koll. Z. 7, 301, 1910

$\eta' = \eta(1 + 4{\cdot}5\,f)$

" 8, 34, 1910

$\eta' = \eta \frac{\sqrt[3]{f}}{\sqrt[3]{f}-1}$. $f = \frac{\text{Gesamtvol.}}{\text{Volum d. disp. Phase}}$ $\left(= \frac{1}{\varphi}\right)$ eventuell Schaffung d. Scherungsgeschwindigkeit

$\boxed{\text{Koll. Z. 11, 280, 1912 Deutung d. Adsorptionshülle aus Sven Odén's Messung zu } 0{\cdot}87\,\mu\mu}$

$\frac{\eta}{1-\sqrt[3]{\varphi}}$

... 74·04 %

$\therefore \quad A = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\right)^3$

Rufka Üb. d. innere Reibung koll. Metalllösungen Wien. Ber. 120, 1172, 1911

Faust Z. ph. Ch. ... 1912

Hess W. (... p. 91) $\eta' = \frac{\eta}{1-\varphi}$

R.O. Herzog & A. Polotzky Z. ph. Ch. 87, 449, 1914 D. Diff. einiger Farbstoffe

D. Zavrieff Notiz ... Koll. ... unedlen Metallen ... Zerstäubung ibid. 507

Holzkisten Instrumenten...kasten (und für Wasser Funkenstrecke) äußerst bequem

1913 ... 230

F. Eckert & R. Pummerer Photogr. Spektralphotometrie d. Abs. Spektren v. Farbstoffen

Zphys Ch 87, 599, 1914

(Wasser, rotierender Sektor ... Zeit für photogr. Wirkung maßgebend, innerhalb gewisser Grenzen)

F A Schulze ... 1926 ...

Zphys Ch 88, 490, 1914

Ursache gegen Tyrer Zphys Ch 87, 169, 1914: $\underline{M}(c_p - c_v) = 10$ Kalor.

für eine große Anzahl v. Flüssigk.

auch thermodyn. ...

K. K. Järvinen ... Molekularattraction 88, 428, 1914 siehe 82, 541, 1913

für Atomzentren $F = \frac{m^2 k}{r^n}$ n ungefähr = 6

für Molekularattraction $F = \frac{m^2 k}{(r - b r_0)^5}$ daraus folgt $\frac{C_a}{W_i \; \alpha}$ = ... = konst = 129 ... / 163 ...

innere ... Vol. ...

für viele (organ.) ...
$k s =$ konst

... Siedepunkt ∴ Attr. f. ... Volum ... (?)

W J Jones & J R Partington Übersättigungstheorie Zphys Ch 88, 291, 1914 (Sehr wichtig!)

S. auch Jones Zphys 82, 448, 1912, Ann Phys 41, 441, 1913.

R Ludwik Kohäsion u. Atomvolumen Zphys 88, 632, 1914

$$\sigma = k\,n\,(T_s - T)$$

Empfindlichkeit reziproc. Atomvolumen Schmelztemperatur

H. Remy Beiträge zum Hydrat problem II Z. Ph. Ch. 89, 529, 1915

Annahme d. Hydrat-Absorptionshüllen bei Elektrolyse eine der Elektroosmose analoge Effekt ergeben und hypothetische Zerlegung d. Überführung durch Relative in gemessene Bestandteile

Übereinst. mit früherer Arbeit. Viel Bemerkungen ü. Elektroosmose

[Entscheidung sehr einfach durch inverses Phänomen: elektromotorische Ströme!]

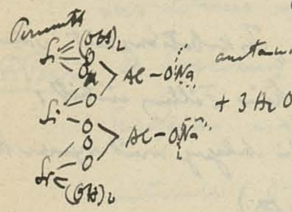
R. Ellis Eigenschaften v. Ölemulsionen III Koagulation durch Koll. Lösung ebenda 129

G. Schulze Ionendiffusion in Permutit u. Natrolith ebenda 168

Na austauschbar gegen Ag Diff. const $1.3 - 1.9 \cdot 10^{-8}$ in Permutit

$1.58 \cdot 10^{-10}$ in Natrolith

Permutit



austauschbar bei ... $AgNO_3$ ...

F. Powis ... ebenda 179

...

F. Powis ... Koagul. Koll. Lsg. 186

... Koagul. ... (0.030 V) ...

Konz. ... 0.030 Volt:		Konz. für Null:
KCl	51 – 156	5000
$BaCl_2$	19 – 0.65	95
$AlCl_3$	0.020 – 0.00058	0.51
$ThCl_4$	0.007 – 0.0041	0.0156

Koagul = ...!

Rayleigh Nickelmanometer beschrieben: ebenda p. 159 aus Z. f. ph. Ch. 37, 713, 1911

Empfindlichkeitsgrenze 0.00058 mm

Roselli J. Der Widerstand bei der Bewegung kleiner nicht kugelförmiger Körper in einer Flüssigkeit

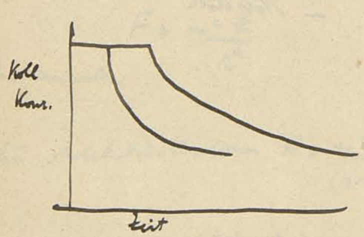
CR 152, 133, 1911, Ref. Koll Z. 11, 90, 1912

(rote Blutkörperchen, unbelad. Theorie)

H. H. Paine Die Koagul. Geschw. von kolloidem Kupfer Koll Z. 11, 115, 1912

Cu-hydrosol (nach Bredig) Leitfähigkeit $1 - 3 \cdot 10^{-6}$

* Koagulation infolge Na_2SO_4 od. KCl; von Zeit zu Zeit Abstoppen d. Koagul. man entweder durch Erhitzen bis 100°C oder durch kräftiges Schütteln, was ein rasches Zusammenballen d. gefällten Flocken und Absetzen bewirkt. Dann Titrieren mit verd. $AgNO_3$ bis Färbung (gelbbraun) verschwindet, was der Abs. Lösung d. Cu entspricht



1). Es besteht eine Anfangsperiode „Inkubationszeit" während welcher die Lösung klar bleibt u. keine Fällung eintritt; wahrsch. ist Zeit erforderlich bis die Anlagerung weit vorgeschritten, dass Fällung erfolgt (Sela richtig)

2). Bei verschied. Konz. d. Kolloids waren Zeiten, die einem gleichen Bruchteil d. anfänglichen Betrages ausfällen, prop $\frac{1}{\text{Anfangs Konz.}}$; nachdem die Menge d. Niederschl. $\sim$ Konz., also ist Koll. Geschwindigkeit $\sim$ (Konz.)^2 was mit Massenwirkungsgesetz übereinstimmt (?) und beweist dass nur gegenseitige Anlagerung (nicht Kondens. an Kernen!) in Frage kommt.

3). Bei verschied. Betrag d. Elektrolyten ist Koagul. geschw. $\sim$ [Anionen konzentr. in d. Lösung]$^{5 \text{ od. } 6}$

Dies innerhalb sehr weiter Grenzen (2 Min. — 4 Tage) gültig

Kein Anzeichen für d. Einfluss d. isoelektr. Punktes. Kein Anzeichen für Adsorption einer zur Koagul. erforderlichen Menge.

Sondern Curven ganz stetig und ähnlich nur Zeitmaßstab verschieden.

Freundlich's Asymmetrie Theorie nicht widerlegt, weil Koagul. nicht merklich abhängig von Weise wie Elektrolyt zugefügt wird.

Aber vielleicht schwankt die Anzahl d. adsorbierten Ionen und dementsprechende Pot. Diff. bewirken Koagulation.

[?]

N. Russo u. G. Rossi   Die Einfl. d. kolloid. Schwefels auf d. elektr. Leitfähigkeit einiger Elektrolyte

Koll. Z. 11, 121, 1912.   (Weiter: 13, 289, 1913!)

Nach Methode von N. Russo hergestellte S-Sole, enthalten etwas H_2SO_4, Na_2SO_4

Gehalt daran lässt sich bestimmen, wenn S^0 infolge Aussetzens ans Sonnenlicht rasch

koaguliert (!!). Es zeigt sich dass Leitfähigkeit nach Fällung d. S weit grösser war als im

koll. Zustand! Bei andern zugesetzten Salzen bald grösser, bald kleiner

F. Powis   Der Einfluss d. Zeit auf d. Pot. diff. an der Oberfl. von in wässrigen Lösungen suspendierten

Öltröpfchen   Zphch 89, 179, 1914   [Koll Z. 16, 175)

ändert sich rasch bis Wert welcher von Konz d. Elektrolyte abhängt, dann langsam bis Gleichgewicht

aber letzteres nicht Fortsetzung d. anfängl. Änderung

F. Powis   Die Beziehung zw. d. Beständigkeit einer Ölemulsion u. d. Pot diff. an d. Öl-Wasser

Grenzfläche u. d. Koagulation kolloidaler Suspensionen   Zphch 89, 186, 1914 (KZ 16, 175)

unterhalb 0.030 Volt erfolgt Koagul. und zwar mit Geschw. welche ~~...~~ für alle

Pot. Werte gleich ist.

Marc R.   Ü. d. Kinetik d. Adsorption   Z f. Elektrochemie 20, 515, 1914

Abhängigkeit von Rührgeschwindigkeit (Ads. von Gummi arab. u. Stärke durch

$BaCO_3$, $CaCO_3$ etc)

Ads. geschw.
anfänglich ~ Rührgeschw.

aber zeitlicher Verlauf nicht konstant; anfangs starke Ads. später immer langsamer

also ist Ads. nicht nur durch Diffusion bedingt, sondern durch Zustand d. Oberfläche

(Wirkung zusammenhängend mit d. Betrag d. Adsorpt. ausübenden Kräfte) mit bedingt.

[dasselbe wie bei d. langsamen Koagulation, d. Auflösung zusammenhängend etc.!]

!!!

J. Povis Der Einfluss v. Elektrolyten auf d. Pot. diff. a. d. Öl – Wasser ... Pt.-amalgam ...

wo – ... Z. Ph. Ch. 91, 1916

Rückwärts ... Methode $V = \frac{V_c + 0.55\, V_s}{1.55}$ $W = -\frac{C_c - V_s}{1.55}$

... [... Elektroden ! ...!]

B. Alle Anionen ... Pot diff negativ ...
Kationen ...... positiv -- } ...

Die ... Konz. d. Pt ... Konz. ... Pot ...

85, 660, 1913

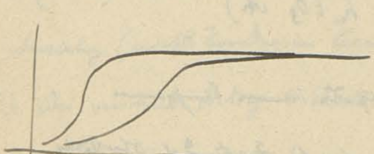
H. Freundlich u. Schucht   Über die Geschwindigkeit d. Adsorption ... Z. ph. Ch. 89, 417, 1914

" E. Hase

HgS-Sol + Neufuchsin } mit der ... Flocken ...
S + " }

$$\frac{dx}{dt} = 2k_2 t(1+b_2 x)(1-x) \quad \text{oder} \quad = 2k_3 t(1+b_2 x)(1-x)^2$$

$$\frac{dx}{dt} = k_1(1+b_1 x)(1-x)$$



$k = \kappa \alpha^p$ $2 < p < 7$

↓

adsorb. Farbstoffmenge

H. Remy Beiträge zum Hydratproblem. Z. ph. Ch. 89, 467, 1914 (I)

Annahme: H-Ionen unhydratisiert, alle anderen hydratisiert; Änderung d. Wasserhülle aus Stokes und elektrolyt. Beweglichkeit

Ion $\frac{H}{O}$

Hydr. Wärme

[illegible] CR 152, 1282, 1911 22° 2.9 [illegible]

0	0.24	0.33	0.53	0.66	1.05	2.4
0.01016	1023	1025	1029	1033	1045	1074

E. C. Bingham [illegible] E. C. Durham Am. [illegible] J. 46 278, 1911

[illegible] 3.11 – 11.6 %

[illegible] 1.66 – 6.2 %

[illegible] 0.57 – 4.8 %

[illegible] 0.39 – 1.04

[illegible] Fluidität [illegible]

[illegible] Fluidität [illegible] = 0

V. Rifka [illegible] 129 1193, 1911

[illegible] 216

20° 0.01804 1806 463.2 mg [illegible] = 1 Liter $\varphi = 0.000045$

30° 0.00813 0.008138 ([illegible])

[illegible] 216 [illegible] Z. phys. Ch. 63, 619 1908

668.0 mg [illegible] = 1 L

20°	0.01018	1.018
30°	819	813

[illegible]

10°	5	125	25	60	0
	1414	1655	2208	4709	1307
	1307	1307	1307	1307	
	107	0348	0901	3402	

~~1307.1090~~
~~9744~~

1307
9149
11763
~~1434~~
1410|3

$\frac{1307}{1004} = 1302.$

1243
3729
24
1618

1663.1302
4989
33
2165

4016.1302
12048
80
5229

Kurki szklane
węgle do lampy

Akkortat
Zwierciadło ?
Sznurka
fotometr
Krążek baterye

Termometr

Notatki Rolebuk
Okucka

Banchi CR 1911

A. Thiel u. E. Caspar G. d. Temp. v. Kältebädern mit festem CO_2 Z. phys. Ch. 86, 257, 1913

M. Le Blanc Ü. Kristallwachstum u. Auflösung in wässriger Lösung Ibidem 338

abwechselnd Auf., u. Ab., 2 Kristalle v. $K_2Cr_2O_7$ in Paraffin eingebettet mit Ausnahme einer Fläche

gutes Umrühren ; 35°

Annahme: $\frac{dx}{dt} = K.O.(C-c)$ — unbedeckte freie Fläche

Löslichkeit 17.72 in 100 g Lösg.

Kristallwachstum

	Gewichtsdiffer. in mg.	Versuchsdauer Minuten	C − c	K
A	21.1	20	1.00	0.016
	73.2	41	0.46	11
	15.6	90	0.40	0.007
	8.5	60	0.32	0.007
B	19.0	20	1.00	0.018
	16.7	46	0.46	14
	12.8	50	0.42	12
	19.1	95	0.40	10
	13.0	65	0.32	9
	5.0	50	0.25	7

Auflösg.

A	66.9	19	1.91	0.028
	35.5	20	0.93	29
	77.6	57	86	26
	21.5	24	60	23
	26.4	82	15	28
	15.0	88	11	24
B	48.7	16	1.91	0.030
	30.6	20	0.93	31
	59.8	44	0.86	30
	30.5	32	0.60	30
	26.1	90	0.75	36
	16.5	92	0.11	31

Also Auflösung wirklich Diffusion weil K = const., dagegen Wachstum nicht! Ursache ist ungeklärt

Freie Flächen A: 6.55 ; B 5.30 mm²

Siehe M. Le Blanc u. W. Schmandt Z. phys. Ch. 77, 614, 1911, wo dasselbe mit feinem Kristallpulver gezeigt war

A Sachanow u N Rjachowsky D. Viskosität v. Flüssigkeitsgemischen Zph Ch. 86, 529, 1913

Liebe an Ostwald ... 84, 643, 1913

Visk 2 ... Vz ; ... Constante a (Vol.)

$$\eta = \eta_1 \left(\frac{100-a}{100}\right)^2 + \eta_2 \left(\frac{a}{100}\right)^2 + 2\sqrt{\eta_1 \eta_2}\,\frac{(100-a)\,a}{100^2}$$

Woudstra Zeitsch 63, 619 (1908) ... Ag 216

A 490'4 mg Ag / Liter   B 385'0 mg Ag / Liter

B

Gehalt: mg Ag / Liter	η
490'4	1'0457
385	98
336'9	57
288'7	45
190'25	21
93'10	13

A 25 cm³ Agsol + 1 cm³ H_2O

Zeit in Tagen	η
3	1'0457
17	201
28'5	107
37	77
52	118

2). 25 cm³ Ag sol + 1 cm³ KNO_3 = 0'03 milli mol

A

Zeit	η
~~5~~	~~1'0069~~
~~15~~	~~244~~
~~29~~	~~40~~
~~38~~	
~~51~~	

Zeit	η
7	1'0103
20	103
30	51
39	81
53	126

25 cm³ Ag sol + 1 cm³ $BaCl_2$ = 0'0003 milli mol

A

8 / 10	1'0115
22	57
23	43
31	9995
39	8
53	13
	2

1). ...

2). ... / Visk.

3). ... Visk ...

Wigand Ü. d. Natur d. Kondensationskerne in d. Atmosphäre, insbesondere ü. d. Kernwirkung v. Staub u. Rauch. Met Z. 30, 10, 1913.

Langevin, Ü. d. innere Bewegung flüssiger Krystalle C.R. 154, 1359, 1912

Ref. Phys Z. 16, 122

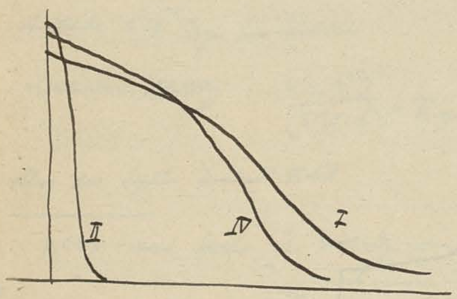
1913

Wiegner Koll. Z. 8, 227, (1911)
Lottermoser " 15, 145 (1914)
Ischorscha Zphch 83, 97. (1913)
Freundlich u. J. " 85, 398 (1913)

Rayleigh Kugeln > 6-10 λ
PRS. 90, 219, 1914
Proc. ? 1187, 1914

A. Lottermoser Optische Untersuchg. ü. d. Fällung d. Wolframsäure durch Säuren aus Natriumwolframatlösungen Koll. Z. 15, 145, 1914

Messung d. Lichtdurchlässigkeit mittels photoelektr. K-Zelle, in Abh. d. Zeit nach Versetzen einer Na-Wolframatlösung mit ~~[illegible]~~ HCl oder H_2SO_4



II. 100 cm³ (1/5 norm Na_2WO_4-Lösg) verdünnt auf 500 cm³ und versetzt mit 50 cm³ 2norm HCl

IV. 100 1/5 ...
500 ... 20 cm³ 2norm HCl

Tabellen

Duclaux Der Mechanismus d. Gerinnung CR 154, 1426, 1912

Ref Koll. Z. 16, 115,

[illegible] ~~[illegible]~~ [illegible]

[illegible] Vol. [illegible] Volumen ; [illegible]

Wenn also [illegible] 1 grammol / Liter [illegible] Grammol [illegible]

[illegible] 1 Liter [illegible] ; [illegible] Kolloiden der Fälle [illegible]

[illegible] Kol. [illegible] Koll. [illegible]

[illegible] Koll. [illegible]

Lottermoser, Vers. I

250 cm³ 1/5 norm Na_2WO_4-Lösung verdünnt auf 500 cm³ und mit 50 cm³ 2 norm H_2SO_4 versetzt

Zeit	Lichtdurchl. %	
1	85·9	
2·5	82·6	
4·5	82·6	
5·5	80·3	1·24
8	80·3	0·47
10	78·2	~~0·855~~
16·5	77·3	
21	74·4	0·345
31	72·4	0·20
34	71·3	
38	69·4	0·43
47	66·3	0·344
53	63·2	0·40
57	62·3	
69	51·4	0·90
71·5	49·4	
73·5	48·4	0·99
74·5	46·5	
77	43·5	
78·5	41·9	
80	39·0	
82	37·0	1·26
84	34·9	
86	31·9	
87	30·9	
89	28·9	
90	27·2	
91	26·2	1·15
93	24·3	
95·5	22·3	
97	19·4	
98	18·4	
99·5	16·5	
101	14·7	0·994
102	13·7	
103	12·7	
105·5	11·7	
108	8·8	
110	7·9	
112	6·9	0·43
114	6·9	
116	5·0	
119	4·1	
124	2·0	0·06
126	4·0	
128	3·5	

Vers. III. ?

Vers. IV

100 cm³/500 ---- mit 20 HCl (2 norm)

t		
1·5	83·2	
3	3·8	1·06
5	3·8	
7	3·0	
9	0·8	0·35
11·5	1·5	
14	2·5	
16	2·3	0·20
18·5	1·0	
21 / 23·5	79·6	
26	8·8	
28	8·6	0·35
30	7·9	
31·5	6·0	
33	5·3	0·35
37	5·6	
41	2·7	
43	1·6	
45	69·6	0·94
47·5	6·2	
49·5	5·1	
51	3·3	
52	1·8	
54	0·4	
56	58·2	1·36
58	5·3	
59	3·8	
61	49·7	
63	~~47·7~~ 44·6	
63·5	46·7	
64	45·8	1·49
65		
67·5	40·9	
68·5	39·0	
71	34·8	
73	30·5	1·32
73·5	29·0	
74	28·2	
78	25·7	
79	22·9	
81	21·6	
81·5	19·3	
82·5	17·9	
85	14·8	
87	11·8	1·22
88	11·1	
89·5	10·2	
91	9·4	
93·5	7·8	
96·5	5·7	0·39
98·5	6·3	
101	5·5	
105	4·7	
106	3·9	
109	3·2	
110·5	3·2	
112·5	2·4	
124·5	4·7	

Vers. II

100 cm³/500

50 .. HCl (~~2 norm~~)

t		
1	88·4	
1·5	84·1	4·3
3	79·8	
4·5	60·9	12·3
5	55·1	
5·5	44·9	
6	40·6	13·7
7	27·6	
7·5	20·3	
8	14·5	12·6
8·5	8·7	
9	7·2	2·9
10	4·3	2·1
12	0	

E. Hatschek D. Beständigkeit v. Öl-Wasser Emulsionen Koll. Z. 9, 159

Untersucht v. Wm. C. Mc. C. Lewis Koll. Z. 4, 5, 211 (1909) → kritische Teilchengröße, in Übereinstimmung mit Ansicht v. Donnan Zeitschr. Ch. 46, 197 (1903) [illegible]
5, 2, 91 (1910)

E. Hatschek " 6, 5, 254 (1910)
7, 2, 81 (1910

Durchmesser ca 0.4μ, negativ (0.05 Volt), Ladung = $4.4 \cdot 10^{-7}$ (elektrost. Einh.)
also ähnlich wie Koll. Metalllösungen

Emulsion mit $\frac{1}{1000}$ Gesamtvolumen an disperser Phase
1 cm³ enthält $3 \cdot 10^{10}$ solcher Kugeln, Abstand $3.25 \cdot 10^{-4}$ cm

Anziehung $1 \cdot 10^{-11}$ Dyn pro Teilchen

elektrostat. Abstoßung: $\frac{(4.4 \cdot 10^{-7})^2}{(3.25 \cdot 10^{-4})^2} \cdot \frac{1}{K=80} = 2.3 \cdot 10^{-8}$ Dyn also 2300 mal so groß als Anziehung!!

Also das System äußerst stabil

p. 163 aber Abstoßung d. Entladung durch Kationen bei genügender Elektrolytmenge wohl möglich
noch immer in Öl [illegible]
da aber nun kein Abstoßung so findet nun Zusammenstoß und Vereinigung statt
ganz wichtig
schreitet fort mit abnehmender [illegible]
[illegible]

Verschwinden d. Teilchen ist nicht augenblicklich; oft bemerkt (2–25μ [illegible]) wo 20–30 Std. nach d. [illegible] der Konturen [illegible] 2 [illegible]
Stabilitäts-erklärung falsch
Schutzwände schwach + geladen, dadurch erklärlich, dass viel Öl daran haften bleibt

(Teilung und Agglomeration ganz verschiedene Vorgänge)

N. Pappada Ü. Koagul. u. Gelatinierung d. Kieselsäure Koll. Z. 9, 164
1903–1905
hat schon vor und mit Perrin 1904 gezeigt dass gewisse Ionen das SiO_2 stabiler machen, aber Perrin's Regel nicht immer richtig: { SiO_2 negativ und stabiler durch H / Ag, As, Pb " " " OH

" Ü. d. Koagul. d. Fe. Cy. Cu ibid. p. 136

I). Koagul.-wirkg. d. Elektrolyte wächst mit Wanderungsgeschw. d. Kationen (H, Cs, Rb, K, Na, Li) Cl / NO_3 / SO_4
II). Wertigkeit
III mehrere organische Stoffe ganz wirkungslos

Liesegang Kolumnitzky (in Solen) bei Diffusion Koll Z. 16 p. 76
ü. d. Schichtungen Leipzig 1907

H. Freundlich u. N. Ishizaka Nachtrag z. d. Abh.: Üb. d. Bez. zw. Koll. u. Adsorpt. u. Fällungsgeschwindigkeit

Zphch 85, 398, 1913

Versuche über die autokatalytisch verlaufende Fällung von $Al(OH)_3$ Sol sind nicht genau genug um zw. ~~[illegible]~~ Gleichg. I u. II Adg. zu entscheiden.

S. Glixelli Elektrische Überführung d. Sole Koll Z 13, 194–200, 1913 (Sehr interessant

erinnert an Stark aber hier passt andere Erklärung: Dissoziation d. H Ions OH

Zinnsäuresol – Beweglichkeit nur Funktion der H Ionen ohne Rücksicht auf Anionen

gut ausgewaschen → Anode ; (positive Ladung) (nimmt ab mit steigender Säurekonz., isoelektrisch bei

0·00011 mol Säure, dann Umkehrung (+ Ladg steigend) Leitfähigk. Sol > Medium solange + Ladg. < − } !!

F. Herzheimer Üb. d. Zerstreuung d. Lichtes in trüben Medien Ph Z 13, 1106, 1912

Apparat für Messg der Absorption bei verschiedener Richtg d. austretenden Strahlen

angewendet auf NH_4Cl-Dampf ((wahrscheinlich) Teilchen über 0·001 mm – 0·002 mm)

1). (Richtungsabhängigkeit) Stimmt annähernd mit Rayleighs Formel*) unter Annahme $y = \frac{2\pi R}{\lambda} = 2·0$

und k (Abs Koeff = 0·002)

2). Absorpt. ändert sich mit der Zeit und erreicht nach ca ¼ Stunde ein Maximum

scheint dass Maximum für bestimmte Teilchengröße bestehe, (könnte ebensogut Effekt d. Absetzens d. Teilchen sein).

*) PRS 84, 42, 1911

M. Peppadà Kolloidales Ag. Koll Z. 9, 265, 1911

Alle Forscher behaupten

1). Koll. Ag ist 2 Elektrolyten [illegible] mikroskop. [illegible]

2). Gruppen [illegible] Koagul. [illegible] O.D. [illegible]

„Meine Theorie":

Die Koagul. beruht auf d. Stöße der in die Kolloidlösung hineindiffundierenden Ionen, die das Kolloid nicht durchdringen können. Läßt man $Al_2(SO_4)_3$ [illegible] koll. Ag [illegible] Koagul. [illegible], langsam hineindiffundieren [illegible] Koll. Ag [illegible] geschleudert u. 6 [illegible] Gruppen, deren Zahl stets wächst.

Nach meiner Theorie:
Die diffundierenden Ionen stoßen gegen die Kolloidteilchen und beeinflussen deren Ox. P.

Wird die Ox. P. d. Teilchen nicht beeinflusst, so kann es die elektr. Doppelschicht nicht neutralisieren und verbleibt im kolloid. Zustand

---

G. Thomae Mitth. aus der Praxis d. Ultramikroskopie Koll. Z. 9, 19, 1911

Teilchen v. Agarcolloid sondern erhöhte Ox. P.

~~[illegible]~~ Au, ~~Ag~~, Pt etc Sol wurde mit d. ... Teilchen, ... d. d. ... pTheorie?

A. Dumanski G. Koll. As_2S_3 Koll. Z. 9, 262

Berechnung d. elektr. Ladung, Größe und Wertigkeit ±20

$r = 15\ \mu\mu$?

S. Miyazawa J. Ch. S. Tokio 33, 1179, 1210 (1912)

N. Ishizaka Z. ph. Ch. 83, 97 (1913)

Freundlich u. N. I. " 85, 398 (1913)

S. Kawamura J. ... Tokio 25, 8 (1908)

G H A Clowes Wirkg d. Elektrolyte .... Koll. Z. 15, 123, 1914

Öl-Wasser-Emulsionen werden erhalten durch Schütteln von Olivenöl mit H_2O + NaOH (so dass alkalisch gegen Phenolphthalein)

Wasser-Öl " zurückerhalten — — + $CaCl_2$ (falls höherer Gehalt als äquivalent zu NaOH)

Falls Ca OH äquivalent, so äußerst labiler Zustand

E. Wigner Änderg einiger physik. Eigensch. d. Kolloide etc. Koll Z 15, 105, 1914

(Insbesondere Viskosität)

Lewis W C McC Größe u. d. Ladg d. Ölteilchen in Öl-H_2O Emulsion Koll Z 4, 211 } !

" Zur elektr. Ladung d. Ag Kolloid " 4, 210

H Freundlich Verminderung d. Krystallisationsgeschw. durch Fremdstoffe Z f ph Ch. 75, 245, 1911

Koll. Z. 13, 130, 1913

Pickardt's Formel ↓ dagegen Freundlich's Annahme → Konz. d. adsorb. Menge

Krystallis. Geschw.: $G_0 - G = k\sqrt{c}$

↑ Konz. d. gel. Stoffs

$\therefore\ G_0 - G = k c^{1/n}$

((R Phillips Rose Einige reversible von $Al_2(OH)_3$ abstammende Hydrosole Koll. Z. 15, 1, 1914

(v 7) = 2,6 g (Trag. d. 10% K_2SO_4) s — Gruppenbildung sehr schön beobachtet. Illustration

Also nicht direkt zusammenhängend!

R. Denthner, Elektr. Zerlg.

F. Hartwagner. Beitrag zur Bildung koll. Au-Lösungen. Koll. Z. 16, 79, 1915

$AuCl_3$ + Alkohol bewirkt sehr langsame Au-Abscheidung, aber sehr rasch im Sonnenlicht

Ebenso andere Reduktionsmittel. Ultraviolettes Licht auch, aber schwächer. Siehe auch d. L. Vanino

Koll. Z. 2, 51, 1907

A. v. Fischer-Treuenfeld Rhythmenbildung bei d. Erstarrung d. Schwefels

Koll. Z. 16, 109, 1915

auf Glaswand

daher Störung auf die erstarrende Masse zu

Erklärung auf Grund d. Volumenverlustes bei Erstarrung

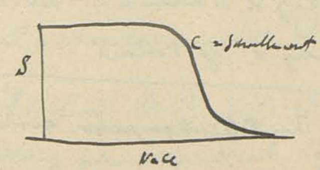
Vielleicht bessere meine Runzelungstheorie!

A. Bethe u. Th. Toropoff Elektrolyt. Vorgänge an Diaphragmen Zeitschr. phys. Ch. 88, 689, 1914; 89, 597, 1915

((Sven Odén Ü. d. Darstellung koll. S-Lösungen v. verschied. Dispersitätsgrad durch fraktionierte Koagulation

Koll. Z. 9, 186, 1911

$Na_2S_2O_3$ mit 0.4 n. NaCl Auflösung
oder 2.9 n. HCl
(diese direkt koaguliert)



Koagulum mit H_2O wieder in Lösung, hat grössere Teilchen und ist empfindlich gegen NaCl
(gibt trübe Lsg)

Gutton C. Ü. d. spez. Induktionsvermögen v. Flüssigk. CR 158, 621, 1914

Anderer Vorzug (?) e e propert. f. Längswellen [illegible]

v Br ...

Versch. α-Monobrom naphtalin 4.72
4.69

F. Schmidt Temp. abhäng. d. Dielektr. Konst.

Bisher widersprechende Resultate betreffs fester Körper

Findet bei Schwefel Zunahme $\frac{dD}{dt} = 0.0010$ von $-140°$ bis $+80°$
$D = 3.87$ 4.10

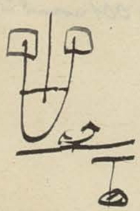
Ca Bi Na-Phosphor $\frac{dD}{dt} = 0.0021$

K. Tangl Ü. d. Oberflächenspannung Pt − H_2O (Kontaktunterbrechung mittelst Kathodenzerstäubung mit Pt überzogen!)

Ann 42, 1221, 1913

G. Borelius Ü. elektrost. Potentials d. Elektrolyten Ann 42, 1129, 1913

Bestimmt wird Pot. diff. zw. einer in die Lösung eintauchenden Elektrode und d. inneren Oberfläche d. [illegible]. Zitatores mittels Multiplikator ...



D. Oberfl. Pot. d. Lösungen u. Kontakt v Isolatoren Ann. 45, 929, 1913

Ähnliche Methode, bei Verwendung einer Kalomel Normalelektrode zur Ableitung aus d. Inneren Ergebnis ... Resultate $P = P_0 + k \log x$ Zeitabschnitt

Bei Glas auch Unterschied ... Ein... bei Paraffin

E. Wilke u. E. Handovsky Untersuchungen am Tyndallphänomen Ann. 42, 1145, 1913

Kitsch!

E. Kron Ü. d. Extinktion d. Lichtes i. d. Erdatmosph. f. d. Ultraviolett Ann 45, 377, 1914

Sehr gute Übereinstimmung mit $\frac{1}{\lambda^4}$, bis 325 $\mu\mu$

(verbunden mit H_2O abzuz. (Fowle)

Unmittelb. Beobachtung ergeben $C = \frac{a}{\lambda^4} + v\, f(\lambda)$

variabel von Tag zu Tag

(Fowle) $= \frac{b}{\lambda^4} + c$ (H_2O)

Sehr interessant, auch Zitierte

Dorlius G. Ü. d. elektr. Erscheinungen d. Grenzflächen v. wässerigen Lösungen u. Isolatoren

Ann. 50, 447, 1916 Siehe früher Ann 45, 929, 1914

Grenzpotentiale P nach Methode für Paraffin-Flüssigkeit

Empirisches Resultat: $P = P_k + k \log x$ } im Bereich der Konzentration bis 0·555 norm.

Leitfähigkeit (~ Konzentr.)

Pot. d. Paraffins gegenüber Lösung

Zeit zur Ausbildung cca 1/4 Stunde

Diese Erscheinung tritt erst von einer Minimumkonzentration an, welche ungefähr 0·001 normal ist

k Werte z.B.:	LiCl	39·6	(Millivolt)
17 Substanzen	HNO_3	34·0	
	KCl	37·8	
	KNO_3	11·5	
	K_2SO_4	29·7	
	NaCl	25·4	
	LiCl	15·1	
	$CaCl_2$	16·2	
	$CuSO_4$	27·9	

P_k Werte sehr schwankend

Diese k Werte lassen sich sehr angenähert darstellen durch

$k = \frac{U-V}{U+V}$ 577 [illegible] so   oder noch besser $k = A\frac{u}{u+v} - B\frac{v}{u+v}$

u, v = Wanderungsgeschw.

	U		V		A	B
H	944	$C_2H_3O_2$	98		+45·3	+14·6
K	564	Cl	148		57·2	+11·9
Na	369	OH	180		48·9	+15·3
Li	247	J	219		19·2	−8·8
Ag	517	NO_3	298		54·0	−27·6

Alle Potentiale in Elektrolyten immer positiver als in reinem Wasser

Erhöhung in kleinen Konzentr. [illegible] größer je größer Wertigkeit d. Kationen

Versucht mit Hilfe jener Formel aus Cohen's Franken's Messungen (über die isoelektr. Konzentr. ~~[illegible]~~ und

die P_i Werte ~~[illegible]~~ zu berechnen: HCl P_i = 95 Millivolt

LiCl 120

NaCl > 140

KCl > 175

(falls P gegen 0·02 norm KCl = 100 gesetzt)

Schließlich Versuche (dreierlei Art) zur Erklärung der empirischen Formel

St. Glixelli: O związku między tworzeniem chemicznem dyspersji i elektroosmozy

dyafragmy porowate — 220 Volt. podczas 1 min.

stężenia elektrolitów do 0·5 n

$SiO_2\ (H_2O)$ żel

HNO_3	0·0005 n	+ v 0·63 → Wasser strömt gegen Kathode also Wand −
	0·004	0·83
	0·326	0·64
	0·166	0·33
	0·47	0·24
		0·12
HCl	0·05	+ 0·30
	0·43	0·347
$\frac{BaCl_2}{2}$	0·002	+ 0·65
	0·02	0·41
	0·06	0·26
	0·5	0·17

H_2WO_4 — v = + 2·66

HCl	0·0062	+ 2·81
	0·045	+ 1·12
	0·207	+ 0·28
	0·8	0

[illegible]

[illegible]
[illegible]
[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
[illegible]		[illegible]	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	

5J

72

$\underline{II}$ 8 p. 1201

Burkhardt:

Nach Poisson: $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-m^2}{4x^2} u$

$$u = x^{\frac{m+1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{\pi} \varphi(x\cos\omega + 2a\sqrt{t}) \sin^m\omega \, d\omega \, e^{-a^2} da + x^{\frac{1-m}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{\pi} \psi(x\cos\omega + 2a\sqrt{t}) \sin^{-m}\omega \, e^{-a^2} da$$

$m=0$

$$\cancel{u = \sqrt{x}\Big\{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{\pi} \varphi(x\cos\omega + 2a\sqrt{t})\, d\omega\, e^{-a^2} da +} \quad \text{durch Grenzübergang für } \lim m=0$$

$$u = \sqrt{x} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{\pi} \varphi(x\cos\omega + 2a\sqrt{t}) \log(x\sin^2\omega)\, d\omega\, e^{-a^2} da$$

$$u = v\sqrt{x} \qquad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{x}\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$v = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{\pi} \log(x\sin^2\omega)\, d\omega\, \varphi(\underbrace{x\cos\omega + 2a\sqrt{t}}_{z})\, e^{-a^2} da \qquad a = \frac{z - x\cos\omega}{2\sqrt{t}}$$

$$da = \frac{dz}{2\sqrt{t}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{t}}\iint \log(x\sin^2\omega)\, d\omega\, \varphi(z)\, e^{-\frac{(z-x\cos\omega)^2}{4t}} dz$$

$$\cancel{N} R^2 \pi c \cdot \frac{2m}{3\cancel{z}} = \frac{2}{3} m \cancel{N} \boxed{R^2 \pi c}$$

$$\Lambda = \frac{8}{3} \frac{c}{\sqrt{n R^2 \pi c}} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{R} \sqrt{\frac{c}{n}}$$

$$mc^2 = \frac{4}{3} R^3 \pi C^2$$

$$\frac{dC}{dt} = -\underbrace{N R^2 \pi c \cdot \frac{2mC}{3}}$$

$$\Lambda = c \sqrt{\frac{2m}{\frac{2}{3} m n R^2 \pi c}} = \sqrt{\frac{3c}{N R^2 \pi}} = \frac{1}{R\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{3c}{N}}$$

An Stelle von: $6\pi\mu R$

Kommt: $\frac{2}{3} mc \frac{R^2 \pi N}{\cancel{z}} = \frac{2}{3} R^2 \pi N c \sqrt{mM}$

$$c\sqrt{m} = C\sqrt{M}$$

Diffusionskoeffizient: $\frac{8}{3} (2R)^2 N \sqrt{\frac{\pi m}{M}}$

Ehrenhaft: 1). Falls Teilchen aus Metall und Wasser zusammengesetzt sind

$$\frac{4\pi}{3}\left[a^3 s + (A^3 - a^3)\right] g = 6\pi\mu A v$$

$$v = \frac{2g}{9\mu} \underbrace{\frac{a^3(s-1) + A^3}{A}}$$

$$\frac{\partial v}{\partial A} = -\frac{a^3}{A^2}(s-1) + 2A \qquad \Big|^{A=a} = a(3-s)$$

somit fallen Teilchen mit Wasserschichte schneller als solche ohne Wasserschichte, falls $s < 3$

also fallen Teilchen ohne Wasserschichte schneller als Teilchen mit Wasserschichte, falls $s > 3$

bis Grenzwert erreicht wird wo:

$$2A^3 = a^3(s-1) \qquad \boxed{A = a\sqrt[3]{\frac{s-1}{2}}}$$ z.B. für Platin $A = 2{,}15\, a$

$\cancel{a^3(s-1) + A^3 = 2A^3}$ in diesem Falle: $v = \frac{2g}{9\mu} 3A^2$

Falls s in Ehrenhafts Formel $=1$ ~~anstatt~~ 21 (Platin), wird e im Verhältnis $\sqrt{21}$ grösser, womit alle Werte grösser werden als 3.10^{10} (nicht anwendbar auf Phosphornebel)

2). Falls ~~Ehrenhafts Formel~~ Orientation im el. Feld welche darin die Fallbewegung erleichtert (zu untersuchen durch Reversion des Feldes)

$$eE - \frac{4a^3\pi}{3} s g = \varepsilon\, 6\pi\mu a v_1$$

$$\frac{4a^3\pi}{3} s g = 6\pi\mu a v_2$$

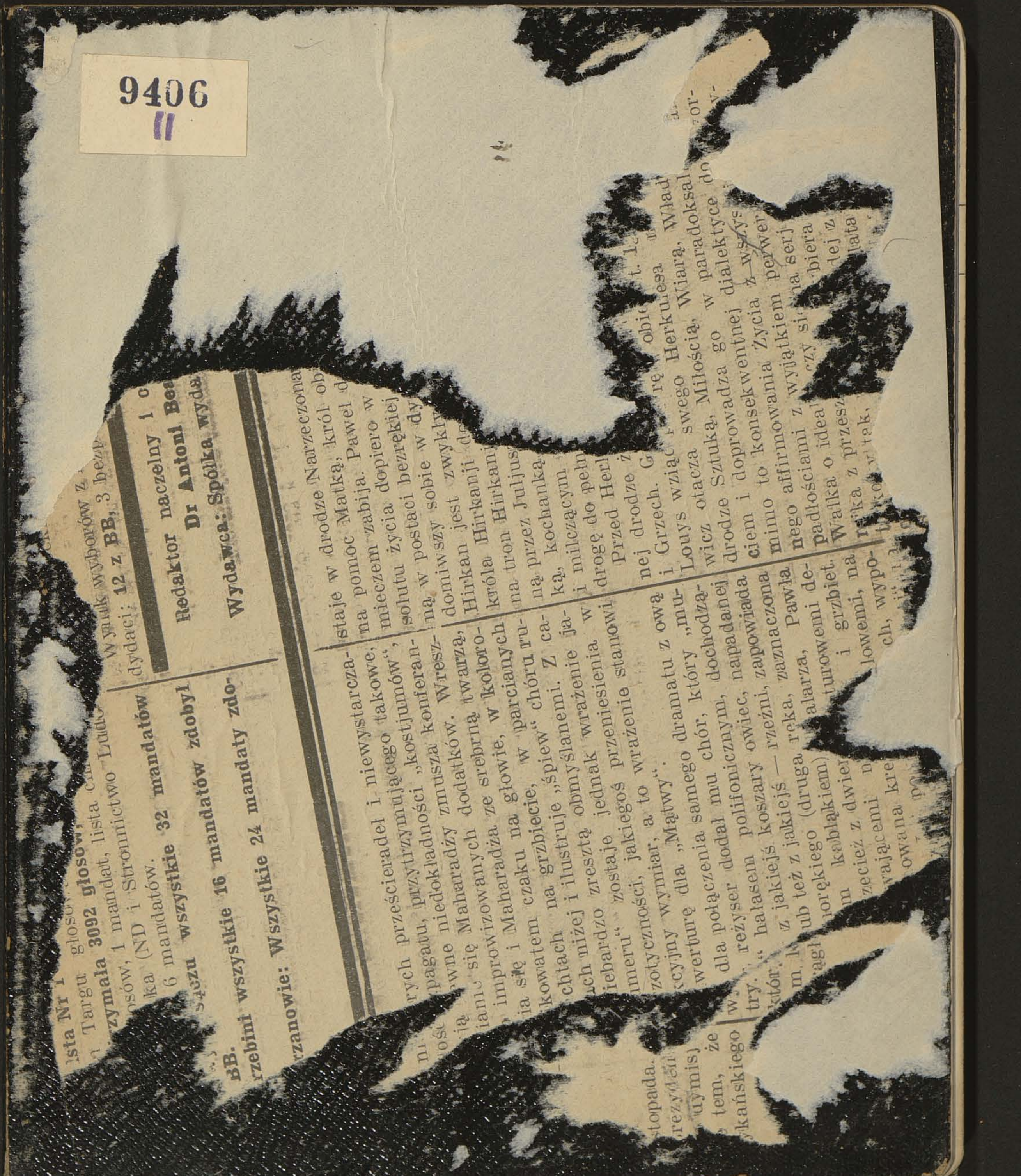
$$e.E = 6\pi\mu a (v_2 + \varepsilon v_1)$$

$$= \frac{18\,\mu^{3/2}\pi}{\sqrt{2sg}} (v_2 + \varepsilon v_1)\sqrt{v_2}$$

dann müsste wirkliches e noch kleiner sein als nach Ehrenhafts Messung

Fokker! Debijs Dipole Ph Z 13, 97, 1912

V D Ph G. 15, 777, 1913


Targu głosów
zymała 3092 głosów,
osów, 1 mandat, lista
ka (ND i Stronnictwo Ludo
6 mandatów.
sączu wszystkie 32 mandatów
BB.
rzebini wszystkie 16 mandatów zdobył
rzanowie: Wszystkie 24 mandaty zdo-
wynik wyborów z
dydaci: 12 z BB, 3 bezp
Redaktor naczelny i
Dr Antoni Bea
Wydawca: Spółka wyda
rych prześcieradeł i niewystarcza-
pagatu, przytrzymującego takowe,
wne niedokładności „kostjumów",
się Maharadży zmusza konferan-
improwizowanych dodatków. Wresz-
się i Maharadża ze srebrną twarzą,
kowatem czaku na głowie, w koloro-
chtach na grzbiecie, w parcianych
ch niżej i ilustruje „śpiew" chóru ru-
iebardzo zresztą obmyślanemi. Z ca-
meru" zostaje jednak wrażenie ja-
zotyczności, jakiegoś przeniesienia w
cyjny wymiar, a to wrażenie stanowi
werturę dla „Mątwy".
dla połączenia samego dramatu z ową
reżyser dodał mu chór, który „mu-
hałasem polifonicznym, dochodzą-
z jakiejś koszary owiec, napadanej
ub też z jakiejś — rzeźni, zapowiada
orękiego (druga ręka, zaznaczona
kabłąkiem) alarza, Pawła
staje w drodze Narzeczona
na pomoc Matką, król ob
mieczem zabija. Paweł d
solutu życia dopiero w
ną w postaci bezrękiej
domiwszy sobie w dy
Hirkan jest zwykły
króla Hirkanji
na tron Hirkanj
ną przez Juljus
ką, kochanką
i milczącym
drogę do pełn
Przed Herk
nej drodze
i Grzech.
Louys wziąć
wicz otacza swego Herkulesa
drodze Sztuką, Miłością, Wiarą, Wład
ciem i doprowadza go w paradoksal
mimo to konsekwentnej dialektyce
nego affirmowania Życia z wszys
padłościami z wyjątkiem perwer
Walka o ideał
stopada.
tem, że
kańskiego

0·4343 . 155
21715
2172
67317
·31683

1903
7612
3268
0880
3802
7078

4! = 24

$\overline{w}(5) = 0·0158_2$

e−r = 0·2123
1061
0·3290
1645
165
5100 : 2 = 255

0·05102
2551
255
7908 : 5 = 1582

9 26

−11
12
23

517
23
514 : 26 = 19·

514 : 32 = 16·0

517
18
499 :

$\overline{w}_5(0) = 0·062$

788 / 679 1/212

671 / 646 1/329

745 / 722 1/255

868 / 815 1/132

949 / 889 1/051

8965
1582
7383

8319
3263

(547

8267
3274
4993

8102
5172

3·16

8722
8937
2650
6072

1585
4065
2650

1/938 984/158

9722
1987
1709

9930
~~7735~~
~~2195~~

9930
1709
8221

66·4

9385
0318
9067

9112
7206
0318

80·7

9773
6565
3208

9489
7076
6565

34
328
71
36
469 : 4 = 117

33
11
3
3
3
5

(4) 12
11
22

518
− 22
− 32

~~488 : 25 = 19.5~~
~~238~~
~~13~~

464 : 25 = 18.6
214
14

(5) 27
19
45

518
45
473 : 4 =
− 4
469 : 4 = 117

32 : 26 = 1.23
60
80

69 : 56 = 1.25
140
280

(3) 9
9
69
87

518
86
432 : 55 = 7.85
470
30

60
14

130 : 95 = 1.37
350
65

	ber	Θ_1 emp
0	5.54	6.08
1	3.16	3.13
2	4.05	4.11
3	8.09	7.85
4	20.9	18.6
5	66.4	117

168 : 113 = 1.50
55

112 : 67 = 1.67
450
48

3
130
132

518
132
386 : 94 = 4.11
100
6

130
36
94 (2)

518
168
350 : 112 = 3.13
14
28

168
56
112 (1)

518
117
401 : 66 = 6.08
50

112
46
66 (0)

$$\nu_n = \nu_0 \frac{\left(\frac{\alpha \nu_0 t}{2}\right)^{n-1}}{\left[1+\frac{\alpha \nu_0 t}{2}\right]^{n+1}} = \cancel{\nu_0 (\beta t)^{n-1}} \quad \nu_0 \frac{\varepsilon^{n-1}}{[1+\varepsilon]^{n+1}}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon}(\nu_n) = \nu_0 \left\{ \frac{(n-1)\,\varepsilon^{n-2}}{[1+\varepsilon]^{n+1}} - \frac{(n+1)\,\varepsilon^{n-1}}{[1+\varepsilon]^{n+2}} \right\}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \varepsilon^2}(\nu_n) = \nu_0 \left\{ \frac{(n-1)(n-2)\,\varepsilon^{n-3}}{[1+\varepsilon]^{n+1}} - 2\frac{(n-1)(n+1)\,\varepsilon^{n-2}}{[1+\varepsilon]^{n+2}} + \frac{(n+1)(n+2)\,\varepsilon^{n-1}}{[1+\varepsilon]^{n+3}} \right\} = 0$$

$$(n-1)(n-2) - 2(n-1)(n+1)\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} + (n+1)(n+2)\frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2} = 0$$

$$\varepsilon^2\left[(n-1)(n-2)+(n+1)(n+2)-2(n-1)(n+1)\right] + \varepsilon\Big[\underbrace{2(n-1)(n-2) - 2(n-1)(n+1)}_{\substack{2(n^2-3n+2)\\ -2(n^2-1)}}\Big] + (n-1)(n-2) = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} n^2-3n+2 \\ n^2+3n+2 \\ -2n^2 \qquad +2 \end{array}\right\} = 6$$

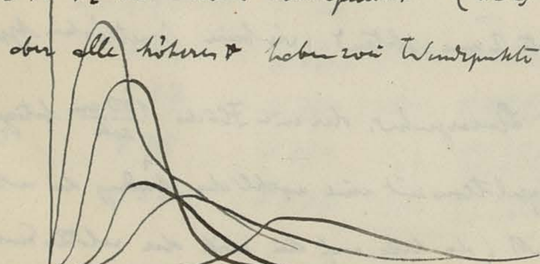
$$6\varepsilon^2 + 2\varepsilon(-3n+3) + (n-1)(n-2) = 0$$

$$\varepsilon^2 - \varepsilon(n-1) = -\frac{(n-1)(n-2)}{6}$$

$$\varepsilon = \frac{n-1}{2} \pm \sqrt{\frac{(n-1)^2}{4} - \frac{(n-1)(n-2)}{6}} = \frac{n-1}{2} \pm \sqrt{\frac{n-1}{12}(3n-3-2n+4)}$$

$$= \frac{n-1}{2} \pm \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$$

also ν_2 hat ~~kein~~ einen Wendepunkt für $\varepsilon=1$ $(n=2)$
aber alle höheren haben zwei Wendepunkte



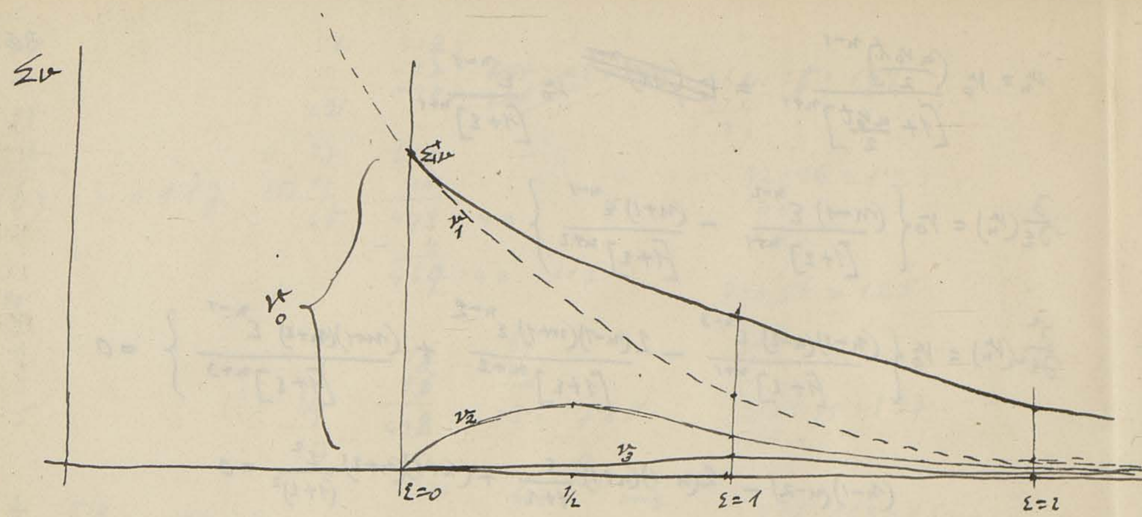
Für $n=2$:

$$\frac{\partial \nu_2}{\partial \varepsilon} = \nu_0 \left\{ \frac{1}{(1+\varepsilon)^3} - \frac{3\varepsilon}{(1+\varepsilon)^4} \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \nu_2}{\partial \varepsilon^2} = \nu_0 \left\{ -\frac{6}{(1+\varepsilon)^4} + \frac{12\varepsilon}{(1+\varepsilon)^5} \right\} = 0$$

$$\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} = +1$$

$$\varepsilon = 1$$



Voraussichtl. Einfluss der Rührgeschwindigkeit

Um jedes Teilchen bildet sich ein „Diffusionshof" von einer Grösse, welche mit Radius d. T. vergleichbar ist. Sobald derselbe (für Zeiten, welche der betreff. Koag. entsprechen) merklich deformiert erscheint, dürfte eine merkliche Änderung in der Koag. Zeit eintreten also

$$2Dt = R^2 \qquad R\frac{\partial v}{\partial s}t \sim R \qquad D = \frac{1}{6\pi R\mu}\frac{H\theta}{N} = 1$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} \sim \frac{2D}{R^2} = \underbrace{\frac{H\theta}{N}\frac{1}{3\pi\mu}\left(\frac{1}{R}\right)^3}$$

Siehe auch spätere Rechnung!

$$\frac{8\cdot 3.10^7.300}{6\cdot 2.10^{23}}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{8.10^{-18}} = \frac{1}{2}\,10^3$$

also falls ~~Fl.~~ Flüssigkeit zwischen zwei Zylinderflächen mit 2 mm Abstand (wie beim Couette'schen Apparat für Zähigkeitsbestimmung) eingeschlossen, so müsste die Schergeschw. der ein. Fläche $\frac{100\text{ cm}}{\text{sek}}$ betragen!!

Ganz verschiedene Schätzung: falls innerhalb Koagulationszeit eine merkliche Änderung des mittl. Abstands je zweier benachbarter Teilchen eintritt (da dies auf die Grösse der relativ. Geschw. einwirken sollte)? Ist dies falsch?

Curve E

		$\frac{n}{n_0} = \frac{1}{(1+\varepsilon)^2}$	$\sqrt{\frac{n_0}{n}}$	ε			$\frac{\varepsilon}{t} =$	$\lg \frac{n_0}{n} = \varepsilon \, {}^{10}\lg e$	$\frac{\varepsilon}{t} \, {}^{10}\lg e$
t=0	n = 1.97	1	1	0			0		
2	1.35	0.69	1.21	0.21	450	0.23	0.105	0.164	0.0820 (0.189)
5	1.19	0.60	1.29	0.29	656 66	0.13	0.058	0.219	0.0438 (0.101)
10	0.89	0.45	1.49	0.49	1.27	0.12	0.049	0.345	0.0345 (0.0794)
20	0.52	0.26	1.95	0.95	2.79	0.14	0.0475	0.579	0.0290 (0.0668)
40	0.29	0.15	2.61	1.61	5.79	0.145	0.0403	0.832	0.0208 (0.0479)

$\boxed{0.0456}$

$1+\varepsilon = \sqrt{\frac{n_0}{n}}$

$\varepsilon = \sqrt{\frac{n_0}{n}} - 1$

$$\frac{\varepsilon}{t} = \frac{\alpha \nu_0}{\Sigma} = 4\pi D R_{11} \nu_0 = 4\pi R \nu_0 \cdot \frac{H\Theta}{N} \cdot \frac{1}{6\pi\mu r} = \frac{2}{3} \nu_0 \frac{H\Theta}{N} \frac{1}{\mu} \frac{R}{r}$$

Curve F.

		ε	$\frac{\varepsilon}{t}$			$\varepsilon \, {}^{10}\lg e$	$\frac{\varepsilon}{t} \, {}^{10}\lg e$	$\beta = \frac{\varepsilon}{t}$
t=0	n = 1.97							
3	1.56	0.12	0.040	0.26	0.087	0.101	0.0337	0.0776
20	1.02	0.39	0.0195	0.93	0.046	0.286	0.0143	0.0329
					0.049	0.475	0.0119	0.0274
40	0.66	0.73	0.0183	1.98				
	0.76	0.61	0.0153	1.59	0.040	0.414	0.01035	0.0238
60	0.44	1.12	0.0187	3.48	0.058	0.651	0.01085	0.0250
80	0.49	1.005	0.0126	3.02	0.038	0.604	0.00755	0.0174

$\boxed{0.0188}$

Curve D.

		ε		$\frac{\varepsilon}{t}$		
t=0	n = 1.93	—		—		
2	1.42	0.166	0.360	0.083	0.0667	0.03335
8	1.17	0.284	0.650	0.0355	0.109	0.0136
20	0.75	0.604	1.57	0.0302	0.160	0.00800
30	0.52	0.927	2.71	0.0309	0.193	0.00643

0.0322

0.18
0.081
0.078
0.090

also ist jedenfalls die Übereinstimmung mit der Formel $e^{-\varepsilon}$ recht schlechter

$$\frac{R}{r} = \frac{\frac{\varepsilon}{t}}{\frac{2}{3}\frac{H\theta}{N}\frac{1}{\mu}\;v_0}$$

$H = 8.31 \cdot 10^7$

$N = 6.2 \cdot 10^{23}$

$\theta = 290$

$\frac{1}{\mu} = 100$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{6.2 \cdot 10^{23} \cdot 0.01}{8.31 \cdot 10^7 \cdot 290}$$

$$\frac{9.1 \cdot 10^{21}}{8.31 \cdot 10^7 \cdot 290} = \frac{9.1}{8.31 \cdot 0.29}\,10^{11}$$

11.9590	9196
0.3820	5624
11.5770	3820

$\frac{\varepsilon}{t} = 0.0456$

$v_0 = 0.552 \cdot 10^{10}$

$\frac{R}{r} = 3.12$

0.6590 − 2
+ 11.5770
10.2360
− 9.7419
0.4941

Curve E

$\frac{\varepsilon}{t} = 0.0188$

$v_0 = 0.27 \cdot 10^{10}$

$\frac{R}{r} = 2.63$

0.2742 − 2
11.5770
9.8512
− 9.4314
0.4198

Curve F

$\frac{\varepsilon}{t} = 0.0322$

$v_0 = 0.80 \cdot 10^{10}$

$\frac{R}{r} = 1.52$

0.5079 − 2
11.5770
10.0849
− 9.9031
0.1818

Curve D

Mögliche Fehlerquellen: Diffusionskoeff. gehorcht nicht genau der Einstein Formel sondern ist kleiner

Inhomogenität der Teilchengröße.

Einfluss der Schwere; Erweiterung: $4\pi D R \left[1 + \frac{R^2\pi}{4\pi D R}\,\frac{2}{9}\left(\frac{R}{2}\right)^2 \frac{g(\rho-\rho_0)}{\mu}\right]$

$$\frac{R^3 g(\rho-\rho_0)}{72 \cdot D\mu} = \frac{R^4 \pi\, g(\rho-\rho_0)}{12 \cdot \frac{H\theta}{N}}$$

$$D = \frac{H\theta}{N}\,\frac{1}{6\pi R\mu}$$

$$= \frac{R^4(\rho-\rho_0)\cdot 3\cdot 10^3}{12 \cdot \frac{2{,}4\cdot 10^{10}}{6{,}2\cdot 10^{23}}} = R^4 \Delta\rho \cdot \frac{2}{3}\, 10^{16}$$

Kommt also bedeutend in Betracht, sobald: $R^4 \cdot \Delta\rho = 10^{-16}$ z.B. für Gold $\Delta\rho = 20$

~~$R^4 = 5\cdot 10^{-18}$~~

~~$R = 2\cdot 10^{-9}$~~

$R = \frac{10^{-4}}{\sqrt[4]{20}} = \frac{1}{2}\cdot 10^{-4}$ cm $= \frac{1}{2}\mu = 500\,\mu\mu$

Ebenso wie Kondensation von Wasserdampf an Nebeltröpfchen

Falls Doppelschicht nicht entladen wird, dürfte sie wie ein Polster wirken (elastisches oder viskoses?) ?

so dass von den auf R stossenden Teilchen nur ein gewisser Bruchteil kleben bleibt

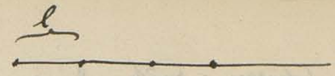
(so wie Gummigutt – Glas wenn wenig Elektrolyt) also wäre dann

~~$\beta = \ldots$~~ $\beta = 4\pi n D R(\alpha)$ und der Bruchteil α, welcher die ~~auf~~ nicht reflektierten Teilchen repräsentiert, würde mit abnehmender Konzentr. rasch gegen 1 konvergieren

$$v_1 = \frac{v_0}{(1+\beta t)^2}$$

Sonst könnten aber alle Gleichungen ebenso gültig bleiben. Es würde dann für verschiedene n die Zeit, wann ein gewisser Bruchteil koaguliert, prop. $\frac{1}{n}$ werden – wie Paine gefunden hat, und die Gestalt der Kurven für verschiedene ~~..~~ α Werte (infolge verschied. Elektrolyt Konzentr.) wäre ähnlich zu machen durch Veränderung d. Zeitmaßstabes (in Übereinstimmung mit Freundlich und Paine).

$$\vartheta = \frac{i\pi}{2(n+1)} = \cancel{\frac{\pi x}{2l}} \qquad \lambda = \frac{\pi l}{\vartheta}$$



$$v = a\,\frac{\sin\vartheta}{\vartheta} = a\,\frac{\sin\frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}} = c\,l\,\frac{\sin\frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}$$

$$c^2 = \frac{T}{ml}$$

$$y_k = \sum A \cos\left(2c\sin\vartheta . t + \omega - 2k\vartheta\right) + \ldots$$

$$= \sum A \cos\left(2c\sin\vartheta . t\left[1 - \frac{kl\vartheta}{t\,c\sin\vartheta}\right] + \omega\right)$$

$$\left[1 - \frac{x}{vt}\right]$$

$$T\; 2c\sin\vartheta = 2\pi$$

$$T = \frac{\pi}{c\sin\vartheta} = \frac{\pi l}{a\sin\vartheta}$$

$$n = \frac{1}{T} = \frac{a\sin\vartheta}{\pi l}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}(x\cos\pi x) = \cos\pi x - \pi x\sin\pi x = 0 \qquad \pi x\,\mathrm{tg}\,\pi x = 1}$$

Maximum U

hier

$$U = v - \lambda\frac{\partial v}{\partial\lambda}$$

$$v = a\,\frac{\lambda}{\pi l}\sin\frac{\pi l}{\lambda}$$

$$\frac{\partial v}{\partial\lambda} = \frac{a}{\pi l}\sin\frac{\pi l}{\lambda} - \frac{a}{\lambda}\cos\frac{\pi l}{\lambda}$$

$$\Bigg\}\; U = \frac{a}{\lambda}\cos\frac{\pi l}{\lambda}$$

Für kürzeste mögliche Wellen, wo $\lambda = 2l$, ist: $v = \frac{2a}{\pi}$

$$\underline{\underline{U = 0}}\;\Big\}!$$

in Ω, K. Notation:

$$\omega = \frac{\nu_0}{2\pi}\,\lambda\,\sin\frac{\pi a}{\lambda}$$

$$\frac{\varphi}{2} = \arcsin\frac{\nu}{\nu_0} \qquad \cos\frac{\varphi}{2}\,\frac{d\varphi}{2} = \frac{d\nu}{\nu_0}$$

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \sqrt{1-\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2}$$

$$U = \omega - \lambda\frac{\partial\omega}{\partial\lambda} = \frac{\nu_0 a}{2\lambda}\cos\underbrace{\left(\frac{a\pi}{\lambda}\right)}_{=\frac{\varphi}{2}} = \frac{\nu_0}{4\pi}\,\varphi\,.\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2\pi}\arcsin\frac{\nu}{\nu_0}\cdot\sqrt{\nu_0^2-\nu^2}$$

In jedem Stück L der Saite (falls genügend viele Massenpunkte enthalten sind) sind auch alle Wellenlängen vorhanden mit der Dichtenverteilung $\frac{NL}{2\pi}\,d\varphi$, und jede mit Energie $\frac{R}{N}\,\frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T}}-1}$

Falls nun Energiedichte verschieden ist

Temperaturgefälle $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ wird Energietransport

$$J = \underbrace{\int (E_{x+\Delta x} - E_x)}_{\Delta x = a\ ?} \frac{U}{2} N_{(\nu)} d\nu$$

 berechnen (indem man sich vorstellt, dass die halbe Energie nach jeder Seite wandert)

$$J = \int \frac{\frac{R}{N} \left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 \cdot e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left[e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right]^2} \frac{\partial T}{\partial x} \cdot a\ \frac{U}{2}\ \frac{Na^2}{2\pi} d\varphi$$

Demnach wäre Wärmeleitfähigkeit:

$$\kappa = \frac{Na^2}{4\pi} \frac{R}{N} \int \frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left[e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right]^2} \underbrace{U\, d\varphi}_{= \frac{\varphi}{2\pi} d\nu}$$

Grenzfall niedriger Temperatur: $\kappa = \frac{a^2 R}{4\pi} \int_{\nu=0}^{\nu_0} \left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{-\frac{\beta\nu}{T}} \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right) \cdot d\nu$

$$= \frac{a^2 R\, \beta^2}{8\pi^2 \nu_0} \int \frac{\nu^3}{T^2} e^{-\frac{\beta\nu}{T}} d\nu \qquad \frac{\beta\nu}{T} = z$$

$$= \frac{a^2 R\, T^2}{8\pi^2 \beta \nu_0} \int_0^\infty z^3 e^{-z} dz$$

Hohe Temperatur: $\kappa = \frac{a^2 R}{4\pi} \int U\, d\varphi = \frac{a^2 R}{4\pi} \int_0^{\nu_0} \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{\nu}{\nu_0} \cdot d\nu$

$$= \frac{a^2 R}{4\pi} \frac{\nu_0}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\varphi}{2} \cos\frac{\varphi}{2} \frac{d\varphi}{2} = \frac{a^2 R\, \nu_0}{4\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{\psi \cos\psi\, d\psi}_{\underbrace{\psi \sin\psi - \int \sin\psi\, d\psi}_{(\psi \sin\psi + \cos\psi)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}}} = \frac{\pi}{2} - 1$$

$3R = 6$ (cal).
$R = 2$ (cal) $= 84 \cdot 10^7$ (Erg)

$\frac{\nu_0 a}{2} = c =$ Jaffé

$= 10^{-8} \cdot 10^5 \cdot \frac{2}{2 \cdot 10}\ 85 = \frac{1}{2} 10^{-4}$ (cal)

$$= \frac{ac\, R}{2\pi^2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

also unabhängig von Temperatur

Koagulation nach Perrin

Nur jene Teilchen fallen aus, welche mehr als n Anfangsteilchen vereinigt enthalten

~~Es bleibt also übrig~~: In Lösung bleibendes Kolloid:

$\nu_1 = \frac{1}{(1+\varepsilon)^2} = 1 - \frac{\varepsilon^2+2\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2}$ $\quad \nu_1 + 2\nu_2 + 3\nu_3 = \frac{1+2\varepsilon+\varepsilon^2+2\varepsilon+2\varepsilon^2+3\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4} = \frac{1+4\varepsilon+6\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4} = 1 - \frac{\varepsilon^4+4\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^4}$

$\nu_1 + 2\nu_2 = \frac{1+3\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3} = 1 - \frac{\varepsilon^3+3\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3}$

$$\nu_1+2\nu_2+3\nu_3+4\nu_4 = \frac{(1+\varepsilon)^3+2(1+\varepsilon)^2\varepsilon+3(1+\varepsilon)\varepsilon^2+4\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^5} = \frac{1+5\varepsilon+10\varepsilon^2+10\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^5}$$

$$= 1 - \frac{\varepsilon^5+5\varepsilon^4}{(1+\varepsilon)^5}$$

$$\sum_1^n k\nu_k = 1 - \frac{\varepsilon^{n+1}+(n+1)\varepsilon^n}{(1+\varepsilon)^{n+1}} = 1 - \frac{n\varepsilon^n}{(1+\varepsilon)^{n+1}} - \frac{\varepsilon^n}{(1+\varepsilon)^n}$$

$$\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left[\frac{\varepsilon^{n-1}(n+\varepsilon)}{(1+\varepsilon)^n}\right] = \frac{5\varepsilon^4+20\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^5} - \frac{5(\varepsilon^5+5\varepsilon^4)}{(1+\varepsilon)^6} = \frac{\cancel{5\varepsilon^4}+20\varepsilon^3+\cancel{5\varepsilon^5}+\cancel{20\varepsilon^4}-\cancel{5\varepsilon^5}-\cancel{25\varepsilon^4}}{(1+\varepsilon)^6}$$

Kein anderes Max. ausser $\varepsilon = 0$

$$\frac{\partial^2}{\partial\varepsilon^2} = \frac{60\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^6} - \frac{120\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^7} = 0 \qquad 1 - \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} = 0$$

$\underline{\underline{\varepsilon = 1}}$ Wendepunkt

~~Im Falle grosser n~~: $\cancel{\sum_1^4 k\nu_k} = 1 - \frac{4+2}{2^{4+1}} = 1 - \frac{6}{2^5} = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$

Also

$\frac{\varepsilon}{\varepsilon+1} = \frac{1}{\sqrt[n]{2}}$

$1 + \frac{1}{\varepsilon} = \sqrt[n]{2}$

$\varepsilon_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[n]{2}-1}$

Halbwert: $\frac{\varepsilon^{n-1}}{(\varepsilon+1)^{n-1}} \frac{\varepsilon+n}{\varepsilon+1} = \frac{1}{2}$

$\cancel{\frac{3^4 \cdot 11}{6^5} = \frac{3^6 \cdot 2}{3^5 \cdot 2^5} = \frac{3}{16}}$

Für grosse ε und n $\quad \Sigma = 1 - \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^{n+1}\left(1+\frac{n+1}{\varepsilon}\right)$

$$= 1 - \left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)^{n+1}\left(1+\frac{n}{\varepsilon}\right) = 1 - e^{-\frac{n}{\varepsilon}}\left(\frac{n}{\varepsilon}+1\right)$$

Allgem. Gleichung in $\frac{\varepsilon}{n} = x$ $\quad \Sigma = 1 - \left(1+\frac{1}{x}\right)e^{-\frac{1}{x}}$

$$\frac{\partial}{\partial\varepsilon} = (n+1)\,\frac{\varepsilon^{n+1} + (n+1)\varepsilon^{n}}{(1+\varepsilon)^{n+2}} - \frac{(n+1)\varepsilon^{n} + n(n+1)\varepsilon^{n-1}}{(1+\varepsilon)^{n+1}} = \frac{\cancel{(n+1)\varepsilon^{n+1}} + \cancel{(n+1)^2\varepsilon^{n}} - \cancel{(n+1)\varepsilon^{n}} - n(n+1)\varepsilon^{n-1} \cancel{-(n+1)\varepsilon^{n+1}} \cancel{- n(n+1)\varepsilon^{n}}}{(1+\varepsilon)^{n+2}}$$

$$= -\frac{n(n+1)\,\varepsilon^{n-1}}{(1+\varepsilon)^{n+2}}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\varepsilon^2} = \left|\ \frac{(n-1)\,\varepsilon^{n-2}}{(1+\varepsilon)^{n+2}} - \frac{(n+2)\,\varepsilon^{n-1}}{(1+\varepsilon)^{n+3}} = 0\right.$$

$$n-1 - (n+2)\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} = 0$$

$$n-1 + \cancel{n\varepsilon} - \varepsilon - \cancel{n\varepsilon} - 2\varepsilon = 0$$

$$3\varepsilon = n-1$$

Wendepunkt: $\underline{\underline{\varepsilon = \frac{n-1}{3}}}$

$$\sum^{n} \cdots = 1 - \frac{(n-1)^{n+1} + 3(n+1)(n-1)^{n}}{(n+2)^{n+1}}$$

$$= 1 - \frac{(n-1)^{n+1}}{(n+2)^{n+1}}\underbrace{\left[1 + \frac{3(n+1)}{n-1}\right]}_{\frac{4n+2}{n-1}} = 1 - \underbrace{\frac{(n-1)^{n}(4n+2)}{(n+2)^{n+1}}}_{\left(\frac{n-1}{n+2}\right)^{n}\frac{4n+2}{n+2} \ne 4\left(\frac{n-1}{n+2}\right)^{n}}$$

$$= 4\left(\frac{1-\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n}}\right)^{n} = 4\left(1-\frac{3}{n}\right)^{n}$$

$$= 4e^{-3}$$

$$\Sigma_W = 1 - \frac{4}{e^3} = 1 - \frac{\cancel{4}\ 1}{\cancel{2.8}\,.\,\cancel{2.4}\,.\,\cancel{7.2}} = 1 - \frac{1}{5.4}$$

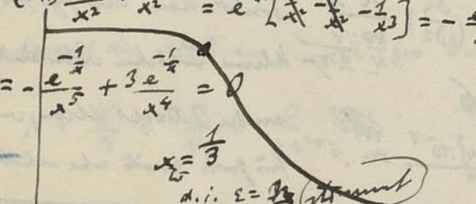
0.6 .9

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x} = -\left(1+\frac{1}{x}\right)\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2} + \frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{x}}\left[\cancel{\frac{1}{x^2}} - \cancel{\frac{1}{x^2}} - \frac{1}{x^3}\right] = -\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^3}$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial x^2} = -\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^5} + \frac{3e^{-\frac{1}{x}}}{x^4} = 0$$

$$x_W = \frac{1}{3}$$

d.i. $\varepsilon = \frac{2}{3}$ ~~stimmt~~



$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x} = -\frac{n(n+1)(n-1)^{n-1}}{(n+2)^{n+2}}\cdot 3^3$$

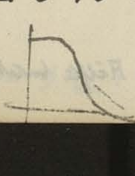
$$= -3^3\cdot\frac{n(n+1)}{(n+2)^3}\left(\frac{n-1}{n+2}\right)^{n-1}$$

K: ~~Infolge dessen ist der Vorgang anders als ..~~

~~da die jede Negationsterme an~~

$$\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)_W = -e^{-3}\cdot 3^3 = -\left(\frac{3}{e}\right)^3 = -1.34$$

4771
4343
0428 .3
1284



$$\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)_{3W} = -e^{-1} = -\frac{1}{2.8}$$

Für $\varepsilon = n-1$:

$$\Sigma = 1 - \frac{(n-1)^{n+1} + (n+1)(n-1)^{n}}{n^{n+1}} = \cancel{\cdots}$$

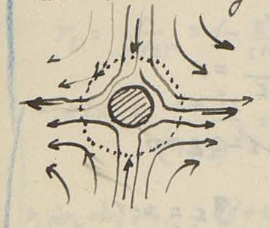
$$= 1 - \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n+1}\left[1 + \frac{n+1}{n-1}\right] = 1 - \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n+1}\frac{2n}{n-1} = 1 - 2\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n}$$

$$= 1 - 2\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n} = 1 - 2e^{-1}$$

$$= 1 - \frac{2}{e} = \frac{0.8}{2.8} \mp \frac{1}{3.5}$$

Einfluss der Bewegung d. Mediums auf Koagulation

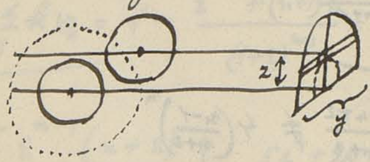
Lässt sich in Einstein's Weise darstellen, so dass nach ~~Abz~~ Abzug d. Translation & Rotation ~~nur~~ eine Dehnung und Pressung übrig bleibt.



Es wird natürlich dadurch der ganze Diffusionsstrom vermehrt, vor Allem aber dadurch, dass die Mittelpunkte welche in die R-Sphäre eintreten alle haften bleiben müssen. [Das ist allerdings nicht streng; die Gestalt der Strömungslinien wäre bei tatsächlichem Zusammenstossen zweier Kugeln eine andere]

Anstatt dessen auch primitive direkte Überlegung:

Grössenordnung d. Anzahl der pro Zeiteinheit an eine Kugel stossenden Teilchen:



$$2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\iint z\,dz\,dy\,n = 2n\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)2\int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2\,dr\,d\varphi\,\cancel{\cos\varphi}$$

$$= \frac{4}{3}n\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)(R^3-r^3)$$

Also ist relative Stärke d. Bewegungseinflusses: $10^{-7} \equiv 10^{-6}$

$$\frac{\frac{4}{3}n\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)(R^3-r^3)}{8\pi DRn} \neq \frac{1}{6\pi}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\frac{R^2}{D} = \frac{1}{6\pi}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\frac{R^2 r}{\frac{H\Theta}{N}\frac{1}{6\pi\mu}}$$

Somit kann Bewegung für kleine Teilchen vollständig ausser Betracht bleiben, wenn sie für grosse bereits sehr erheblich wird.

$$\frac{6\cdot 10^{23}\cdot 10^{-2}}{8\cdot 10^{7}\cdot 300} \quad 4\cdot 10^{-14} \qquad 4\cdot 10^{-48} = 10^{-6} \qquad \frac{0.01\cdot 4\cdot(2.4)^3\,10^{-18}}{4\cdot 10^{-14}} = 0.14\cdot 10^{4}$$

Circa Σ:

$$D = \frac{H\Theta}{N}\frac{1}{6\pi\mu r} = \frac{8.3\cdot 10^{7}\cdot 300}{6.2\cdot 10^{23}\cdot 6\pi\cdot 0.01\cdot 24\cdot 10^{-7}} = \frac{8.3\cdot 10^{9}}{12\cdot\pi\cdot 24\cdot 10^{14}} = 10^{-7}$$

$\boxed{\text{für } r = 2.4\cdot 10^{-6} = 24\,\mu\mu}$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) = 6\pi\frac{D}{R^2} = 2\cdot\frac{10^{-6}}{(5\cdot 10^{-6})^2} = 2\,\frac{10^{6}}{25} = 8\cdot 10^{4}\ !$$

Dagegen, falls $R = 2r$ beibehalten wird, würde bei $r = 1\mu = 1000\,\mu\mu$

$$\cancel{\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{4\cdot 10^4}{(20)^3}} =$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{4\cdot 10^{4}}{(40)^3} = \frac{1}{1.6}$$

bereits Verminderung auf die Hälfte bewirken desto mehr natürlich bei sichtbaren Flocken; dies erklärt hinreichend den Einfluss des Umrührens auf die Geschw. der Absonderung, welchen Paine beobachtet hat

---

Reversible Kolloide nach Art von Odén's Schwefel Kolloid sind wohl in der Art zu behandeln wie Boltzmann II p. 213

Aggregat aus n Teilchen:

hat die kleinste Oberfläche, wenn möglichst kugelförmig; wegen der Anziehungskräfte wird dasselbe doch die verschiedenartigste Form sein. Ellipsoidische Abweichung berechenbar aus potentieller Energie?

Annähernde Berechnung der Oberfläche: Halbkugel hat zweimal so große Fläche wie Grundkreis

also: $O = 8R^2\pi$ $\quad \left(\frac{R}{r}\right)^3 = n\alpha$ $\quad \alpha$ = Auflockerungskoeffizient

Länge und Zahl der kritischen Linien (wo 2 Anziehungssphären ineinander greifen)

$$\left.\begin{array}{l} N\delta^2\pi = O \\ N\delta\pi = L \end{array}\right\} L = \frac{\pi r O}{2r\pi} = \frac{\delta O}{\delta^2} = \frac{O}{2r}$$

Anzahl der kritischen Punkte (wo 3 Anziehungssphären ineinandergreifen)

$$N = \frac{L}{\delta} = \frac{O}{\delta^2} = \frac{O}{4r^2}$$

$$\therefore \quad O = 8\pi r^2 (n\alpha)^{2/3} \qquad L = 4\pi r (n\alpha)^{2/3} \qquad N = 2\pi (n\alpha)^{2/3}$$

$$\cancel{v_1 : n v_n = V :}$$

$$v_1 : (n+1) v_{n+1} = V : v_n \left(O\delta \overset{\beta}{e^{2h\chi}} + L\delta^2 \overset{\beta^2}{e^{4h\chi}} + N\delta^3 e^{6h\chi}\right)$$

$$= V : v_n \cdot n^{2/3} \left[8\pi r^2 \delta\beta + 4\pi r \delta\beta^2 + 2\pi \delta^3\beta^3\right] \alpha^{2/3}$$

$$(n+1) v_{n+1} : n v_n = v_n n^{2/3} : v_{n-1} (n-1)^{2/3}$$

$\nu n = 2$

$$z_{n+1} : z_n = \frac{z_n}{\sqrt[3]{n}} : \frac{z_{n-1}}{\sqrt[3]{n-1}}$$

$$\frac{z_n^2}{\sqrt[3]{n}} = \frac{z_{n+1}\, z_{n-1}}{\sqrt[3]{n-1}}$$

$$\frac{z_{n-1}^2}{\sqrt[3]{n-1}} = \frac{z_n\, z_{n-2}}{\sqrt[3]{n-2}}$$

$$\frac{z_{n-2}^2}{\sqrt[3]{n-2}} = \frac{z_{n-1}\, z_{n-3}}{\sqrt[3]{n-3}}$$

$$\vdots$$

$$\frac{z_2^2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{z_3\, z_1}{\sqrt[3]{1}}$$

$$\frac{z^2}{\sqrt[3]{n}} = \frac{z^2 - dz^2}{\sqrt[3]{n-1}}$$

$$(\alpha+\delta)^{x+\delta} \ldots$$

$$\left(\frac{dz}{2}\right)^2 = 1 - \sqrt[3]{\frac{n-1}{n}} = 1 - \left(1 - \frac{dn}{n}\right)^{1/3} = \frac{dn}{3n}$$

$$\frac{dz}{2} = \sqrt{\frac{dn}{3n}}$$

$$\cancel{\lg z = \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$\frac{z_n z_2}{\sqrt[3]{n}} = z_{n+1} z_1$$

$$z_{n+1} = \frac{z_n}{\sqrt[3]{n}} \frac{z_2}{z_1}$$

$$n! = \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

$$e^{2h\chi}$$

$$\nu_{n+1} = \nu_n \frac{v_1}{V} \frac{n^{2/3}}{(n+1)} \left[8\pi r^2 \delta\beta + 4\pi r (\delta\beta)^2 + 2\pi (\delta\beta)^3\right] \alpha^{2/3} = \nu_n \frac{v_1}{V} \frac{A}{\sqrt[3]{n}}$$

$$\nu_n = \left(\frac{v_1}{V}\right)^n \frac{A^n}{\sqrt[3]{n!}} = \left(\frac{v_1}{V}\right)^n A^n \left(\frac{e}{n}\right)^{n/3} = \left[\frac{v_1}{V} A \left(\frac{e}{n}\right)^{1/3}\right]^n$$

Maximum wo $\frac{v_1}{V} A \left(\frac{e}{n}\right)^{1/3} = 1$

[illegible] n

$$n = \left[\frac{v_1}{V} A\right]^3 e$$

also bei gegebenem $\frac{v_1}{V}$ werden desto grössere n auftreten, je grösser A, also je niedriger T

$$A = \cancel{\ldots} = 8\pi r^2 \delta\beta \left[1 + \frac{\delta\beta}{2r} + \left(\frac{\delta\beta}{2r}\right)^2\right]$$

~~Anzahl~~ Dasjenige n, welches der maximalen Dichte ν_n entspricht, soll N bezeichnet werden

also $N^{1/3} = \frac{v_1}{V} A e^{1/3}$ $\quad$ $\cancel{N(1+\varepsilon)}$ $\quad n = \frac{N}{1+E} = N(1-\varepsilon)$

$$\nu_n = \left(\frac{N}{n}\right)^{n/3} = (1+E)^{N/3} = e^{\frac{NE}{3}} = e^{\frac{N-n}{3}}$$

$n^{1/3}$ ist proportional dem Klumpendurchmesser $2R$

$$\therefore \quad v_n = \left(\frac{B}{R}\right)^{aR^3} = \cancel{\frac{v_1}{V} A e^{1/3}}$$

~~Maximum von v_n:~~ $\cancel{\frac{dv_n}{dn} = -\left[\frac{v_1}{V} A \left(\frac{e}{n}\right)^{1/3}\right]^n \left[\log \frac{v_1}{V} A + 1/3 - 1/3 \log n\right] \frac{v_1}{V} A \frac{e^{1/3}}{3 n^{4/3}} = 0}$

~~das verschwindet wie vorher gesetzt wird~~ $= 0$

~~Maximum für $\frac{v_1}{V} A \left(\frac{e}{n}\right)^{1/3} = 1$~~

$$\log v_n = n \left\{ \log\left[\frac{v_1}{V} A e^{1/3}\right] - 1/3 \log n \right\}$$

$$\frac{1}{v_n} \frac{dv_n}{dn} = \log\left[\frac{v_1}{V} A\right] + \cancel{\tfrac{1}{3}} - \frac{1}{3} \log n - \cancel{\tfrac{1}{3}} = 0 \quad \therefore \quad N_{(max)} = \left[\frac{v_1}{V} A\right]^3$$

$$n = N(1+\varepsilon)$$

$$\therefore \cancel{v_n = N e^{1/3}} \quad \log v_n = N(1+\varepsilon)\left\{\frac{1}{3}\log N + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\log n\right\}$$

$$= \frac{N}{3}(1+\varepsilon)\left\{1 - \log\frac{n}{N}\right\} = \frac{N}{3}(1+\varepsilon)\left\{1 - \log(1+\varepsilon)\right\}$$

$$= \frac{N}{3}(1+\varepsilon)\left\{1 - \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2}\right\} \cdots$$

$$= \frac{N}{3}\begin{pmatrix} 1 - \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2} \\ + \varepsilon - \varepsilon^2 \end{pmatrix} = \frac{N}{3}\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\right)$$

$$v_n = e^{\frac{N}{3}\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\right)}$$

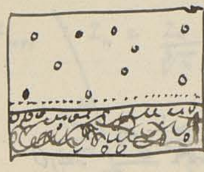
$$= e^{\frac{N}{3} - \frac{1}{6}\frac{(n-N)^2}{N}}$$

also im Falle großen N recht scharfes Maximum

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v_n \, d\varepsilon = e^{\frac{N}{3}} \sqrt{\frac{6\pi}{N}}$$

Die ganze obige Behandlung ist prinzipiell unrichtig, denn bei jenen Kolloiden ~~kommt nur~~ ~~dies~~ treten die einzelnen Schwefelkügelchen als eigene Moleküle auf und es kommt deren Vereinigung zu Doppelmolekülen etc. gar nicht in Betracht, nur die allgemeine Koagulation und Niederschlag-Bildung.

Vielleicht so, (mit Modifizierung der Boltzmannschen Dampfdruck-Ableitung Gastheorie II 167):



Koagulum

Es werde ein neues Teilchen hineingesetzt; Wahrsch. dass es in dem Raum sich aufhält : Wahrsch., dass es in der Koagulations-Schichte ist =

$$W_g : W_k = V : F\delta \qquad \text{falls keine Kräfte}$$

$$= V : F\delta\, e^{+2h\psi} \qquad \text{falls Arbeit } \psi$$

um das Mol. vom Koagulum abzulösen

Falls also mehrere Teilchen in der Art eingesetzt werden, werden sie sich nach diesem Verhältnis auf Gasraum und auf Koagulum verteilen, also

$$W_g : W_k = \frac{1}{v_g} : \frac{1}{v_k}$$

pro Vol. und Flächeneinheit

$$v_k : v_g = 1 : f\delta \cdot e^{+2h\psi} = \cancel{1} :$$

$$v_g = v_k\, f\delta\, e^{+2h\psi}$$

$$n_g = n_k \frac{e^{-2h\psi}}{f\delta} = \frac{n_k}{f\delta} \cdot e^{-\frac{N\psi}{HT}}$$

Falls diese Argumentation richtig ist müsste sie sich auch auf Ionen anwenden lassen!

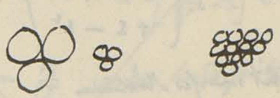
$$n_g = \frac{n_k}{f\delta} \cdot e^{-\frac{N\psi}{H(273+t)}} \neq \frac{n_k}{f\delta} \cdot e^{-\frac{N\psi}{H\cdot 273}\left[1-\frac{t}{273}\right]}$$

$$= e^{kt-\beta} = e^{k(t-t_0)}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-\frac{N\psi}{H}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)} = e^{-\frac{N\psi\cdot\Delta T}{HT^2}}$$

Grösse des ψ: proportional der Anzahl der Berührungspunkte, oder der Oberfläche?

Extreme Fälle



Jedenfalls wächst ψ mit Teilchenradius; also für schwerere Teilchen viel kleineres n_1

$$\lg\left(\frac{n_k}{f\delta}\right) - \frac{N\psi}{H\cdot T} = -k\, t_0 \qquad \frac{N\psi}{HT^2} = k \qquad t_0 = T - \frac{HT^2}{N\psi}\lg\left(\frac{n_k}{f\delta}\right)$$

$$= -\frac{N\psi}{HT^2}\, t_0$$

$$\lg\left(\frac{n_k}{f\delta}\right) = \frac{N\psi}{HT}\left(1-\frac{t_0}{T}\right)$$

$$\lg\left(\frac{n_g}{n_k}\right) = -\lg(f\delta) - \frac{N\psi}{HT} \qquad f\delta = \frac{n_k}{n_g}\cdot e^{-\frac{N\psi}{HT}} = \frac{n_k}{n_g}\, \frac{\frac{T}{\Delta T}\lg\frac{n_1}{n_2}}{e}$$

Danach wäre: $f\delta \neq e^{-300} = 10^{-130}$!!

Am Besten genau nach Boltzmann:

Arbeit ψ um ein Teilchen aus Koagulum heraus in den Raum zu schaffen

Dann ist gesammte Trennungsarbeit von n_K Teilchen $= \frac{n\psi}{2}$

~~Sodann folgt in genau analoger Weise:~~

$$v_g - 2b + \frac{17}{16}\frac{b^2}{v_g} = \underbrace{\left[v_K - 2b + \frac{17}{16}\frac{b^2}{v_K}\right]}_{K} e^{2h\psi}$$

also falls $\frac{= \text{const}}{K}$ angesehen wird, (annähernd $= v_K$?)

Nicht wahr, denn im Koagulum-Raum sind nicht alle Volumteile gleich berechtigt, dies gilt nur für Van der Waals'sche Kräfte wenigstens solcher Größenordnung

$$v_g = K e^{2h\psi}$$

$$= K e^{\frac{N}{HT}\psi}$$

$$= K e^{-\frac{N}{HT}\psi}$$

$$n_g = a e^{-\frac{N}{HT}\psi} \neq n_K e^{-\frac{N}{HT}\psi}$$

Sodann Odén:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{22.23}{1.53} = e^{\frac{N\psi \cdot 2.6}{H\cdot(289.7)^2}}$$

$$\psi = \frac{H}{N}\frac{(289.7)^2}{2.6}\lg\frac{22.23}{1.53}$$

3470
1847
1.1623 . 2.3
2.3246
3487
2.673

$$\psi = \cancel{\frac{6.2\cdot10^{23}}{8.3\cdot10^{7}}}\ \frac{8.3\cdot10^7}{6.2\cdot10^{23}}\frac{(290)^2}{2.6}\, 2.67 =$$

= 9248 4265 9191 2704 2074 0630 — 7924 4150 2074

$$\psi = 1.16\cdot10^{-11}$$

Kapillararbeit bei Oberflächenbenetzung $80.\, d^2\pi = 1.10^{-11}$

$$d = \sqrt{\frac{10^{-11}}{250}} = \sqrt{4\cdot10^{-14}} = 2\cdot10^{-7} = 2\mu\mu$$

$$\frac{N\psi}{HT} = \frac{290}{2.6}\, 2.67 = 300$$

Falls einfach Clapeyron's Gleichg angewandt

Vollständige Zerteilungswärme $r = T \frac{dp}{dT} \frac{v}{g}$ (pro gr.)

$$p v = \frac{c^2}{3} = RT = \frac{HT}{\mu} = \frac{HT}{mN}$$

$$p = \frac{n\, m c^2}{3}$$

$$= e^{k(t-t_0)} \cdot \frac{mc^2}{3}$$

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dt} \neq k + \cancel{\frac{1}{T}}$$

$$\lg p = k(t-t_0) + \overbrace{\lg \frac{mc^2}{3}}^{= \lg T + \cdots}$$

$$r \neq T p v_g k = T \frac{\rho}{n \frac{mc^2}{3}} v_g k = T \frac{c^2}{3} k$$

$$= \frac{HT^2}{mN} k$$

Nach der unseren kinetischen Ableitungen dagegen:

$$\frac{N\psi}{H T^2} = k \qquad r = \frac{\psi}{m} = \frac{k}{m}\frac{HT^2}{N}$$

Stimmt

$$m = \frac{[0.265\mu]^3 \pi}{6} \cdot 2 = \frac{(0.265)^3 \pi}{3} \cdot 10^{-12} = \frac{2.8 . \cancel{3}}{\cancel{3}} . (2.6 . 2.7) . 10^{-15} = 3 . 2.6 . 2.5 . 10^{-15}$$

$$= 2 . 10^{-14}$$

$$\therefore r = \frac{1 . 10^{-11}}{2 . 10^{-14}} = 500 \left(\frac{\text{Erg}}{1\,\text{gr.}}\right)$$

Nun wäre aber die bloße Schwerkraftsarbeit bei Hebung eines 1 gr. um 1 cm: $A = \frac{980}{r} \neq 500$

Schwefel in Wasser

Andererseits bei Auflösung von S löst sich ungefähr NaCl

und zwar pro 1 gr. S: 0.0278 gr NaCl $\frac{35.5}{23}$

dabei würde Wärmemenge: $\frac{0.0278}{58.5} \cdot 1.3$ (grcal) ~~gebunden~~ verbraucht werden.

$$= \frac{2.78 \cdot 1.3}{0.585} \cdot 10^{-4} = 6 . 10^{-4} \text{ gcal} = 6 . 4.2 . 10^{3} = 24000 \text{ Erg}$$

Kapillararbeit bei Benetzung:

$$\frac{(0.265)^2 \pi . 10^{-8} . 80}{\frac{(0.265)^3 \pi . 10^{-12}}{6} . 2} = \frac{3 . 10^{4} . 80}{0.265} = 10^{7} \text{ Erg}$$

Kapillarröhren: Poiseuille'sches Gesetz   Rückwirkung d. Elektroosmot. Strömung?

Erste Ordnung: $1 : 1 + \left(\frac{K(\varphi_1-\varphi_2)}{4\pi}\right)^2 \frac{\sigma}{a^2\mu}$

$\sigma = 10^{-8}$ $K(\varphi_1-\varphi_2) = \frac{4}{300}$ $\frac{\cancel{4}\cdot 4\cdot 8}{9\cdot 10^4\cdot 3}\,\frac{10^{-8}}{\cancel{4}\cdot 10^{-4}\cdot 10^{-2}} = 10^{-6}$!

$a = 2\cdot 10^{-2}$ unmerklich

$\mu = 0{\cdot}01$

$$E = \frac{\Delta K\varphi}{4\pi}\cdot\frac{P\sigma}{\mu} \qquad M = \frac{E}{\mu L}R^2\cdot\frac{\Delta K\varphi}{4\pi} = \left(\frac{\Delta K\varphi}{4\pi}\right)^2 \frac{P\sigma}{\mu^2}\frac{R^2}{L}$$

$$V = \frac{P R^4 \pi}{8\mu L}$$

$$\frac{M}{V} = \left(\frac{\Delta K\varphi}{4\pi}\right)^2 \frac{8\cdot\sigma}{\pi\mu R^2}$$

Im Falle gewöhnlichen ~~[illegible]~~ Gleichgewichts

$$n_z = n_0 e^{-\frac{gz}{RT}} = n_0 e^{-\frac{gzNm}{HT}\left(1-\frac{\rho}{\rho_1}\right)} \qquad m g z = 2\cdot 10^{-14}\cdot 10^3 = 2\cdot 10^{-11} = 2\varphi$$

Es würde also auch φ merklich von der gleichen Größenordnung sein. Doch wäre n_z ganz verschwindend klein!

Revision der früheren Rechnung:

$$v_x : v_g = 1 : f\int_0^\infty e^{2h\chi}\,d\sigma = 1 : f\int_0^\infty \underbrace{e^{\frac{N}{HT}\chi}\,d\sigma}$$ falls χ konstant, wäre dies $= f\delta\cdot e^{\frac{N}{HT}\varphi}$

~~unter Voraussetzung dass χ = konst~~

das wäre also unter Voraussetzung, dass Kraft von Berührung der umgebenden Schichte an unverändert groß bleibt.

Wahrscheinlicher wäre wohl andere Voraussetzung z.B. ~~$\chi = \alpha + \delta$~~ $\chi = \frac{\alpha}{\sigma}$ aber dann wird $v_g = \infty$

~~Also~~ zeigt sich daß, falls $\int e^{2h\chi}\,d\sigma = \delta e^{2h\varphi}$ gesetzt wird, das φ noch Temperaturfunction sein wird

Zur Koagulations Formel:

In den ersten Stadien Koagulieren Teilchen von wenig verschiedener Grösse vorzugsweise

$$D_{ik}R_{ik} = (D_i + D_k)\frac{R_i + R_k}{2}$$ gilt kann tatsächlich gesetzt werden

$$D_i = \frac{DR}{R_i}$$

$$(D_i+D_k)\frac{(R_i+R_k)}{2} = \frac{DR}{2}(R_i+R_k)\left(\frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_k}\right) = \frac{DR}{2}\frac{(R_i+R_k)^2}{R_iR_k}$$

$$\beta = 2\pi\nu_0 D_{11}R_{11} = 4\pi\nu_0 DR$$

aber in späteren Stadien (deutlich erfolgt auch Koagulation sehr ungleich grosser Teilchen)

falls n sehr gross und (dichte Lagerung in) Kugelgestalt

$$D_{nn}R_{nn} = 2D_nR_n. \qquad D\sim\frac{1}{\sqrt[3]{n}} \qquad R_n \sim \sqrt[3]{n}$$

Somit wäre $= 2DR$

aber im Fall sehr ungleicher Teilchen i klein k gross

$$D_{ik}R_{ik} = D_iR_k = \underbrace{DR\sqrt[3]{\frac{k}{i}}}_{\text{wäre also vergrössert!}}$$

Falls aber lockere Lagerung entsteht sind nicht alle Punkte der Kugel R als empfindlich zu betrachten (?)

Reibungs Einfluss $\mu = \mu_0(1+\frac{5}{2}\Sigma\varphi)$

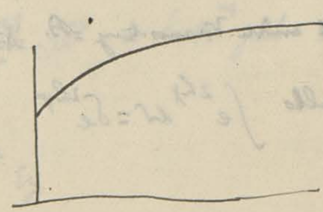
Annahme: alle Teilchen im selben Masse aufgelockert $(1+\alpha)$ mit Ausnahme der einfachen

$$\Sigma\varphi = \cancel{\omega\sum\frac{\nu}{n}[1+\alpha n]}$$

$$= \omega\left[\nu_1 + \sum_2^\infty n\nu_n(1+\alpha)\right] = \omega\frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\left[1+(1+\alpha)\sum\left\{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}+3\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2+\cdots\right\}\right]$$

$$\Phi = \omega\nu_0\left[(1+\alpha)-\frac{\alpha}{(1+\varepsilon)^2}\right] = \omega\nu_0\left\{1+\frac{\alpha}{(1+\varepsilon)^2}(2\varepsilon+\varepsilon^2)\right\}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon} = +\frac{2}{(1+\varepsilon)^3}\omega\alpha$$ Kein Wendepunkt



$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varepsilon^2} = -\frac{6}{(1+\varepsilon)^4}\omega\alpha$$

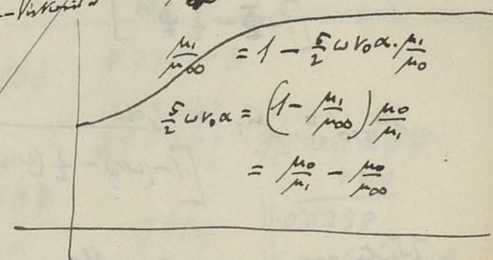
Dabei jedoch Gültigkeit d. Einstein-Formel vorausgesetzt, während im Verhältnis bei Fremdkörpern,
wo φ erhebliche Werte besitzt eine stärkere Abhängigkeit stattfindet

$$\text{rD.}\quad \mu = \frac{\mu_0}{1-\frac{5}{2}\,\Sigma\varphi}$$

$$\frac{1}{1-\frac{5}{2}\omega v_0} = \frac{\mu_1}{\mu_0} = \frac{\text{Anfangs-Viskosität}}{\text{Lösungsm.-Viskosität}}$$

$$\frac{1}{1-\frac{5}{2}\omega v_0(1+\alpha)} = \frac{\mu_\infty}{\mu_0}$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1-\frac{5}{2}\frac{\omega v_0 \alpha}{1-\frac{5}{2}\omega v_0}$$



$$\frac{\mu_1}{\mu_\infty} = 1-\frac{5}{2}\omega v_0 \alpha \cdot \frac{\mu_1}{\mu_0}$$

$$\frac{5}{2}\omega v_0 \alpha = \left(1-\frac{\mu_1}{\mu_\infty}\right)\frac{\mu_0}{\mu_1} = \frac{\mu_0}{\mu_1}-\frac{\mu_0}{\mu_\infty}$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1}{1-\frac{5}{2}\omega v_0\left[(1+\alpha)-\frac{\alpha}{(1+\varepsilon)^2}\right]}$$

$$\frac{\partial}{\partial\varepsilon} = +\frac{1}{\{\quad\}^2}\,\frac{5\,\omega\alpha}{(1+\varepsilon)^3}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\varepsilon^2} = +\frac{2}{\{\quad\}^3}\,\frac{25\,\omega^2\alpha^2}{(1+\varepsilon)^6} - \frac{1}{\{\quad\}^2}\,\frac{15\,\omega\alpha}{(1+\varepsilon)^4} = 0$$

$$\frac{10.\,\omega\alpha}{1-\frac{5}{2}\omega\left[(1+\alpha)-\frac{\alpha}{(1+\varepsilon)^2}\right]}\Bigg|\frac{1}{(1+\varepsilon)^2} = 3$$

$$\cancel{10\,\frac{\omega\alpha\cdot\mu}{\mu_0} = 3(1+\varepsilon)^2}$$

$$\cancel{\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{3(1+\varepsilon)^2}{10.\,\alpha\,\omega}}$$

$$\cancel{\varepsilon = -1+\sqrt{\frac{10}{3}\,\omega\alpha\frac{\mu}{\mu_0}}}$$

$$\cancel{\text{rD.}\quad \mu = \frac{\mu_0}{1-\sqrt[3]{\varphi}}}$$

$$\cancel{\frac{\partial\mu}{\partial\varepsilon} = \frac{+1}{(1-\sqrt[3]{\varphi})^2}\cdot\frac{1}{\varphi^{2/3}}\frac{\partial\varphi}{\partial\varepsilon}}$$

$$\cancel{\frac{\partial^2\mu}{\partial\varepsilon^2} = \frac{2}{(1-\sqrt[3]{\varphi})^3}\,\frac{1}{\varphi^{4/3}}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\varepsilon}\right)^2}$$

$$\frac{\partial\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)}{\partial\varepsilon}\Bigg|_{\varepsilon=0} = \frac{5\,\omega\alpha\,v_1}{1-\frac{5\omega}{2}v_0} = 2\left(1-\frac{\mu_1}{\mu_\infty}\right)$$

$$\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)_{\omega} = \frac{1}{1-\frac{5}{2}\omega[1+\alpha]+\frac{\cancel{5\omega\alpha}.\,6\left[1-\frac{5\omega}{2}(1+\alpha)\right]}{2.\,\cancel{5\omega\alpha}}}$$

$$= \frac{1}{4\left[1-\frac{5}{2}\omega(1+\alpha)\right]} = \frac{1}{4}\,\frac{\mu_\infty}{\mu_0}$$

$$\frac{10.\,\omega\alpha}{\left[1-\frac{5\omega}{2}(1+\alpha)\right](1+\varepsilon)^2+\frac{5\omega\alpha}{2}} = 3$$

$$\underbrace{\left(10-\frac{15}{2}\right)}_{\frac{5}{2}}\omega\alpha = 3(1+\varepsilon)^2\left[1-\frac{5\omega}{2}(1+\alpha)\right]$$

$$\frac{\partial\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)}{\partial\varepsilon}\Bigg|_{\omega} = \frac{5\,\omega\alpha\,\cancel{\left[1-\frac{5\omega}{2}(1+\alpha)\right]^{3/2}}}{\frac{5}{6}\,\omega\alpha^{3/2}\cdot 16\left[1-\frac{5}{2}\cdots\right]^2} = \frac{3}{8}\,\frac{1}{1-\frac{5\omega}{2}(1+\alpha)}$$

$$(1+\varepsilon)^2 = \frac{5}{6}\,\frac{\omega\alpha v_0}{1-\frac{5\omega}{2}(1+\alpha)v_0}$$

Wenn wir meine empirische Formel verwenden:

$$\mu = \frac{\mu_0}{\left[1 - \Phi - \frac{3}{2}\Phi^{5/3}\right]^{5/2}}$$ und einsetzen

$$\mu_{t=0} = \mu_1 = \frac{\mu_0}{\left[1-(\omega v_0) - \frac{3}{2}(\omega v_0)^{5/3}\right]^{5/2}}$$ so ergibt sich daraus (ωv_0)

Weiter aus $$\mu_\infty = \frac{\mu_0}{\left[1-(\omega v_0)(1+\alpha) - \frac{3}{2}\left[(\omega v_0)(1+\alpha)\right]^{5/3}\right]^{5/2}}$$ folgt α

Fällung mit K-Salicylat

$\mu_0 = 49$

$\mu_1 = 52$

$\mu_\infty = 100.3$

$\omega v_0 = \frac{3}{49}\cdot\frac{2}{5} = 0.025$

$1 - \beta - \frac{3}{2}\beta^{5/3} = \left(\frac{49}{100.3}\right)^{2/5}$

$= 0.7510$

0.2440

$$\begin{array}{l} 6902 \\ -\ 12 \\ \hline 6890 - 5 \\ 0.9378 \cdot 2 - 1 \\ \hline 0.8756 - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6902 \\ 7160 \\ \frac{49}{52}\ 49742 - 5 \\ 0.9948 \\ 0.9896 \\ 0.9766 \\ 0.0234 \end{array}$$

$\beta\left[1 + \frac{3}{2}\beta^{2/3}\right] = 0.2440$

$\beta = 0.180$ | $2.2553 - 3$
$0.75177 \cdot 2$
$1.50354 - 2$

$\beta^{2/3} = 0.3188$
1594
$1.4782 \cdot 1.8$
11826
2.660

$\beta = 0.17$ | $22304 - 3$
0.74347
$0.48692 - 1$

$\beta^{2/3} = 0.3068$
1534
$1.4602 \cdot 1.7$
10221
2.482
2.440
42
178

$\frac{42}{178} = \frac{6}{24}$

0.170
$-\ 24$
$\beta = 0.1676$

$\beta = 0.02$
$1.3010 - 3$
$0.4337 - 1$
$0.8674 - 2$
0.0737
368
$1.1105 \cdot 2$
0.0222

$\beta = 0.022$
$1.3424 - 3$
$0.4475 - 1$
$0.8950 - 2$
0.0785
392
1.1177
2235
2235
0.02459
$19 \cdot 2$
239

$\frac{38}{24} = \frac{19}{12} = 1.6$

$\beta = 0.02184$

$\omega r_0 = 0.02184$

$\alpha = \frac{0.1458}{0.02184} \neq 7$

$\omega r_0(1+\alpha) = 0.1676$

218

$\omega r_0 \alpha = 0.1458$

$\Phi = 0.1$ $\quad -5/3 = -1.6667$

0.3333 −2

9

0.02154

1077

0.1 3231

0.8677

0.9384 −1

0.0616 .5/2

308

0.1540

6902

0.8442

$\mu = 69.85$

52.0

$\Delta\mu = 17.85$

$(1+\varepsilon)^2 = \frac{0.1458}{0.0676}$

1638

8299

3339

1670

1.468

$\Phi = 0.06$

1.7782 −3

0.59273 −1

0.96365 −3 | 0.06920

3.5

460

0.0738

0.9262 | 9664

0.0333.5

1665

08325

6902

0.77345

1

~~0.06920~~

~~0.93080~~

~~9669~~

0.0311 .5

.1555

0.0777

6902

~~0.7679~~

~~$\mu = 58.6$~~

~~52~~

$\boxed{\Delta\mu = 6.6}$

59.35

52.

$\Delta\mu = 7.35$

$\Phi = 0.06 = 0.1676 - \frac{0.1458}{(1+\varepsilon)^2}$

$(1+\varepsilon)^2 = \frac{0.1458}{0.1676 - 0.060} = \frac{0.1458}{0.1076}$

1638

−0317

1321

06605

$= 1.3556$

$1+\varepsilon = 1.164_3$

$\frac{\varepsilon}{t} = 0.164_3$

2456

6628

8784

8573

0211

$t = 4.6$ $\quad \varepsilon = \frac{0.1643}{7.2} \cdot 4.6 = 0.105$

$(1+\varepsilon)^2 = 1.105$

1105

55

~~1.221~~

$\boxed{\Phi = 0.0482}$

1638

0867

0771

0.1676

− 1194

0.0482

56.85

52.0

$\boxed{\Delta\mu = 4.85}$

1.6830 −3

0.5610 −1

0.8050 −3

0258

0129.5

0645

6902

7547

0.006383

3191

0.009574

482

0.05777

0.94223

9742

$\Phi = 0.08$ $\quad$ $9.5155 - 15$ $\quad$ $1.9031 - 3$ $\quad$ ~~0.6344 - 1~~ $\quad$ $3.1718 - 5$

0.01485
742
0.0227
~~0.91777~~ $\quad$ 0.89773

9531
0469
2345
11725
6902
0.8074

~~$\mu = 60.22$~~
52

~~96334~~
0.03226
1869
0.09315 $\quad$ 6
6902 $\quad$ 8
0.78731 $\quad$ 10

7.3
11.2
12.2
17.8

$\mu = 64.2$
52
$\Delta\mu = 12.2$

$\Phi = 0.076$ $\quad$ $1.8808 - 3$ $\quad$ 9.4040 $\quad$ $3.13467 - 5$

0.013636
6818
76
0.09645
0.90355

9557
3
9560
0440
220
1100
6902
0.8002

$\mu = 63.13$
52.
$\Delta\mu = 11.13$

11.13
7
11.20
12.2

76 $\quad$ 26 $\quad$ 80

$\frac{7}{107} \cdot 4 = \frac{28}{107}$
66

Also für $\Delta\mu = 11.2$ $\quad$ $\Phi = \frac{0.07626}{0.09134}$

1676

1638
$-$ 9607
2031
10155
11.5

$(1+\varepsilon)^2 = \frac{1458}{913.4}$

$= 1.596$ $\quad$ 12634

$\varepsilon = 0.2634$

$t = 7.9$

4207
-8976
5231
$+4472$
9703

$t = 2.8 \qquad \varepsilon = 0.0934$

$\Phi_c =$

$1.0599 - 3$

$0.5533 - 1$

$0.7665 - 3$

1.0934

0388
0776

1638
$- 0776$
0862

$0.1676 - \dfrac{0.1458}{(1.0934)^2}$

0.005841
2920
457

1676
1219

$\Phi = 0.0457$

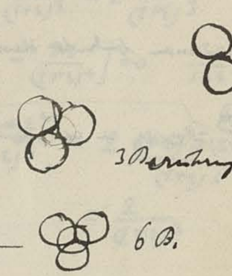
0.05446

0.94554

9757
0.0243
1215
$.06075$
6902
0.75095

$\Phi =$		$\Delta\mu =$	$\varepsilon =$
	0.02184	0.00	
$\Phi =$	0.0457	4.35	0.0934
	0.06	7.35	0.1643
	0.07626	11.2	0.2634
	0.08	12.2	
	0.10	17.85	0.468
		25.0	
		48.3	

$\mu = 56.35$
$52.$
$\Delta\mu = 4.35$



1 B.

3 Berührungspunkte

6 B.

Andere Annäherung 0.1676 ~~[illegible]~~ welche in höherem Grade dem [illegible] der Wechselwirkung Rechnung trägt

$$\Sigma\varphi = \omega\left[\nu_1 + 2\nu_2 + n\right.$$

$$= \omega\left[\nu_1 + 2\nu_2 + \nu_2\frac{\alpha}{3} + 3\nu_3 + \alpha\nu_3 + 4\nu_4 + 2\alpha\nu_4 + 5\nu_5 + 3\alpha\nu_5 + \cdots\right.$$

$$= \omega\left[\underbrace{\Sigma n\nu_n}_{\nu_0} + \alpha\left\{\frac{\nu_2}{3} + \sum_1^\infty n\,\nu_{n+2}\right\}\right]$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\,\nu_{n+2} = \frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\left[\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 + 2\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^3 + 3\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^4 + \cdots\right] = \cancel{\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3}\left[\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} + 2\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right.}$$

$$= \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4}\left[1 + 2\,\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} + 3\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 + \cdots\right] = \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4}(1+\varepsilon)^2 = \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2}$$

$$1 + 2x + 3x^2 + \cdots = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{1}{\left(1 - \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2} = (1+\varepsilon)^2$$

$$\Phi = \omega\nu_0\left[1 + \alpha\frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2} + \left(\frac{\alpha}{3}\,\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3}\right)\right]$$

Hohlraum bildet sich von $n=4$ aufwärts.

Also:

$$\Phi = \omega v_0 + \omega v_0 \alpha \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} n\, v_{n+3}}$$

$$\frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\left[\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^3 + 2\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^4 + 3\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^5 + \dots\right]$$

$$\frac{\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^5}\Big[\underbrace{1 + 2\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} + 3\frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2} + \dots}_{(1+\varepsilon)^2}\Big] = \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^3$$

$$\Phi = \omega v_0 + \omega v_0 \alpha \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^3$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} = 3\omega v_0 \alpha \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 \Big[\underbrace{-\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} + \frac{1}{1+\varepsilon}}\Big]$$

$$= 3\omega v_0 \alpha \frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4}$$

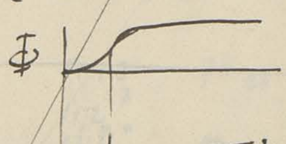
$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varepsilon^2} = \frac{2\varepsilon}{(1+\varepsilon)^4} - 4\frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^5} = 0$$

$$\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} = 1$$

$\varepsilon = 1$ Wendepunkt

Wenn man bedenkt dass die Größe der Hohlräume zunimmt

$$\Phi = \omega v_0 + \omega v_0 \alpha \frac{\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^5}\left[1 + 2\alpha\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} + 3\alpha^2 \dots\right]$$



Unter Annahme:

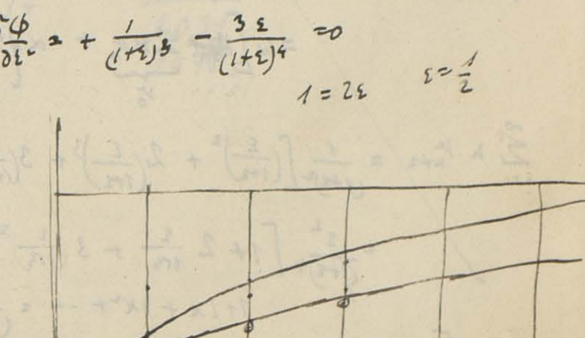
$$\Phi = \omega v_0 + \omega v_0 \alpha \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} = \frac{2\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} - \frac{2\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^3} = 2\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varepsilon^2} = 2\left[\frac{1}{(1+\varepsilon)^3} - \frac{3\varepsilon}{(1+\varepsilon)^4}\right] = 0$$

$1 = 2\varepsilon \qquad \varepsilon = \frac{1}{2}$

		I	II	III
$\frac{\Phi - \omega v_0}{\omega v_0 \alpha}$	=	$\frac{2\varepsilon + \varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2}$	$\frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2}$	$\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^3$
0.164	=	$\varepsilon =$ 0.093	0.68	1.21
0.373	=	0.263	1.57	2.57
Wendepunkte für		X	$\varepsilon = \frac{1}{2}$	$\varepsilon = 1$



Vermut: $\Phi = \omega \left[\nu_1 + 2\nu_2 + \nu_2\alpha + 3\nu_3 + 2\nu_3\alpha + \cdots\right]$

$$= \omega\nu_0 + \frac{\omega\nu_0\alpha}{(1+\varepsilon)^2}\left[\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} + 2\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$= \omega\nu_0\left[1 + \frac{\alpha\,\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3}(1+\varepsilon)^2\right] = \omega\nu_0\left[1 + \frac{\alpha\varepsilon}{1+\varepsilon}\right]$$

$p = 012$

$2{\cdot}0792 - 3$

$0{\cdot}69307 - 1$

$0{\cdot}46535 - 2$

$0{\cdot}0292$
146
12
$\overline{0{\cdot}1638}$

$0{\cdot}8362$

$p\,223$
$0{\cdot}0777$
$\overline{0{\cdot}3885}$
$0{\cdot}1942$
$6p02$
$\overline{0{\cdot}8844}$

$69{\cdot}85$ $\quad p = 10$

$\mu = 76{\cdot}63$ $\quad 12$

$\mu = 77{\cdot}\frac{77}{678}$ $\quad p = 012{\cdot}2$

$$\left.\begin{aligned} \omega\nu_0 &= 0{\cdot}0218 \\ \omega\nu_0(1+\alpha) &= 0{\cdot}122 \\ \omega\nu_0\alpha &= 0{\cdot}100 \end{aligned}\right\}\quad \alpha = \frac{100}{218}$$

$$\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2} = \frac{2\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} - \frac{2\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^3} = 2\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\varepsilon^2} \quad = 2\left[\frac{1}{(1+\varepsilon)^3} - \frac{3\varepsilon}{(1+\varepsilon)^4}\right] = 0 \qquad \frac{3\varepsilon}{1+\varepsilon} = 1 \qquad \varepsilon = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2+2\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} - \frac{2(2\varepsilon+\varepsilon^2)}{(1+\varepsilon)^3} = 2\,\frac{(1+\varepsilon)^2 - (2\varepsilon+\varepsilon^2)}{(1+\varepsilon)^3} = \frac{2}{(1+\varepsilon)^3}$$

~~Kubische Klumpen~~

$$\Phi = \nu_1 + \left(2\nu_2 + \nu_2\frac{\alpha}{3}\right) + \nu_3(3+\alpha) + \nu_4(4+2\alpha$$

Alles das ist einstweilen vollständig haltlos, wie insbesondere aus dem Zahlwert $\alpha = 5$ bis 7 hervorgeht welcher nötig wäre um Freundlich's Resultate zu erklären d.h. der Raum der für jedes an den Klumpen neu anklebendes Teilchen hinzukommt, wäre 5 bis 7 mal grösser als das Eigenvolumen des Teilchens. Das ist bei kugelförmigen Teilchen nicht denkbar. Es müssten also Nadeln oder Stäbchen sein und da sind die Rechnungen nicht zu verwenden.

Wünschenswert wären analoge Messungen an V-Sol oder Gummigutt etc

Falls Wasser, welches (eine gewisse Anzahl Kolloid-Teilchen enthält, durch ~~[illegible]~~ ein poröses Filter hindurch-gepresst wird, (mit konstanter Geschw.) entsteht Verteilung analog wie beim Schwere-Sedimentation wirkt. ~~[illegible]~~ Geschw. entspricht der Fallgeschw. c, also Endverteilung:

$$W(x)\,dx = \frac{c}{D}\, e^{-\frac{cx}{D}}\, dx$$

Es könnte z.B. in vertikaler Richtung eine aufsteigende Flüssigkeitsströmung wirken, welche die Fallgeschwindigkeit teilweise aufhebt. Dann gilt

$$W(x)\,dx = \frac{C-c}{D}\, e^{-\frac{C-c}{D}x}\, dx$$

Offenbar gibt das eine Methode zur fraktionierten Sedimentation, durch welche alle Teilchen von $C < c$ entfernt werden

z.B. für Gummigutt $\delta = 1{,}2$, $a = \frac{1}{2}\mu = \frac{1}{2}\,10^{-4}$

$$C = 0{\cdot}2 \cdot \frac{2}{9}\frac{a^2 g}{\mu} = 0{\cdot}2 \cdot \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{10^{-8}\cdot 10^{3}}{0{\cdot}01} = \frac{10^{-4}}{9} \neq 10^{-5}\ \frac{\text{cm}}{\text{sek.}}$$

für sehr feine nicht anwendbar wegen Langsamkeit

[wohl aber auf Zentrifuge]

Ebenso falls z.B. etwas lufthaltiger Wasserdampf an einer kalten Wand kondensiert:

Strömungsgeschw. d. H_2O Dampfes in grösserer Entfernung gegen die Wand zu $= c$

Dichte Verteilung der Luft an der Wand:

$$\rho = \frac{c}{D}\, e^{-\frac{cx}{D}}$$ wobei D = Diff Konst. der Luft in H_2O Dampf

(falls $\frac{c}{D}$ kompensiert mit H_2O Dichte)

~~Die Wand~~ Das wird aber nicht genau gelten, da Luft wieder Rückwirkung auf die Verteilung d. H_2O Dampfes (wegen dessen Ausdehnbarkeit)

Dagegen z.B. ~~Kristallisation von NaCl aus wässriger Lösung~~ (unterkühlte Flüssigkeit Geschwind. d. Fortschreitens ?)

Eisbildung, falls Wasser verunreinigt durch Fremdstoff

c = lineare Wachstumsgeschw.; Konz. d. Fremdstoffs an der Eisgrenze $= \frac{c}{D}\cdot\varphi$; Falls z.B. Zucker, so bedeutet dies entsprechend Gefrierpunktserniedrigung

~~Helligkeits~~ Energie ? Temperatur Schwankungen, Geschwindigkeit derselben

Dieselbe Formel, welche für Diffusions Schwankungen bewiesen wurde:

$\overline{\Delta^2} = 2\nu P$ muss auch für Temperaturschwankungen gelten

$\overline{\Delta^2} = 2P\,\overline{\delta^2}$

Energieschwankungen (H A Zurich p 41): $\overline{\varepsilon^2} = \frac{c k T^2}{2}$ c = Wärmekapazität

(c)—(c)

$\overline{\varepsilon^2} = \frac{kT^2}{\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}}$ (c_1)—(c_2)

Im Falle, dass c_2 sehr groß ist: $\overline{\varepsilon^2} = c k T^2 = c\,m \frac{H}{N} T^2$

$\left(\frac{\overline{\varepsilon}}{E}\right)^2 = \frac{k}{c} = \frac{H}{N}\frac{1}{cm} = \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 ?$

Also wäre

$\frac{\overline{\Delta_{zeit} E}^2}{E^2} = \frac{2k}{c} P$

Im Falle einer Platte oder eines Drahtes:

P

$\lim_{t=\infty} P = \frac{2}{h}\sqrt{\frac{Dt}{\pi}} = \frac{2}{h}\sqrt{\frac{\kappa t}{\pi}}$

$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2 = \frac{4H}{Ncmh}\sqrt{\frac{\kappa t}{\pi}}$

$\lim \overline{\Delta E^2} = \frac{c\,q\,h\rho\;kT^2}{\cancel{2}}\,\frac{4}{\cancel{h}}\sqrt{\frac{\kappa t}{\pi}}$

Chemische Schwankungsgeschwindigkeit ?

$\overset{+}{\oplus}\ \overset{+}{\odot}\ \oplus_2$ | $\ominus_2$

Doppelschicht Theorie (analog Gouy)

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= n_{10}\, e^{-\frac{NU}{HT}\varepsilon} \\ n_2 &= n_{20}\, e^{+\frac{2NU}{HT}\varepsilon} \end{aligned}\right\} \quad -4\pi\varepsilon(n_1 - 2n_2) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

$$-4\pi\varepsilon\left[n_{10}\, e^{-hU} - 2 n_{20}\, e^{+2hU}\right] = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

~~Falls beides einwertige Ionen:~~ $\cancel{\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -4\pi\varepsilon\, (n_{10} - n_{20})}$

$$\frac{4\pi\varepsilon}{h}\left[n_{10}\, e^{-hU} + n_{20}\, e^{2hU}\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \text{const}$$

$$\frac{4\pi\varepsilon}{h}\left[n_{10} + n_{20}\right] = \text{const}$$

$$n_{10} = 2 n_{20}$$

$$e^{+hU} = z$$

$$\cancel{\alpha\left[\frac{1}{2} + \frac{z^2}{2}\right] =}$$

$\cancel{hU = 2y2}$

$\cancel{h\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{2}\frac{\partial z}{\partial x}}$

$$h\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{z}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{z^2}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2$$

Nullpunkt ins Innere der Flüssigkeit verlegt, wo Gleichgewicht herrscht

$$\int \frac{dU}{\sqrt{\alpha\left(e^{-hU} - 1\right) + \frac{\alpha}{2}\left(e^{2hU} - 1\right)}} = \int dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\int \frac{dU}{\sqrt{2e^{-hU} + e^{2hU} - 3}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\int \sqrt{\frac{e^{hU}}{2 - 3e^{hU} + e^{3hU}}}\, dU = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\int \frac{e^{hU}\, dU}{\sqrt{2e^{hU} - 3e^{2hU} + e^{4hU}}}$$

$$x = \frac{1}{h\sqrt{\alpha}}\int \frac{dz}{\sqrt{2z - 3z^2 + z^4}} \qquad \alpha = \frac{8\pi\varepsilon}{h}\, n_{10}$$

$$z = 1 + \xi \qquad \sqrt{\cancel{2} + \cancel{2\xi} - \cancel{3} - \cancel{6\xi} - 3\xi^2 + \cancel{1} + \cancel{4\xi} + 6\xi^2 + 4\xi^3 + \xi^4}$$

$$x = \frac{1}{h\sqrt{\alpha}}\int_{\xi=0} \frac{d\xi}{\sqrt{3\xi^2 + 4\xi^3 + \xi^4}} = \infty\,!$$

Natürlich denn Gleichgewicht erst in ∞ Entfernung von Oberfläche

~~[illegible]~~ Annahme: positive einwertige, negative mehrwertige (k) } Ionen

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= n_{10}\, e^{-hU} \\ n_2 &= n_{20}\, e^{khU} \end{aligned}\right\} \quad -4\pi\varepsilon\left[n_{10}e^{-hU} - k\,n_{20}e^{khU}\right] = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

$$\frac{4\pi\varepsilon}{h}\left[n_{10}e^{-hU} + n_{20}e^{khU}\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \text{const}$$

$$\ldots\left[n_{10} + n_{20}\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0^2 + \text{const}$$

wenn das Potential an der Oberfläche $= 0$ angenommen wird $\quad\Big\|\quad \frac{4\pi\varepsilon}{h}\left[n_{10}(e^{-hU}-1) + n_{20}(e^{khU}-1)\right] = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0^2\right]$

$$\int_0 \frac{dU}{\sqrt{\underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0^2}_{\cancel{\gamma}} + \alpha(e^{-hU}-1) + \beta(e^{khU}-1)}} = x \;\cancel{+\,\text{const}}$$

$\boxed{\alpha,\ \beta \text{ wesentlich positiv, dagegen } \gamma\ ?}$

$$\int \frac{e^{hU}\,dU}{\sqrt{\alpha e^{hU} + \underbrace{\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0^2 - \alpha - \beta\right]}_{\gamma} e^{2hU} + \beta e^{(k+2)hU}}} = x = \frac{1}{h}\int \frac{dz}{\sqrt{\alpha z + \gamma z^2 + \beta z^{2+k}}}$$

für $x = \infty$ muss $\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 = 0$ also: $\quad \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0^2 = \alpha\left(1 - e^{-hU_\infty}\right) + \beta\left(1 - e^{+hkU_\infty}\right)$

$$\therefore\ \gamma = -\alpha e^{-hU_\infty} - \beta e^{+hkU_\infty}$$

Somit ist γ wesentlich negativ, somit wenn von nun an $-\gamma$ anstatt γ eingeführt wird:

$$x = \frac{1}{h}\int_1^{e^{hU}} \frac{dz}{\sqrt{\alpha z - \gamma z^2 + \beta z^{2+k}}}$$

dabei muss ~~[illegible]~~

$$\alpha e^{-hU_\infty} = k\beta e^{+khU_\infty}$$

$$\frac{\alpha}{z_\infty} = \frac{k\beta z_\infty^k}{\cancel{[illegible]}} \quad \therefore\ \underline{\alpha = k\beta z_\infty^{1+k}}$$

Somit: ~~[illegible]~~

$$\gamma = \left[\frac{\alpha}{z_\infty} + \frac{\beta}{z_\infty^{k}}\right]$$

$$\gamma = \cancel{[illegible]}\,(k+1)\beta z_\infty^k = \frac{k+1}{k}\frac{\alpha}{z_\infty}$$

$$x = \frac{1}{k}\int \frac{dz}{\sqrt{\alpha z - \frac{k+1}{k}\frac{\alpha}{z_\infty} z^2 + \frac{\alpha}{k}\frac{z^{2+k}}{z_\infty^{k+1}}}} = \frac{1}{h\sqrt{\alpha z_\infty}}\int \frac{dz}{\sqrt{\frac{z}{z_\infty} - \frac{k+1}{k}\left(\frac{z}{z_\infty}\right)^2 + \frac{1}{k}\left(\frac{z}{z_\infty}\right)^{k+2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{z_\infty}}{h\sqrt{\alpha}}\int_{y=e^{-hU_\infty}} \frac{dy}{\sqrt{y - \frac{k+1}{k}y^2 + \frac{1}{k}y^{k+2}}} \qquad \boxed{y = \frac{z}{z_\infty} = e^{+h(U-U_\infty)}}$$

$$\cancel{y = \frac{\alpha}{z_\infty}\frac{k+1}{k} = \alpha\left[1+\frac{1}{k}\frac{1}{z_\infty^{k+1}}\right] + \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0^2}$$

Es sollte dabei sein: $\quad \infty = \dfrac{\sqrt{z_\infty}}{h\sqrt{\alpha}}\displaystyle\int_{y=e^{-hU_\infty}}^{1}\frac{dy}{\sqrt{\cdots}}$

$$\cancel{\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0^2 = \alpha\left[1 - \frac{1}{k}\frac{1}{z_\infty^{k+1}} + \frac{k+1}{k}\frac{1}{z_\infty}\right]}$$

$$\cancel{= \alpha\left\{1 + \frac{1}{z_\infty} - \frac{1}{k}\left[\frac{1}{z_\infty^{k+1}} - \frac{1}{z_\infty}\right]\right\}}$$

$$\cancel{= \alpha\left[1 + e^{-hU_\infty} - \frac{1}{k}\left[e^{-(k+1)hU_\infty} - e^{-hU_\infty}\right]\right]}$$

$y = 1 - \varepsilon$

$$\frac{1}{\sqrt{\cancel{1-\varepsilon} - \cancel{1} + \cancel{2\varepsilon} - \varepsilon^2 + \frac{1}{k}\left[1 - (k+2)\varepsilon + \frac{(k+1)(k+2)}{2}\varepsilon^2 - \frac{(k+2)(k+1)k}{6}\varepsilon^3 - \right] - \frac{1}{k}\left[1 - 2\varepsilon + \varepsilon^2\right]}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2\left[\frac{(k+1)(k+2)}{2k} - 1 - \frac{1}{k}\right] - \frac{1}{k}\binom{k+2}{3}\varepsilon^3 - \ }} \qquad = \int_{\varepsilon}^{0}\frac{-d\varepsilon}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{2}\left[1+k\right] - \frac{1}{k}\left\{\binom{k+2}{3}\varepsilon^3 - \cdots\right\}}}$$

$$\frac{k^2 + 3k + 2 - 2k - 2}{2k} \qquad = \infty\ ?$$

Ein geringer !! $\quad \dfrac{h\sqrt{\alpha}}{\sqrt{z_\infty}}x = -\sqrt{\dfrac{2}{1+k}}\log \varepsilon^{+\text{const}} = -\sqrt{\dfrac{2}{1+k}}\log\left[1 - e^{h(U-U_\infty)}\right]$

$$1 - e^{h(U-U_\infty)} = e^{-x\sqrt{\frac{1+k}{2}}\,\mathfrak{D}}$$

$$U = U_\infty + \frac{1}{h}\log\left[1 - e^{-x\sqrt{\frac{1+k}{2}}\,\mathfrak{D}}\right]$$

$x = 0 \quad U = -\infty!$

Für $k = 1$

$$\int \frac{dy}{\sqrt{y - 2y^2 + y^3}} = \int \frac{dy}{\sqrt{y(1-y)^2}} = \int \frac{dy}{(1-y)\sqrt{y}} = \log y + \int \cdots \quad \text{für } y = 1$$

$$\frac{1}{(1-y)\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}}{(1-y)} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{(1-z^2)z} \qquad \cancel{y = \ldots} \quad = -\frac{1}{2(1+z)} + \frac{1}{2(1-z)} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sin\varphi \, d\varphi}{2 \sin^2\frac{\varphi}{2} \sqrt{\cos\varphi}} = \frac{\cos\frac{\varphi}{2} \, d\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2} \sqrt{\cos\varphi}} \quad \Big\|$$

$$\int \frac{dy}{\sqrt{\cdots}} = \log\sqrt{y} \mp - \log\sqrt{1-z} - \log\sqrt{1+z} = \log \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{1-y}} = \frac{1}{2} \log \frac{y}{1-y}$$

$$\frac{1}{2} \log \frac{y}{1-y} = A x_0 + \text{const}$$

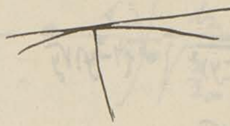
$$y = 1 \quad x = \infty \qquad \Big\| \; \frac{1}{2} \log \frac{1-\varepsilon_0}{\varepsilon_0} = \text{const}$$

$$\alpha = \frac{4\pi e}{k} n_{10}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0^2 = \alpha + \beta + \gamma = \alpha \left\{ 1 + \frac{1}{k\, z_\infty^{k+1}} + \frac{k+1}{k} \frac{1}{z_\infty} \right\} = \frac{4\pi e}{k} n_{10} \left\{ 1 + e^{hU_\infty} + \frac{1}{k} \left[e^{hU_\infty} + e^{(k+1)hU_\infty} \right] \right\}$$

Zähigkeits-Widerstand einer idealen reibenden Flüssigkeit für Kugelinstrumente

Für Scheiben: $\Pi = -\frac{3}{2}\mu\frac{R^2}{l^3}\frac{dl}{dt}$



$$l = \frac{r^2}{2R}$$

$$d\Pi = -\frac{3}{2}\mu\frac{r\,dr}{l^3}\frac{dl}{dt} = -3\mu\, r\,dr\left(\frac{2R}{r^2}\right)^3\frac{dl}{dt}$$

$$\Pi = -3\mu\; 8R^3\int_0 \frac{dr}{r^5}\frac{dl}{dt} = \infty\ !$$

Formel $\bar{\Delta}^2 = 2\nu P$ Kann sie nicht bewiesen werden durch Schluss von ν auf $\nu+1$?

$$W(n,m) - W(n-1,m-1) = P[W(n-1,m) - W(n-1,m-1)]$$

$$W(n,m) = W(n-1)$$

$$W(n+1,m) = P\{W(n,m) + (1-P)W(n,m-1)$$

Die Gleichung

$$W(n+1,m) = W(n,m)\cdot P + (1-P)W(n,m-1)$$

ist unmittelbar evident, denn die Anfangszahl $n+1$ kann man sich zerlegt in n Teilchen und ein einzelnes, welches wir separat im Auge behalten.

Die Endzahl m kann dann in zweifacher Weise resultieren: entweder dadurch dass die n sich in $m-1$ verwandeln und auch das eine drinnen bleibt $(1-P)\,W(n,m-1)$

oder dass n sich in m " " " sich entfernt $P\,W(n,m)$

$$\frac{e^{-\nu}\nu^n}{n!}\,\overline{W}(n,m) = \frac{e^{-\nu}\nu^m}{m!}\,\overline{W}(m,n)$$

$$\overline{W}(n+1,n) = \overline{W}(n,n)\,P + (1-P)\,\overline{W}(n,n-1) \qquad \Big\| \qquad \overline{W}(n,n+1) = \overline{W}(n-1,n+1)\,P + (1-P)\,\overline{W}(n-1,n)$$

$$\cancel{\overline{W}(n+1,n) = \overline{W}(n-1}$$

$$\cancel{\overline{W}(n+1,n+1) = \overline{W}(n,n+1)\,P + (1-P)\,\overline{W}(n,n)}$$

$$\overline{W}(n,n+1) = \frac{\nu}{n+1}\,\overline{W}(n+1,n)$$

$$\psi(x) = \int \varphi(x_0)\, e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}}\, dx \qquad \frac{\partial}{\partial t} = D\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$$

$$S = \int \frac{p\,dv}{T} + \int \frac{c\,dT}{T} = c\lg\frac{T}{T_0} + R\lg\frac{v}{v_0}$$

$$S = n\,a\lg\frac{\nu}{n} = \kappa\lg\overline{W} + S_0$$

$$W = \left(\frac{\nu}{n}\right)^n h.. \qquad \cancel{\frac{e^{-\nu}\nu^n}{n!} = e\frac{\nu^n}{n^n}}$$

$dn_1 = n_1 \times$ Wahrsch. einer Anlag. im Zeitraum dt

$$\frac{1}{t} = 4\pi D R n = 4\pi\frac{HT}{N}\frac{\cancel{\kappa}\,2\varrho}{6\pi\mu\varrho} = \frac{4}{3}\frac{HT}{N}\frac{1}{\mu}n = 1 \qquad n = \frac{\omega}{N}$$

$$\frac{n}{N} = \frac{\mu}{\frac{4}{3}HT} = \frac{10^{-2}}{\frac{4}{3}\cdot 83\cdot 10^7\cdot 300} = \frac{1}{3}\,10^{-12}$$

$$\frac{n}{N} = \frac{\mu n}{\omega} = \frac{m}{\omega}$$

$$n m = \ldots N m = \ldots\ldots \omega$$

normale Lösung enthält 1 gr Mol. in 1000 cm³ 0·001 gr Mol in 1 cm³

0·001 . N Teilchen in 1 cm³

also ist $1000\frac{n}{N}$ = Normalität der Lösung

$$\frac{dn_1}{dt} = -\overbrace{8\pi D R}^{\beta}\, n_1^2 + \frac{\beta R}{\sqrt{\pi D t}}$$

$$\frac{dn_1}{dt} = -\beta n_1^2 + \frac{\alpha}{\sqrt{t}}$$

$$\eta = \frac{2R}{\sqrt{\pi D t}} = \frac{4.\,2.\,10^{-6}}{\sqrt{\pi.\,10^{-7}}} = \frac{8.\,10^{-6}}{10^{-4}.\,5\cdot5} = 1\cdot4.\,10^{-2}$$

$$L = 1 - \left[1 + \frac{1}{x}\right] e^{-\frac{1}{x}}$$

$x = 1$: 0·3010, −0·4343, 0·8667 − 1; 0·736; L = 0·264

$x = \frac{1}{2}$: 0·4771, −0·8686, 0·6085 − 1; 0·406; 0·594

$x = \frac{1}{3}$: 0·6021, 1·3029, 0·2992 − 1 (Wendepunkt); 0·199; 0·801

$x = 0\cdot2$: 0·7782, −2·1715, 0·6067 − 2; 0·0404; $L = 0\cdot96$

$x = 0\cdot25$: 0·6990, −1·7372, 0·9618 − 2; 0·0916; $L = 0\cdot91$

$x = 2$: 0·1761, −0·2172, 0·9589 − 1; 0·91; $L = 0\cdot09$

$x = 1 - \frac{4}{e^3}$

6021
1·7372
0·8649 − 2

0·0733

$$D = \frac{HT}{N}\frac{1}{6\pi a\mu} \quad\Big\|\quad c^2 = RT = \frac{HT}{\mu} = \frac{1}{M}\frac{HT}{N}$$

$$t > \frac{6D}{c^2} = \frac{\frac{1}{6\pi a\mu}\cdot M}{} = \frac{\frac{4}{3}a^3\pi\rho}{a\pi\mu} = \frac{4}{3}\frac{a^2\rho}{\mu}$$

$$\left(\frac{m}{e}\right)^m\sqrt{2m\pi}$$

$$\lambda = \frac{C}{W}M$$

$$\log = m\log m - m + \frac{1}{2}\log m + \log\sqrt{2\pi}$$

$$\tau = \frac{\lambda}{C} = \frac{M}{W}$$

$$-2\log\left(\frac{m-n}{2}\right)! = -2\left\{\frac{m-n}{2}\log(m-n) - \frac{m-n}{2}\log 2 - \frac{m-n}{2} + \frac{1}{2}\log\frac{m-n}{2} + \log\sqrt{2\pi}\right\}$$

$$\binom{m}{\frac{m-n}{2}} = \frac{m(m-1)(m-2)\ldots\left(\frac{m+n}{2}+1\right)}{1.\,2.\,3\,\ldots\,\frac{m-n}{2}} = \frac{m!}{\left[\left(\frac{m-n}{2}\right)!\right]^2} = \frac{m!}{\frac{m-n}{2}!\;\frac{m+n}{2}!}$$

$$m\log m - (m-n)\log(m-n) - n\log 2 + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}\log m - \frac{1}{2}\log\frac{m-n}{2} - \log\sqrt{2\pi}$$

$$\frac{n}{m} = \delta$$

$$m\log m - m(1-\delta)\log m - m(1-\delta)\log(1-\delta) + \log\sqrt{\frac{1}{1-\delta}} + \frac{n}{2} + \cancel{\frac{1}{2}} - n\log 2 - \log\sqrt{\pi}$$

$$= m\delta\log m + m(1-\delta)\left(\delta + \frac{\delta^2}{2} + \ldots\right) + \frac{1}{2}\left[\delta + \frac{\delta^2}{2} + \ldots\right] + \frac{m\delta}{2} - \frac{m\delta}{2}\log 2 - \log\sqrt{\pi}$$

$$x = n\delta$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi m}}\,e^{-\frac{n^2}{2m}} \qquad m = \frac{t}{\tau} \qquad n = \frac{x}{\delta} \qquad \frac{x^2\tau}{2\delta t} = \frac{x^2}{4Dt} \quad\Big\|\quad D = \frac{\delta^2}{2\tau}$$

$W_1 = \frac{1}{2}$ $\quad$ $W_2 = \frac{1}{3}$ $\quad$ $n=1$ $\quad$ 1. Urne: 1, 2, 1 $\quad$ $1:\ W = \frac{2}{3}\ \Big|\ \frac{1}{2}$

1, 2 $\quad$ 1, 2, 3 $\quad$ $2:\ W = \frac{1}{3}\ \Big|\ \frac{1}{2}$

$n = 4$ $\quad$ $n = 1$ $\quad$ $n=2$ $\quad$ 2te Urne: 1, 2,

$\Sigma = 1$. $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ ‖ $\quad 1:\ \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\cdot 2 = \frac{5}{3}$

$\Sigma = 2 \quad \frac{7}{3}$ $\quad 2:\ \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot 2 = \frac{4}{3}$

$\Sigma = 3 \quad \frac{1}{3}$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int^{\infty} e^{-y^2} dy) + \frac{1}{\rho\sqrt{\pi}}\left[1 - e^{-\rho^2}\right]$$

$$\frac{e^{-\rho^2}}{2\rho}\left[1 - \frac{1}{2\rho^2} + \cdots\right] \quad = \frac{1}{\rho\sqrt{\pi}}\left\{1 - \frac{e^{-\rho^2}}{2\rho^2} + \cdots\right\}$$

$$\overline{(x-x_0)^2} = 2\,\overline{\xi^2}\,.\,\varphi(t) \qquad \bar{x} = x_1\,\varphi(t)$$

$$\frac{d}{dt} \qquad = 2\frac{\overline{\xi^2}}{x_1}\,\frac{d}{dt}\bar{x} \qquad\qquad D = \beta \cdot \bar{f}$$

$$\overline{\Delta^2} = 2\,\overline{\xi^2}\,P \qquad \frac{\overline{\Delta_n}}{n-\nu} = P$$

Lassen sich die Formeln für $\overline{\Delta^2}$ etc. und für Wirksamkeit nicht ganz verallgemeinern auf alle irreversiblen Systeme? Insbesondere Wärmeleitung und Strahlung! Chemisches Gleichgewicht!

$\nu = 1{\cdot}55$ $\quad e^{-\nu}\,\nu^n$

	0411	0411	0411	0411	0411	0411	0411
0.4343	1903	3806	5709	7612	9515	1418	3321
21715	~~6732~~	~~6732~~	~~6732~~	~~6732~~	~~6732~~	~~6732~~	~~6732~~
2171	2314	4217	6120	8023	9926	1829	3732
0.67316.							
7143	170.4	264.06	4093	6343	9830	1524	3712
0.0411			68.2	1057	8.2	127	39
1099				26.4		21	6.5
						155	2362
						7	3.6 : 7

$$\theta_1 + T_1 = \tau\;\frac{M_1 + 2M_2 + 3M_3 + \cdots + N_1 + 2N_2 + 3N_3 + \cdots}{N_1 + N_2 + N_3} = \tau\,\frac{1}{W(n)}\,\frac{1}{1 - W_n(0)}$$

$$\theta : T = W_n(0) : 1 - W_n(0)$$

$$\frac{\frac{4}{3}\,a^3\pi}{4a^2\pi} = \frac{a}{3}$$

$$\frac{e^{-\nu}\,\nu^n}{n!} = \frac{e^{-\nu}\,\nu^n}{\left(\frac{n}{e}\right)^n\sqrt{2n\pi}} = \left(\frac{\nu}{n}\right)^n\frac{e^{n-\nu}}{\sqrt{2n\pi}} = \frac{1}{(1+\delta)}\,\frac{e^{\nu\delta}}{\sqrt{2\nu\pi}} = \frac{e^{-\frac{\nu\delta^2}{2}}}{\sqrt{2\nu\pi}}$$

$$\lg = \nu\delta - \nu\,\lg(1+\delta) = \nu\frac{\delta^2}{2}$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi m}}\;\frac{n}{m}\;e^{-\frac{n^2}{2m}} \qquad \begin{array}{l} x = n\delta \\ m = \frac{t}{\tau} \end{array} \qquad \frac{n^2\delta^2}{2\frac{t}{\tau}\delta^2} \quad \frac{x^2}{4Dt} \qquad 2D = \frac{\delta^2}{\tau}$$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{n^2}{2m}}\;\frac{1}{m}\;e^{-\frac{n^2}{2m}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\;\frac{\tau}{t}\;\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\;e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

$$\left[1-\frac{1}{V}\sqrt{\frac{D}{\pi t}}\right]^N = e^{-\frac{N}{V}\sqrt{\frac{D}{\pi t}}}$$

$$W_t \qquad n_1\left(1-\frac{4\pi R D}{V}\right)^N$$

$$\Delta \qquad n_1 e^{-4\pi R D n_1 \tau}$$

$$n_1^2\;4\pi R D$$

$$\Delta n_1 = n_1\left[1-e^{-4\pi R D n_1 \tau}\right] = -4\pi R D n_1^2 \tau$$

$$\frac{dn_1}{dt} = -4\pi R D n_1^2$$

---

1. Bei Berechnung der Mol. Gew. auf Grund d. Sedimentations Gleichgew. Korrekturen im osmot. Druck und Reibung, würde Korrekturen der M. G. Formel ergeben

Vor Allem Abhängigkeit d. $\underline{D}$ von Konzentration

2). Energetische Behandlung d. Gleichgew. einer koll. Lsg. ~~mit~~ im Sedimentations Gleichgewicht

Änderungen d. Dispersionsgrades

$$W = \frac{1}{\sqrt{\pi D t}}\left[e^{-\frac{x^2}{4Dt}-\frac{cx}{2D}-\frac{c^2t}{4D}} + \frac{c}{D\sqrt{\pi}}\;e^{-\frac{cx}{D}}\int_{\frac{x-ct}{2\sqrt{Dt}}}^{\infty} e^{-z^2}dz\right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi D t}}\;e^{-\frac{(x+ct)^2}{4Dt}} + \frac{c}{D\sqrt{\pi}}\;e^{-\frac{cx}{D}}\int_{\frac{x-ct}{2\sqrt{Dt}}}^{\infty} e^{-z^2}dz$$

$$C = \sqrt{\frac{3}{M}\frac{HT}{N}}$$

$$D = \frac{HT}{N}\frac{1}{6\pi a\mu}$$

$$c = \frac{M\left(1-\frac{\rho}{\rho_0}\right)g}{6\pi a\mu}$$

$$\frac{c}{D} = M\left(1-\frac{\rho}{\rho_0}\right)g\cdot\frac{N}{HT}$$

$$\frac{RT}{2}\sqrt{\frac{RT}{3}}$$

$$W\,dx = \frac{\tau}{T} = \frac{dx}{cT}\ldots \qquad T = \frac{D}{c^2}\,e^{\frac{cx}{D}}$$

$$c = \frac{\frac{4}{3}a^3\pi(\rho-\rho_0)g}{6\pi\mu a} = D\,\frac{\frac{4}{3}a^3\pi(\rho-\rho_0)g}{\frac{HT}{N}}$$

$$\frac{c}{D}\;\frac{HT}{N}\cdot\frac{D}{c}$$

$$\frac{10^{-7}}{10.10^{-5}} = 10^{-3}$$

$$\int_0^\infty \xi^2 e^{-\alpha\xi^2}d\xi = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$$

$$\int_0^\infty e^{-\alpha\xi^2}d\xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

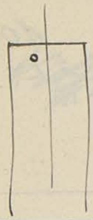
$$\int_0^\infty \xi e^{-\alpha\xi^2}d\xi = \frac{1}{2\alpha}$$

$$\overline{\xi^2} = \frac{1}{2\alpha}$$

$$\overline{\xi} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \qquad \overline{\xi} = \sqrt{\frac{2\pi}{3}}\cdot C$$

$$\sqrt{\overline{\xi^2}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\sqrt{2}} = \frac{C}{\sqrt{3}}$$

$$D = \frac{C\rho}{3}$$



rotierendes Gefäss mit einem Teilchen, welches leichter ist als das Medium!
~~Das~~ Licht in der Axe und eventuell systematische mikrophotogr. Aufnahme des Sedimentationsgleichgewichts! und damit präzisere Bestimmung von N

$\frac{4}{3}\frac{(0.2)^3}{2}\frac{\pi}{1000}\cdot 10.7 = \frac{4}{3}\pi . 32 . 10.7 . 10^{-6} = \frac{4}{3}\cdot 3.35 . 1.07 . 10^{-4}$

$1.34 . 1.07 . 10^{-3}$

1.43

$819 \cdot 91$
8281
74529
7534
4520
$1.27 \cdot \frac{4}{3}$

$\frac{4}{3}\frac{(0.091)^3\pi}{1000}\cdot 1.6 = \frac{4}{3}\pi . (0.91)^3 . 1.6 . 10^{-6}$

$25 . 10^{6}$

231

Änderung d. Diffusionskoeffizient in konzentrierten Lösungen:

$p = A\varphi(1+\alpha\varphi)$ (Abw. vom Boyle'schen Gesetz)

$\mu = \mu_0(1+\beta\varphi)$

$D\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}$

$\therefore D = D_0\frac{1+2\alpha\varphi}{1+\beta\varphi} \neq D_0[1+(2\alpha-\beta)\varphi]$

$\alpha = \frac{4}{3}a^3\pi(\rho-\rho_0)g\frac{N}{HT}$

$n = n_0 e^{-\alpha y}$

$g\int_0^\infty n\,dy = g\frac{n_0}{\alpha} = N$

$\cancel{\frac{1}{N} = \frac{\alpha}{g}\frac{1}{n_0}}$

$p = \frac{n_0}{\alpha}g(\rho-\rho_0) = n_0\cdot\left(\frac{N}{HT}\right)^{-1}$

$\int(\rho-\rho_0)\frac{dN}{N^2} = \frac{g(\rho-\rho_0)\alpha}{\alpha g}\int_{n_{00}}^{n_0}(n_0-n_{00})\frac{dn_0}{n_0^2}$

$= \frac{g(\rho-\rho_0)}{g}\underbrace{\int\left(\frac{dn_0}{n_0} - n_{00}\frac{dn_0}{n_0^2}\right)}_{\left[\lg\frac{n_0}{n_{00}} + n_{00}\left(\frac{1}{n_0}-\frac{1}{n_{00}}\right)\right]}$

$n_0 = n_{00}(1+\delta)$

$\delta - \frac{\delta^2}{2} + \frac{\delta^3}{3}$
$+ \frac{1}{1+\delta} - 1$

$\delta - \frac{\delta^2}{2} + \frac{\delta^3}{3} - \delta - \frac{\delta^2}{2} - 1.$

$= -\delta^2$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D\,\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \beta\,\frac{\partial}{\partial x}\left[W f(x)\right] \Bigg|\; e^{-\alpha t}$$

$$\int_0^\infty e^{-\alpha t}\frac{\partial W}{\partial t}\,dt = W e^{-\alpha t}\Big|_0^\infty + \alpha\int_0^\infty W e^{-\alpha t}\,dt = D\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\int_0^\infty W e^{-\alpha t}\,dt\right] - \beta\,\frac{\partial}{\partial x}\left[f(x)\int_0^\infty W e^{-\alpha t}\,dt\right]$$

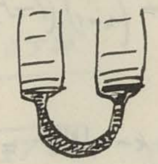
$$W_{t=0} + \alpha\,\Phi = D\,\frac{d^2\Phi}{dx^2} - \beta\,\frac{d}{dx}\left[f(x)\,\Phi\right] \qquad \Phi = \int_0^\infty e^{-\alpha t}\,W\,dt$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\overbrace{\boxed{\frac{HT}{N}\cdot\frac{4}{3}a^3\pi(\rho-\rho_0)g}}^{\alpha}\; n$$

$n = \frac{1}{v} = \frac{1}{\text{Vol. entfallend auf 1 Teilchen}}$

$$v\,dp = -\alpha\,dy$$

$$\boxed{\cancel{\int_v^{v_0}(p-p_0)\,dv = \frac{1}{2}\,\frac{\partial p}{\partial v}\cdot(v-v_0)^2}}$$



$$-\alpha\,n\,dy = dp$$

$$-\alpha\int_0^\infty n\,dy = p_{y=0}$$

$$p = \varphi(n)$$

$$\int v\,dp = -\alpha y = \int\frac{dp}{n}$$

$$= \int_{n_{y=0}}^{n_y}\frac{\varphi'(n)}{n}\,dn = \Phi(n)$$

Schwankungen der Gesamtzahl der sedimentierten Teilchen

$$n_0\,m = \rho$$

$$p = \frac{\rho}{m}\left(\frac{N}{HT}\right)^{-1}$$

$$\int_1^2(p-p_1)\,dv = -\frac{1}{m}\left(\frac{N}{HT}\right)^{-1}\int(\rho-\rho_1)\,\frac{d\rho}{\rho^2}$$

$$= -\left(\frac{N}{mHT}\right)^{-1}\left[\lg\rho + \frac{\rho_1}{\rho}\right]_1^2$$

$$= -\left(\frac{N}{mHT}\right)^{-1}\left[\lg\frac{\rho}{\rho_0} + \frac{\rho_0}{\rho} - 1\right]$$

$$-\left[\lg(1+\delta) + \frac{1}{1+\delta} - 1\right]$$

$$-\left[\cancel{\delta} - \frac{\delta^2}{2} - \cancel{\delta} + \delta^2\right]$$

$$= -\left(\frac{N}{mHT}\right)^{-1}\frac{\delta^2}{2}$$

$$\cancel{W(\delta)\,d\delta = e^{\frac{N}{HT}\ldots}\,d\delta}$$

$$P(N_0 \ldots N) = \ldots$$

$$= N m\,\frac{1}{m}\,\frac{HT}{N}\,\frac{\delta^2}{2}$$

$$\boxed{W(\delta)\,d\delta = e^{-N\frac{\delta^2}{2}}\,d\delta}$$

$$\lim_{(\frac{k}{n}=0)} W_n(+k) = e^{-\nu P}\Big\{\overset{u_0}{\binom{n}{0}(1-P)^n P^0 \frac{(\nu P)^k}{k!}} + \overset{u_1}{\binom{n}{1}(1-P)^{n-1}P^1\frac{(\nu P)^{k+1}}{k+1!}} + \overset{u_2}{\binom{n}{2}(1-P)^{n-2}P^2\frac{(\nu P)^{k+2}}{k+2!}} + \cdots$$

$$\lim \frac{u_{m+1}}{u_m} = \frac{\binom{n}{m+1}}{\binom{n}{m}} \frac{P}{1-P} (\nu P)\frac{(k+m)!}{(k+m+1)!} = \frac{\frac{n!}{(m+1)!(n-m-1)!}}{\frac{n!}{m!(n-m)!}} \frac{\nu P^2}{1-P}\frac{1}{k+m+1}$$

$$= \frac{n-m}{m+1}\frac{1}{k+m+1}\frac{\nu P^2}{1-P}$$

$$= e^{-\nu P}\Big\{\binom{n}{n}(1-P)^0P^n\frac{(\nu P)^{n+k}}{n+k!} + \binom{n}{n-1}(1-P)P^{n-1}\frac{(\nu P)^{n+k-1}}{n+k-1!} + \binom{n}{n-2}(1-P)^2P^{n-2}\frac{(\nu P)^{n+k-2}}{n+k-2!} +$$

$$\lim \frac{u_{m+1}}{u_m} = \frac{\binom{n}{n-m-1}}{\binom{n}{n-m}}\frac{(1-P)}{\nu P^2}(n+k-m) = \frac{n-m!\,m!}{n-m-1!\,m+1!}\frac{1-P}{\nu P^2}(n+k-m)$$

$$= \frac{(n-m)}{m+1}(n+k-m)\frac{1-P}{\nu P^2}$$

$$W(\delta) = e^{-(\alpha\delta+\beta\delta^2)}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(\delta)\,d\delta = e^{\frac{\alpha^2}{4\beta}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left[\frac{\alpha}{2\beta}+\beta\delta\right]^2} d\delta = e^{\frac{\alpha^2}{4\beta}}\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$$

$$\int \delta\, W(\delta)\,d\delta = -\frac{\alpha}{2\beta}\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}\,e^{\frac{\alpha^2}{4\beta}} \qquad \overline{|\delta|} \neq -\frac{\alpha}{2\beta}$$

$$\int \delta^2 W(\delta)\,d\delta = \left[\frac{\alpha^2}{4\beta^2}\sqrt{\frac{\pi}{\beta}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\beta^3}}\right]e^{\frac{\alpha^2}{4\beta}} \qquad \overline{\delta^2} = \frac{1}{2\beta}\left[1+\frac{\alpha^2}{2\beta}\right]$$

$$= \left\{\overline{|\delta|}\right\}^2 + \frac{1}{2\beta}$$

$$\bar{k} = (n-\nu)P = \nu\delta P$$

$$\overline{k^2} = P^2(n-\nu)^2 + (n+\nu)P - nP^2$$

$$= \nu^2\delta^2P^2 + \nu(2+\delta)P - \nu(1+\delta)P^2$$

$$\frac{d^k}{d(\nu P)^k} W_{n}(\nu+k) = e^{-\nu P}\left\{\binom{n}{0}(1-P)^n P^0 + \binom{n}{1}(1-P)^{n-1}\frac{\nu P^2}{1} + \binom{n}{2}(1-P)^{n-2}\frac{(\nu P^2)^2}{2!} + \dots\dots\right\}$$

$$= W_n(0)$$

$\frac{1.93}{(1.0598)^2}$	$\frac{}{(1.299)^2}$	$\frac{}{(1.598)^2}$	$\frac{}{(1.897)^2}$
		7	
~~0252~~	~~1136~~	~~2036~~	~~2784~~
2856	2856	2856	2856
0504	2272	4072	5562
2348	0584	8784	7294
171	114	0.756	0.536

$\frac{1.97}{(1.0912)^2}$	1.228	1.456	2824	$(1.912)^2$
2945				
0758	~~0892~~	~~1632~~	~~4508~~	2814
2187	2945	2945	2945	2945
	1784	3264	9016	5628
	1161	9681	3929	7317
165	121	0.929	0.247	0.539

1.0564	1.376	1.752	2.128	2.504
0239	1386	2435	3280	3986
2945	2945	2945	2945	2945
0478	2772	4870	6560	7972
2467	0173	8075	6385	4973
176	104	0.642	0.435	0.314

Falls erster Zeitraum ausgeschlossen wird:

$$n = \cancel{\frac{n_0}{[1+4\pi D R n_0 t]^2}} = \frac{n_0}{[1+4\pi D R n_0 (t+\tau)]^2}$$

$$n_1 = \frac{n_0}{[1+4\pi D R n_0 \tau]^2}$$

$$n = n_1 \left[\frac{1+4\pi D R n_0 \tau}{1+4\pi D R n_0 (\tau + t)}\right]^2 = n_1 \left[\frac{1+\beta\tau}{1+\beta\tau+\beta t}\right]^2$$

$$\sqrt{\frac{n_1}{n}} = 1 + \frac{\beta t}{1+\beta\tau}$$

$$\frac{\beta}{1+\beta\tau} = \frac{\sqrt{\frac{n_1}{n}} - 1}{t}$$

τ 0	1·97						
2	1·35	1303					
t 5	1·19	0755	0548	0274	10652	0·0652 : 3 = 0·0217	
10	0·89	9494	1809	0 9045	1·2315	0·2315 : 8 = 0·0289	
20	0·52	7160	4143	2071_5	1·611	0·611 : 18 = 0·034	
40	0·29	4624	6679	3339_5	2·158	1·158 : 38 = 0·0305	

71
18

stimmt noch schlechter als Berechnung von $t=0$ aus, wahrscheinlich weil eben die Beobachtung bei $t=2$ die fehlerhafteste ist, infolge zu langsamer Wirkung des Schutzkolloids

Ein Opalescenz ist massgebend $\sum k^2 n_k$

$$= \frac{n_0}{(1+\varepsilon)^2} + 2^2 \frac{n_0 \varepsilon}{(1+\varepsilon)^3} + \frac{3^2 n_0 \varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4} + \cdots = \frac{n_0}{(1+\varepsilon)^2}\left[1 + \frac{2^2 \varepsilon}{1+\varepsilon} + \frac{3^2 \varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2} + \cdots\right]$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 \cdots$$

$$\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{x}{(1-x)^2}\right] = 1 + 2^2 x + 3^2 x^2 + 4^2 x^3 + \cdots = \frac{1}{(1-x)^2} + \frac{2x}{(1-x)^3} = \frac{1+x}{(1-x)^3}$$

$$x = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \qquad \left[1 + \frac{2^2\varepsilon}{1+\varepsilon} + \frac{3^2\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2} + \cdots\right] = \frac{\frac{1+2\varepsilon}{1+\varepsilon}}{\left(\frac{1}{1+\varepsilon}\right)^3} = \cancel{\frac{(2+\varepsilon)(1+\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}} = (1+2\varepsilon)(1+\varepsilon)^2$$

$$\sum{}' = \cancel{\frac{n_0 (2+\varepsilon)}{\varepsilon^3}} = n_0(1+2\varepsilon)$$

also proportionale Zunahme mit Zeit, wie das tatsächlich bei einigen Lösungen Versuchen der Fall ist. Natürlich nur solange Teilchen klein sind im Vergl mit Lichtwellenlänge.

Rayleigh: für kleine r: $h \sim n r^6 = \chi r^3$

für grosse (Clausius) $\sim n r^2 = \frac{\chi}{r}$

~~$r = 2{\cdot}4 \cdot 10^{-6}$~~

~~$n = 10^{10}$~~

~~$10^{10}\, \pi\, (2{\cdot}4)^2 \cdot 10^{-12} = 0{\cdot}46\ \mathrm{cm}^2$~~

$e^{-\gamma t}$

Gamm Tab. XVI – XXI

$Al(OH)_3$ i. L.	φ_0	φ_∞	$\frac{\varphi_\infty}{\varphi_0 = 50.8}$
$\chi^8 =$ 1.1	52.4	64.0	1.260
1.5	53.0	72.6	1.429
2.0	53.6	79.8	1.575
2.5	54.5	93.3	1.837
3.0	55.2	110.5	2.175
4.0	56.7	147.2	2.897

1679 / 4516 / 4195 2596 1079 / 1054 / 4620 2897

$\Delta\eta_\infty = \gamma \cdot \chi^s$ (Gamm) ~~unmöglich~~

$\frac{\partial \Delta\eta_\infty}{\partial\eta} =$

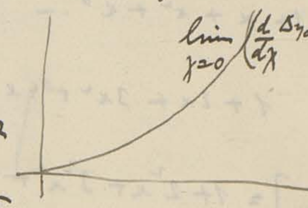
$\varphi_\infty = \varphi_0 \; fc.(\varphi_0)$

$\lg \Delta\eta = \lg\gamma + s\lg\chi$

$\frac{d\Delta\eta}{\Delta\eta} = s\,\frac{d\chi}{\chi}$

unmöglich da im Grenzfall

$\lim_{\chi=0}\left(\frac{d}{d\chi}\Delta\eta_\infty\right) \sim$ unendlich sein muss,



Allgemein: $\mu = \mu_0 \; fc.(\Phi)$

$\Phi = n_0 \; Fc.(n_0 t)$

$\frac{\Phi}{n_0} = Fc.(n_0 t)$

Für Anfangsstadium, wo wahrscheinlich

$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \alpha\Phi$

So sollte also $\frac{\frac{\mu}{\mu_0} - 1}{n_0} = Fc.(n_0 t)$

$\therefore \mu = \mu_0 \, fc[n_0 \, F(n_0 t)]$

$x = \frac{62.8 - 52.4}{64.0 - 52.4} \;\dot{=}\; \frac{10.4}{11.6}$ 0170 / 0645 / 9525 $= \dot{8}964$ (Tisch)

Korrespondierende Punkte (40.1')

62.8	$\frac{10.4}{52.4 \cdot 1.1}$	$= Fc.(44)$
$\eta =$ 68.44	$\frac{15.44}{53.0 \cdot 1.5}$	$= Fc.(29.37 \cdot 1.5)$
74.7	$\frac{21.1}{53.6 \cdot 2}$	$= Fc.(22 \cdot 2)$
86.67	$\frac{32.17}{54.5 \cdot 2.5}$	$= Fc.(17.6 \cdot 2.5)$
94.87	$\frac{39.67}{55.2 \cdot 3}$	$= Fc.(14.7 \cdot 3)$

$\frac{44}{1.5} = \frac{88}{3} = 29.3$ 22 30 7.3 8.7 1.7 1.6 15 7.6 22 83.5 85.8 $\frac{2.6}{7} \cdot 2.3$ 0.87

10 90.3 14.7

15 94.9 $\frac{0.3}{50} \cdot 4.6 = 0.03$

124.6 | $\frac{67.9}{56.7 \cdot 4}$ $= Fc.(11.4)$

10 119.6
11 124.6
15 125.8

Φ		$\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0}$
0.260 : 1.1 =	0.236	0.260
0.429 : 1.5 =	0.286	0.404
0.575 : 2 =	0.287	0.620
0.837 : 2.5 =	0.335	0.878
1.175 : 3 =	0.392	1.166
1.897 : 4 =	0.474	1.896

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \alpha\,\Phi\left(1 + \frac{\Phi}{2}\right)$$

$$\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0} = \alpha\,\Phi\,(1+\beta\,\Phi)$$

$$\frac{\mu_1-\mu_0}{\mu_0\,\Phi_1} = \alpha\,(1+\beta\,\Phi_1)$$

$$\frac{\mu_2-\mu_0}{\mu_0\,\Phi_2} = \alpha\,(1+\beta\,\Phi_2)$$

$$\Delta = \alpha\beta\,\underbrace{(\Phi_2-\Phi_1)}_{2.9}$$

$$0.238 = \ldots$$

$$\alpha\beta = \frac{0.238}{2.9} = 0.082$$

$$\alpha = 0.236 - 0.082 \cdot 1.1$$

0.902 — 0.146; 82 / 902

$$\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0} = \overset{\chi}{0.146}\,\Phi + \overset{\chi^2}{0.082}\,\Phi^2$$

82 / 492 / 1312

738 / 185

73.3 / 0.219 / 185 / 0.404

292 / 328 / 620

438 / 738 / 1166

584 / 1312 / 1896

365 / 513 / 878

41 / 82 / 205 / 5125; 25/2; 50/4

Annahme:

$$\Phi_\infty \sim \chi_\infty$$

$\mu = 62.8$

$$\mu = \frac{68.44 - 50.8}{50.8} = 0.146\,\Phi + 0.082\,\Phi^2$$

$\mu = 74.7$

$\mu = 124.6$

$\mu = 94.87$

$\mu = 86.67\ldots$

$\mu = 74.7$

$\Phi = 0.922$	: 1.1	= 0.84	
$\Phi = 1.350$	: 1.5	= 0.90	
$\Phi = 1.67$	: 2	= 0.84	
~~$\Phi = 3.40$~~			0.855
~~$\Phi = 2.48$~~			
$\Phi = 2.17$	: 2.5	= 0.87	
2.48	: 3	= 0.83	
3.40	: 4	= 0.85	

2.1 : 3

Vergl. Sonn p. 112

Kann seine Resultate nicht formelhaft darstellen

Ausscheidung übersättigter Lösung an Kondensationskernen (Vgl. Kerr, Porter PRS. 89, 379, 1913)

Sobald Anzahl und Grösse der Kerne gegeben ist:

$\cancel{4\pi R D}$

Annähernd?

$$\frac{dc}{dt} = -4\pi R D n_0 c$$

Die Geschwindigkeit des Volumzuwachses

$$R \sim \Big(\underbrace{\frac{c_0 - c}{n_0}}_{y}\Big)^{1/3}\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3}$$

$$\frac{dy}{dt} = +\underbrace{4\pi D n_0 \left(\frac{3}{4\pi n_0}\right)^{1/3}}_{\alpha} \; y^{1/3} \, (c_0 - y)$$

Also im ersten Stadium:

$$\frac{dy}{dt} = +\alpha y^{1/3}$$

$$\frac{dy}{y^{1/3}} = +\alpha\, dt$$

$$+\frac{3}{2} \underbrace{y^{2/3}}_{\sim R^2} = +\alpha t \; \cancel{+\mathrm{const}}$$

$$y = \left[\frac{3}{2}\alpha t\right]^{3/2} =$$

Dabei wird aber noch ganz etwas anderes mitspielen: die Abhängigkeit d. Löslichkeit von der Korngrösse!

Dasselbe auch bei Wasserdampfkondensation an Ionen.

Auch für $t=0$ stimmt die Formel denn dann gilt $\frac{\Phi}{n_0} = F_c(0)$

$\therefore \Phi \sim n_0$

		$\mu-\mu_0$	$\frac{\mu-\mu_0}{\Phi}$
$\mu_0 = 50.8$	$\chi=0$		
$\mu = 52.4$	$\chi=1.1$	1.6	$=1.5$
53.0	$\chi=1.5$	2.2	1.5
53.6	2.0	2.8	1.4
54.5	2.5	3.7	1.5
55.2	3.0	4.4	1.5
56.7	4.0	5.9	1.5

$\frac{1.5}{50.8}$ 0.146

$\neq \frac{\mu-\mu_0}{\mu_0}$

Allerdings ist alles schon größtenteils umgekehrt von Sam interpoliert (Siehe p. 86).

$$n = \mu_0 \left[1 + 0.146\,\Phi + 0.082\,\Phi^2\right]$$

50.8

1.0146
82
1.01542
50771
812
51.583
508
0.783

1.0292
328
1.03248
1.01542
0.01706
1542
164
51624
826
52.4493
51.583
0.8663
783
88.3

1.0438
738
1.05118
1.03248
0.01870
1706
164. 508
82
13
813

~~1.438~~
~~738~~
~~2.176~~

1.146
82
1.228
614
98
62.38

1.073
205
1.0935
54675
875
55.55

Φ		μ	
$\Phi = 0$		$\mu = 50.80$	78
0.1	165	51.58	87
0.2	$\Delta = 33$	52.45	95
0.3	198	53.40	103
0.4	34	54.43	112
0.5	232	55.55	120
0.6	33	56.75	128
0.7	265	58.03	137
0.8	33	59.40	145
0.9	298	60.85	153
1.0	33	62.38	153 162
1.1	331	~~[illegible]~~ 64.00	178 169 170
1.2	33	65.69	179 178
1.3	365	67.48	186 186
1.4	33	69.34	~~217~~
1.5	398	71.29	195
1.6	33	73.32	203
1.7	432	75.44	212 220
1.8	33	77.64	227 229
1.9	466	79.93	458 237 ~~236~~
2.0	33	82.30	245 245
2.1	498	84.75	98 84.26 253 254
2.2	33	87.28	261 268
2.3	534	89.89	531 270 271
2.4	34	~~[illegible]~~ 92.59	278
2.5	565	95.37	287
2.6	33	98.24	295
2.7	598	101.19	303
2.8	34	104.22	312
2.9	632	107.34	320
3.0	665	110.54	

Φ	μ		
3.0	110.54		328
3.1	113.82	665	337
3.2	117.19		345
3.3	120.64	6.98	353
3.4	124.17		362
3.5	127.79	7.32	370
3.6	131.49	378	22.95
3.7	135.27	7.65	387
3.8	139.14		395
3.9	143.09	9.98	403
4.0	147.12		

113.82
104.22

77.67
79.94

5.60 75 76 8.09
6.35 75 8.85
76 75 9.60
7.11 10.35
7.85 75 11.10
75 11.85 22.95
8.60
75 17.95
10.32

1.1	$\Phi = 0.2 - \frac{5}{06\,87}$	$\frac{\Phi}{n_0}$	tn
52.4			
52.4	0.194	0.176	0
53.0	0.257	0.234	2.2
54.4	0.397	0.361	5.5
57.0	0.620	0.564	11
59.2	0.787	0.715	16.5
60.6	0.883	0.803	24.2
61.8	0.962	0.875	33.0
62.8	1.027	0.934	44.0
63.2	1.053	0.957	55.0
63.6	1.077	0.979	66.0
63.9	1.094	0.995	82.5
64.0	1.100	1.000	99.0

0.992

4.0	$\Phi =$	$\frac{\Phi}{n_a}$	tn
56.7	0.596	0.149	0
77.7	1.803	0.451	8
109.0	2.952	0.738	20
119.6 (120.8)	3.270	0.817_5	40
125.8	3.445	0.861	60
129.8 (130.9)	3.554	0.888_5	88
132.0	3.614	0.903_5	120
135.4	3.703	0.926	160
139.2	3.802	0.950_5	240
147.2	4.002	1.000_5	720

888
893
893
1.09
15

$\Phi = 4$ $\quad \mu = 147.2 = \mu_0 [1 + \alpha \Phi_2 + \beta \Phi_2^2]$ $\quad$ 50.8

$\Phi = 0.992$ $\quad \mu = 64.0 = \mu_0 [1 + \alpha \Phi_1 + \beta \Phi_1^2]$

$$\frac{96.4}{50.8} \cancel{-1} = \alpha \Phi_2 + \beta \Phi_2^2$$

$$\cancel{\frac{96.4}{50.8}} = \alpha + \beta \Phi_2$$

$$\frac{13.2}{50.8} \cancel{-1} = \alpha \Phi_1 + \beta \Phi_1^2$$

$$\frac{96.4}{50.8}\frac{1}{\Phi_2} - \frac{13.2}{50.8}\frac{1}{\Phi_1} = \beta \underbrace{(\Phi_2 - \Phi_1)}_{3.008}$$

$$\alpha = \frac{24.1}{50.8} - \beta \Phi_2$$
0.28 24

3820
7059
6761

24.1
− 13.306
10.794

132
1056

$$\frac{10.794}{50.8 \cdot 3.008} = \beta = 0.0706$$

0.4743
0.28 24
$\alpha = 0.1919$
706

$$\mu = 50.8 [1 + 0.1919\,\Phi + 0.0706\,\Phi^2]$$

0332 $\quad$ 7059
1841 $\quad$ 4782
8491

Φ_1

$\Phi_1 = 1$ $\quad$ 50.8 . 1.2625
63125
1010
64135

$\mu = 64.13$

17271
5719
1.22990.508
5648
57186

61495
984
62479

$\Phi_1 = 0.9$
$\mu = 62.48$ $\quad$ 32 / 168

$\mu = 62.8$
$\Phi = 0.92$

Φ	μ	
0	50.80	105
0.1	51.85	111
0.2	52.96	118
0.3	54.14	125
0.4	55.39	132
0.5	56.71	139
0.6	58.10	146
0.7	59.56	153
0.8	61.09	160
0.9	62.69	168
1.0	64.37	174
1.1	66.11	181
1.2	67.92	188
1.3	69.80	195
1.4	71.75	202
1.5	73.77	210
1.6	75.87	217
1.7	78.04	224
1.8	80.28	231
1.9	82.59	237
2.0	84.96	245
2.1	87.41	252
2.2	89.93	259
2.3	92.52	265
2.4	95.17	272
2.5	97.89	280
2.6	100.69	287
2.7	103.56	294
2.8	106.50	

$$\begin{array}{r} 52.4 \\ 50.8 \\ \hline 1.6 \end{array}$$

3%

Φ	μ	
2.8	106.50	301
2.9	109.51	307
3.0	112.58	314
3.1	115.72	321
3.2	118.93	327
3.3	122.20	335
3.4	125.55	343
3.5	128.98	350
3.6	132.48	357
3.7	136.05	364
3.8	139.69	371
3.9	143.40	378
4.0	147.18	

$$\mu = \mu_0 \left[1 + \underbrace{0.1981\,\Phi}_{=\frac{5}{2}\varphi} + 0.06905\,\Phi^2 \right]$$

$\mu_0 \downarrow 50.8$

$\varphi = 0.07924\,\Phi$

rd. für $\frac{1.1\,g}{liter}$ Subst.: $\varphi = 0.079 \cdot 0.15$

$= 0.012$

also ca ~~[illegible]~~ 50 mal mehr als Substanzvolumen

$\Phi = \frac{1.1}{4 \cdot 10^3} = 0.000275$

Φ 0.0007

(1.1) 240

	Φ =	Φ/1.1	tm	
52.4	0.152	0.138	0	
53.0	0.204	0.185	2.2	47 2.11
54.4	0.327	0.297	5.5	112 3.4
57.0	0.528	0.470	11	173 55 3.1
59.2	0.676	0.615	16.5	145 150 2.6
60.6	0.768	0.698	24.2	83 77 1.8
61.8	0.844	0.767	33.0	
62.8	0.907	0.825	44.0	
63.2	0.929	0.845	55.0	
63.6	0.954	0.867	66.0	
63.9	0.972	0.884	82.5	
64.0	0.977	0.888	99.0	

(2)

		Φ/2	tm
53.6	0.254	0.127	0
55.1	0.377	0.1885	4
61.5	0.826	0.413	10
67.9	1.20	0.60	20
71.1	1.366	0.683	30
74.7	1.544	0.772	44
75.4	1.577	0.7885	60
75.9	1.601	0.8005	80
77.1	1.657	0.828	100
77.4	1.670	0.835	120
77.7	1.684	0.842	150
79.0	1.743	0.871	240
79.7	1.774	0.887	330
79.8	1.779	0.889	390
79.7	1.774	0.887	420

(4.0)

	Φ =	Φ/4	
56.7	0.500	0.125	0
77.7	1.684	0.421	8
109.0	2.883	0.721	20
118.6	3.220	0.805	40
125.8	3.407	0.852	60
129.8	3.523	0.881	88
132.0	3.586	0.896	120
135.4	3.682	0.921	160
139.2	3.786	0.946	240
147.2	4.000	1.000	720

(3)

55.2	0.385	0.128	0
63.6	0.954	0.318	6
82.1	1.880	0.627	15
90.3	2.214	0.738	30
94.9	2.390	0.797	45
98.7	2.493	0.831	66
102.0	2.645	0.882	120
102.7	2.670	0.890	150
105.6	2.77	0.923	225
105.2	2.756	0.919	315
110.0	2.916	0.972	450
110.6	2.918	0.973	540
109.4	2.886	0.962	585
110.5	2.918	0.973	630
110.5	2.918	0.973	675

$n = 1.5$	Φ	$t\,n$	Φ/n	
53.0	0.204	0	0.136	
54.3	0.312	3	0.208	24
57.3	0.542	7.5	0.361	34
62.1	0.863	15	0.575	28
64.6	1.013	22.5	0.675	
66.9	1.144	33	0.763	
68.6	1.236	45	0.824	
68.8	1.248	60	0.832	
69.4	1.274	90	0.849	
71.0	1.362	112.5	0.908	
71.8	1.402	135	0.935	
72.6	1.442	157.5	0.961	
72.6	1.442	225	0.961	

72 153 219

$n = 2.5$					
54.5	0.329	0.132	168	0	34
60.3	0.750	0.300	279	5	3.6
72.4	1.432	0.573	165	12.5	1.3
81.3	1.844	0.738		25	
83.5	1.938	0.775		37.5	
85.8	2.034	0.813		55	
88.4	2.139	0.856		75	
89.6	2.187	0.875		100	
90.1	2.207	0.883		125	
91.4	2.257	0.903		150	
93.4	2.335	0.934		262.5	525
92.9	2.316	0.926		300	
93.3	2.332	0.933		337.5	
93.3	2.332	0.933		375	
93.2	2.329	0.932		450	

$$z = \cancel{\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)} \left(\frac{x}{1+x}\right)^n$$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^n$ für $x = 1$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^n$ für $x = 2$

$= \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}\right)^n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ für $x = \frac{1}{2}$

$$z_1 \cdot z_2 = \frac{1}{3^n} = z_{1/2}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu_0} = 1 + \alpha\omega v + \beta(\omega v)^2$$

$$\frac{\mu_\infty}{\mu_0} = 1 + \alpha\omega v(1+\gamma) + \beta(\omega v)^2(1+\gamma)^2$$

$$\frac{x}{1+x} = 2^{-1/n}$$

$$1 + \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt[n]{2}}$$

$$x = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[n]{2}} - 1}$$

$$\log z = n \log \frac{x}{1+x}$$

$$\frac{\mu_\infty - \mu_1}{\mu_0} = \alpha\omega v\gamma + \beta(\omega v)^2(2\gamma + \gamma^2)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \alpha\Phi + \beta\Phi^2 = 1 + \boxed{\alpha\omega}\, v\left[1+\gamma\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right] + \boxed{\beta\omega^2}\, v^2\left[1+\gamma\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right]^2$$

$$\Phi = \omega v\left[1+\gamma\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right]$$

112

$z = \left(\frac{x}{1+x}\right)^2$ $\quad x=1 \quad z=\frac{1}{4}$ $\quad x=2 \quad z=\frac{4}{9}$ $\quad x=\frac{1}{2} \quad z=\frac{4}{9}$

$\frac{dz}{dx} = \frac{2x}{(1+x)^3} = 0$ für $x=0$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ für $x=\frac{1}{2}$

$\frac{8}{27}\cdot\frac{88}{5\cdot5} = \frac{9.4.5 \; 9.0.61}{8.4.76}$ $\quad 1072 \quad 5314 \quad 6758$

$\frac{80.8}{27.5} = \cancel{640} \; \frac{128}{27} = 4.74$

$12 + \frac{88}{2} = 5.6$ $\quad x = 13.5$ mm $\quad z=\frac{1}{2}$ $\quad z=\frac{1}{9} = 21.8$ m für $x = 2.75$ $\quad (9.8,\ 12)$

$12 + \frac{88 \cdot 4}{9}$ $\quad \frac{352}{9} =$ $\quad 39,\ 12,\ 51$ $\quad x = 11$ m $\quad z = \frac{4}{9} = 51$ mm $\quad$ Einheit $= 5.5$ mm

$12,\ 22,\ 34$ $\quad x = 6.2$ m $\quad z = \frac{1}{4} = 34$ mm $\quad$ Wendepunkt dann für $x = 2.75$

$x = 10$ $\quad z = \frac{10}{121} =$ $\quad 0828,\ 9172,\ 9445,\ 8617$ $\quad 0.826.$ $\quad 0.727,\ 12$ $\quad z = \cancel{8}8.4.7$ m für $x = 55$ mm

$x = 4$ $\quad z = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^3}{10^2} = 0.64$ $\quad 8062,\ 9445,\ 7507$ $\quad 563,\ 12$ $\quad z = \cancel{6}6.8.3$ m für $x = 22$ m

$x = 20$ $\quad z = 1010,\ 3222,\ 9788,\ 9576,\ 9445,\ 9021$ $\quad 7972,\ 12$ $\quad z = \cancel{9}9.1.7$ für $x = 110$ mm

$x = 40$ $\quad z = 6021,\ 6128,\ 9893,\ 9786,\ 9445,\ 9231$ $\quad 818,\ 12$ $\quad z = 0.958$ für $x = 220$ m

$\cancel{\Delta\mu} = \beta\mathfrak{E} = \omega v_0\left[1 + \alpha\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right]$

$\cancel{\Delta\mu_0 = \omega v_0}$

$\cancel{\Delta\mu_\infty = \omega v_0[1+\alpha]}$

$\cancel{\alpha = \frac{\Delta\mu_\infty - \Delta\mu_0}{\Delta\mu_0}}$

$\cancel{\Delta\mu = \Delta\mu_0\left[1 + \frac{\Delta\mu_\infty - \Delta\mu_0}{\Delta\mu_0}\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right]}$

$\cancel{= \Delta\mu_\infty\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2}$

315

Einheit für $\varepsilon = 4\pi D R \mu t v_0 = 5.5$ mm $=$

$\Delta\mu = \Delta\mu_\infty\left[\frac{4\pi D R \mu v_0 t}{1 + 4\pi D R \mu v_0 t}\right]^2 = \cancel{\Delta\mu_\infty} \; A v_0 \left[\frac{b v_0 t}{1 + b v_0 t}\right]^2$

$$\frac{\mu}{\mu_0} - 1 = a\nu\left[1+\gamma\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right] + b\nu^2\left[1+\gamma\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right]^2$$

$$\Delta\mu_1 = \frac{\mu_1}{\mu_0} - 1 = a\nu \qquad + b\nu^2 \qquad \Big|\; 1+\gamma$$

$$\Delta\mu_\infty = \frac{\mu_\infty}{\mu_0} - 1 = a\nu\left[1+\gamma\right] + b\nu^2\left[1+\gamma\right]^2$$

$$\Delta\mu_\infty - \Delta\mu_1(1+\gamma) = b\nu^2\left(\left[1+\gamma\right]^2 - \left[1+\gamma\right]\right) = b\nu^2(\gamma+\gamma^2)$$

$$b = \frac{\Delta\mu_\infty - (1+\gamma)\Delta\mu_1}{\nu^2(\gamma+\gamma^2)}$$

$$a = \frac{\Delta\mu_1}{\nu} - b\nu$$

$$= \frac{\Delta\mu_1}{\nu} - \frac{\Delta\mu_\infty - (1+\gamma)\Delta\mu_1}{\nu\gamma(1+\gamma)} = \frac{\Delta\mu_1(\gamma+\gamma^2) - \Delta\mu_\infty + \Delta\mu_1(1+\gamma)}{\nu\gamma(1+\gamma)}$$

$$= \frac{\Delta\mu_1(\gamma+1)^2 - \Delta\mu_\infty}{\nu(\gamma+\gamma^2)}$$

$\varepsilon = c\nu t$

Also 5 allgemeine Konstanten $a\ b\ c\ \gamma\ \mu_0$ während Gans vier Konstanten benützt $\mu_1\ \mu_\infty\ k_1\ b$, aber dabei k_1, b für jede Kurve ν extra bestimmt!

$$\frac{1+b_1x}{1-x} = e^{\overbrace{k_1(1+b_1)}^{\alpha}t} \qquad \Big\| \; \cancel{k_1(1+b_1)\,dt = \frac{1-x}{1+b_1x}\,\frac{(1-x)b_1 + (1+b_1x)}{(1-x)^2} = \frac{1+b_1}{(1-x)(1+b_1x)}}$$

$$1+b_1x = e^{\alpha t}(1-x)$$

$$\frac{\mu-\mu_1}{\mu_\infty-\mu_1} = x = \frac{e^{\alpha t}-1}{e^{\alpha t}+b_1}$$

$\rightarrow$ gäbe für ~~$t=0$~~ $x=0$, $\frac{dx}{dt} = k_1$ während nach meiner Formel $=0$ (übereinstimmend mit Erfahrung)

für kleine t:

$$\neq \frac{\alpha t + \frac{\alpha^2t^2}{2}}{1+b_1+\alpha t}$$

$$\frac{\mu-\mu_1}{\mu_0} = a v \mu \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 + b v^2 \left[2\mu\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 + \mu^2\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^4\right]$$

$$= \left[a v + 2 b v^2\right] \mu \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 + b v^2 \mu^2 \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^4$$

für gegebenes v:

$$\mu-\mu_1 = A\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 + B\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^4$$

$$\therefore \quad \mu_\infty-\mu_1 = A + B \qquad \therefore \quad \mu-\mu_1 = (\mu_\infty-\mu_1)\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2 + \overbrace{B\left[\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^4 - \left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\right]}^{B\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2\left[\frac{\varepsilon^2-(1+\varepsilon)^2}{(1+\varepsilon)^2}\right]}$$

also ~~drei~~ vier Konstanten $A\ B\ c\ \mu_1$ (wie Gans)

~~während Gans drei Konstanten braucht: $a, b\ \mu_1$~~

$$v_n = v_0 \frac{(v_0 \alpha t)^{n-1}}{[1+\underbrace{v_0\alpha t}_{z}]^{n+1}} = v_0 \frac{z^{n-1}}{[1+z]^{n+1}} \qquad \Sigma = v_0 \frac{1}{1+z}$$

$$\frac{dv_n}{2\alpha\, dt} = v_1 v_{n-1} + v_2 v_{n-2} + \dots \left[\frac{(v_{\frac{n}{2}})^2}{2}\right] - v_n \Sigma$$

$$\frac{1}{2}\frac{dv_n}{dz} = v_0\left\{\sum\left[\frac{z^{m-1}}{[1+z]^{m+1}}\,\frac{z^{n-m-1}}{[1+z]^{n-m+1}}\right] - \frac{z^{n-1}}{[1+z]^{n+1}}\,\frac{1}{1+z}\right\}$$

$$\frac{v_0}{2}\left\{\frac{(n-1)\,z^{n-2}}{[1+z]^{n+1}} - (n+1)\frac{z^{n-1}}{[1+z]^{n+2}}\right\} = \nearrow$$

$$\frac{1}{2}\left\{\underbrace{(n-1)\frac{1+z}{z} - (n+1)}_{\frac{n-1+\cancel{nz}-z-\cancel{nz}-z}{z}}\right\} = \underbrace{\sum_m \frac{z^{m-1}\,z^{n-m-1}}{(1+z)^{n-m}}} - z^{n-1}$$

$$\frac{n-1}{2z} - 1 \rightarrow = \sum_m \frac{z^n}{(1+z)^{n-m}} = \frac{z^n}{(1+z)^n}\sum_{m=1}^{\left(\frac{n-1}{2}-1\right)\,\left(\frac{n}{2}-1\right)} \underbrace{(1+z)}_{y}{}^m - z^{n-1}$$

$$\frac{n-1}{2} - (y-1) = \frac{(y-1)^{n+1}}{y^n}\underbrace{\sum_{m=1}^{\frac{n}{2}-1} y^m}_{y+y^2+y^3+\dots} - (y-1)^{n-1}$$

n ungerade

$$y^{\frac{n-1}{2}-1} = \frac{y^{\frac{n-1}{2}}-y}{1-y}$$

Besser so:

$$\frac{1}{2a}\frac{dv_n}{dt} = \frac{v_1 v_{n-1} + v_2 v_{n-2} + v_3 v_{n-3} + \cdots v_{n-2} v_2 + v_{n-1} v_1}{2} - v_n \sum v$$

Dann wird:

$$\cancel{\frac{n-1}{2} - (y-1) = \frac{1}{2}\frac{(y-1)^{n+1}}{y^n}\sum_1^{n-1} y^m - (y-1)^{n-1}}$$

$$\cancel{\underbrace{y^1 + y^2 + y^3 + \cdots + y^{n-1}}}$$

$$\cancel{\frac{y^1 - y^n}{1-y} = \frac{y(1-y^{n-1})}{1-y}}$$

$$\cancel{= (y-1)^{n-1}\left\{\frac{1}{2}\frac{(y-1)^2\, y(1-y^{n-1})}{1-y} - 1\right\}}$$

$$v_n = v_0 \frac{2^{n-1}}{[1+z]^{n+1}} = \frac{v_0}{2^2}\Big(\underbrace{\frac{2}{1+z}}_{x}\Big)^{n+1}$$

$$M = v_1 v_{n-1} + \cdots \qquad v_{n-1} v_1 = \left(\frac{v_0}{2^2}\right)^2 \Big[\underbrace{x^2 x^n + x^3 x^{n-1} + x^4 x^{n-2} + \cdots\; x^n x^2}_{(n-1)\, x^{n+2}}\Big]$$

$$= v_0^2 \frac{(n-1)\cdot 2^{n+2}}{2^4\,(1+z)^{n+2}}$$

$$\frac{dv_n}{dz} = \frac{M}{v_0} - 2\frac{v_0}{2^2}\left(\frac{2}{1+z}\right)^{n+1}\frac{1}{1+z}$$

$$\frac{(n-1)\,2^{n-2}}{(1+z)^{n+1}} - \frac{(n+1)\,2^{n-1}}{(1+z)^{n+2}} = \frac{(n-1)\,2^n}{2^2\,(1+z)^{n+2}} - 2\frac{1}{2^2}\frac{2^{n+1}}{(1+z)^{n+2}}$$

$$\frac{(n-1)(1+z)}{2^2} - \frac{(n+1)}{2} = \frac{(n-1)}{2^2} - \frac{z}{2}$$

$$(n-1)(1+z) - 2(n+1) = n-1-2z$$

$$n + \cancel{nz} - 1 - z - \cancel{nz} - z =$$

$$n - 1 - 2z$$

stimmt !!

	t_{100}	t_{80}		t_{60}	
52.4	0	0		0	
53.0	2	5.56	2.78	30	15
54.4	5	13.75	2.75	71.5	14.3
57.0	10	29	2.9	140	14
59.2	15	45	3.0		
60.6	22	59	2.7		
61.8	30	79	2.65		
62.8	40	102.5	2.75		
63.2	50	118	(2.36)		
63.6	60	127	(2.1)		
63.9	75		M = 2.75		
64.0	90				

23.27
46
161
62

$t_{100} : t_{80} : t_{70} : t_{60} =$

$1 : 2.75 : \frac{2.75}{0.465} : \frac{2.75}{0.465} \cdot 2.15$ (29.2

55 55
9.3 9.3

850
16

$\frac{2.75 \cdot 2.75}{0.465} : \frac{2.75}{0.465} : 2.15 : 1$

$\cancel{0.026} : \cancel{0.47} : 0.495 : 0.23$

29.2 1.06

	70	80	60		
52.4	0	0	0		
52.6	5	2	15	(3)	0.4
52.9	10	5	26	(2.6)	0.5
53.2	15	6.7	36.7	2.45	0.44
53.6	22	8.9	47.5	2.16	0.405
54.1	30	11.9	60	2.0	0.397
54.9	40	17.1	85	2.1	0.428
55.6	50	22	105	2.1	0.44
56.7	60	27.5	132.5	2.1	0.488
58.0	75	35		2.15	0.47
59.1	90	44			0.47
59.9	105	52			0.495
60.7	120	60			0.50
61.5	140	73.3			0.523
61.9	160	81.5			0.51
62.4	180	92.5			0.51

6.976 : 15 = 46
0.465

1184
592
296
12.73

11.43
41
47.3 : 9.3 = 5.086
80
56
127.1
254.2
381.3

43 : 93 =
129
989 : 93 =

990
495
2475
93 : 99 10.6425

0.9 · 2.75
2475
150
2625

$\frac{0.495}{0.465} = \frac{99}{93}$

	t_5	t_5	
52·4	0	0	
~~52~~·5	2	12·5	6·25
52·9	5	30	6·0
53·8	10	56	5·6
55·0	15	77·7	5·2
57·7	22	106·9	4·86
62·0	30	134·7	4·49
65·7	40	168	4·2
67·4	50	186	3·72
68·7	60	206	3·45
70·1	75	240	3·02
70·0	90		
71·4	105		

$\frac{8}{30}\cdot 20$ $\frac{8}{21}\cdot 20$ $\frac{80}{13}\cdot 6$

	t_{80}	XLII	
52·4	0	0	
58·0	2	24·55	12
66·9	5	41·3	8·3
74·0	10	71·9	7·2
77·3	15	97·5	6·5
80·7	22	137·3	6·2
86·6	40	210	5·2

$$\left(\frac{\vartheta}{\vartheta+T}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$\vartheta = T = 54$ sek

27 sek. $\left(\frac{\frac{T}{2}}{T+\frac{T}{2}}\right)^3 = \frac{1}{27} = 0·037$ ~ 0·044

13 sek $\left(\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{4}}\right)^3 = \frac{1}{125}$ 0·008

104 sek. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} = 0·3$

Ammonat

50·2	0		
52·3	5	17·7	3·9
53·2	10	36·1	3·6
59·1	20	59·7	3·0
62·5	30	91·1	3·0
64·7	40	142·5	3·7
66·0	50	170	3·4
66·4	60	183·3	3·0
66·8	75		
67·0	90		

K_2CrO_4 t_{65} t_{50}

52·4	0		
54·0	2	33·3	16·6
54·6	5	53·3	10·6
56·4	10	115·7	11·6
58·2	15	175	11·7
60·4	22	237·5	10·8

$\frac{\cancel{4}}{17}\rho_0 = 53$

Na-Pikrat

		t_4	$t_{3\cdot 55}$	
~~× 2·4~~	52·4	0	0	
~~7/6 9~~	56·9	2	17·15	8·6
$\frac{28}{13} = 2\cdot 15$	59·7	5	30	6·0
$\frac{21}{8} = 2\cdot 6$	63·3	10	60	6·0
	65·1	15	88·75	5·0

KCNS

52·0	0	0	
52·1	2	3	1·5
52·9	5	11·2	2·2
54·2	10	24·6	2·5
55·7	15	41·8	2·8
57·4	22	60	2·7
58·3	30	75	2·5
59·5	40	105	2·6
60·6	50	136	2·7
60·9	60	145·7	2·5
61·5	75	170	2·3
61·6	90	180	2·0
61·8	105	220	2·1

NH_4Cl

	t_{110}	t_{70}	
50·2	0	0	
51·6	5	18·3	3·66
52·7	10	43·3	4·33
57·4	20	96·2	4·81
61·9	30	139	4·6
63·9	40	155·3	3·9
66·5	50	184·5	3·7
67·6	60	205	3·4
68·6	70	227·5	3·3

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \qquad \int_{p_1}^{p} \frac{dp}{\rho} = -gz$$

$$gz$$

$$\cancel{\left(p + \frac{a}{\rho^2}\right)\left(\frac{1}{\rho} - b\right) = RT}$$

$$(p + a\rho^2)\left(\frac{1}{\rho} - b\right) = RT$$

$$\frac{p}{\rho} + a\rho - bp + \cancel{ab\rho} = RT$$

$$p = \frac{RT}{\frac{1}{\rho} - b} - a\rho^2$$

$$p = \frac{RT\rho}{1 - b\rho} - a\rho^2$$

$$dp = d\rho\left\{\underbrace{\frac{RT}{1-b\rho} + \frac{RTb\rho}{(1-b\rho)^2}}_{\frac{RT}{(1-b\rho)^2}} - 2a\rho\right\}$$

$$\int\frac{dp}{\rho} = \int\frac{d\rho}{\rho}\,\frac{RT}{[1-b\rho]^2} - \int 2a\,d\rho = -gz$$

$$\cancel{RT\int d\rho\;\frac{1}{\rho} + \frac{2b}{2}\left[\frac{1}{1+b\rho} - \frac{1}{1-b\rho}\right] - \frac{b}{2}\left[\frac{1}{1-b\rho} - \frac{1}{1+b\rho}\right]}$$

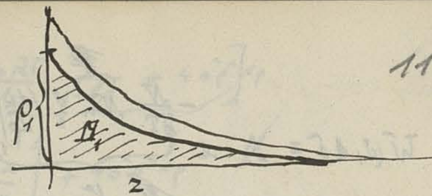
$$\cancel{\frac{1}{\rho} \quad 2b\left(\frac{1}{1-b\rho}\right)^2 \qquad \frac{b\rho}{(1-b\rho)^2}}$$

$$\cancel{\frac{1}{\rho} + \frac{b}{2}\,\frac{1}{1-b\rho} + \frac{3b}{2}\,\frac{1}{1+b\rho} = \frac{\quad}{\rho(1-b\rho}}$$

$$\int\frac{1}{x}\,\frac{1}{(1-bx)^2} = \frac{1}{x} + \frac{2b}{(1-bx)^2} - \frac{b^2x}{(1-bx)^2} = \frac{(1-bx)^2 + 2bx - b^2x^2}{x(1-bx)^2}$$

$$= \int\frac{1}{x} + \int\frac{b}{(1-bx)^2} + \int\frac{b}{1-bx} = \lg x + \frac{1}{1-bx} - \lg(1-bx)$$

$$-gz = RT\left\{\lg\frac{\rho}{1-b\rho} + \frac{1}{1-b\rho}\right\}\Big|_{\rho_1}^{\rho} - 2a\rho\Big|_{\rho_1}^{\rho}$$



$$M_1 = q\int_{\rho_1}^{\infty}\rho\, dz$$

$$P^{M_2}_{M_1} = \int_1^2 p\, dv \;\underbrace{-\int p_1\, dv}\; = pv\Big|_1^2 - \int_1^2 v\, dp - p_1(v_2 - v_1) \qquad \rho_1 = f(M_1),\quad \rho_2 = f(M_2)$$

$$\left[\frac{RT}{1-b\rho} - a\rho\right]\Big|_1^2 - RT\left[\lg\frac{\rho}{1-b\rho} + \frac{1}{1-b\rho}\right]_1^2 + 2a\rho\Big|_1^2 - p_1\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)$$

$$= -RT\lg\frac{\rho}{1-b\rho}\Big|_1^2 + a\rho\Big|_1^2 - \frac{RT\rho_1}{1-b\rho_1}\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right) + a\rho_1^2\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)$$

$$M_1 = q\int_{\rho_1}^{\infty}\rho\, dz = -\frac{q}{g}\left\{\int_{\rho_1}^{\rho_\infty} RT\frac{d\rho}{[1-b\rho]^2} - \int_{\rho_1}^{\rho_\infty} 2a\rho\, d\rho\right\} = -\frac{q}{g}\left\{\frac{RT}{b}\frac{1}{1-b\rho} - a\rho^2\right\}\Big|_{\rho_1}^{0}$$

$$= \frac{q}{g}\left\{\frac{RT}{b}\left[\frac{1}{1-b\rho_1} - 1\right] - a\rho_1^2\right\} = \frac{q}{g}\left\{\frac{RT\rho_1}{1-b\rho_1} - a\rho_1^2\right\}$$

$\rho_2 = \rho_1(1+\delta)$

$$\Delta P_1 = -RT\lg(1+\delta) + RT\underbrace{\lg\left(\frac{1-b\rho_1(1+\delta)}{1-b\rho_1}\right)}_{\lg\left[1 - \frac{b\rho_1\delta}{1-b\rho_1}\right]} + a\rho_1\delta \underbrace{- \frac{RT}{1-b\rho_1}\left(\frac{1}{1+\delta} - 1\right)} \quad + a\rho_1\left(\frac{1}{1+\delta} - 1\right)$$

$$= -RT\left(\delta - \frac{\delta^2}{2}\right) - RT\frac{b\rho_1\delta}{1-b\rho_1} - RT\frac{1}{2}\left(\frac{b\rho_1\delta}{1-b\rho_1}\right)^2 + a\rho_1\delta + \frac{RT(\delta - \delta^2)}{1-b\rho_1} + a\rho_1(-\delta + \delta^2)$$

$$= RT\frac{\delta^2}{2}\left\{1 - \frac{b^2\rho_1^2}{(1-b\rho_1)^2} - \frac{2}{1-b\rho_1}\right\} + a\rho_1\delta - a\rho_1\delta + a\rho_1\delta^2$$

$$\frac{1 + \cancel{b^2\rho^2} - \cancel{2b\rho} - \cancel{b^2\rho^2} - 2 + \cancel{2b\rho}}{(1-b\rho_1)^2} \qquad = a\rho_1\delta^2 - \frac{RT\,\frac{\delta^2}{2}}{(1-b\rho_1)^2} = -\frac{\delta^2}{2}\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_1$$

$$W(\delta, d\delta) = A\, e^{-\frac{N}{HT} Nm \frac{\delta^2}{2}\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_1}$$

$$\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial p} = \beta \qquad -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial p} = \beta \qquad \frac{dp}{d\rho} = \frac{1}{\rho\beta}$$

unter Annahme Boyle's S. $\frac{dp}{d\rho} = \frac{p}{\rho} = RT = \frac{1}{m}\frac{HT}{N}$

$$\gamma = +\frac{N}{HT} Nm \frac{\delta^2}{2}\frac{HT}{N} = N\frac{\delta^2}{2} \quad \text{stimmt!}$$

Warum ist das Niveau 0 ausgezeichnet $\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_1$? Weil Annahme: Ueberlagerung gegen ρ_1 (= const.

~~Dagegen falls gleichförmige Kompression der ganzen Säule~~

~~Arbeit: $\frac{\delta^2}{2}\int\left(\frac{dp}{d\rho}\right)\rho\, dz$~~

Arbeit pro Volumeneinheit $\frac{\delta^2}{2}\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)$

$\sum$ Arbeiten bei Entfernung dieser $= q\frac{\delta^2}{2}\int\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_2 \rho_2\, dz$

Im Fall B. G.: $q\frac{\delta^2}{2}\int\rho\, dz \cdot RT = \frac{\delta^2}{2} RT\, Nm = \frac{\delta^2}{2}\frac{HT}{N} N$ (stimmt)

$$g\, dz = -d\rho\left\{\frac{RT}{\rho[1-b\rho]^2} - 2a\right\}$$

$$\sum ? = q\frac{\delta^2}{2g}\int \frac{dp}{d\rho}\, d\rho\left\{\frac{RT}{(1-b\rho)^2} - 2a\rho\right\} = q\frac{\delta^2}{2g}\int_{\rho_1}^{\infty}\left[\frac{RT}{(1-b\rho)^2} - 2a\rho\right]^2 d\rho$$

$$\left[\cancel{\frac{(RT)^2 - \frac{2a}{b}(b\rho)^2 + \frac{2a}{b}(1-b\rho)}{[1-b\rho]^2}}\right]^2 = \int \frac{(RT)^2}{(1-b\rho)^4} - \frac{RT\, 4a\rho}{(1-b\rho)^2} + 4a^2\rho^2\, d\rho$$

$1-b\rho = \alpha$ $\quad + \int -\frac{d\alpha}{\alpha^4}\,\underbrace{\frac{(RT)^2}{b} - \frac{4aRT}{b}\frac{1}{(1-b\rho)^2} + \frac{4aRT}{b}\frac{1}{1-b\rho} + 4a^2\rho^2}\,d\rho$

$-b\,d\rho = d\alpha$

$$+\frac{4aRT}{b^2}\left[\frac{d\alpha}{\alpha^2} - \frac{d\alpha}{\alpha}\right] + 4a^2\rho^2 d\rho$$

$$\Sigma P = \left[\frac{(RT)^2}{3b}\frac{1}{(1-b\rho)^3} - \frac{4aRT}{b^2}\left[\frac{1}{1-b\rho} + \lg(1-b\rho)\right] + \frac{4}{3}a^2\rho^3\right]_{\rho_1}^{0} \frac{q\delta^2}{2g}$$

$\cancel{\frac{b}{(1-b\rho)^2} - \frac{b}{1-b\rho}}$

$$=\left\{\frac{(RT)^2}{3b}\left[\frac{-1}{(1-b\rho_1)^3}+1\right] + \frac{4aRT}{b^2}\left[\frac{1}{1-b\rho_1} - 1 - \log(1-b\rho_1)\right] - \frac{4}{3}a^2\rho_1^3\right\}\frac{q\delta^2}{2g}$$

$$= -M_1\frac{\delta^2}{2}\frac{\{\qquad\qquad\}}{\frac{RT\rho_1}{1-b\rho_1} - a\rho_1^2}$$

wenn $b\rho_1 \ll 1 = \beta$ $\qquad \frac{1}{(1-\beta)^3} = 1+3\beta+\frac{3\cdot4}{1\cdot2}\beta^2 \quad +\beta^2 + [-\beta+\frac{\beta^2}{2}]$

$$\Sigma P = M_1\frac{\delta^2}{2}\,\frac{\frac{(RT)^2}{3b}\left[-3b\rho_1 - 6(b\rho_1)^2\right] + \frac{4aRT}{b^2}\frac{(b\rho_1)^2}{2} - \frac{4}{3}a^2\rho_1^3}{RT\rho_1\left[1+b\rho_1-(b\rho_1)^2\right] - a\rho_1^2}$$

$$= M_1\frac{\delta^2}{2}\cdot\frac{-(RT)^2\left[\rho_1 + 2b\rho_1^2\right] + 2RTa\rho_1^2 - \frac{4}{3}a^2\rho_1^3}{}$$

$$= M_1\frac{\delta^2}{2}\,\frac{-\left[1+2b\rho_1\right] + 2\frac{a\rho_1}{RT}\left[1-\frac{2}{3}\frac{a\rho_1}{RT}\right]}{1+b\rho_1-(b\rho_1)^2 - \frac{a\rho_1}{RT}}\,RT$$

$$= -M_1\frac{\delta^2}{2}RT\,\frac{1+2\beta - 2\alpha - \frac{4}{3}\alpha^2}{\underbrace{1+\beta-\beta^2-\alpha}_{1+2\beta-2\alpha-\qquad+(\alpha-\beta)}} \qquad \neq -M_1\frac{\delta^2}{2}RT\left[1-\alpha+\beta\right]$$

$$= -M_1\frac{\delta^2}{2}RT\left[1-\frac{a\rho_1}{RT}+b\rho_1\right]$$

während vorher gefunden war: $-\frac{\delta^2}{2}RT\left[1+2b\rho_1 - \frac{2a\rho_1}{RT}\right]$

$$M_1 = m\,N = \frac{\cancel{M}}{g}\left\{\frac{RT}{1-b\rho_1} - a\rho_1\right\} =$$

$$\frac{m\,N\,g}{q\,RT} = \rho_1\left\{1 + b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right\}$$

$$\frac{RT}{\left(\frac{l}{t}\right)^2} = \frac{1}{m}\frac{HT}{N}$$

$$\frac{m^2 N g}{q\,\frac{HT}{N}} = \rho_1\left[1 + b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right]$$

$$\frac{m\,\frac{l}{t^2}}{l^2\,\frac{l^2}{t^2}} = \frac{m}{l^3}$$

$$\Sigma P = -M_1\,\frac{\delta^2}{2}\,RT\left[1 + b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right]$$

$$\Sigma P = -M_1\,\frac{\delta^2}{2}\,\cancel{RT}\,\frac{\cancel{m\,N\,g}\;M_1}{q\,\cancel{RT}\,\rho_1} = -\frac{(M_1\,\delta)^2}{2\rho_1\,q}$$

$$\frac{HT}{N}\,\Sigma P = -N\,\frac{\delta^2}{2}\left[1 + b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right]$$

$$\frac{dp}{d\rho_1} = RT\left[1 + 2b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right]$$

$$= -N\,\frac{\delta^2}{2}\,\frac{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{1/2}}{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{B}}$$

$$RT\left[1 + b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right] = \frac{dp}{d\rho_{1/2}} \qquad \rho_{1/2} = \frac{\rho_1}{2}$$

$$\rho_1 = \frac{m^2 N g}{q\,\frac{HT}{N}}\left[1 + \left(\frac{a}{RT} - b\right)\frac{m^2 N g}{q\,\frac{HT}{V}}\right]$$

$$\frac{\overline{\delta^2}}{N} = \frac{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_B}{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{1/2}}$$

$$\frac{m^2 N g}{q\,\frac{HT}{N}}\,RT = \rho_1\,\frac{dp}{d\rho_{1/2}}$$

$$\frac{\int \delta^2 e^{-\alpha\delta^2}\,d\delta}{\int e^{-\alpha\delta^2}\,d\delta} = \frac{1}{2\alpha} = \frac{1}{2\frac{\nu}{2}}$$

$$\rho_1 = \frac{m\,N\,g}{q}\,\frac{1}{\frac{dp}{d\rho_{1/2}}} = \frac{m\,N\,g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho_s}\right)}{q}\,\frac{1}{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{1/2}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\nu}{2}\delta^2}\,d\delta = \sqrt{\frac{\pi}{\frac{\nu}{2}}} = \sqrt{\frac{2\pi}{\nu}}$$

$$\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_1 = RT\left[1+2b\rho - \frac{2a\rho_1}{RT}\right]$$

$$\rho_1\left[1+b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right]RT = \frac{Mg}{q}$$

$$\rho_1 \frac{dp}{d\rho_1} = \frac{Mg}{q}\left[1+b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right]$$

$$\Sigma P = -M_1 \frac{\delta^2}{2} RT\left[1+b\rho_1 - \frac{a\rho_1}{RT}\right]$$

$$\Sigma P = -\frac{\delta^2}{2} RT \frac{q}{g}\left(\rho\frac{dp}{d\rho}\right)_1$$

$$\frac{N}{HT}\Sigma P = -\frac{\delta^2}{2}\frac{q}{gm}\left(\rho\frac{dp}{d\rho}\right)_1$$

$$-\frac{\delta^2}{2}\frac{q}{gm}\left(\frac{A_1}{B}\right)\underbrace{\left(\rho\frac{dp}{d\rho}\right)_B}_{=p\,=\,\frac{Nmg}{q}}$$

$$= -\frac{\delta^2}{2} N \left(\frac{A_1}{B}\right)$$

$$\left(\rho\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_B = RT\rho = p$$

$$\rho = \frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial p}$$

An Westgren mitgeteilt 14/8 1916

für gegebenes n

$$\frac{\sum'(m-n)H(n,m)}{N} = \frac{\sum' m\, H(n,m) - n\sum' H(n,m)}{N} = \frac{\sum m\, H(n,m)}{N} - n$$

572

$v = 1.428$

$\rho = 0.374 \rightarrow 5729$ bar

0.394 bar

126	281	138	20	2	4
70	234	216	152	28	30
21	87	189	114	66	40
5	9	64	96	52	5
		15	30	55	18
					14
				18	

222	611	622	412	221	105
379	563	355	174	67	28
3464	7860	~~8585~~ 7938	6149	3444	~~0453~~ 0212
5786	7505	5502	2405	8261	4472
7678	8355	~~1085~~ 3436	3744	5183	~~5981~~ 5740
0.5858	10853	~~2.034~~ 1.7525	2.368	3.298	~~3.964~~ 3.75
	-1.0	2.0	-3.	-4	-5
+0.586	+0.085	~~+0.034~~ -0.2475	-0.632	-0.702	~~-1.036~~ 1.25
1547	6314	7574	1965	4102	5529
5729	5729	5729	5724	5729	5729
7276	2043	3303	7694	9831	1258

-0.534	+0.586	-0.052
-0.160	+0.085	+0.075
+0.214	-0.2475	+0.033
+0.588	-0.632	+0.044
+0.962	-0.702	-0.260
+1.336	~~-1.036~~ -1.25	-0.300

$$\frac{\frac{3}{}}{} \frac{\pi}{C}\sqrt{\frac{3}{\nu}}\, e^{\frac{\nu\delta^2}{2}}$$

$$T = \frac{a}{3}\frac{\sqrt{6\pi}}{C.2\nu}\sqrt{\frac{}{2\nu\pi}}\, e^{\frac{\nu\delta^2}{2}}$$

$$= \frac{a}{2C\nu\sqrt{3\nu}}$$

$$\frac{e^{-\nu}\,\nu^{n}}{\left(\frac{n}{e}\right)^n\sqrt{2\pi n}}$$

$$\frac{e^{n-\nu}\left(\frac{\nu}{n}\right)^n}{\sqrt{2\nu\pi}} = e^{+\nu\delta}\left(\frac{1}{1+\delta}\right)^{\nu(1+\delta)}$$

$$\nu\delta - \nu(1+\delta)\left(\delta - \frac{\delta^2}{2}\right) = \frac{e^{-\nu\frac{\delta^2}{2}}}{\sqrt{2\nu\pi}}$$

$$T = \frac{a}{3}\frac{\sqrt{6\pi}}{C.2\nu}\sqrt{2\nu\pi}\, e^{\nu\frac{\delta^2}{2}}$$

$$\underbrace{}= \frac{a\sqrt{\pi}}{C\nu\sqrt{6}}$$

$$\sqrt{\frac{\pi}{6\pi}} \quad \frac{10^{-4}}{4.8 \cdot 3.10^{19}}$$

$$\cancel{\frac{3.10^{19}}{8}.10^{-5}} \quad 0.4343$$

$$T_1 = \frac{10^{-23}}{a^2.4.8\sqrt{6\pi}}$$

$$= \frac{10^{-25}\cdot 4.8}{a^2}$$

49715
7782
1.2754
0.6377
0.6812
1.3189
0.6811 −2

$$\frac{\sqrt{2\,a^3\pi\,.10^{19}.\pi}\; e^{\frac{a^3\pi\,10^{15}}{2}}}{\pi\sqrt{2.10^{19}a^3}\;.\; e^{\frac{a^3\pi\,.10^{15}}{2}}}$$

$$a = 10^{-5}$$

$$\pi\sqrt{2.10^4}\; e^{\frac{\pi}{2}}$$

0.4343.
0.21715.
1413
6515
217
87
2
0.6821
2.4971
0.1505
0.6812 −15
40109 −15

$= 10^{-11}$

2010

$$\frac{4.8\pi\sqrt{20}}{\sqrt{a}}\; e^{\frac{a^3\pi\,10^{15}}{2}} \quad 10^{-16}$$

$$a = 5.10^{-5} \qquad \frac{125\pi}{2}$$

0.6515
81.44
−12
+69

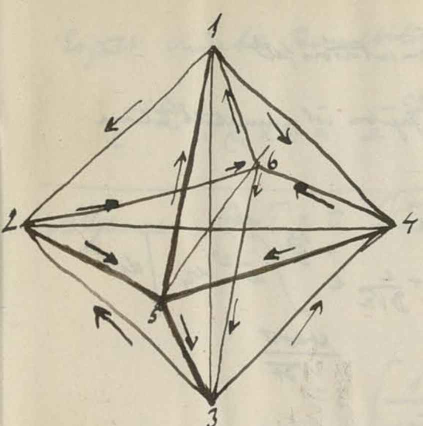
$$4.8\pi\sqrt{\frac{2}{5}}\; 10^{-13}$$

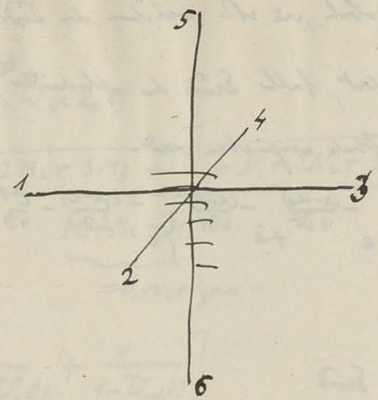
$$a = 2.5.10^{-5}$$

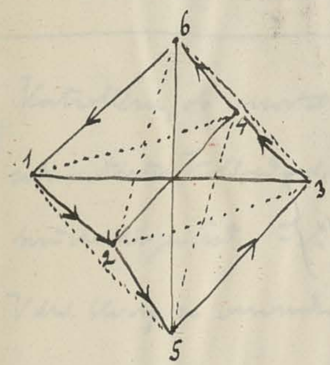
10.18

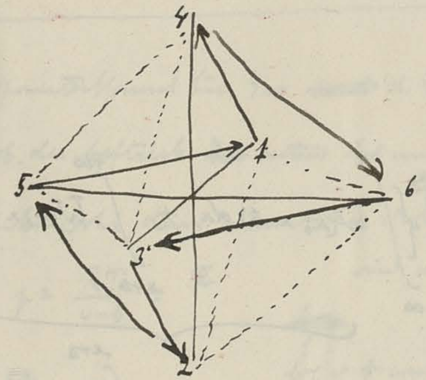
6821.27
13642
37747
18.417
−13
5.417

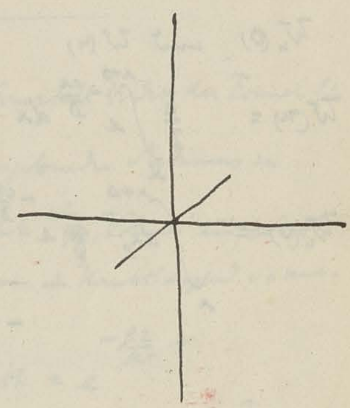
$$4.8\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$$











Im Falle kontinuierlicher Variabeln, wie z.B. Teilchen im Sedimentationsfeld

ist <u>Wiederkehrzeit</u> nur definiert, falls Größe der Abschnitte gegeben ist, innerhalb welcher

(Aufenthalt) Zustand d. Systems als identisch angesehen wird.

z.B. $$W(x_0\, x\, t)\, dx = \left[\frac{1}{2\sqrt{\pi D t}}\left\{e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}} + e^{-\frac{(x+x_0)^2}{4Dt}}\right\} e^{-\frac{c(x-x_0)}{2D} - \frac{c^2 t}{4D}} + \frac{c}{D\sqrt{\pi}}\, e^{-\frac{cx}{D}} \int_{\frac{x+x_0+ct}{2\sqrt{Dt}}}^{\infty} e^{-z^2}\, dz\right] dx$$

Dann handelt es sich um die Größe

$W_n(0)$ und $W(n)$

$$W(n) = \frac{c}{D}\int_x^{x+\Delta} e^{-\frac{cx}{D}}\, dx$$

$$W_n(0) = \int_x^{x+\Delta} dx_0\, \frac{c}{D}\, e^{-\frac{cx_0}{D}} \underbrace{\left\{\int_{-\infty}^{x} W(x_0\, x\, t)\, dx + \int_{x+\Delta}^{+\infty} W(x_0\, x\, t)\, dx\right\}}_{=1-\int_x^{x+\Delta} W(x_0, x, t)\, dx}$$

oder aber man könnte Wiederkehrzeit aufsuchen dafür dass die Variable $x > X$

also $$W(n) = \frac{c}{D}\int_X^{\infty} e^{-\frac{cx}{D}}\, dx$$

$$W_n(0) = \int_X^{\infty} dx_0\, \frac{c}{D}\, e^{-\frac{cx_0}{D}} \int_{-\infty}^{X} W(x_0\, x\, t)\, dx$$

Es gilt wieder die Reversibilität:

$$e^{-\frac{cx_0}{D}} W(x_0\, x\, t) = e^{-\frac{cx}{D}} W(x\, x_0\, t)$$

Allgemein: $$\Theta + T = \tau\, \frac{M_1 + 2M_2 + 3M_3 + \dots + N_1 + 2N_2 + 3N_3 + \dots}{\underbrace{M_1 + M_2 + M_3 + \dots}_{= N_1 + N_2 + N_3 + \dots}}$$

$$= \tau \left[\frac{1}{1 - W_u(0)} + \frac{1}{1 - W_m(0)} \right]$$

Kontrollieren, ob erwartet. Exponentialformel für Gas ~~[illegible]~~ d. Grenzfall bildet der Formel für sedimentiertes Kolloid, d.h. ob der Auftrieb ~~[illegible]~~ seitens des umgebenden Mediums zu berücksichtigen ist. Ich glaube wohl, denn nimmt das Molek. ein Volum ein, so ist V.d.W. Gleichung zu verwenden: $p = \frac{RT}{v-b} = $

$$v \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{v}{(v-b)^2} RT \frac{\partial v}{\partial x} = -gM$$

$$\frac{(u+b)}{u^2} \frac{du}{dx} = +\frac{g}{RT}$$

$$\int \left(\frac{1}{u} + \frac{b}{u^2} \right) du = +\frac{gz}{RT}$$

$$\log u - \frac{b}{u} = \nearrow$$

$$\log(v-b) - \frac{b}{v-b} = \nearrow$$

$$= \log v - \frac{b}{v} - \frac{b^2}{2v^2} - \frac{b}{v} - \frac{b^2}{v^2}$$

$$= \log v \underbrace{- \frac{2b}{v}}_{= \log\left(1 - \frac{2b}{v}\right)} - \frac{3}{2} \frac{b^2}{v^2} = +\frac{gz}{RT}$$

$$\therefore\ v = e^{\frac{gz}{RT}} \left(1 - \frac{2b}{v}\right)$$

wird man im Konzentrationsgebiet v = konst.

$$\cancel{\log}\ \log v + \text{const} = e^{-\frac{gz}{RT}} + \quad ?$$

zu erwarten wäre nach Analogie mit Sedimentationsgleichgewicht im Exponent

$$\frac{N}{HT}\, g z \left(1 - \frac{2b}{v}\right)$$

natürlich nur genähert wegen Variabilität v.

stimmt

Fokker:

22

$W(q) = W(n) = W(x_0\ x\ t_0)$

$\tau f(q) =$

$\overline{R} = 0 \qquad \overline{R} = \overline{\Delta x}$

$\overline{\Delta} = \sqrt{\overline{\Delta x^2}} \qquad \overline{R^2} = \overline{\Delta x_n^2}$

Von jedem Punkte α aus werden verschiedene ε Verschiebung zurückgelegt, Häufigkeit

Debye: $F(\alpha, \varepsilon)$

$\frac{1}{2} \int F(\alpha, \xi)$

$\overline{\Delta^2} = 2\nu P$

$\overline{\Delta} = (n-\nu)P$

$\frac{\overline{\Delta^2}}{\overline{\Delta}^2} = 2 \frac{(\ )}{\Delta}$

$\frac{\overline{\Delta^2}}{\overline{x_0^2}} = 2$

$\frac{\int \frac{\partial}{\partial \alpha} F(\alpha, \varepsilon) \cdot \varepsilon^2\, d\varepsilon}{2} = \frac{\partial}{\alpha}\left(F_{\alpha}\, 2\, \varepsilon^2\right)$

$$\overline{\Delta^2_{x_0}} = \int W(x_0, x, t) \cdot (x-x_0)^2\, dx = \overline{x^2_{x_0,t}} - 2x_0 \overline{x}_{x_0 t} + x_0^2$$

$$\overline{\Delta^2} = \int W(x_0)\, dx_0 \cdot \overline{\Delta^2_{x_0}} = \iint H(x_0, x)\, (x-x_0)^2\, dx\, dx_0 = 2\iint H(x_0, x)\, x_0^2\, dx\, dx_0 - 2\iint H(x_0, x)\, x x_0\, dx\, dx_0$$

$$= \int \overline{x^2_{x_0 t}}\, W(x_0)\, dx_0 - 2\overline{x_0}\ \overline{x_{x_0 t}} + \overline{x_0^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{\Delta^2_{x_0}} = \int (x-x_0)^2 \underbrace{\left[D \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial}{\partial x}(f\, W)\right]}_{\frac{\partial W}{\partial t}} dx$$

$W(x_0)\, \overline{W}(x_0 x t) = H(x_0, x, t)$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = D \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial}{\partial x}\left(H f(x)\right) \qquad H = \overline{W}(x_0, x, t)\, A\, e^{-\frac{N}{HT}\chi(x_0)}$$

$$\frac{\partial \chi_x}{\partial x_0} = f(x)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x_0} = \frac{\partial \overline{W}}{\partial x_0} \cdot W(x_0) - \frac{N}{HT} H \cdot f(x_0)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(x \overline{W}) = D\, x \frac{\partial^2 \overline{W}}{\partial x^2} - \beta x \frac{\partial}{\partial x}(f \overline{W})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{x} = D\left\{ \cancel{x \frac{\partial \overline{W}}{\partial x}} - \int \overline{W} dx \right\} - \cancel{\beta x f \overline{W}} + \beta \int f \overline{W} dx$$

Retnowsky – Debye:

$$\bar{m} = \frac{m^2}{3kT} X = \frac{(5 \cdot 10^{-18})^2}{3 \cdot \frac{8 \cdot 10^{23}}{6 \cdot 10^{23} \cdot 300}} X = \frac{25 \cdot 10^{-36}}{12 \cdot \cancel{10^{23}} \cdot 10^{-14}} = 2 \cdot 10^{-22} \cdot X$$

Feld in Entfernung $x = 10^{-8}$: $\frac{\bar{m}}{x^3} = 200\, X$ somit weit stärker als äusseres Feld

mittl. Abstand wesentlich

$$\bar{\rho} = \frac{\mu^2 h^2}{N}\int_0^\infty e^{-\frac{\mu^2 h^2}{N}\frac{\rho^2}{2}} \rho^2 d\rho = \frac{\sqrt{2}^3 \sqrt{N}}{\mu h}\int e^{-x^2} x^2 dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}} \qquad e^{-\alpha x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \qquad \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$$

$$\frac{\mu h}{\sqrt{2N}} = \frac{1}{\beta} \qquad = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{N\pi}}{\mu h}$$

$$\bar{\rho}^2 = \frac{N\pi}{2\mu^2 h^2} \qquad \int_{\bar{\rho}}^\infty \frac{\mu^2 h^2}{N} e^{-\frac{\mu^2 h^2}{N}\frac{\rho^2}{2}} \rho\, d\rho = e^{-\frac{\mu^2 h^2}{N}\frac{\bar{\rho}^2}{2}}$$

$$\frac{\mu^2 h^2}{N}\int_x^\infty e^{-\frac{\mu^2 h^2}{N}\frac{\rho^2}{2}} \rho\, d\rho = e^{-\frac{\mu^2 h^2}{N}\frac{x^2}{2}} = e^{-\frac{\pi}{4}\left(\frac{x}{\bar{\rho}}\right)^2}$$

$$\frac{\Sigma_V}{V_0 - x} = \frac{1}{1+\beta t}$$

$$\frac{V_0 - x}{V} = 1 + \beta t$$

$(2{\cdot}69 - x) = 1{\cdot}20\,(1 + \beta . 1320)$

$2{\cdot}69 - x = 2{\cdot}34\,(1 + \beta . 60)$

$\beta . 1260 = 1{\cdot}14$

$\beta = \frac{1{\cdot}14}{1260} = 0{\cdot}000\,905$

$x = 2{\cdot}69 - 2{\cdot}34\,[1{\cdot}05430]$

21086
3162 9
4217
24671

$x = 0{\cdot}22$

$V_0 - x = 2{\cdot}47$

2·47	3927	3927	3927	3927	3927	3927	3927
2·34	3692	3522	3054	2279	1673	1335	0792
2·25	0235	0405	0873	1648	2254	2592	3135
2·02	10555	10977	1223	1461	1680	1816	2058
1·69							
1·47	925	814	929	1098	1133	907	800
1·36							
1·20							

$$\left| \;\cdot\;\cdot\; \right| \quad \frac{q}{8}a\Big[\frac{1}{x}+\frac{1}{2l+x}+\frac{1}{4l+x}+\dots+\frac{1}{l-x}+\frac{1}{3l-x}+\frac{1}{5l-x}+\dots\Big]^2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{q}{8}+\frac{q}{16}\right)a\left(\frac{1}{\frac{l}{4}}+\frac{1}{\frac{3l}{4}}\right)=\frac{a}{l}\,\frac{q}{16}\,\frac{3}{2}\,\frac{4\cdot 4}{3}=4{,}5\frac{a}{l}$$

Tematy: 1). Artykuł o Kataphorezie – Elektrolyzie (uwagi Zsigmondy'ego)

Doppelschichten Theorie

z drugiej strony hydratacya jonów $\bar{H}$, $O\bar{H}$ na podstawie ~~[illegible]~~ Debye'go teoryi

o dipolach elektrycznych

2). Wypracować uwagę o uogólnionym związku $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}=2\frac{\Delta\xi}{\overline{\xi^2}}$

zastosować do promieniowania, porównać z Fokkerem i z Franckiem

3). Teorya odwracalnych kolloidów reakcji (von Odén) według analogii z Boltzmanna teoryi ciśnienia pary. Wytłomaczyć znaczenie równania Svedberga.

Kondensacya na koloidalnych jądrach „Zsigmondy'ego Keimmethode"

$$4\pi r^2\,dr = 4\pi D r\,dt$$

$$r\,dr = D\,dt$$

$$r^2 - r_0^2 = 2Dt$$

$$r^2 = r_0^2 + 2Dt$$

więc jeżeli ~~[illegible]~~ $r \gg r_0$, to r niezależne od r_0, zatem wielkość jąder kondensacyi obojętna, różnice mogłyby powstać wskutek nierównomierności w rozkładzie jąder (przypadkowe różnice gęstości) ale tem mniejszy wpływ też [illegible], czem dłużej cały proces narastania trwa, bo tem różniejsze konstelacye w tym czasie się zdarzą. (Jeśli cząstki się odpychają przy spotkaniu)

Boltzmann p. 169

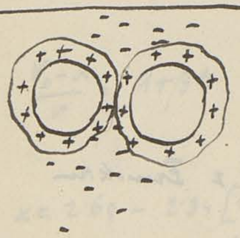
$$v_g = \left(v_f - 2b + \frac{17}{16}\frac{v^r}{v_f}\right) e^{\frac{2a}{RT}\left(\frac{1}{v_f} - \frac{1}{v_g}\right)} \neq \cancel{v_f \cdot e^{\frac{2a}{RTv_f}}}$$

Hauptsache ist jedenfalls nicht die Veränderlichkeit von T sondern des ganzen $e^{2h\varphi}$

Sondbey $\delta = e^{k(t-t_0)}$

$$\therefore \quad v_g = e^{k(t_0-t)} \neq v_f\, e^{\overbrace{-2h(\varphi_f - \varphi_g)}^{\Phi}}$$

$$k(t_0 - t) = -2h\Phi + \lg v_f = \frac{1}{mRT}\Phi + \lg v_f$$



Schutzwirkung der elektr. Doppelschichten

Annahme: zwei Teilchen mit konstanter Oberflächendichte σ, eingetaucht in ein Ionen-Gas

$$U = E\left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right] - \Phi$$

$$\rho = \rho_0 e^{-hU}$$

$$W = \frac{1}{8\pi}\iiint\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2\right] d\tau$$

$$\underbrace{\Delta^2 U = -\Delta^2\Phi = 4\pi\rho = \rho_0 e^{-hU}}$$

Darüber wäre nur gültig, falls die Ladungen auf der Kugeln nicht festsitzend, sondern verschiebbar wie auf Leitern

Andere Art d. Mechanismus, wenn man ausser zwei ~~entgegengesetzte~~ verschiedene (±) Ionen Arten annimmt, deren Anzahl $= \infty$ Entstehung geben

---

Erklären sich die photophoretischen Bewegungen v. Ehrenhaft [Bewegung kleiner Teilchen gegen die Lichtquelle zu] nicht durch ~~Verand~~ Verminderung d. Kapillaritätskonstante infolge Erwärmung auf der Vorderseite.

Oder auch Veränderung d. Doppelschichte infolge Kathodenstrahlung?

Doppelschicht Theorie (Versuch)

System sei die elektr. ~~...~~ Ladungsdichte an der Wand, somit $\left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{x=0} = \underline{A}$

Eine derartige Wand sei in einen Elektrolyten eingetaucht:

$\cancel{\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \Sigma}$ $\cancel{\frac{d^2 U}{dx^2} = -4\pi\varepsilon(n_+ - n_-) = -4\pi\varepsilon(\alpha_1 n_1 -}$

$\cancel{n_+ = n_0 e^{-hU}}$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -4\pi\varepsilon(c n_+ - a n_-)$$

$$\left.\begin{aligned} n_+ &= n_0 e^{-chU} \\ n_- &= n_0 e^{+ahU} \end{aligned}\right\} \quad n_+^{\frac{1}{c}} n_-^{\frac{1}{a}} = n_0^2$$

$$\boxed{\begin{gathered}\text{Im Falle einwertiger An und Kationen:} \\ \frac{d^2U}{dx^2} = -4\pi\varepsilon n_0\left[e^{-hU} - e^{hU}\right]\end{gathered}}$$

$$\left.\frac{dU}{dx}\right|_0^x = -4\pi\varepsilon\int_0^x (c n_+ - a n_-)\,dx$$

$$U_\infty - U_0 = \int_0^\infty \frac{dU}{dx}\,dx$$

$$= \int_0^\infty\left[\underline{A} - 4\pi\varepsilon\int_0^x (c n_+ - a n_-)\,dx\right]dx$$

Abkürzung:

$$e^{-hU} = z$$

$$U = -\frac{1}{h}\lg z$$

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{1}{hz}\frac{dz}{dx}$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{1}{hz^2}\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 - \frac{1}{hz}\frac{d^2z}{dx^2}$$

Abkürzung:

$$\int_0^x n_+\,dx = \mu_+$$

$$\frac{dU}{dx} = \underline{A} - 4\pi\varepsilon\left[c\,\mu_+ - a\mu_-\right] = -\frac{1}{hz}\frac{dz}{dx}$$

$$\frac{d\mu_+}{dx} = n_0 z^c$$

$$\frac{d\mu_-}{dx} = n_0 z^{-a}$$

$$n_- = \frac{n_0^{2a}}{n_+^{\frac{a}{c}}}$$

$$\mu_- = \int_0^x n_0^{2a} \cdot n_+^{-\frac{a}{c}}\,dx$$

$$=$$

Gouy:

$$\rho = \varepsilon(c n_c - a n_a) = -\frac{1}{4\pi}\frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{dq}{dx}$$

$$q = \int_x^\infty \rho\, dx = +\frac{1}{4\pi}\frac{dU}{dx}\Big|_x$$

$$U_\infty - U_0 = 4\pi\int_0^\infty q\, dx = 4\pi\Big\{ - \int x \frac{dq}{dx} dx\Big\}$$

$$= 4\pi\Big\{ + \int_0^\infty x\rho\, dx\Big\}$$

$$= 4\pi \Big\{ \underbrace{\int_0^\infty \rho\, dx}_{A}$$

Schwerpunkts-Kondition

$$n_c = n_{c\infty} e^{-chU} \qquad n_a = n_{a\infty} e^{ahU}$$

$$hU = \frac{1}{c}\lg\frac{n_{c\infty}}{n_c} = \frac{1}{a}\lg\frac{n_a}{n_{a\infty}}$$

$$4\pi h q = h\frac{dU}{dx} = -\frac{1}{c n_c}\frac{dn_c}{dx} = \frac{1}{a n_a}\frac{dn_a}{dx}$$

$$\left.\begin{aligned} 4\pi h q\, c n_c &= -\frac{dn_c}{dx} \\ 4\pi h q\, a n_a &= \frac{dn_a}{dx} \end{aligned}\right\} \quad 4\pi h q (c n_c - a n_a) = -4\pi h q \frac{dq}{dx} = \frac{d(n_c + n_a)}{dx}$$

$$n_c + n_a = 2\pi h q^2 + \text{const}$$

$$+2\pi h q^2 = n_c + n_a - n_{c\infty} - n_{a\infty}$$

$\boxed{c = a}$

$$x = \frac{1}{2\sqrt{2}\,\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{hc\pi c}}\left\{\lg\frac{\sqrt{n_{c0}} - \sqrt{n_\infty}}{\sqrt{n_c} - \sqrt{n_\infty}} - \lg\frac{\sqrt{n_{c0}} + \sqrt{n_\infty}}{\sqrt{n_c} + \sqrt{n_\infty}}\right\}$$

$$n_c - n_{c\infty} + n_a - n_{a\infty} = 2\pi h q^2 \qquad \frac{n_c}{n_{c\infty}} = \frac{1}{z} \qquad \frac{n_a}{n_{a\infty}} = z^{\frac{a}{c}}$$

$$n\left(\frac{1}{z} - 1\right) + z^{\frac{a}{c}} - 1 = \frac{2\pi h q^2}{n_{a\infty}} \qquad \frac{n_{c\infty}}{n_{a\infty}} = \frac{a}{c} = n$$

$$z^{n+1} - z\left[n + 1 + 2\pi h q^2\right] + n = 0 \qquad \underline{z_\infty = 1}$$

$$hU = \frac{1}{c}\lg z$$

$$h\left[U_\infty - U_0\right] = \frac{1}{c}\lg\left[\frac{z_\infty}{z_0}\right] = -\frac{1}{c}\lg z_0$$

$$\varepsilon = \frac{1}{q_0}\,\frac{KRT}{4\pi n v_c}\,\lg U_{c0} \qquad q_0 = \text{Charge} = \int_0^\infty \rho\,dx = \text{const}$$

$m = 2\cdot 9\cdot 10^{14}$

$C = 10^{-10}$ (eau pure)

$K = 80$

$R = 8.3\cdot 10^{7} \;\|\; T = 300$

$$\beta = \frac{\pi}{10^{-10}\cdot 80\cdot 8.3\cdot 10^{7}\cdot 300} = \frac{\pi}{8.25} = \frac{\pi}{200}$$

$$\frac{4\pi}{K}\,\varepsilon\, q_0 = V_\infty - V_0 = \frac{RT}{m v_c}\lg U_{c0} = -\frac{RT}{m v_a}\lg U_{a0}$$

$$U_{c0} = \frac{1}{z_0} \qquad U_{a0} = z_0^{\,n}$$

$$z^{n+1} - z\left(n+1 + \frac{2\pi v_a}{CKRT}\,q^2\right) + n = 0$$

$$(z-1)^2 = 2z\,\frac{\pi}{CKRT}\,q^2 \;\Big\|\; q = \frac{z-1}{\sqrt{2z\pi \ldots}}$$

Einwertig: $n = 1$ $\qquad z^2 - 2z\left(1 + \frac{\pi}{CKRT}\,q^2\right) + 1 = 0$

$v_a = v_c = 1$

~~$\varphi_i - \varphi_a =$~~

$$z = 1 + \underbrace{\frac{\pi}{CKRT}}_{\beta}\,q^2 \pm \sqrt{2\beta q^2 + \beta^2 q^4}$$

$$\varphi_i - \varphi_a = -\frac{RT}{m}\lg\left[1 + \beta q_0^2 \pm \sqrt{2\beta q_0^2 + \beta^2 q_0^4}\right]$$

$$1 + \alpha - \sqrt{2\alpha}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)^{1/2} = 1 + \alpha - \sqrt{2\alpha} - \frac{\alpha}{4}\sqrt{2\alpha}$$

$$\Delta\varphi \neq \frac{RT}{m}\sqrt{2\alpha} = \frac{RT}{m}\,q\sqrt{\frac{2\pi}{CKRT}}$$

Zweiwertig: $n = 2$ $\qquad z^3 - z\left(3 + \frac{2\pi}{CKRT}\,q^2\right) + 2 = 0$

$v_c = 2;\; v_a = 1$

$$\frac{25\cdot 10^{9}}{2\cdot 9\cdot 10^{14}}\cdot q\cdot\sqrt{\frac{2\pi}{200}}$$

$\frac{1}{100} \;\|\; q = \frac{1}{10}$

$$\varphi_i - \varphi_a = -\frac{2RT}{m}\lg z_0$$

$z = 1 + x$

$$(1+x)^3 - (1+x)(3 + 2\alpha) + 2 = 0$$

$$\cancel{1} + \cancel{3x} + 3x^2 - [\cancel{3} + 2\alpha + \cancel{3x} + \cancel{2\alpha x}] + \cancel{2} = 0$$

$$x \neq \sqrt{\frac{2\alpha}{3}}$$

$$\varphi_i - \varphi_a = -\frac{2RT}{m}\sqrt{\frac{2\alpha}{3}} =$$

$$= \frac{2RT}{m}\,q\sqrt{\frac{4\pi}{3CKRT}}$$

also wird der Unterschied zwischen ein und zweiwertigen Ionen gar nicht zum Vorschein kommen!

Auch ist die Möglichkeit einer Umladung ausgeschlossen

Einfluss eines elektrischen Feldes auf Zähigkeit

unter Annahme dass die Flüssigkeitsmolekeln Dipole sind (Debye, Reinganum)

Abschätzung des Einflusses:

Wenn Kraft auf Dipol $= X$

m = Dipolmoment

so ist Verteilung der Axen:

$$F(\alpha)\,d\alpha = C\, e^{\frac{mX}{kT}\cos\alpha}\, d\alpha$$

Durchschnittl. Moment in X:

$$\frac{m\int \cos\alpha\, 2\pi \sin\alpha\, d\alpha \cdot F(\alpha)}{\int 2\pi F(\alpha) \sin\alpha\, d\alpha} = m \frac{\int_0^\pi e^{\beta\cos\alpha} \cos\alpha \sin\alpha\, d\alpha}{\int_0^\pi e^{\beta\cos\alpha} \sin\alpha\, d\alpha}$$

$$= \frac{m}{\beta}\,\frac{\int_{-\beta}^{+\beta} e^{x} x\, dx}{\int_{-\beta}^{+\beta} e^{x}\, dx} \qquad \int_{-\beta}^{+\beta} e^{\alpha x}\, dx = \frac{e^{\alpha\beta} - e^{-\alpha\beta}}{\alpha}$$

$$\int x e^{\alpha x}\, dx = \left\{ -\frac{e^{\alpha\beta} - e^{-\alpha\beta}}{\alpha^2} + \frac{\beta}{\alpha}\left[e^{\alpha\beta} + e^{-\alpha\beta}\right] \right\}$$

$$= \frac{m}{\beta}\,\frac{-e^{\beta} + e^{-\beta} + \beta e^{\beta} + \beta e^{-\beta}}{e^{\beta} - e^{-\beta}} = \frac{m}{\beta}\left\{ \beta\, \frac{1 + e^{-2\beta}}{1 - e^{-2\beta}} - 1 \right\}$$

$$\bar{m} = m\left[\frac{1 + e^{-2\beta}}{1 - e^{-2\beta}} - \frac{1}{\beta} \right] \qquad \beta = \frac{mX}{kT} \qquad = m\,\frac{\cancel{2}\left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right)}{\cancel{2}\left(\beta + \frac{\beta^3}{2\cdot 3}\right)} = \frac{m}{\beta}\left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right)$$

$$\bar{m} = \frac{m\beta}{3}$$

Falls Alles in Ebene gerichtet wäre und laminare Strömung:

Es würden ~~die~~ die Molekeln nur dann umschnappen falls das Reibungs~~kraft~~moment

$8\pi\mu a^3 \frac{da}{dt}$ grösser ist als das Richtkraftmoment $\frac{mX}{kT}$

? ?

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial z}$$

also wird Flüssigkeit in geschilderter Art mitgerissen und lamellar gedreht falls

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial z} > \frac{m X}{kT}\frac{1}{8\pi\mu a^3}$$

$m = 10^{-18}$ $\quad a = 10^{-8}$ $\quad \cancel{k = \frac{N}{R} = \frac{6.10^{23}}{8.2.10^{7}}}$

$\mu = 0.01$ $\quad k = \frac{8.2.10^{7}}{6.10^{23}}$

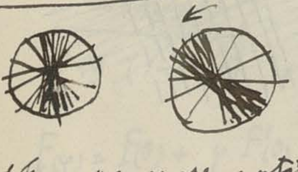
$$\cancel{\frac{10^{-18} \cdot 8.2.10^{7}}{6.10^{23} \cdot 8\pi \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-24} \cdot 300} X} =$$

$$\frac{10^{-18} \cdot 6.10^{23}}{8.2.10^{7} \cdot 300 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-24}} = \frac{6 \cdot 10^{5}}{3.8.\pi.8.2.10^{-17}} = \frac{10^{5}}{10^{-15}} = 10^{20} X$$

$$\frac{10^{5}}{41.10^{9}} = \frac{1}{41} 10^{-4}$$

[illegible] $\frac{\Delta V}{\Delta x} = 10.000$ Volt $= 33$ (E.s.)

Ist nicht folgende Vorstellung eher rationeller: Die drehende Reibung ~~entspricht einem konstanten Drehmoment P, dessen Arbeit~~ $\cancel{\mathfrak{A} = P\alpha}$ bewirkt ~~somit~~ Verteilung



~~[illegible]~~ Falls alle Dipole gerichtet wären (Sättigung), wäre eine Drehung infolge der Reibung ausgeschlossen

Sonst kann man so argumentieren: von allen Dipolen ist nur der Prozentsatz $\frac{\overline{m}}{m}$ als gerichtet anzusehen, während der Rest ungerichtet ist, also wird die Drehung nur bei jenen vorhanden

Falls nun $X = \frac{e}{r^2} = \frac{4.7.10^{-10}}{(10^{-8})^2} = 4.7.10^{6}$ so wäre $\frac{mX}{kT} = 100$ also zu 99% gesättigt

$$(m K \sin\alpha + M) F + kT \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0$$

$$F = e^{-\frac{m K \cos\alpha + M\alpha}{kT}}$$

Born's Erklärung d. Unterschiedes zwischen berechnetem und wirklichem ~~[illegible]~~ Umwandlungspunkt krystallinischer Flüssigkeiten Berl. Ber. 614 § 11 ist jedenfalls unrichtig, denn innere Flüssigk. Reibung kann keinen Einfluss haben auf Gleichgewichtszustand.

Dagegen ~~[illegible]~~ könnte sich das durch die Schwarmhypothese erklären.

Dabei weitere Möglichkeiten:

1). Die krystall. Flüssigkeit besitzt Raumgitterstruktur und es sind nur infolge der Wärmebewegung vorübergehende Abweichungen möglich

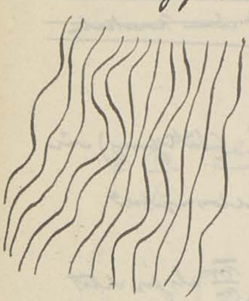


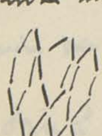
Bild der Molekülaxen

zugleich (inneres Kraftfeld momentanes)

im Ruhezustand.

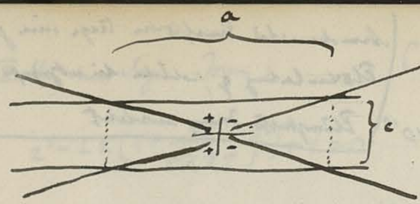
Beziehung zu den meinen Rechnungen über Opaleszenz (oder Ornstein's verbesserte Methode (elektrische Schwankungen)

2). Die Flüssigkeit besitzt keine ~~R~~ regelmässige Struktur, so dass ~~[illegible]~~ auch ohne Wärmebewegung eine Schwarmbildung (analog wie bei Eisenspänen im magnet. Feld) stattfinden würde.



Letzteres nur möglich, falls Moleküle so lang, dass sie nicht mehr als punktförmige Dipole behandelbar wären.

3). Flüssigkeitsmittelpunkte sind raumgitterartig angeordnet, aber Axen wären auch ohne Wärmebewegung stabiler in schiefer Lage als in paralleler:



Voraussetzung Molekül ersetzbar durch die zwei Ladungen e an den Polen in Entfernung l

$$W_2 = -4e^2\left[\frac{1}{2\xi} + \frac{1}{2\eta} + \frac{1}{2\sqrt{\xi^2+\eta^2}}\right] \qquad \xi = \frac{a}{2} - \frac{l}{2}\cos\varphi$$

$$W_1 = -4e^2\left[\cancel{\frac{1}{a-l}}\right] \qquad \eta = \frac{c}{2} - \frac{l}{2}\sin\varphi$$

Ist es möglich, dass:

$$\left.\frac{1}{a-l\cos\varphi} - \frac{1}{c-l\sin\varphi} + \frac{1}{\sqrt{(a-l\cos\varphi)^2+(c-l\sin\varphi)^2}}\right\} = F(\varphi)$$

$$\geqq \frac{1}{a-l} - \frac{1}{c-l} + \frac{1}{\sqrt{(a-l)^2+(c-l)^2}} \quad ?$$

$$\frac{1}{1-\lambda\cos\varphi} - \frac{1}{1-\lambda} - \left[\frac{1}{\gamma-\lambda\sin\varphi} - \frac{1}{\gamma-\lambda}\right] + \left[\frac{1}{\sqrt{(1-\lambda\cos\varphi)^2+(\gamma-\lambda\sin\varphi)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(1-\lambda)^2+(\gamma-\lambda)^2}}\right] \geqq 0$$

$$\cancel{\frac{\lambda(\cos\varphi-1)}{(1-\lambda)(1-\lambda\cos\varphi)}} - \cancel{\frac{\lambda(\sin\varphi-1)}{(\gamma-\lambda)(\gamma-\lambda\sin\varphi)}}$$

$$F(\varphi) = F(0) + \varphi F'(0) + \frac{\varphi^2}{2}F''(0) \quad \Big| \quad F'(0) = \frac{-l}{c^2} + \frac{cl}{(a-l)^3} = -\frac{l}{c^2}\left[1 - \left(\frac{c}{a-l}\right)^3\right]$$

$$F'(0) \gtrless 0 \quad \text{wenn} \quad \frac{c}{a-l} > 1$$

$$c > a - l$$

dann ist also für genügend kleine φ die geneigte Lage die stabilere!

Doppelschichten

Annahme: daß Grenzfläche trage eine gegebene Elektrizitätsladung q, welche die entgegengesetzte Elementar Ionen anzieht

$$\cancel{4\pi q} - 4\pi n\varepsilon . \delta^2 = K\Delta\varphi$$

$$n\varepsilon = \frac{K\Delta\varphi}{4\pi . \delta^2} = \frac{10^{-2} . 4}{4\pi . 10^{-12}} = \tfrac{1}{3}\, 10^{10}$$

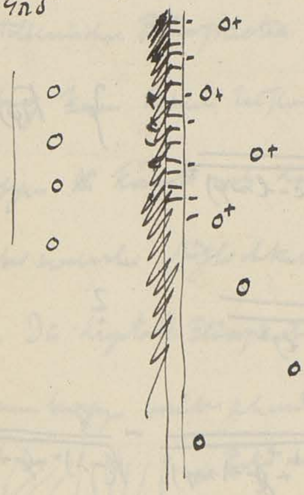
$$n = \frac{1}{3} . \frac{10^{10}}{5 . 10^{-10}} = \frac{1}{1{\cdot}5} . 10^{19}$$

$$l = \sqrt[3]{1{\cdot}5 . 10^{-19}} = \sqrt[3]{10^{-18} . 0{\cdot}15}$$

$$= 5 . 10^{-6}\ \text{cm}$$

$$l = \frac{K\Delta\varphi}{4\pi\delta} = \frac{1}{6}\, 10^{4} \qquad \nu = n\delta = 3 . 10^{12}$$

mittl. Abstand der Ionen von derselben Sorte wie mittlerer Abstand von Wand



für Nitrobenzol

Leitfähigkeit $10^{-7} = \varepsilon N u$

$$10^{-7} : \cancel{10^{-2}}\ \frac{10^{-2}}{8} = x : \frac{0{\cdot}01 . 6 . 10^{23}}{1000}$$

u ?

$$x = \cancel{10}\ \frac{10^{-7}}{\frac{10^{-2}}{8}} . \frac{0{\cdot}01 .\ 6 . 10^{20}}{\cancel{1000}} . \cancel{0{\cdot}04}$$

$$= 10^{13} . 50 = 5 . 10^{14}$$

also ist Anzahl der Ionen im Innern von erst genügender Größenordnung; es tritt tatsächlich eine bedeutende Verdichtung an der Oberfläche auf

---

p. 410 $\quad \dfrac{0{\cdot}2\ \text{mg}}{1000} = \dfrac{0{\cdot}2 . 10^{-6}}{488} . 6 . 10^{23}$ $\qquad \begin{array}{r} 240 \\ 248 \\ \hline 488 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ 48 \\ \hline 62{,}4 \end{array}$

$= 2{\cdot}6 . 10^{14}$ Anzahl der Th (4) Ionen pro cm³ welche die Doppelschicht auf 0 oder Elektroosmose

p. 407 $\quad \dfrac{10^{-3}}{10^{3}} . 6 . 10^{23} = 6 . 10^{17}$ La (3) Perrin ‖ also äußerst verschiedene Kurven je nach Umständen

p. 416 $\quad \dfrac{15 . 10^{-6}}{10^{3}} . 6 . 10^{23} = \cancel{9} . 10^{16}$ (Al) (3) Burton

Im Falle einwertiger Ionen: $C = c\,n_{c\infty}$

Allgemein: $\varphi_i - \varphi_a = -\frac{RT}{\varepsilon C}\log z$

$$z^2 - 2z\left(1+\frac{\pi}{CKRT}\varrho^2\right)+1=0$$

$$\varrho = \pm\frac{(z-1)\sqrt{CKRT}}{\sqrt{2\pi z}}$$

~~Einige~~ I). $0<z<1$ $\qquad \varrho = \frac{(1-z)\sqrt{CKRT}}{\sqrt{2\pi z}}$

$\frac{n_c}{n_{c\infty}} > 1$ $\left\{\begin{matrix}\text{negative Wand \& positive Flüssigkeit}\end{matrix}\right\}$ lediglich

für kleine z: $\quad \varrho \neq \sqrt{\frac{CKRT}{2\pi z}}$

$$\varphi_i - \varphi_a = -\frac{RT}{\varepsilon}\log z$$

$$= -\frac{RT}{\varepsilon}\left[\log\frac{CKRT}{2\pi} - \log(\varrho^2)\right]$$

$$= +\frac{RT}{\varepsilon}\left[\log\varrho^2 - \log\frac{CKRT}{2\pi}\right]$$

für $z \neq 1$: $\quad \varrho = (1-z)\sqrt{\frac{CKRT}{2\pi}}$

$$z = 1 - \varrho\sqrt{\frac{2\pi}{CKRT}}$$

$$\varphi_i - \varphi_a = +\frac{RT}{\varepsilon}\varrho\sqrt{\frac{2\pi}{CKRT}} = +\frac{\varrho}{\varepsilon}\sqrt{\frac{2\pi RT}{CK}}$$

II). $z>1$

groß z: $\quad \varrho = \sqrt{z}\sqrt{\frac{CKRT}{2\pi}}$

$$\varphi_i - \varphi_a = -\frac{RT}{\varepsilon}\left[\log(\varrho^2) - \log\frac{CKRT}{2\pi}\right]$$

(positive Wand negative Flüssigkeit)

$z \neq 1$: $\quad z = 1 + \varrho\sqrt{\frac{2\pi}{CKRT}}$

$$\varphi_i - \varphi_a = -\frac{RT}{\varepsilon}\varrho\sqrt{\frac{2\pi}{CKRT}} = -\frac{\varrho}{\varepsilon}\sqrt{\frac{2\pi RT}{CK}}$$

---

zweiwertige ~~Ka~~ Kationen, einwertige Anionen

$$z^3 - z\left(3 + \frac{2\pi}{CKRT}\varrho^2\right) + 2 = 0$$

I). $0<z<1$

für kleine z: $\quad \varrho = \sqrt{\frac{CKRT}{\pi z}}$

$$\varphi_i - \varphi_a = -\frac{RT}{2\varepsilon}\left[\log\frac{CKRT}{\pi} - \log(\varrho^2)\right]$$

$$= \frac{RT}{2\varepsilon}\left[\log\varrho^2 - \log\frac{CRTK}{\pi}\right]$$

in diesem Falle bedeutet das C für zweiwertige Ionen eine dreifache Verminderung ~~wie~~ wie $\frac{C}{2}$ für einwertige

das ~~~~ ~~~~ $n_{c\infty}\big|_1$ entspricht $\frac{1}{4}$ $n_{c\infty}\big|_2$

(nicht wahr!)

Dreiwertige (Kat) Ionen, einwertige Anionen: $n = 3$

$$z^4 - z\left(4 + \frac{2\pi q^2}{CKRT}\right) + 3 = 0$$

Für kleine z: $$z = \frac{3 . CKRT}{2\pi q^2}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = + \frac{RT}{2}\left[\lg q^2 - \lg\left(3\,\frac{CKRT}{2\pi}\right)\right]$$

diese würden also 9 mal stärker wirken als einwertige

~~Für~~ $z \neq 1$:

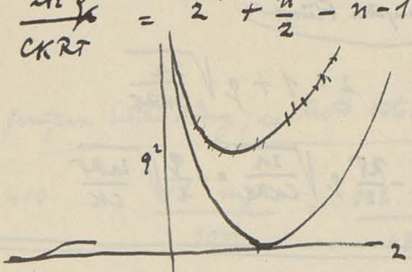
$$\cancel{z = 1 - x \quad (1-x)^{n+1} - (1-x)\left[n+1+\frac{2\pi q_0}{CKRT}q^2\right] + n = 0}$$

$$\cancel{1 - (n+1)x + n(n+1)\frac{x^2}{2} - n - 1} - 2\pi\square + \cancel{nx + x} + \square\, x + n = 0$$

$$\frac{2\pi q^2}{CKRT} = z^n + \frac{n}{z} - n - 1$$

~~Min~~ für: $\cancel{n} z^{n-1} - \frac{n}{z^2} = 0$

$z = 1$



$$x^2 + \frac{2}{n(n+1)}\square\, x = \frac{2}{n(n+1)}\square$$

$$x = \frac{\square}{n(n+1)} \pm \sqrt{\frac{2}{n(n+1)}\square + \left[\frac{\square}{n(n+1)}\right]^2}$$

$$= (1-x)^n + \frac{n}{1+x} - n - 1$$

$$= \cancel{1} - \cancel{nx} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}x^2 + \cancel{n} + \cancel{nx} + nx^2 - \cancel{n} - \cancel{1}$$

$$= x^2\left(n + \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}\right) = x^2\left(\frac{n}{2} + \frac{n^2}{2}\right) = \frac{x^2}{2}n(n+1)$$

Also für $z \neq 1$: $z = 1 - x = 1 - q\sqrt{\frac{4n}{n(n+1)\, CKRT}}$

$$\varphi_i - \varphi_a = -\frac{RT}{2}\, \lg z = \frac{RT}{2}\, q \sqrt{\frac{4n}{n(n+1)\, CKRT}}$$

also für $n=1$: $\sim \frac{1}{\sqrt{2 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{2 n_{\infty 1}}}$

$n=2$: $\sim \frac{1}{\sqrt{6 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{12 n_{\infty 2}}}$

$n=3$: $\sim \frac{1}{\sqrt{12 C_3}} = \frac{1}{\sqrt{36 n_{\infty 3}}}$

also ~~äqui~~ gleiche Veränderung wird bewirkt durch

Ionenzahlen

$1 : \frac{1}{6} : \frac{1}{18} : \frac{1}{40}$

ein zwei drei vierwertigen Kationen

Äquivalentzahlen

$1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{6} : \frac{1}{10}$

Annahme: zwei Arten von Kationen einwertige und ν wertige! (zweiwertige) einwertige Anionen

$$\rho = \varepsilon\left[n_c + \nu n_\nu - n_a - n_b\right]$$

$$\left(\frac{n_c}{n_{c\infty}}\right) = \left(\frac{n_\nu}{n_{\nu\infty}}\right)^{\frac{1}{\nu}} = \left(\frac{n_{a\infty}}{n_a}\right) = \left(\frac{n_{b\infty}}{n_b}\right) = \frac{1}{z} = x$$

$$n_{c\infty} + \nu n_{\nu\infty} = n_{a\infty} + n_{b\infty}$$

$$n_{c\infty} = C_1 = n_{a\infty}$$

$$\nu n_{\nu\infty} = C_2 = n_{b\infty}$$

$$n_c - n_{c\infty} + n_a - n_{a\infty} + n_\nu - n_{\nu\infty} + n_b - n_{b\infty} = \frac{2\pi\varrho^2}{KRT}$$

$$\cancel{n_{a\infty} = C_1 + C_2\nu}$$

$$C_1\left[\frac{1}{z} - 1 + z - 1\right] + C_2\left[z - 1 + \frac{1}{\nu}\left[\left(\frac{1}{z}\right)^\nu - 1\right]\right] =$$

$$z - 2 + \frac{1}{z} + \frac{C_2}{C_1}\left[z - 1 + \frac{1}{\nu}\left(\frac{1}{z^\nu} - 1\right)\right] = \frac{2\pi\varrho^2}{KC_1RT}$$

$0 < z < 1$ Für genügend kleine z:

$$\frac{1}{\nu}\left(\frac{1}{z}\right)^\nu = \frac{2\pi\varrho^2}{KC_2RT}$$

also sowie für C_2 ohne Rücksicht auf C_1

$$\left(\frac{1}{z}\right)^\nu = \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{2\pi\varrho^2\nu}{KC_2RT} = \frac{2\pi\varrho^2}{KRT\,n_{\nu\infty}}$$

$$\varphi_i - \varphi_a = \frac{\lg y}{c} = \frac{RT}{\varepsilon\nu}\lg\left[\frac{2\pi\varrho^2\nu}{KC_2RT}\right] = \frac{RT}{\varepsilon\nu}\lg\left[\frac{2\pi\varrho^2}{KRT\,n_{\nu\infty}}\right]$$

Dagegen für $C_2 = 0$:

$$\varphi_i - \varphi_a = \frac{RT}{\varepsilon}\lg\left[\frac{2\pi\varrho^2}{KC_1RT}\right] = \frac{RT}{\varepsilon}\left[\lg\frac{2\pi\varrho^2}{KRT} - \lg C_1\right]$$

Für kleine z angenähert:

$$\frac{1}{2} + \frac{C_2}{C_1 \nu}\,\frac{1}{2^\nu} = \frac{2\pi\rho^2}{K C_1 RT}$$

Annahme: zweierlei einwertige Kationen, ein einwertiges Anion

$$\rho = \varepsilon\left[n_{c1} + n_{c2} - n_a\right] \qquad \underbrace{n_{c1\infty}}_{C_1} + \underbrace{n_{c2\infty}}_{C_2} = n_{a\infty}$$

$$\left(\frac{n_{c_1}}{n_{c\infty}}\right)_1 = \left(\frac{n_c}{n_{c\infty}}\right)_2 = \left(\frac{n_{a\infty}}{n_a}\right) = \frac{1}{2}$$

$$(n_c - n_{c\infty})_1 + (n_c - n_{c\infty})_2 + (n_a - n_{a\infty}) = \frac{2\pi\rho^2}{KRT}$$

$$C_1\left(\frac{1}{2}-1\right) + C_2\left(\frac{1}{2}-1\right) + (C_1+C_2)(2-1) =$$

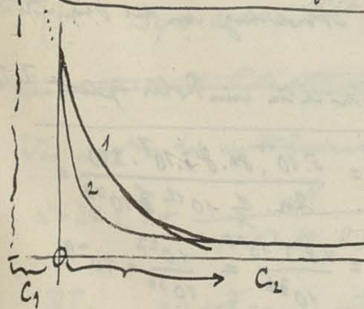
$$\left(\frac{1}{2} - 2 + 2\right) = \frac{2\pi\rho^2}{KRT(C_1+C_2)}$$

also ist in diesem Falle die ganze Konzentration $C_1 + C_2$ maßgebend, so wie bei einfacher Lösung

---

Ist in jenem Falle eine Umladung möglich? Nein

Es wäre also das allgemeine Verhalten dargestellt durch logarithmische Curve (1) bei Zusatz von C_2 zu gegebenem C_1

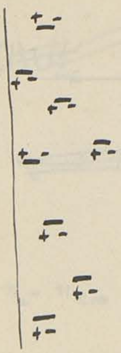


Keine Umladung!

Im Falle einer Beimischung mehrwertiger Ionen fallen die Curven viel rascher (2), je nach Größe des C_1 etc. so dass je nach Umständen äußerst kleine Mengen mehrwertiger Ionen äquivalent sein können mit großen Mengen einwertiger, in Bezug auf ihre Fähigkeit, das $\varphi_r - \varphi_a$ zu erniedrigen.

Dabei ist $\left(\frac{n_\nu}{n_{\nu\infty}}\right) = \left(\frac{n_c}{n_{c\infty}}\right)^\nu = \frac{1}{2^\nu}$, also ist die Ansammlung der mehrwertigen Ionen in den Grenzschichten von höherer Größenordnung als der einwertigen

Andere Annahme: in der Grenzschichte ~~wenig~~ Dipole durch Molekularkräfte gerichtet



$$\rho = \varepsilon\left[c n_c - a n_a + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial P}{\partial x}\right] = -\frac{1}{4\pi}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -\frac{d q}{d x}$$

$$P = \mu\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{3}P\right) \qquad q = \int_x^\infty \rho\, dx = \frac{1}{4\pi}\left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_x$$

$$\frac{n_c}{n_{c\infty}} = e^{-chU} \qquad \frac{n_{a\infty}}{n_a} = e^{ahU}$$

$$P = \frac{\mu}{1-\frac{\mu}{3}}\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\varepsilon\left[c n_c - a n_a\right] = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\left[\frac{1}{4\pi} + \frac{\mu\varepsilon}{\lambda(1-\frac{\mu}{3})}\right]$$

$$= \frac{\partial q}{\partial x}\left[1 + \frac{4\pi\mu\varepsilon}{\lambda(1-\frac{\mu}{3})}\right]$$

$$\frac{1}{n_{c\infty}}\frac{d n_c}{d x} = -ch\, e^{-chU}\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$= -ch\frac{n_c}{n_{c\infty}} 4\pi q$$

$$\frac{d n_c}{d x} = -4\pi h q \cdot c n_c \qquad \frac{d n_a}{d x} = 4\pi h q \cdot a n_a$$

$$\frac{d}{dx}(n_c + n_a) = -4\pi h q \frac{\partial q}{\partial x}\left[1 \cdot - \right]$$

$$n_c + n_a = 2\pi h q^2 \left[1 + \dots\right]$$

Es würde also qualitativ dasselbe resultieren (äquivalent mit Vergrösserung der Dielektrizitätskonstante). ~~Also~~ Allerdings möglich, dass die Abweichung von der Proportionalität der Polarisation und Kraft infolge Sättigung in der Grenzschichten eine Rolle spielt. Wie?

$$\Delta\varphi = \cancel{\frac{q 4\pi}{K 2 q N}}\sqrt{\frac{RKT}{2C\pi}} \;\Big\|\; \frac{RT}{N\varepsilon} q \sqrt{\frac{2\pi N}{CRKT}}$$

$$z \neq \frac{CkRT}{2\pi q^2} = \frac{5 \cdot 10^{14} \cdot 80 \cdot 8{\cdot}3 \cdot 10^7 \cdot 290}{2\pi \cdot \frac{1}{4} 10^{12} \cdot 6 \cdot 10^{23}} =$$

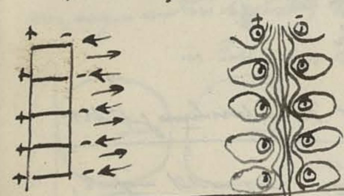
$$= \frac{4 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 10^{25}}{10^{36}} = \frac{10^{27}}{10^{36}} = 10^{-9}$$

$$\Delta\varphi = \frac{RT}{2}\log 2 = \frac{8{\cdot}3 \cdot 10^7 \cdot 290}{4{\cdot}7 \cdot 10^{-10} \cdot 6 \cdot 10^{23}}\log(10^{-9})$$

$$= \frac{3 \cdot 8{\cdot}4}{6 \cdot 4{\cdot}7} 10^{-4} \cdot \frac{\overset{20{\cdot}7}{\cancel{9 \cdot 2{\cdot}3}}}{2} = 2 \cdot 10^{-3} = \underline{0{\cdot}6 \text{ Volt!}}$$

Alle diese Rechnungen entsprechen jedoch in Wirklichkeit nur dem Falle wo die Oberfläche eines Elektrolyten eine statische Ladung erhält — nicht aber der hier gemachten Voraussetzung, wo an der Oberfläche eine Doppelbelegung vorliegt. Eine solche Dipol-Doppelbelegung wird überhaupt ~~nicht aber~~ kein ~~merkliches~~ elektr. Kraftfeld bewirken (~~analog einer~~ unendlichen ~~magnetischen Schale~~) (!) insofern die Dipolabstände klein sind im Verhältnis zum Molekular-Abstand. Nur Kräfte zweiter Ordnung!

Kraft-Verteilung ~~in~~ ausserhalb einer unendlich ausgedehnten Doppelbelegung



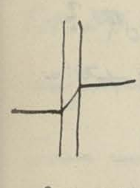
Falls alle oberflächlichen Wasserdipole gerichtet würden, was für einen Pot.-sprung würde das ergeben?

18 gr. H_2O enthalten $6 \cdot 10^{23}$ Molek.; also: $2r = \sqrt[3]{3 \cdot 10^{-23}} = \sqrt[3]{30} \cdot 10^{-8} = 3 \cdot 10^{-8}$

Also Ladung der Flächeneinheit $\frac{4{\cdot}7 \cdot 10^{-10}}{9} \cdot 10^{16} = \frac{1}{2}\, 10^{6}$ (elst. E.)

Annahme $m = 10^{-18} = \frac{1}{5} \cdot 10^{-8} \cdot 4{\cdot}7 \cdot 10^{-10}$

$l = 2 \cdot 10^{-9}$



$\cancel{K} \cdot \Delta\varphi = 4\pi \sigma \cdot l = 4\pi\, \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 10^{6} \cdot \cancel{2} \cdot 10^{-9} = \frac{1{\cdot}2 \cdot 10^{-2}}{\cancel{300}} \cdot 300 \text{ Volt} = 3{\cdot}6 \text{ Volt}$

$\Delta\varphi = 0{\cdot}045$ Volt

also ~~[illegible]~~ ganz dieselbe Größenordnung wie die elektromot. Kr.

~~Die elektromot. Pot. diff. müssen also von weit dickeren Schichten herstammen.~~

Was werden die neutralisierenden Schichten bewirken?

nach Genz p. 157: $\Delta U = \frac{4\pi}{K} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{6} \cdot \frac{0{\cdot}0001}{300}$ Volt $= \frac{2}{K} = 0{\cdot}025$ Volt

$$z^2 - 2z\left(1 + \frac{\pi \quad N}{5 \cdot 10^{14} \cdot 80 \cdot 8{\cdot}3 \cdot 10^{7} \cdot 291}\ \frac{1}{4}\, 10^{12}\right) + 1 = 0$$

$$z = 1 - \frac{1}{2}\, 10^{6} \sqrt{\frac{2\pi}{5 \cdot 10^{14} \cdot 80 \cdot 8{\cdot}3 \cdot 10^{7} \cdot 291}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{4 \cdot 0{\cdot}83 \cdot 2{\cdot}91 \cdot 10^{24}}} = 1 - \frac{1}{2}\, \frac{10^{-7}\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta\varphi = \frac{RT}{2} \lg z = \frac{8{\cdot}3 \cdot 10^{7} \cdot 291}{4{\cdot}7 \cdot 10^{-10}}\ \frac{\frac{1}{2}\ 10^{-7}\sqrt{\frac{2}{3}}}{300}$$

$= 10^{10}$?

Damit eine Doppelschicht von der Grösse der (Kontakt) Potentialdifferenz ~~der ...~~ erzeugt würde

$$\Delta\varphi = \frac{RT}{\varepsilon}\log z = \overset{1\ \text{Volt}}{\cancel{\ldots}} = \frac{\cancel{\ldots}1}{300} = \cancel{1.7.10^{\ldots}}$$

$$\frac{RT}{\varepsilon} = \frac{8.3.10^{7}.\,290}{4.7\,10^{-10}.\,6.10^{23}} = \frac{8.3.10^{9}}{9.4\,.\,10^{13}} = 0.9.\,10^{-4}$$

also müsste $\log z = \cancel{\ldots}-30$ $\qquad z = 10^{-13} = C\frac{KRT}{2\pi\rho^2}$

da muss wohl ρ weit grösser sein, Schichten weit grösserer Dicke, mit Ionenüberschuss gefüllt.

---

oder bei demselben ρ müsste $C_+ = 5.10^{-10}$ (!) dagegen $C_- = \frac{10^{10}}{5}$ (was wohl möglich)

Ob Perrin's Theorie der elektromot. Doppelschichten quantitativ zulässig ist?

Grössendifferenz d. $\left.\begin{matrix}H\\OH\end{matrix}\right\}$ Ionen und anderen Ionen (aus Ionisationskonst.

Leitfähigkeit reinsten Wassers: 10^{-7} Ionenzahl 5.10^{14} $\quad\Big\|\quad \left(\frac{x}{\frac{1}{3}10^{23}}\right)^2 = 10^{-14}$

$3x.\,10^{-23} = 10^{-7}$

gewöhnl. reinen : 10^{-6} Ionenzahl 5.10^{15} $\qquad x = \frac{1}{3}10^{+16}$

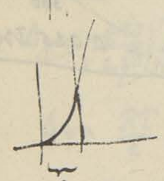
$= 3.10^{15}$?

Übertriebene Annahme: dass der ganze für die eine Ionenart freie Raum mit diesem Drucke erfüllt sei

Annahme die $\left.\begin{matrix}H\\OH\end{matrix}\right\}$ Ionen hätten Radius Null

$$\rho = 5.10^{15}.\ \frac{3}{2}.10^{-8}.\ 4.7.10^{-10} = \cancel{\ldots}\ 3.5.10^{-2} = 0.035\ (\text{elst. E.})$$

= Ladung pro Flächeneinheit



$$K\frac{\partial U}{\partial x} = -4\pi\rho$$

~~dagegen~~

$= 12.10^{-8}$ Volt

$$U_1 - U_0 = \frac{l^2}{2}\frac{4\pi\rho}{K} = \frac{2\pi\rho l}{K} = \frac{2\pi}{80}\ 0.035.\ \frac{3}{2}.10^{-8} = 0.4.\,10^{-10}.300\ \text{Volt!}$$

$$\Delta\varphi \neq \rho.\frac{1}{\varepsilon}\sqrt{\frac{RT}{CN\,2\pi\,K}} = \frac{0.035}{5.10^{-10}}\sqrt{\frac{8.3.10^{7}.\ \cancel{\ldots}}{5.10^{15}.\ 2\pi.\ 80.\ 6.10^{23}}} = \frac{7.\ 10^{15}}{10^{-7}\sqrt{20\pi}} = \frac{7}{8}\,10^{-8}.300\ \text{Volt.}$$

$= 3.10^{-6}$ Volt

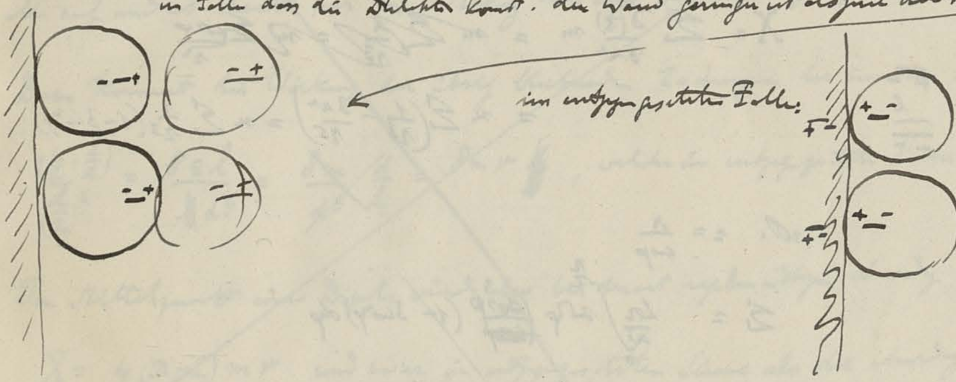
Somit ist die Doppelschichte jedenfalls nicht auf die rein mechanische Ansammlung ~~der~~ Ionenart von kleinerem Durchmesser in den Wandschichten (infolge osmotischen Druckes) zurückzuführen. Es muss jedenfalls eine Anreicherung der Wandschichten infolge anderer Kräfte stattfinden

---

Betreffs der Kräfte, welche die Dipolschichte in der Wandfläche bewirken können:

Falls Molekül (zusammengesetzt aus zweierlei Ionen von verschiedenen Dimensionen!) durch ein asymmetrisch ~~gel~~ aufgebauten Dipol repräsentiert würde:

im Falle dass die Dielektr. Konst. der Wand geringer ist als jene der Flüssigkeit



Es erscheint ziemlich unwahrscheinlich, dass ~~die~~ Ionen gehalt ~~die~~ wesentliche Quelle der elektrosmot. Pot Diff. bilden sollte, da Leitfähigkeit „reinen" Wassers höchst variabel, aber Pot. Diff. einigermassen konstant. Darum wäre obige Dipol-Hypothese wahrscheinlicher. Dabei würden Ionen nur mittelbar, modifizierend ~~dazu kommen~~ mitwirken. Im Falle des Wassers würde auch das Vorzeichen stimmen. Aber die Dicke der Doppelsch. wäre von Grössenordn. 10^{-7}! Doch nicht, denn es schliessen sich weitere Schichten an!

Dimensionen des Nitrobenzol-Molek.:

$C_6H_5NO_2$

72
5
14
32
123 gr. ... 6.10^{23}

$\rho = 1{\cdot}20$ | vol. $= 103\ cm^3$

$$2a = \left(\sqrt[3]{\frac{6.10^{23}}{103}}\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{6}{1{\cdot}03}}\right) = \sqrt[3]{\frac{1}{6{\cdot}03}}\ 10^{-7}$$

$$= \underline{5{\cdot}49.\ 10^{-8}}$$

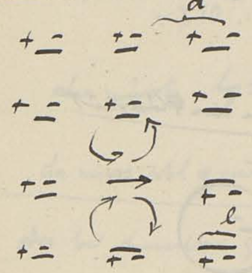
7803
2·2197
0·7399

Potentielle Energie zweier Dipole in axialer Lage

$$\frac{2\varepsilon^2 l^2}{r^3} = \frac{2m^2}{r^3} = \frac{2\cdot 10^{-36}}{27\cdot 10^{-24}} \neq 10^{-13}$$ [Falls dielektr. Konstante = 1]

$$\frac{1}{2}\frac{RT}{N} = \frac{8.3\cdot 10^7\cdot 290}{2\cdot 6\cdot 10^{23}} = 2\cdot 10^{-14}$$

↓ also ziemlich gross im Vergl. zu mittl. Energie, somit erhebliche Richtkraft

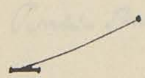


(zweidimensional unendlichen)

Kraft welche von einer ~~W~~ Dipol-Konstellation ausgeübt wird

$$X = \sum \frac{\partial^2\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x^2}\, m = \cancel{m \sum \frac{x}{r^3}} = \cancel{m\sum\frac{\cos\varphi}{r^2}}$$

$$= m\sum\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5}\right) = m\sum\frac{1}{r^3}\left(1-3\cos^2\varphi\right)$$

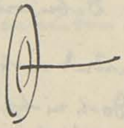


zB. $r = \frac{x}{\cos\varphi}$

$$\sum = \frac{2\pi}{x^3}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi\, \cos^3\varphi\,(1-3\cos^2\varphi)\,d\varphi$$

$$= \frac{2\pi}{x^3}\left[\frac{\cos^4\varphi}{4} - 3\,\frac{\cos^6\varphi}{6}\right] = \frac{\pi}{x^3}$$

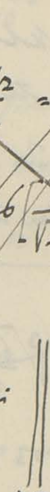
Andererseits



$$U = \int_0^R \frac{2\pi\sigma\, z\, dz}{\sqrt{x^2+z^2}} = 2\pi\sigma \sqrt{x^2+z^2}\Big|_0^R = 2\pi\sigma\left[\sqrt{x^2+R^2} - x\right]$$

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x} = 2\pi\sigma\left[\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} - 1\right]$$

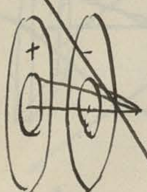
$$\lim_{R=\infty} X = -2\pi\sigma$$



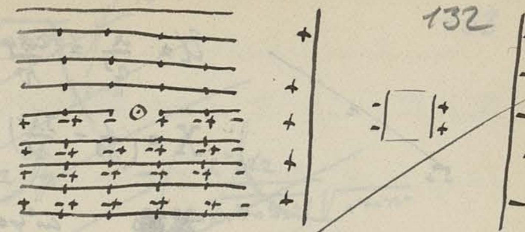
also wäre die Kraft, welche von zwei ~~Aller~~ entgegengesetzt geladenen parallelen Ebenen ausgeübt wird, aussen = Null.

jedoch aber im Innern $= -4\pi\sigma$

also durchschnittlich [in einer grossen Entfernung] $4\pi\sigma\frac{l}{d} = 4\pi\frac{\varepsilon n_2 l}{d} = 4\pi m$ Anzahl der Dipole pro Flächeneinheit



$X = 2\pi b(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$



Auch direkt indem man die Dipole ersetzt durch andere mit gleichem Moment, aber von der Länge d, so dass sie sich alle berühren; dann heben sich die ~~[illegible]~~ Belegungen derselben im Innern alle auf und es bleibt nur die Wirkung der zwei Außenbelegungen $\pi\varepsilon \frac{4\pi l}{d} = 4\pi m\nu$

Dazu kommt die Wirkung der übrig bleibenden Ladungen der inneren Höhlung

$$\frac{2(\varepsilon\cdot\frac{l}{d})}{(\frac{d}{2})^2} = \frac{8\varepsilon l}{d^3} = \frac{8m}{d^3}\frac{d}{l} = 8m\nu$$, welche im entgegengesetzten Sinne wirkt

Im Mittelpunkt eines Dipols wird also bei derart regelmäßiger Anordnung die Kraft wirken

$X = 4(\pi - 2)\, m\nu$ und zwar im entgegengesetzten Sinne als der Anordnung entspricht

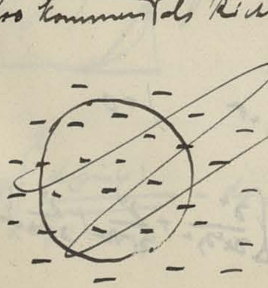
Daher wäre eine ganz derartige Anordnung instabil.

Stabil wird sie erst eventuell bei Berücksichtigung der endlichen Ausdehnung der Dipole

Der Symmetrie in XYZ ist notiert $\sum\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5}\right) = \sum\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3y^2}{r^5}\right) = \sum\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5}\right) = 0$

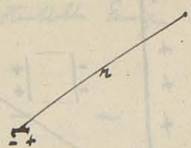
Lorentz 1. 306, 138

Also kommen (bei regulärer kubischer Anordnung) die Richtkräfte nur durch Glieder höherer Ordnung in Betracht



Lorentz Betrachtungsweise: alle in der Kugel befindlichen oder von deren Oberfläche geschnittenen Dipole geben $\Sigma = 0$

Es bleibt also nur die Wirkung der äußeren

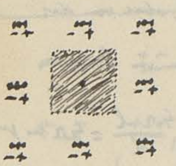


$$U = \frac{x}{r^3} = \frac{\cos\varphi}{r^2}$$

$$X = \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5}\right) = -\frac{1}{r^3}\left(1 - 3\cos^2\varphi\right)$$

$$\cos^2\varphi < \frac{1}{3} \qquad X < 0$$

$$\sin^2\varphi > \frac{2}{3}$$



$$X = X_0 + \xi\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_0 + \eta\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_0 + \zeta\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)_0 + \frac{\xi^2}{2}\left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}\right) + \text{——}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{3x}{r^5} - \frac{6x}{r^5} + \frac{15x^3}{r^7} = -\frac{9x}{r^5} + \frac{15x^3}{r^7}$$

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \qquad -\frac{3y}{r^5} + \frac{15x^2y}{r^7}$$

$$\sum X = \Sigma X_0 + \xi\left[\Sigma\left(-\frac{9x}{r^5} + \frac{15x^3}{r^7}\right)\right] + \eta\,\Sigma\left(-\frac{3y}{r^5} + \frac{15x^2y}{r^7}\right) + \zeta\,\Sigma(\quad)$$

$$\bar{X} = \frac{\iiint_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \Sigma X \, d\xi\, d\eta\, d\zeta}{d^3} = \Sigma X_0 + \frac{d^2}{3}\frac{1}{2}\Sigma\Big[\underbrace{\left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 X}{\partial y^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 X}{\partial z^2}\right)}_{=0}\Big]_0 \qquad \cancel{\xi^2\eta^2}$$

$$+ \frac{d^4}{5\cdot 4!}\left(\frac{\partial^4 X}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 X}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 X}{\partial z^4}\right) + \frac{6d^4}{9\cdot 4!}\left(\frac{\partial^4 X}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4 X}{\partial y^2\partial z^2} + \frac{\partial^4 X}{\partial x^2\partial z^2}\right)$$

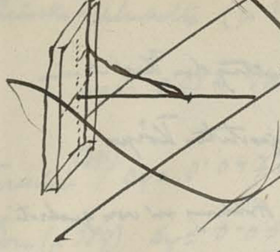
$$\xi^4 + \cancel{4\xi^3\eta} + 6\xi^2\eta^2 + \cancel{4\xi^3\eta} + \eta^4 + \dots \quad \cancel{\xi^2\eta^2} \qquad \Bigg\| \qquad =$$

$$\cancel{(\xi+\eta)^4 = \xi^4 + 4\xi^3\eta + \dots}$$

$$\frac{\xi^5\eta}{5} \qquad 6\,\frac{\xi^3\eta^3}{9}$$

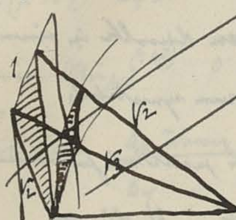
$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial x^2\partial z^2} + \frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} = 0 \qquad \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + \frac{\partial^4}{\partial z^4}\right) + 2\left(\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \dots\right) = 0$$

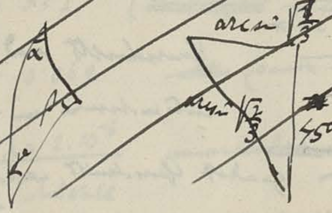
$$\Big\| \quad \bar{X} = \Sigma X_0 + \frac{d^4}{4!}\underbrace{\left[\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right]}_{\frac{4}{15}}\left[\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^2\partial z^2} + \frac{\partial^4}{\partial z^2\partial x^2} X\right]_0 + \dots$$

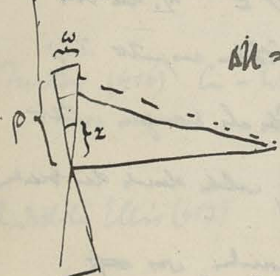


$$\iint \frac{dy\,dz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \int dz\,\lg\left(y+\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)\Big|_{y=-a}^{y=+a}$$

$$= \int dz\,\lg\frac{a+\sqrt{x^2+a^2+z^2}}{-a+\sqrt{\cdots}} = 2\lg - \int \frac{z^2\,dz}{\left(a+\sqrt{x^2+a^2+z^2}\right)\sqrt{x^2+a^2+z^2}}$$







$$\dot{U} = \int_0^\rho \frac{\omega z\,dz}{\sqrt{x^2+z^2}} = \omega\left[\sqrt{x^2+\rho^2}-x\right]$$

$$U = 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi\left[\sqrt{x^2+\frac{a^2}{\cos^2\varphi}}-x\right]$$

$$\cos^2\varphi = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\varphi}$$

$$a\operatorname{tg}\varphi = \xi \qquad \frac{a^2\,d\varphi}{\cos^2\varphi} = a\,d\xi$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\xi}{a}$$

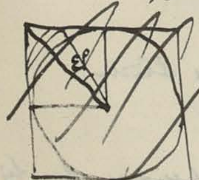
$$\frac{a^2}{\cos^2\varphi} = a^2(1+\operatorname{tg}^2\varphi)$$

$$d\varphi = \frac{d\xi}{a(1+\operatorname{tg}^2\varphi)}$$

$$\cancel{a\int_0^a \left[\sqrt{x^2+a^2+\xi^2}-x\right]\frac{d\xi}{a^2+\xi^2}}$$

$$\rho = \frac{a}{\cos\left(\frac{\pi}{4}-\xi\right)} - \frac{a}{\cos\varphi}$$

$$\frac{\left(\frac{\pi}{4}-\varphi\right)d\varphi}{\sqrt{x^2+\frac{a^2}{\cos^2\varphi}}}$$



$$X = 8\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi\left[\sqrt{x^2+\frac{a^2}{\cos^2\varphi}}-x\right] =$$

$$8\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi\left\{\frac{a}{\sqrt{a^2+\frac{a^2}{\cos^2\varphi}}}-1\right\}$$

$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi\left[\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1+\cos^2\varphi}}-1\right]$$

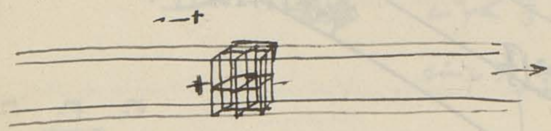
$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\sin\varphi)}{\sqrt{2-\sin^2\varphi}} - d\varphi = 8\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\frac{dx}{\sqrt{2-x^2}} - 2\pi = 8\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{d\frac{x}{\sqrt{2}}}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2}} = 8\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 8\arcsin\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$\cancel{\frac{8\pi}{4} = 2\pi}$$

$$= 8\cdot\frac{\pi}{3} - 2\pi = \frac{2\pi}{3}$$

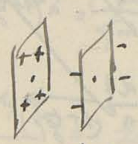
Man kann folgendermassen schliessen:

Die elektr. Kraft E bedeutet die Kraft im Innern einer ~~lang~~ in der Richtung der Kraftlinie langgestreckten Höhlung. Dasselbe auch in einem elektronisch zusammengesetzten Körper



Nehmen wir an, diese Höhlung sei von quadratischem Querschnitt und zerlegen dieselbe in einen entsprechenden um A herum symmetrisch konstruierten Würfel und zwei (sehr lange) Stäbe von quadrat. Querschnitt, welche sich praktisch genommen ins ∞ erstrecken. Auf den Punkt A wirkt dann 1). die Kraft E 2). die von den im Würfel enthaltenen Dipolen ausgeübte Kraft 3). die von den Stäben ausgeübte Kraft.

Da hierbei der Querschnitt so gross angenommen werden darf, dass die Stäbe als homogen erfüllt angesehen werden können, besteht die Wirkung (3) nur aus den Kräften, welche durch die beiden Belegungen



der inneren ~~...~~ Schnittflächen ausgeübt werden, was ~~auf~~ umstehend berechnet zu $\frac{4\pi}{3}P$

Dagegen ist der Anteil (2) = Null, wie vorher nachgewiesen, für Kugel oder Würfel

$\therefore$ wirkt auf A die Kraft: $E + \frac{4\pi}{3}P$

Dasselbe (eigentlich) ~~noch~~ einfacher, wenn die Höhlung zylindrisch und die innere Fläche kugelförmig angenommen wird.

$$4\pi P = \kappa\left[E + \frac{4\pi}{3}P\right]$$

$$D = E + P = E\left(\frac{1+\kappa}{\cancel{4\pi}\,1-\frac{\kappa}{3}}\right) = E\,\frac{1+\frac{2\kappa}{3}}{1-\frac{\kappa}{3}}$$

Dabei ist aber noch nicht nachgewiesen, dass die Kraft E im Innern einer solchen Höhlung identisch ist mit dem Mittelwert der Kraft im Körper

Quincke-Helmholtz (p. 378) p. 381 $\Delta\varphi$ für Wasser-Glas

$\Delta\varphi = 0{,}052$ Volt — wenig verändert wenn Leitfähigkeit durch Auflösung d. Glases auf das 20fache gestiegen war (Ebenso gegen Säure unempfindlich !?)

Tereschin (371) $\Delta\varphi = 0{,}047$ Volt

Dorn (p. 385) $\Delta\varphi = 0{,}0519 - 557$ (~~[illegible]~~ gg. $E\delta^{e}$ $\delta = 4{,}65 - 8{,}12 \cdot 10^{-8}$

Cameron-Öttingen (408) $0{,}050 - 0{,}069$ ~~[illegible]~~ (sauer-alkalisch)

(Elissafoff $\Delta\varphi$ Wasser $\lambda = 2 \cdot 10^{-6}$ unverändert ?
$\Delta\varphi$ " 10^{-5} Rohrzucker $\rightarrow \lambda = 0{,}0012 \cdot 10^{-3}$)

Burton (416) Cu-Wasser Kataphorese v. wenig geändert bis $38 \cdot 10^{-6}$ mol. KCl
$\lambda = 4{,}6 \cdot 10^{-6}$

Riddell Ellis (417) NaOH große Wirkung bis 0,002 normal
bei HCl starken Verminderung

$$p - p_s = \frac{2\sigma}{r}\frac{\rho}{\rho_0} \qquad -\Delta T = \frac{4\pi r^2 \pi\, dr\, \omega}{\frac{4}{3}r^3\pi}$$

$$\cancel{\frac{dp}{dr} = -\frac{2\sigma}{r^2}\frac{\rho}{\rho_0}}$$

$$p_s = p_{s0} - \frac{dp}{dT}\,\frac{3\omega\, dr}{r}$$

$$p = p_s + \frac{2\sigma}{r}\frac{\rho}{\rho_0} - \frac{dp}{dT}\,\frac{3\omega}{r}\Delta r$$

Dielektr. Kraft

$$\frac{m}{r^3}\left(1 + \dots \frac{l}{r}\right) \qquad l = \frac{10^{-18}}{5 \cdot 10^{-10}} = \frac{10^{-8}}{5}$$

$$\frac{l}{r} = \frac{1}{25}$$

$$\frac{10^{-18}}{(5 \cdot 10^{-8})^3} = 10^4$$

Bei einer Größenordn. d. Dipolmomente 10^{-18} würde also das zweite Glied bereits in Betracht kommen

---

Debye

Wie würde die Polar. in einer Schicht sich verteilen, wo nur die Wandschicht fest polarisiert ist?

$$K = E + \frac{4\pi P}{3} = E + m n \left[\mathfrak{Ctg}\left(\frac{mK}{kT}\right) - \frac{kT}{mK}\right]$$ Dasselbe im homogenen Feld

im ungleichförmigen

Im ungleichförmigen Feld, falls P nur in X veränderlich. Ob das überhaupt möglich?

So als ob freie Ladungen mit Raumdichte $\rho = \frac{\partial P}{\partial x}$

dieselben würden eine Kraft ausüben: $E = 2\pi\left[\int_0^x \rho\, d\xi - \int_x^\infty \rho\, d\xi\right] = 2\pi\left[P_x - P_0 - (P_\infty - P_x)\right]$

(Dielektr. Konst.?)

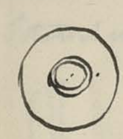
$$= 4\pi\left[P_x - \underbrace{\frac{P_0 + P_\infty}{2}}_{C}\right] = 4\pi\{P - C\}$$

$$K = \frac{4}{3}4\pi\{P - C\} = \frac{4}{3}\cancel{4\pi}\, m n\, \mathfrak{Ctg}$$

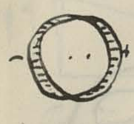
Veränderlichkeit in x ist da überhaupt nicht möglich!

Danach wäre Verschiedenheit von P nur durch Ionen zu erklären

Bei permanenten Magnetisierung gelten natürlich nicht mehr die Grenzbedingungen $B_{n1} = B_{n2} = \kappa J$ etc.
Kraft ∥ J etc.



$$U_x = \int_x^R 4\pi r\,dr + \frac{4\pi x^3}{3x} = 2\pi(R^2 - x^2) + \frac{4\pi x^2}{3}$$



$$U_i = \frac{U_x - U_{x-\delta x}}{\delta x} J = J\left[-4\pi x + \frac{8\pi x}{3}\right] = \frac{4\pi x}{3} J$$

$$X_x = -\frac{4\pi J}{3}$$

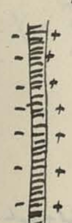
also Feldstärke im Innern einer gleichförmig magnetisierten Kugel $= -\frac{4\pi J}{3} = \overline{H}$

dagegen ist die Kraft die auf den Mittelpunkt ausgeübt wird $= 0$

Somit tatsächlich $\overset{\circ}{K} = \overline{H} + \frac{4\pi J}{3} = 0$

Kraft im Aussenraum $\left.\begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix}\right\} = \nabla\left(\frac{4\pi}{3} J \frac{x}{r^3}\right)$

Kraft ausserhalb einer ∞ ausgedehnten Doppelschichtplatte $= 0$

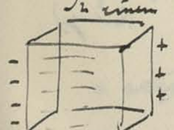


$$H_e = B_e = 0$$

im Inneren: $H_i = -4\pi J$

Dagegen sollte $\overset{\circ}{K}_i = -4\pi J + \frac{4\pi}{3} J$ sein $= -\frac{8\pi}{3} J$

In einem homogenen Würfel:



Kraft (im Mittelpunkt) $H_i = -\frac{4}{3}\pi J$ (siehe Berechnung auf zweitvorhergehenden Seite)

$$\overset{\circ}{K}_i = -\frac{4}{3}\pi J + \frac{4\pi}{3} J = 0$$

stimmt, indem im Mittelpunkt $K = 0$

Dipol

$U = m\frac{x}{r^3}$

$X = \frac{m}{r^3}\left[1 - 3\cos^2\theta\right]$

Mittlere Kraft in einer Kugel vom Radius R:

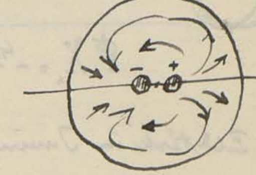
$$\bar{X} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3}\int_0 \frac{dr}{r} = \infty$$

Einfacher Pol

$U = \frac{e}{r}$

$X = \frac{e}{r^2}\cos\theta$

$$\bar{X} = \frac{e}{\frac{4\pi}{3}R^3}\int_0^R \frac{2\pi r^2 dr}{r^2}\cos\theta\sin\theta\, d\theta$$

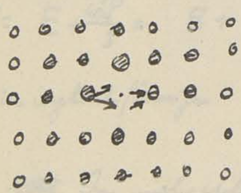


Jedenfalls muss schon wegen der Symmetrie die durchschnittliche X Kraft in einem vom Mittelpunkt des Dipols aus gezogenen Kugelraum $= 0$ sein.

Daher rührt der Unterschied von H_2 und H_1 nicht vom Eigenfeld des Dipols her.

falsch!

Also ist Unterschied nur bedingt durch die Anordnung



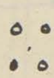
2 ·	$-\frac{2}{a^2}$
4 ·	$\frac{1}{a^2}$
4 ·	$\frac{1}{2a^2}$
2.4	$\frac{1}{2a^2}\left(1-\frac{3}{2}\right)$
2.4	$\frac{1}{3a^2}\left(1-\frac{3}{3}\right)$

von der ersten Würfelschale

$= \frac{2}{a^2} - \frac{2}{a^2} = 0$

Ebenso muss jede weitere Würfelschale ΣX Null ergeben (Lorentz Rechnung)

Dagegen für den Mittelpunkt des Zwischenraums



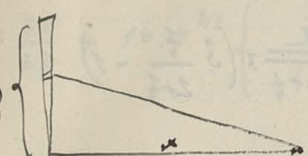
$$8\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2}\left[1 - \frac{3}{3}\right] = 0 \; !$$

Überhaupt herrscht auch dort völlige Symmetrie in XYZ, also ist auch dort

$\Sigma X = 0$

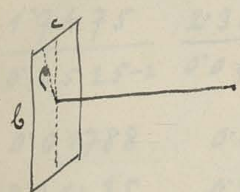
Kraft im Mittelpunkt eines längs der X Axe homogen magnetisierten Parallelepipeds

Potential eines Elementar Dreiecks auf Punkt welcher in der Scheitelnormale liegt



$$U = \sigma d\varphi \int_{z=0}^{\rho} \frac{z\,dz}{\sqrt{x^2+z^2}} = \sigma\, d\varphi \left[\sqrt{x^2+\rho^2} - x\right]$$

Pot. eines Rechteckes auf Punkt, welcher in der Mittelnormale liegt



$$\rho = \frac{b}{2\cos\varphi}$$

$$U = 4\sigma\, d\varphi \Big\{ \int_0^{\varphi_1} \left[\sqrt{x^2+\left(\frac{b}{2\cos\varphi}\right)^2} - x\right] + \int \left[\sqrt{x^2+\left(\frac{c}{2\sin\varphi}\right)^2} - x\right]$$

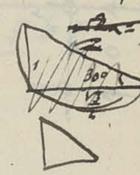
$$+ \underbrace{\int_0^{\varphi_2} \left[\sqrt{x^2+\left(\frac{c}{2\cos\varphi}\right)^2} - x\right]}\Big\}$$

$$\frac{b}{2\cos\varphi_1} = \frac{c}{2\cos\varphi_2}$$

$$= \int_{\varphi_1}^{\frac{\pi}{2}} \left[\sqrt{x^2+\left(\frac{c}{2\sin\varphi}\right)^2} - x\right]$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$$



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$X = \frac{\partial U}{\partial x} = 4\sigma \underbrace{\int_0^{\varphi_1} d\varphi \left[\frac{x}{\sqrt{x^2+\left(\frac{b}{2\cos\varphi}\right)^2}} - 1\right]} +$$

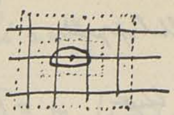
$$\int_0^{\varphi_1} d\varphi \left[\frac{x\cos\varphi}{\sqrt{x^2\cos^2\varphi + \beta^2}} - 1\right] = \int_0^{\varphi_1} d\varphi \left[\frac{x\cos\varphi}{\sqrt{\beta^2+x^2-x^2\sin^2\varphi}} - 1\right] = \int \frac{d\xi}{\sqrt{\beta^2+x^2-\xi^2}} - \varphi_1$$

$$= \cancel{\arcsin \frac{\xi}{\sqrt{\beta^2+x^2}}} - \varphi_1 \quad = \arcsin \frac{x\beta}{\sqrt{\beta^2+\gamma^2}\sqrt{\beta^2+x^2}} - \varphi_1$$

$$X = 4\sigma\Big\{\arcsin \frac{x\beta}{\sqrt{(\beta^2+x^2)(\beta^2+\gamma^2)}} + \arcsin \frac{x\beta}{\sqrt{(\beta^2+x^2)(\beta^2+\gamma^2)}} - \frac{\pi}{2}\Big\}$$

$$\left(\left(\sigma = \frac{m}{a^3}\right)\right)$$

Gesamtkraft (beiderseitige) ist zweimal so groß

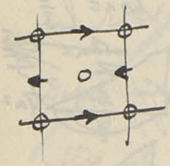


1). $2\cdot\frac{2}{\left(\frac{a}{2}\right)^3} = \frac{32}{a^3}$ $\Big\|$ $\alpha = a$, $\beta=\gamma=\frac{a}{2}$ $\Big\|$ $8\left\{2\arcsin\frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{\pi}{2}\right\}$

2). $\frac{32}{a^3} + 2\cdot\frac{2}{\left(\frac{3a}{2}\right)^3} + 8\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}^{\,3}}\left(3\frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}-1\right) + 8\,\frac{1}{\sqrt{2+\frac{1}{4}}^{\,3}}\left(3\frac{\frac{1}{4}}{2+\frac{1}{4}}-1\right)$

$+ 8\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{9}{4}}^{\,3}}\left(3\frac{\frac{9}{4}}{1+\frac{9}{4}}-1\right) + 8\,\frac{1}{\sqrt{2+\frac{9}{4}}^{\,3}}\left(3\frac{\frac{9}{4}}{2+\frac{9}{4}}-1\right)$

$\Big\|$ $\alpha = 2a$, $\beta=\gamma=\frac{3a}{2}$ $\qquad 8\left\{2\arcsin\frac{3}{\sqrt{\left(\frac{9}{4}+4\right)\frac{9}{2}}} - \frac{\pi}{2}\right\}$



30103
5
9.80103 − 10
33

39.233
78.467
11.533 : 90 = 0.12814 . 4π

9.5000 − 10

18435
36870
− 90
53.13 : 90 . 4π
0.5903 . 4π

$\frac{3}{\sqrt{\frac{25.9}{8}}}$

$\sqrt{\frac{8}{25}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

$4\sqrt{2}$

$$\frac{32}{27} - \frac{8}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}}\ \frac{2}{5} - \frac{8}{\left(\frac{9}{4}\right)^{3/2}}\ \frac{6}{9} + \frac{8}{\left(\frac{13}{4}\right)^{3/2}}\ \frac{14}{13} + \frac{8}{\left(\frac{17}{4}\right)^{3/2}}\ \frac{10}{17}$$

$$= \frac{32}{27} + 16.4^{3/2}\left\{\frac{7}{13^{5/2}} + \frac{5}{17^{5/2}} - \frac{1}{5^{5/2}} - \frac{3}{9^{5/2}}\right\}$$

0·6990
1·7475
0·2525 − 2

0·9542
0·4771
2·3855
0·0916 − 2

1·1139
0·0604 − 2

1·2304
3·0760
0·6230 − 3

5051
4314
0737

0·01788
0·01235
−0·03023
+ 1569
−0·01454

0·01149
0·00420
+0·01569

1·1626
0·90315
0·1626 − 2
0·22835

6021
30105
90315

1·1848
−0·2283
0·9565

$$4\pi\left\{\frac{2\arcsin\left(\sqrt{\frac{32}{100}}\right)}{90} - 1\right\}$$

1·5051
9·75255 − 10

34·447
68·894 : 90 = 0·7655

$X = -\ 0{\cdot}2345\,.\,4\pi$

$$X = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5}$$

$$X = X_0 + \xi\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_0 + \eta\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_0 + \zeta\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)_0$$

$$+ \left| \frac{\xi^2}{2}\left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}\right) + \xi\eta\,\frac{\partial^2 X}{\partial x\partial y} + \xi\zeta\,\frac{\partial^2 X}{\partial x\partial z} \right| +$$

$$+ \left| \frac{\eta^2}{2}\left(\frac{\partial^2 X}{\partial y^2}\right) + \eta\zeta\,\frac{\partial^2 X}{\partial y\partial z} + \frac{\zeta^2}{2}\,\frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \right|$$

$$\sum \frac{\partial X}{\partial x} = \sum \frac{\partial X}{\partial y} = \sum \frac{\partial X}{\partial z} = 0$$

$$\Sigma X = \Sigma X_0 + \frac{\xi^2}{2}\sum\left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}\right)_0 + \frac{\eta^2+\zeta^2}{2}\sum\left(\frac{\partial^2 X}{\partial y^2}\right)_0 + \xi(\eta + \zeta)\cancel{\sum\left(\frac{\partial^2 X}{\partial x\partial y}\right)_0} + \eta\zeta\cancel{\sum\left(\frac{\partial^2 X}{\partial y\partial z}\right)_0}$$

$$\sum\left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + 2\,\frac{\partial^2 X}{\partial y^2}\right) = 0 \quad \Bigg\| \quad + \frac{\xi^4}{4!}\sum\left(\frac{\partial^4 X}{\partial x^4}\right)_0 + \frac{\eta^4+\zeta^4}{4!}\sum\left(\frac{\partial^4 X}{\partial y^4}\right)_0 + \frac{6}{4!}\,\eta^2\zeta^2\sum\left(\frac{\partial^4 X}{\partial y^2\partial z^2}\right)_0 + \frac{6}{4!}\,\xi^2(\eta^2+\zeta^2)\sum\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}$$

$$\Sigma X = \Sigma X_0 + \left[\frac{\eta^2+\zeta^2}{2} - \xi^2\right]\sum\left(\frac{\partial^2 X}{\partial y^2}\right)_0$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial y^2} = -\frac{3}{r^5} + \frac{15(y^2+x^2)}{r^7} - 105\,\frac{x^2y^2}{r^9} \quad \Bigg\| \quad \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{9}{r^5} + \frac{90x^2}{r^7} - 105\,\frac{x^4}{r^9}$$

$$\left.\begin{aligned} \Sigma\ & -\frac{9}{r^5} + \frac{90\,x^2}{r^7} - \frac{105\,x^4}{r^9} \\ & -\frac{6}{r^5} + \frac{30(y^2+x^2)}{r^7} - 2\cdot 105\,\frac{x^2y^2}{r^9} \end{aligned}\right\} = -\frac{15}{r^5} + 120\,\frac{x^2}{r^7} + \frac{15(y^2+z^2)}{r^7} - \frac{105\,x^2}{r^7}$$

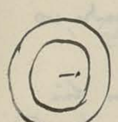
$$= 0 \quad \text{[illegible]}$$

$$\Sigma\,\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{1}{2}\,\Sigma\,\frac{\partial^2 X}{\partial y^2} = \Sigma - \frac{9}{r^5}\left[1 - 10\,\frac{x^2}{r^2} + \frac{35}{3}\,\frac{x^4}{r^4}\right]$$

$$\Sigma X = \Sigma X_0 + \left[2\xi^2 - \eta^2 - \zeta^2\right]\Sigma\left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}\right)_0$$

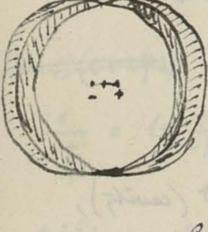
$$2\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-3\cos^2\varphi)\, 2\pi \sin\varphi\, d\varphi = 4\pi \left(\cos\varphi + \cos^3\varphi\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 0$$

Kraft innerhalb einer homogen magnetisierten Hohlkugel



$$\int \cancel{4\pi r^2\, dr} = 0$$

Mittlerer Wert der X Kraft in einer um 0 gelegten Kugel



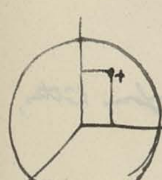
Zwischen $2\pi \sin\varphi\, d\varphi \cos\varphi \,\frac{e}{R^2}\cos\varphi$ wird sich mit dem analogen Wert der Abnahme auf der andern Seite aufheben

Unterschied zweiter Ordnung

$$2\pi \sin\varphi\, d\varphi\, R^2 \int_{R\cos\varphi-\frac{l}{2}\cos\varphi}^{R\cos\varphi+\frac{l}{2}\cos\varphi} X\, d\xi = 2\pi R^2 \sin\varphi\, d\varphi \left[U_{R\cos\varphi+\frac{l}{2}\cos\varphi} - U_{R\cos\varphi-\frac{l}{2}\cos\varphi}\right]$$

$$= 2\pi R^2 \int_0^{\pi} \sin\varphi\, d\varphi \cdot l\cos\varphi \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)\Bigg|_{U=\frac{xe}{R^3}} = \frac{2\pi R^2\, 2l}{R^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi \sin\varphi\, d\varphi$$

falls: $\frac{le}{Vol} = J$ $\qquad = \frac{4\pi le}{3} = \frac{4\pi J}{3}$



$$\bar{X} = \frac{1}{Vol}\int X\, dv = \frac{1}{Vol}\int \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\right)_\xi dv = \frac{1}{Vol}\frac{\partial}{\partial x}\int\frac{dv}{r_\xi} = \frac{e}{Vol}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{4\pi r^3}{3} \ldots\right]$$

$$= \frac{e}{Vol}\left(\frac{4}{3}\pi\xi\right) = \frac{4}{3}\pi\,\frac{e\cos\varphi}{Vol}\cdot r_\xi$$

$\bar{X}$ für einen (irgendwo in der Kugel) exzentrisch angebrachten Dipol $= \frac{4}{3}\pi\frac{el}{Vol}$ $\cancel{\ldots = \frac{4}{3}\pi\frac{el}{Vol}\ldots}$

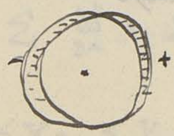
$\bar{X}$ für ganze homogen magnetisierte Kugel $\qquad \cancel{\frac{4}{3}\pi\frac{J}{Vol}\iint_0^{\pi\, R}\frac{2\pi r^2}{r}\sin\varphi\, d\varphi\, dr = \frac{4}{3}\pi\frac{J}{Vol}\frac{R^2}{2}\cdot\frac{4}{3}}$

$\cancel{\int_0^{\pi}\sin^3\varphi\, d\varphi = \int[\sin\varphi - \sin\varphi\cos^2\varphi]\, d\varphi = -\cos\varphi\Big|_0^{\pi} + \frac{\cos^3\varphi}{3}\Big|_0^{\pi} = \ldots}$ $\quad \bar{X} = \frac{4}{3}\pi\, J\,\frac{Vol}{Vol} = \frac{4}{3}\pi J$

Kraft im Mittelpunkt der Kugel, falls die Dipole ~~[illegible]~~ ganz zufällig verteilt sind

Ebenso wie wenn sie mit homogener Dichte verteilt wären

Und zwar wird wieder $K = -\frac{4}{3}\pi J$, wenn auch jene Dipollagen berücksichtigt werden, wo der Mittelpunkt der Kugel von einem Dipol teilweise überdeckt wird, da dann die Kraft K sich auch berechnen lässt aus den beiden Ladungskugeln, (falls alle + vereinigt und alle − vereinigt)



Dagegen wird $K = 0$, wenn ~~Dipole~~ der Mittelpunkt freigelassen wird (cavity), und zwar so dass z.B. Dipol~~e~~ mittelpunkte ~~[illegible]~~ nur bis zu einer kleinen Kugelfläche um 0 herum sich annähern können. (deren Radius klein, aber gross im Verhältnis zu l)

Also wenn z.B. jedes Molekül Kugelgestalt besitzt und im Mittelpunkt einen Dipol besitzt, so wird tatsächlich für die auf ein Molekül Inneres wirkende Kraft gerade die Grösse K massgebend sein.

Dagegen wäre statt dessen $\bar{X}$ massgebend, falls die Moleküle Stäbchenform hätten, ~~und~~ welche sich in die Richtung der Kraftlinien stellen.

Bädeker: $D-1=$ | während

SO_2 $\quad 9{\cdot}93.10^{-3}\left[1-6{\cdot}23.10^{-3}t+1{\cdot}87\,10^{-5}t^2\right]$ $\quad \left[1-3{\cdot}64.10^{-3}t+1{\cdot}34.10^{-5}\right]$

NH_3 $\quad 7{\cdot}18\,.10^{3}\left[1-7{\cdot}60.10^{-3}(t-20)+3{\cdot}61.10^{-5}(t-20)^2\right]$ $\quad \left[1-3{\cdot}42.10^{-3}(t-20)+\ldots\right]$

C_2H_5OH $\quad 6{\cdot}47.10^{-3}\left[1-8{\cdot}47.10^{-3}(\underset{383}{t-110})+7{\cdot}38.10^{-5}(t-110)^2\right]$ $\quad \left[1-2{\cdot}61.10^{-3}(t-110)+\ldots\right]$

$$(D-1) = 6{\cdot}47.10^{3}\left\{\left[1+8{\cdot}47.383^{\,10^{-3}}+7{\cdot}38.10^{-5}.383^2\right]-\left[8{\cdot}47.10^{3}+2.7{\cdot}38.10^{-5}\right]T + 7{\cdot}38.10^{-5}T^2\right\}$$

~~(D-1)(t+273)~~

$$\frac{1}{1+\frac{t}{273}} = 1-\frac{t}{273}+\left(\frac{t}{273}\right)^2$$

4362	4669	5832
5638	5331	4168
3642	3412	2611
1276		

also durchwegs stärkere Abnahme, übereinstimmend mit Dipolhypothese [illegible] der Kraft, falls die Dipole [illegible] zufällig [illegible]

[illegible] Mittelpunkt der Kugel [illegible] Dipol [illegible] die [illegible]

Kraft [illegible] bei [illegible] die [illegible]

$$\frac{1}{1+\frac{x}{393}} = 1 - \frac{x}{393} + \left(\frac{x}{393}\right)^2$$

Dagegen [illegible], wenn [illegible] der Mittelpunkt festgehalten wird (weit),

und wenn es dass die Dipole [illegible] nur bis zu einer kleinen [illegible] annähern können (denn Radius klein, aber [illegible] die Verteilung [illegible])

Also wenn etwa jedes Molekül Kugelgestalt besitzt und im Mittelpunkt einen Dipol besitzt, so wird tatsächlich für die auf ein Molekül [illegible] wirkende Kraft gerade die [illegible] Konstante [illegible].

Dagegen [illegible] wenn $\overline{X}$ [illegible], falls die Moleküle [illegible] Gestalt [illegible] welche wohl in der Richtung der Kraftlinien [illegible].

3·70

2·25 | 900 | 2·02 | 1445 | 1·69 | 16·90 | 1·47 | ~~[illegible]~~
2·02 | 4·04 | 1·69 | 6·76 | 1·47 | 10·29 | 1·36 | 2205
0·23 : 4·96 | 0·33 : 7·38 | 0·22 : 6·61 | 0·11 : | 1360
8·45

3617
6955
6662

4·64

1·36
1·20
0·16 :

~~274~~
~~472~~
2992
1800
11·92

5185
8684
6504

4·47

3424
~~9292~~
~~5951~~
5222

3·33

0414
9269
1145

1·30

2041
0763
1278

1·34

$$(\Sigma v)_1 = \frac{v_0}{1+\beta t_1} \qquad n_{12} = \frac{(\Sigma v_1)}{(\Sigma v_2)} = \frac{1+\beta t_2}{1+\beta t_1} = \cancel{1+\beta t_1} \pm \cancel{\frac{\beta(t_2-t_1)}{1+\beta t_1}}$$

$$(\Sigma v)_2 = \frac{v_0}{1+\beta t_2}$$

$$n_{12}(1+\beta t_1) = 1+\beta t_2$$

$$v_0\beta t_1 = \frac{v_0}{(\Sigma v_1)} - 1 \qquad \beta v_0 = \frac{1-n_{12}}{t_1 n_{12} - t_2} = \frac{\Sigma v_2 - \Sigma v_1}{t_1 \Sigma v_2 - t_2 \Sigma v_1} = \frac{\Sigma v_1 - \Sigma v_2}{t_2 \Sigma v_1 - t_1 \Sigma v_2}$$

2·34 5·68
2·25 2·25
0·09 : 2·43

2·34 ~~5·68~~ 9·36
2·02 2·02
0·32 : ~~16·70~~
7·34

2·34 16·38
1·69 1·69
0·65 : 14·69

2·34 [illegible]
1·20 5148
1·14 : 1·20
50·28 =

9542
3856
5686
370

~~5051~~
~~2227~~
~~2824~~
~~192~~

5051
8657
6394
436

~~2175~~
~~1670~~
~~0505~~

8129
1670
6459
442

0569
7013
3556
227

~~[illegible]~~
13·40 13·40
11·00 5·50
2·40 : 7·90

11·00 22·00
7·92 7·92
3·08 : 14·08

7·92 23·76
6·30 12·60
1·62 : 11·16

6·30 ~~16·56~~
4·82 ~~14·56~~
1·48 : ~~2·04~~

31·50
14·46
17·04

3802
8976
·826
304

4886
1486
3400
219

2095
0476
1619
135

1703
2315
9388
0·869

373 3730
286 20·02
087 : 17·28

482 3374
373 1865
1·09 : 15·09

9396
2376
7020
0·503

0374
1787
8587
0·722

r os
r „ar-
go przed
może mówić
nięcia“ (prae-
przód program
w, przedewszyst-
ego „zmostu“ na
wie przebrzmiały
e przemiłą poga-
ybulskiego, staje
any pracą reżyser
zą minę, wyjaśnia
cyjnej do „Śmierci
przez chór „truchełˮ,
mumij, które zapomocą
artykułowanych dźwię-
w rytm „murzyński“,
go, co ruchami „tanecz-
k Puszet. Podczas tych
ypuszcza z garderoby po
niętym w prześcieradło,
znikiem i twarzą, zasło-
z papieru. Defektow-

ć koc wystarcza, a nowa
z wieścią o urządzonem już mie
kanku Narzeczonej (w swetrze z naszytemi
asymetrycznie piersiami i zawiązanymi koń-
cami rękawów) jeszcze go nie uspokaja. Jako
koiciel tęsknot metafizycznych zapomocą wia-
ry teologicznej zjawia się Juljusz II della
Rovere (w niesłychanie pomysłowym kostju-
mie p. Wicińskiego: postać jego ujęta jest
w tekturowe osie: pionową, w której porusza
się głowa, i poziomą na wysokości ramion;
prawa dłoń zastąpiona liturgiczną przykryw-
ką z krzyżem, lewa wypełniona zwisającym
pierścieniem; zresztą biały ornat i t. d.). Ten
mądry starzec dobija swą żelazną logiką per-
wersyjność malarza, a błogosławiąc jemu i je-
go narzeczonej, życzy jej — nagłej i niespo-
dziewanej śmierci. Życzenie wkrótce się speł-
nia za sprawą kolegi szkolnego Pawła, obec-
nie króla Hirkanji, gdzie panuje absolutyzm
życia. Do kierowania nim poszukuje Hirkan
jeszcze kilku „elitowców“. Pierwszy zgłasza
się chodzący za nim jak cień niemy jegomość,
przytakujący każdemu z mówiących. Hirkan
namawia do pójścia z nim Pawła, a gdy temu

króla Hi
takują
choć
miała p
dyskusję
puszczała
nością dla re
niem dla grając
wszystkiem autora
stworzył dramat rów
mi tekstami Gide'a lub
znanych mi awangardzi
też nie wątpię, że „Mątwa
francuski, mi
w jakimś
P. S. Po t
libyśmy w „
Witkiewiczow
ziny innych nie
nadto „Śmierć Fa
i t. p. Tylko ciąg
tów prowadzi do —

Pod zarządem Leopolda Wójcika.

150

$$C'^2 = C^2 + \alpha \underbrace{\left\{ c^2 - C^2 + (2\alpha - 1) \left(c^2 + C^2 \frac{3C^2 + 25c^2}{5[C^2 + 3c^2]} \right) \right\}}_{=0}$$

$$2\alpha \left(c^2 + C^2 \frac{\quad}{5(\quad)} \right) = C^2 \left[1 + \frac{3C^2 + 25c^2}{5(C^2 + 3c^2)} \right]$$

$$\left(\frac{C}{c}\right)^2 = x$$

$$2\alpha \left[1 + x \frac{3x + 25}{5(x+3)} \right] = x \left[1 + \frac{3x + 25}{5(x+3)} \right]$$

$$\frac{\alpha}{2} \left[15 + 3x^2 + 25x \right] = x \left[8x + 40 \right]$$

$$\frac{\alpha}{2} \left[3x^2 + 30x + 15 \right] =$$

$$3 \frac{\alpha}{2} \left[x^2 + 10x + 5 \right] = 8(x^2 + 5x)$$

$$x^2 \left[\cancel{7 - 3\alpha} \right] + x \left[\frac{7 - 13\alpha}{1 - \frac{3\alpha}{2}} \right] = \frac{\frac{3\alpha}{2}}{1 - \frac{3\alpha}{2}}$$

$$x^2 \left[8 - \frac{3\alpha}{2} \right] + x \left[40 - 15\alpha \right] = \frac{15\alpha}{2}$$

$$x = -\frac{40 - 15\alpha}{16 - 3\alpha} \pm \sqrt{(15\alpha)(16 - 3\alpha) + (40 - 15\alpha)^2}$$

$$x = -\frac{7 - 13\alpha}{2 - 3\alpha} \pm \sqrt{\frac{3\alpha}{2 - 3\alpha} + \left(\frac{7 - 13\alpha}{2 - 3\alpha}\right)^2}$$

$$\cancel{= \frac{-7 + 13\alpha}{2 - 3\alpha} \pm \sqrt{6\alpha - 9\alpha^2 + 49 - 14 \cdot 13\alpha + 13^2 \alpha^2}}$$

$$1600 - 1200\alpha + 225\alpha^2 + 240 - 45\alpha^2 = 1600 - 960\alpha + 180\alpha^2$$

282, 6, 276; 269, 9, 260

$\alpha = \frac{1}{2}$ $\qquad x^2 + x \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}}$ $\qquad x^2 + 2x = 3$ $\qquad x = 1$ $\qquad n = M$, $\quad r = C$

$\alpha = \frac{1}{4}$ $\qquad x^2 + x \dfrac{\frac{15}{4}}{\frac{5}{8}} = \dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{8}}$ $\qquad x^2 + 6x = \frac{3}{5}$ $\qquad m = \frac{M}{3}$

$$x = -3 + \sqrt{\tfrac{3}{5} + 9}$$

$$= -3 + \sqrt{48} \neq 4$$

$C = 2c$

$\alpha = \delta$ $$x^2 + x\,\frac{7-13\delta}{1-\frac{3\delta}{2}} = \frac{3\delta}{2-3\delta}$$

$$x^2 + 7x = \frac{3\delta}{2}$$

$$x = \frac{3\delta}{14}$$

$\left(\frac{c}{C}\right)^2 = x$

$\alpha = \frac{1}{2}$ $$C'^2 = C^2\left\{1 - \frac{1}{2} + \frac{x}{2}\right\}$$

$m = M$ $$C'^2 - C^2 = \frac{x-1}{2}\,C^2 = \frac{c^2 - C^2}{2}$$

$\alpha = \delta$ $m \ll M$

$$C'^2 = C^2\left\{1 - \delta + x\delta + \left[2\delta^2 - \delta\right]\left[x + \frac{3+25x}{5(1+3x)}\right]\right\}$$

$$= C^2\left\{1 - \delta + \cancel{x\delta} - \cancel{x\delta} - \frac{3+25x}{5(1+3x)}\,\delta\right\}$$

$$= C^2\left\{1 - \delta\,\frac{8+40x}{5(1+3x)} + 2\delta^2\,\frac{3+30x+15x^2}{5(1+3x)}\right\}$$

$= C^2$ jsilt

$$\delta\,\frac{3+30x+15x^2}{\cancel{5(1+3x)}} = \frac{4+20x}{\cancel{5(1+3x)}}$$

$$x^2 + \frac{2x}{} + \frac{1}{5} = \frac{4}{3\delta}\,x + \frac{4}{15\delta}$$

$$x^2 + 2\left[1 - \frac{2}{3\delta}\right]x = \left[\frac{4}{3\delta} - 1\right]\frac{1}{5}$$

$$x = \frac{2}{3\delta} - 1 + \sqrt{\underbrace{\left(\frac{2}{3\delta} - 1\right)^2 + \frac{4}{15\delta} - \frac{1}{5}}_{\frac{4}{9\delta^2} - \underbrace{\frac{4}{3\delta} + \frac{4}{15\delta}}_{-\frac{16}{15\delta}} + \frac{4}{5}}}$$

$$x = \frac{2}{3\delta} - 1 \pm \sqrt{\frac{1}{9\delta^2} - \frac{4}{15\delta} + \frac{1}{5}}$$

$$= \frac{2}{3\delta}\left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{12}{5}\delta + \frac{9\delta^2}{5}}\right] - 1$$

$$\mp \frac{4}{3\delta}$$

approx for $x \gg 1$

$$C'^2 = C^2\left\{1 - \frac{8}{3}\delta + 2x\delta^2\right\}$$

$$C'^2 - C^2 = C^2\left\{2x\delta - \frac{8}{3}\right\}\delta$$

$$= \left\{2c^2\delta - \frac{8}{3}C^2\right\}\delta = \left\{2c^2\frac{m}{M} - \frac{8}{3}C^2\right\}\frac{m}{M}$$

$$M(C'^2 - C^2) = 2\frac{m}{M}\left[c^2 m - \frac{4}{3}C^2 M\right]$$

Dorzyc jako przyblizenie:

$$E' - E = 2\frac{m}{M}\left[e - E\right]$$

$$\frac{dE}{dn} = 2\frac{m}{M}(e-E)$$

$$E = e - (e - E_0)\, e^{-2\frac{m}{M}n}$$

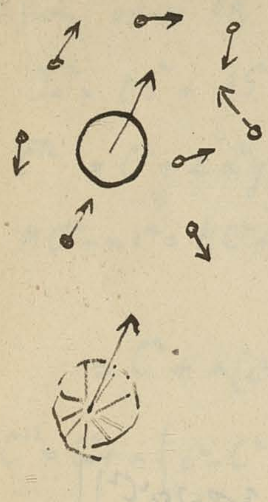
zbliżenie gdy $n > \frac{M}{2m}$

$> 10^{10}$

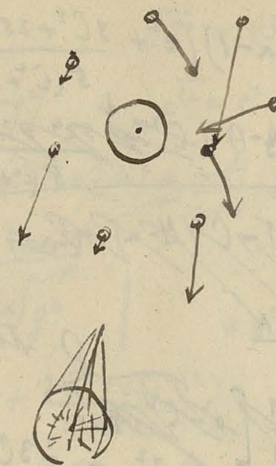
Supp. $\frac{4a^3}{\sqrt{\pi}} C^2 e^{-C^2a^2} dC$

$$\int_0^\infty C^4 e^{-C^2a^2} dC = \frac{3}{2}\frac{1}{a^2}$$

$$\overline{M(C'^2 - C^2)} = 2\frac{m}{M}\left[c^2 m - 2\,\overline{C^2 M}\right] \;?$$



relative motion



What is the average value of g^2?

[after Maxwell prop. V
$= C^2 + c^2$

this is the true average value for ~~possible pairs of~~ any molec. in the gas

but it is not the average value for any two (colliding) molecules

for it supposes ~~the~~ all directions of the striking molec. to be equally probable, whilst in reality the probability (number of discs in unite time) of a disc will be proportional to the relative velocity g

---

According to Maxwell's:

$$M \;\Big|\; C'^2 = C^2 + 2\alpha\left[\alpha(c^2+C^2) - C^2\right]$$

$$m \;\Big|\; c'^2 = c^2 + 2\cancel{\beta}\left[\beta(c^2+C^2) - c^2\right]$$

$$MC'^2 - mc'^2 = MC^2 - mc^2 + 2\left[(M\alpha^2 - m\beta^2)(c^2+C^2) - (M\alpha C^2 - m\beta c^2)\right]$$

$$MC'^2 + mc'^2 = MC^2 + mc^2 + 2\alpha\left[\cancel{(c^2+C^2)\,m - MC^2 - mc^2}\right] \quad ?$$

$C^2 \dfrac{\cancel{\ldots} - mM^2 \cancel{\ldots}}{(m+M)^2}$

$c^2 \dfrac{(Mm^2 - \cancel{2mM}) + mM(\cancel{m+M})}{(m+M)^2}$

$$= (MC^2 - mc^2)\underbrace{\left[1 - \frac{4mM}{(m+M)^2}\right]}_{\left(\frac{m-M}{m+M}\right)^2}$$

~~conservation of energy~~ ~~would require~~

$$\cancel{2(\alpha^2+\beta^2)(c^2+C^2)(M+m)^2 - 2\frac{mM}{m+M}(C^2+c^2) = 2(c^2+C^2)\left(\frac{m^2+M^2-mM}{m+M}\right)} = 2(c^2+C^2)\frac{m-M}{-M}$$

$$2(M\alpha^2 + M\beta^2)(c^2+C^2) - \frac{2mM}{m+M}(C^2+c^2) = 0 \qquad m = M \quad !$$

$\cancel{\dfrac{2mM}{m+M}}$

stimmt

According to our calculation:

$$M \quad C'^2 = C^2 + \alpha\left\{c^2 - C^2 + (2\alpha-1)\left(c^2 + \frac{3C^4+25c^2C^2}{5(C^2+3c^2)}\right)\right\}$$

$$m \quad c'^2 = c^2 + \beta\left\{C^2 - c^2 + (2\beta-1)\left(\cancel{C^2 + \frac{3c^4+25c^2C^2}{5(c^2+3C^2)}}\right)\right\}$$

~~$E'+e' = E+e+\alpha\{c^2(M-m) - C^2(M-m) + (2\alpha-1)$~~

for $M > m$

$c > C$

$$\frac{m-M}{m+M}$$

0 almost

$$E'+e' = E+e+\frac{mM}{m+M}\left[\frac{m-M}{m+M}\left[c^2 - C^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{3C^4+25c^2C^2}{C^2+3c^2} - \frac{3c^4+25c^2C^2}{c^2+3C^2}\right)\right]\right]$$

$$3C^4c^2 + 25c^4C^2 + 9C^6 + 75c^2C^4 - 3c^4C^2 - 25c^2C^4 - 9c^6 - 75c^4C^2$$

$$\frac{1}{5}\,\frac{9C^6 + 53c^2C^4 - 53c^4C^2 - 9c^6}{(C^2+3c^2)(c^2+3C^2)}$$

$$5(3c^4+3C^4+10c^2C^2)(c^2-C^2)$$

$$+15c^6 + 15c^2C^4 + 50c^4C^2 - 15c^4C^2 - 15C^6 - 50c^2C^4$$

$$= 15c^6 - 45c^2C^4 + 45c^4C^2 - 15C^6$$

$$3C^4 + 30c^2C^2 + 3c^4$$

$$-6C^6 + 8C^4c^2 - 8C^2c^4 + 6c^6$$

$$E'-e' = E-e+\frac{mM}{m+M}\left[2(c^2-C^2) + 2\frac{m-M}{m+M}\left(c^2 + \frac{3C^4+25c^2C^2}{5(C^2+3c^2)}\right)\right]$$

$$= E-e+\frac{2mM}{(m+M)^2}\left[5(c^2-C^2)(m+M)(C^2+3c^2) + (m-M)(3C^4+30c^2C^2+3c^4)\right]$$

$$m\left[5(3c^4-2c^2C^2-C^4) + 3C^4 + 30c^2C^2 + 3c^4\right] = m\left[18c^4 + 20c^2C^2 - 2C^4\right]$$

$$+M\left[\qquad - \qquad\right] + M\left[12c^4 - 40c^2C^2 - 8C^4\right]$$

1). given values OA, OB

$$\overline{Oa}^2 = OS^2 + AS^2 \qquad \overline{Ob}^2 = OS^2 + BS^2$$

$$\overline{C'}^2 = C^2 + 2\alpha^2 g^2 + \alpha(c^2 - C^2 - g^2) \qquad \overline{c'}^2 = c^2 + 2\beta^2 g^2 + \beta(C^2 - c^2 - g^2)$$

$$MC'^2 + mc'^2 = MC^2 + mc^2 + \cancel{2g^2(\alpha^2 M + \beta^2 m)} \; \frac{mM}{m+M} 2g^2$$

stimmt!

$$= C^2 + \alpha(c^2 - C^2) + (2\alpha^2 - \alpha) g^2 \quad \Big| \quad = c^2 + \beta(C^2 - c^2) + g^2(2\beta^2 - \beta)$$

$$C'^2 = C^2 + \alpha\left\{c^2 - C^2 + (2\alpha - 1)\left[c^2 + \frac{3C^4 + 25c^2C^2}{5(C^2 + 3c^2)}\right]\right\} \qquad c > C$$

$$c'^2 = c^2 + \beta\left\{C^2 - c^2 + (2\beta - 1)\left[c^2 + \frac{3C^4 + 25c^2C^2}{5(C^2 + 3c^2)}\right]\right\}$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-x^2}}{1+x^2}\,dx = 2\int_0^\infty e^{-x^2}dx \int_0^\infty e^{-y^2(1+x^2)}\, y\, dy$$

$$1+y^2 = z^2 \qquad y\,dy = z\,dz \qquad \int_1^\infty e^{-(z^2-1)}\,dz$$

$$= 2\int_0^\infty e^{-y^2} y\, dy \int_0^\infty e^{-x^2(1+y^2)}\,dx$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{1+y^2}} = \sqrt{\pi}\int_0^\infty \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} e^{-y^2}\,dy$$

$$J = \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x^2}}{1+x^2}\,dx$$

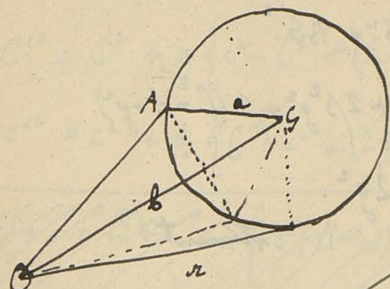
$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = -\int_0^\infty \frac{x^2}{1+x^2} e^{-\alpha x^2}\,dx = \int_0^\infty \left(\frac{1}{1-x^2} - 1\right) e^{-\alpha x^2}\,dx = J - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$J = uv \qquad v = \frac{\partial v}{\partial \alpha} \qquad J = -e^{\alpha}\sqrt{\pi}\int^{\sqrt{\alpha}} e^{-x^2}\,dx$$

$$uv - \frac{\partial u}{\partial \alpha} v + u\frac{\partial v}{\partial \alpha} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \qquad v = e^{\alpha} \qquad J + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} = J - \frac{1}{2} \cdot$$

$$u = -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\int \frac{e^{-\alpha}}{\sqrt{\alpha}}\,d\alpha = \sqrt{\pi}\int e^{-\alpha}\,d(\sqrt{\alpha}) = \sqrt{\pi}\int^{\sqrt{\alpha}} e^{-x^2}\,dx$$

Mittlere absolut aus der Differenz d. WK.:



$$r^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$$

$$\cancel{\frac{\int r^2 \sin\theta\, d\theta}{\int \sin\theta\, d\theta} = a^2+b^2 - \frac{2\int_0^\theta \sin\theta\cos\theta\, d\theta}{\int_0^\theta \sin\theta\, d\theta}\, ab}$$

$$\cancel{\int r_1^2 = a^2+b^2 - ab\sin^2\theta}$$

$$\cancel{\int_2 r_2^2 = a^2+b^2 + ab\sin^2\theta}$$

$$\cancel{\int_1 r_0^2 - r_1^2 = ab(\sin^2\theta - 2\cos\theta) = ab(}$$

$$\cancel{\int_2 r_2^2 - r_0^2 = ab(\sin^2\theta - 2\cos\theta)}$$

$$a^2+b^2 - 2ab\cos\theta - (a^2+b^2-2ab\cos\theta_0) = 2ab(\cos\theta_0 - \cos\theta)$$

$$\Delta = \frac{1}{2}\left\{\int_{\theta_0}^{\pi} 2ab(\cos\theta_0 - \cos\theta)\sin\theta\, d\theta + 2ab\int_0^{\theta_0}(\cos\theta - \cos\theta_0)\sin\theta\, d\theta\right\}$$

$$= ab\left[\cos\theta_0 \cos\theta\Big|_{\pi}^{\theta_0} + \frac{\sin^2\theta}{2}\Big|_{\theta_0}^{\pi} + \frac{\sin^2\theta}{2}\Big|_0^{\theta_0} - \cos\theta_0\cos\theta\Big|_{\theta_0}^{0}\right]$$

$$= ab\left[\cos^2\theta_0 + \cancel{\cos\theta_0} + \frac{\sin^2\theta_0}{2} + \frac{\sin^2\theta_0}{2} - \cancel{\cos\theta_0} + \cos^2\theta_0\right]$$

$$= ab\left[2\cos^2\theta_0 + \sin^2\theta_0\right] = \cancel{ab\left[\ldots\right]}\ ab\left[1+\cos^2\theta_0\right]$$

$$\Delta = \alpha g\sqrt{C^2 + \underbrace{\alpha^2 g^2 - 2\alpha C g\cos . OAG}_{+\alpha(c^2 - C^2 - g^2)}}\ (1+\cos^2\theta_0)$$

$$= \alpha g\sqrt{C^2(1-\alpha) + \alpha c^2 + (\alpha^2-\alpha)g^2}\ (1+\cos^2\theta_0)$$

$\cancel{C^2}=$ 155

$b^2 = C^2 + \alpha^2 g^2 - 2\alpha g C \cos OAG$

$c^2 = C^2 + g^2 - 2 g C \cos OAS$

$\cancel{\Delta = \int g \sqrt{C^2(1-\alpha) + \alpha c^2 + (\alpha^2-\alpha) g^2}}$

$C^2 = \alpha^2 g^2 + b^2 - 2\alpha g b \cos\theta$ $= \cancel{c^2 + g^2 - 2}$ $\| \; b^2 = C^2 + \alpha^2 g^2 + (c^2 - C^2 - g^2)\alpha$

$\cancel{C^2} = \underbrace{\alpha^2 g^2 + \cancel{C^2} + \alpha^2 g^2}_{2\alpha^2 g^2} + \alpha(c^2 - C^2 - g^2) - 2\alpha g b \cos\theta$

$\cos\theta = \dfrac{2\alpha g^2 + c^2 + C^2 + g^2}{2\alpha g b}$

$\cancel{\Delta = \alpha g b \left[1 - \frac{2\alpha g^2 - c^2 + C^2 + g^2}{2\alpha g b}\right]^2}$

~~Suppos.:~~ $\cancel{c \gg C}$

$\Delta = \dfrac{4\alpha^2 g^2 b^2 + [2\alpha g^2 + g^2 - c^2 + C^2]^2}{4\alpha^2 g^2 b^2} \, \alpha g b = \left[\sqrt{C^2 + \alpha^2 g^2 + (\ldots)} \cdot \cancel{\left(\frac{2\alpha c^2 + C^2}{2\alpha c b}\right)^2}\right.$

$= \ldots \ldots$

$mc < MC$

Suppos.: ~~α small~~ $\cancel{\alpha c \ll C}$

$mc = \dfrac{MC^2}{c}$

$c \gg C$ $\quad$ α small

$g \neq c$ $\qquad b = \sqrt{C^2(1-\alpha) + \alpha^2 c^2}$

$\Delta = \alpha c b \dfrac{\int_0^\pi (1 + \cos^2\theta) \sin\phi \, d\phi}{\int_0^\pi \sin\phi \, d\phi} = \alpha c b \left[1 + \dfrac{-\frac{\cos^3\theta}{3}\Big|_0^\pi}{-\cos\theta\Big|_0^\pi}\right] = \dfrac{4}{3} \alpha c b$

If normal state: $\Delta(C^2) = \pm \dfrac{4}{3} \dfrac{mcC}{M} = \dfrac{4}{3} \dfrac{C^3}{c}$

$C\Delta(C) = \pm \dfrac{2}{3} \dfrac{mcC}{M}$

$\dfrac{\Delta C}{C} = \pm \dfrac{2}{3} \dfrac{mc}{M}$

Direct method for $c \gg C$

$\Delta C = a(\cos\theta - \cos\theta_0) = \dfrac{a(1 + \cos^2\theta_0)}{2}$

$\cancel{\Delta C = \alpha c \frac{\int (1+\cos^2\theta) \sin\theta \, d\theta}{2\int \sin\theta \, d\theta} = \frac{2}{3} \alpha c}$

$= \dfrac{2}{3} \dfrac{mc}{M}$

According to Maxwell:

$$C'^2 = C^2 + 2\alpha\left[\alpha(c^2+C^2) - C^2\right]$$

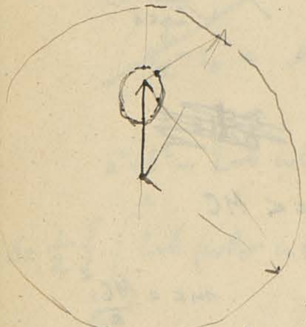
for α small

$$C'^2 = C^2 + \frac{2m}{M}\left[\frac{mc^2}{M} - C^2\right]$$

$$\Delta(C^2) = \frac{2m}{M^2}(e - E)$$

if $E = 0$ $\qquad \Delta(C^2) = \frac{2m}{M^2}e = 2\left(\frac{m}{M}\right)^2 c^2$

$\bar{O}_a =$ if b approx for small α



$$\bar{b}^2 = C^2 + \alpha^2 g^2 + \alpha(c^2 - C^2 - g^2)$$

$$= C^2 + \alpha(c^2 - C^2) + g^2(\alpha^2 - \alpha)$$

$$\bar{\bar{b}}^2 = C^2 + \alpha(c^2 - C^2) + (c^2 + C^2)(\alpha^2 - \alpha)$$

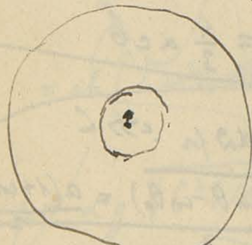
$$= C^2 - 2\alpha C^2 + \alpha^2(c^2 + C^2)$$

$$= C^2(1 - 2\alpha) + \alpha^2(C^2 + c^2)$$

podczas gdy $\bar{\bar{O}}_a^2 = C^2(1-2\alpha) + 2\alpha^2(C^2 + c^2)$ $\qquad\|\qquad$ $\bar{\bar{b}}^2 \neq C^2 - 2\alpha C^2 + \alpha^2 c^2$

$\bar{\bar{O}}_a^2 \neq C^2 - 2\alpha C^2 + 2\alpha^2 c^2$

for $C=0$ $\quad \bar{\bar{O}}_a^2 - C^2 > 0$ dopóki $C^2 = \alpha c^2$ $\qquad$ [illegible]

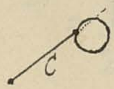


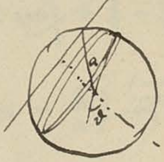
Gdy C^2 za małe wtedy $\bar{\bar{b}}^2$ większe niż C^2, bo łatwo zwiększa

Gdy C za duże wtedy $\bar{\bar{b}}^2 < C^2$ bo łatwo excentryczne ku środkowi

Mean value of perpendicular component (for $\frac{c}{C}$ great ½ and $\frac{\delta C}{C}$ small)

perpendic to C, in plane of paper





$a(\cos\theta - \cos\theta_0)$

the same construction as before $= \frac{2}{3}\frac{mc}{M}$ again

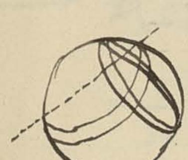
So every shoc changes with equal probab component in dir of motion $\pm \overbrace{\frac{2}{3}\frac{mc}{M}}^{\delta}$

$\perp$ $\pm \frac{2}{3}\frac{mc}{M}$

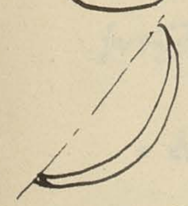
$\perp\!\!\perp$ $\pm \frac{2}{3}\frac{mc}{M}$

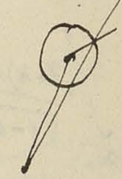
$\cancel{C^2 = \frac{1}{2}\{(C+\delta)^2 + (C-\delta)^2\}}$

Mean value of perpendicular component all round



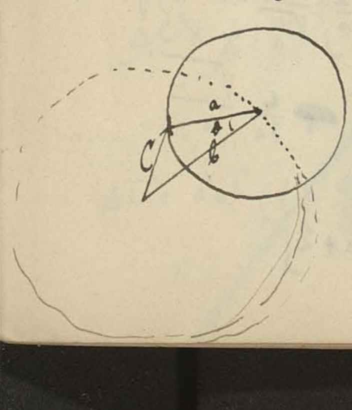
Mean distance of points of sphere from a given line

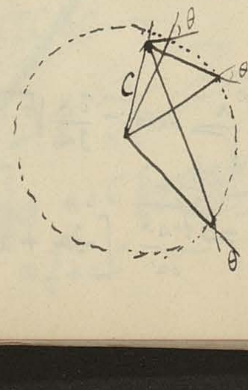


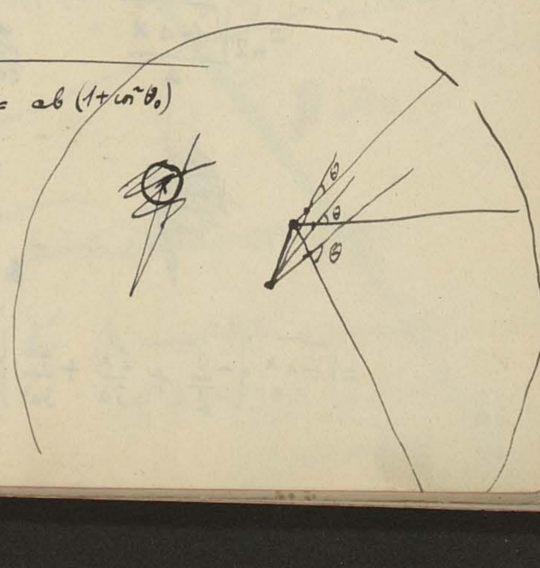


$c \gg C$ but $\frac{\delta C}{C}$ not small

$\Delta C^2 = ab(1+\cos^2\theta_0)$







$$\cos\varphi : \sin\theta = \alpha g : C$$

$$\sin\varphi = \frac{\alpha g}{C}\sin\theta \mp \frac{\alpha c}{C}\sin\theta$$

$$\cos\varphi\, d\varphi = \frac{\alpha c}{C}\cos\theta\, d\theta$$

$$\alpha c\, C\,(1+\cos^2\theta)\sin\varphi\, d\varphi$$

$$\int_0^\pi \cos^2\theta \left(\frac{\alpha c}{C}\right)^2 \frac{\cos\theta\, d\theta\, \sin\theta}{\sqrt{1-\left(\frac{\alpha c}{C}\sin\theta\right)^2}} \quad \left(\frac{\alpha c}{C}\right)^2 \int_0^\pi \frac{(1-\sin^2\theta)\sin\theta\, d(\sin\theta)}{\sqrt{1-\left(\frac{\alpha c}{C}\sin\theta\right)^2}}$$

$$= \left(\frac{\alpha c}{C}\right)^2 \int_0^1 \frac{(1-x^2)\, x\, dx}{\sqrt{1-\left(\frac{\alpha c}{C}x\right)^2}} \quad = \left(\frac{\alpha c}{C}\right)^2 \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{(1-x)\, dx}{\sqrt{1-\frac{\alpha^2 c^2}{C^2}x}}$$

$$\int_0^1 \frac{(1-x)\,dx}{\sqrt{1-ax}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-ax}} - \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-ax}}$$

$$= -2\frac{\sqrt{1-ax}}{a} \qquad = -x\,2\frac{\sqrt{1-ax}}{a} \mp \frac{2}{a}\int\sqrt{1-ax}\,dx$$

$$= \frac{2}{a}\int\frac{1}{\sqrt{\ }}dx - 2\int\frac{x}{\sqrt{\ }}dx$$

$$\int\frac{x}{\sqrt{\ }}dx = -\frac{2x}{3a}\sqrt{\ } - \frac{4}{3a}\frac{\sqrt{\ }}{a}$$

$$= \sqrt{1-ax}\left\{-\frac{2}{a} + \frac{2x}{3a} + \frac{4}{3a^2}\right\} = \frac{2\sqrt{1-ax}}{3a^2}\left[-3a + ax + 2\right]$$

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial x} = \frac{2}{3a^2}\left[\frac{a}{2\sqrt{}}(3a-ax-2)+a\sqrt{}\right]}$$

$$\cancel{= \frac{1}{3a\sqrt{}}\left[3a-ax-2+2-2ax\right]}$$

$$\cancel{\frac{2}{a}\sqrt{1-ax} - 2\sqrt{1-ax} + \frac{ax}{\sqrt{}}}$$

$$\cancel{-\frac{2\sqrt{}}{a} + \frac{x}{\sqrt{}} + \frac{2}{a\sqrt{}} - \frac{2x}{\sqrt{}}}$$

$$\cancel{= \frac{x\sqrt{}}{\sqrt{}}}$$

$$\cancel{\int\frac{x}{\sqrt{}} = \frac{2\sqrt{}}{3a}\left(-x+\frac{2}{a}\right)}$$

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial x} = -2\frac{\sqrt{}}{3a} - \frac{a}{3a\sqrt{}}\left(-x+\frac{2}{a}\right) = \frac{1}{3a\sqrt{}}\left[-2+2ax+ax-2\right]}$$

$$\frac{2\sqrt{1-a}}{3a^2}\left[\underbrace{-3a+a+2}_{2(1-a)}\right] - \frac{2}{3a^2}\left[-3a+2\right]$$

$$= \frac{2}{3a^2}\left\{3a-2+2\sqrt{1-a}^3\right\}$$

$$\frac{a}{2}\,\frac{2}{3a^2}$$

$$a = \left(\frac{\alpha c}{C}\right)^2 = \frac{m}{M}\,\frac{mc^2}{MC^2}$$

$$= \frac{1}{3a}\left[3a-2+2\sqrt{1-a}^3\right]$$

~~for small values of a~~

$$(1-a)^{3/2} = 1-\frac{3a}{2}+\frac{3}{8}a^2$$

$$= 1-\frac{2}{3a}\left[1-\sqrt{1-a}^3\right] = 1-\frac{2}{3a}\left[\cancel{1}+\left(\cancel{1}+\frac{3a}{2}-\frac{3a^2}{8}\right)\right]$$

$$= \frac{a}{4}$$

divided by $\int$ av. dep!

$$= \frac{a}{2}\int_0^1 dx = \frac{a}{2}$$

$$\sin^2\theta = \frac{1}{2}$$

$$\cancel{\Delta C^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{mc}{MC}\right)^2 = 2C\,\Delta C}$$

$$\cancel{\Delta C = \frac{1}{8}\,\frac{m^2c^2}{M^2C^3}}$$

~~for normal state: $\Delta C = \frac{1}{8}\frac{m}{M}$~~

$$\Delta C^2 = \alpha c C\left[1+\frac{1}{2}\right] = \alpha c C\left[\cancel{1+\frac{\alpha c}{2C}}\right]$$

for normal state a very small

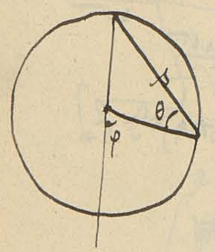
$$= \frac{3}{2}\alpha c C$$

$$\therefore \Delta C^2 = 3\frac{mcC}{2M} = 2C\Delta C$$

$$\Delta C = \frac{3}{4}\frac{mc}{M}$$

$$\int_0^{\pi} \cancel{\frac{\cos^2\theta \sin\varphi\, d\varphi}{\int \sin\varphi\, d\varphi}}$$

average value of $\cos^2\theta$:



$\cancel{2\cos\theta}$ $1 = 1 + s^2 - 2s\cos\theta$

$$\cos\theta = \frac{s}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(1+\cos\varphi)^2 + \sin^2\varphi}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{2 + 2\cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\cos\varphi}$$

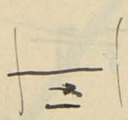
$$\cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\int\sqrt{1+\cos\varphi}\,\sin\varphi\, d\varphi}{\int \sin\varphi\, d\varphi}} = \cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\int\sqrt{1+x}\,dx}{\int dx}} \qquad \cos^2\theta = \frac{1+\cos\varphi}{2}$$

$$\frac{\frac{1}{2}\int(1+\cos\varphi)\sin\varphi\, d\varphi}{\int \sin\varphi\, d\varphi} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\frac{\sin^2\varphi}{2}\Big|_0^{\pi}}{\cos\varphi\Big|_{-1}^{1}}\right] = \frac{1}{2}$$

$$\Delta C_2 \quad \alpha\frac{(1+\cos^2\theta_0)}{2} = \alpha g \mp \alpha c$$

$$\overline{\Delta C} = \alpha c\,\frac{3}{4} = \frac{3}{4}\frac{mc}{M}$$

the same for perpendicular components



$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu\Delta^2 u = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad u = u_0 \cancel{(\ldots)} \frac{4(\delta x - x^2)}{\delta^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu\frac{8u_0}{\cancel{4}\left(\frac{\delta}{2}\right)^2} \qquad = u_0 . 4\frac{x}{\delta}\left(1 - \frac{x}{\delta}\right)$$

$$\Delta^2 u = 8\frac{u_0}{\delta^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \alpha \delta \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad \frac{32 \mu u_0}{\delta^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0{\cdot}08 . 3 . 4 = 1$$

$$\delta = 10^{-2} \qquad u_0 = 3.10^{-4}$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{10}{0{\cdot}0002} \quad (200) \quad = 5.10^4$$

$$6 \pi \mu a u = \frac{4}{3} \pi \frac{a^2}{2} \cdot \rho$$

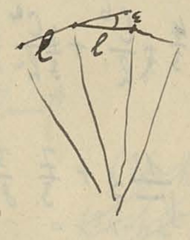
$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{32 . 0{\cdot}01 . 10^{-4}}{10^{-6} . 0{\cdot}0002} = 16 . 10^4$$

$$36 \mu u = a^2 \rho \qquad a = 10^{-4}$$

$$u = \frac{a^2 \rho}{36 \mu} \qquad \mu = 0{\cdot}00018$$

$$\frac{10^{-8}}{36 . 0{\cdot}00018} = 10^{-6}$$

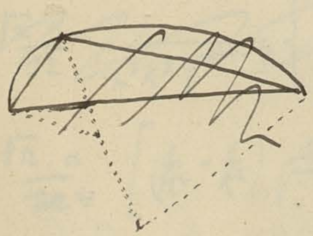
288
65

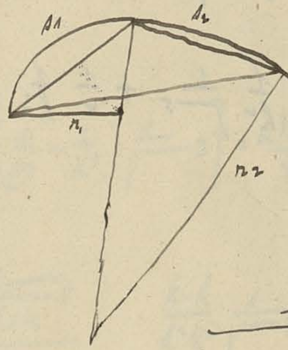


$$= l\varepsilon : l = l : 2r$$

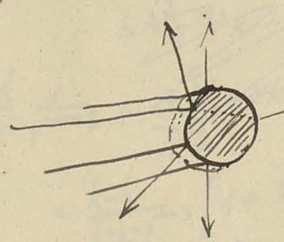
$$r = \frac{l}{2\varepsilon}$$

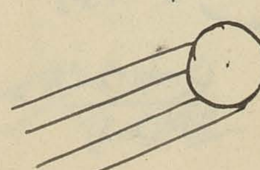
$$r = \frac{V}{2 n \varepsilon}$$





$$2 r_1 \sin \frac{A_1}{2 r_1}$$





$$\int_0^\delta u \, dx = \frac{4}{\delta^2}\left(\delta \frac{\delta^2}{2} - \frac{\delta^3}{3}\right) = \frac{2\delta}{3}$$

$\cancel{\frac{c^2}{C^2}}$

$$\overset{c>C}{\iint N_1 N_2 c^2 \int \frac{g^2\,dg}{cC}} = \iint N_1 N_2\, c\left(\frac{C^2}{3}+c^2\right) + \overset{c<C}{\iint} N_1 N_2 \frac{c^2}{C}\left(\frac{c^2}{3}+C^2\right)$$

$$= \iint C^8 e^{-kC^2} dC \int_1^\infty e^{-h\varepsilon^2 C^2} \left(\tfrac{1}{3}+\varepsilon^2\right)\varepsilon^3 d\varepsilon + \iint C^8 e^{-kC^2} dC \int_0^1 e^{-h\varepsilon^2 C^2} \left(\tfrac{\varepsilon^2}{3}+1\right)\varepsilon^4 d\varepsilon$$

$$\frac{1}{2}\int_1^\infty e^{-hxC^2}\left(\tfrac{1}{3}+x\right)x\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{hC^2}+\frac{1}{h^2C^4}\right)e^{-hC^2} + \left(\frac{2}{h^3C^6}+\frac{2}{h^2C^4}+\frac{1}{hC^2}\right)e^{-hC^2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\iint e^{-(k+h)C^2} dC \left\{ \frac{4}{3}\frac{C^6}{h} + \frac{7}{3}\frac{C^4}{h^2} + \frac{2C^2}{h^3} \right\} + \cancel{\frac{4C^4}{h^2} + \frac{C^6}{h}}$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left\{ \frac{4}{3}\,\frac{15}{16}\,\frac{1}{h}\,\frac{1}{\sqrt{\quad}^{\,7}} + \frac{7}{3}\,\frac{3}{8h^2}\,\frac{1}{\sqrt{\quad}^{\,5}} + 2\,\frac{1}{4h^3}\,\frac{1}{\sqrt{\quad}^{\,3}} \right\}$$

$$= \sqrt{\pi}\left\{ \frac{5}{8}\,\frac{1}{h}\,\frac{1}{\sqrt{\quad}^{\,7}} + \frac{7}{16}\,\frac{1}{h^2}\,\frac{1}{\sqrt{\quad}^{\,5}} + \frac{1}{4}\,\frac{1}{h^3}\,\frac{1}{\sqrt{\quad}^{\,3}} \right\}$$

$$\cancel{\int_1^\infty e^{-hxC^2}} \quad \frac{1}{2}\int_1^\infty e^{-hxC^2}\left(\frac{1}{3}+x\right)dx = \frac{1}{6}\left.\frac{e^{-hxC^2}}{hC^2}\right|_\infty^1 + \frac{x}{2}\left.\frac{e^{-hxC^2}}{-hC^2}\right|_1^\infty - \left.\frac{e^{-hxC^2}}{2h^2C^4}\right|_1^\infty$$ 159

$$= \frac{2}{3}\,\frac{e^{-hC^2}}{hC^2} + \frac{e^{-hC^2}}{2h^2C^4}$$

$$\frac{2}{3}\int \frac{C^6 e^{-(h+k)C^2}}{h}\,dC + \frac{1}{2}\int \frac{C^4 e^{-(h+k)C^2}}{h^2}\,dC$$

$$\frac{15}{16}\,\frac{1}{h}\sqrt{\frac{\pi}{(h+k)^7}} \qquad \frac{3}{8}\,\frac{1}{h^2}\sqrt{\frac{\pi}{(h+k)^5}}$$

$$= \frac{5}{8}\,\frac{1}{h}\sqrt{\frac{\pi}{(h+k)^7}} + \frac{3}{16}\,\frac{1}{h^2}\sqrt{\frac{\pi}{(h+k)^5}}$$ stimmt

$$\cancel{h^3k - hk^3 + (k^3-h^3)(h+k)}$$
$$\cancel{= k^3k - hk^3 + k^3h - h^4 + k^4 - h^3k}$$

$$\cancel{\frac{\sqrt{\pi}\,\alpha}{32}\,\frac{1}{h^3k^3\sqrt{}^{\,7}}\Big\{8}$$

$$\frac{\sqrt{\pi}\cdot\alpha}{4}\left[\left(\frac{1}{h^2}-\frac{1}{k^2}\right)\frac{1}{\sqrt{}^{\,5}} + \left(\frac{1}{h^3}-\frac{1}{k^3}\right)\frac{1}{\sqrt{}^{\,3}}\right] = \frac{\alpha\sqrt{\pi}}{4}\,\frac{\cancel{k^2-h^2+\dots}}{h^3k^3\sqrt{}^{\,5}}$$

$$\cancel{hk^3 - h^3k + k^3h - h^4 + k^4 - h^3k}$$

$$\cancel{= \frac{\alpha\sqrt{\pi}}{4}\left(\frac{k}{h^3}-\frac{h}{k^3}\right)\frac{1}{\sqrt{h+k}^{\,5}}} \qquad \frac{k-h}{h^2k^2}\,\frac{1}{\sqrt{}^{\,3}} + \frac{k^3-h^3}{h^3k^3}$$

$$: \frac{\sqrt{\pi}}{4}\,\frac{\sqrt{h+k}}{h^2k^2}$$

$$= \frac{k-h}{h^2k^2\sqrt{}^{\,3}}\left[1+\underbrace{\frac{k^2+kh+h^2}{kh}}_{\frac{(k+h)^2}{kh}}\right]$$

$$\cancel{= \alpha\left(\frac{k^3}{h}-\frac{h^3}{k}\right)\frac{1}{(h+k)^3} = \alpha\,\frac{k^4-h^4}{(k+h)^3hk} = \alpha\,\frac{(k^2+h^2)(k-h)}{(k+h)^2kh}}$$

$$= \frac{(k-h)\sqrt{k+h}}{(kh)^3}$$

$$= \alpha\,\frac{k-h}{kh}$$

$$\int C^6 e^{-(\alpha x^2+\beta) C^2} dC = \frac{15}{16}\sqrt{\pi} \int \frac{1}{\sqrt{\alpha x^2+\beta}^{\,7}}$$

$$\frac{15}{16}\sqrt{\pi}\int$$

$$\frac{1}{2}\int_1^\infty e^{-(\alpha x\boxed{+\beta})C^2} (x+\tfrac{1}{3})\,dx = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{3}\frac{e^{-\alpha C^2}}{\alpha C^2} + \left(\frac{1}{\alpha C^2}+\frac{1}{\alpha^2}\right) e^{-\alpha C^2}\right\}$$

$$= \frac{e^{-\alpha C^2}}{2}\left\{\frac{4}{3}\frac{1}{\alpha C^2}+\frac{1}{\alpha^2 C^4}\right\}$$

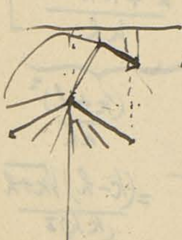
$$\frac{1}{2}\int e^{-(\alpha+\beta)C^2}\left\{\frac{4}{3}\frac{C^4}{\alpha}+\frac{C^2}{\alpha^2}\right\} dC = \frac{1}{2}\left\{\frac{4}{\cancel{3}}\frac{\cancel{3}}{8\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{(\alpha+\beta)^5}} + \frac{1}{4\alpha^2}\sqrt{\frac{\pi}{(\alpha+\beta)^3}}\right\}$$

$$=$$

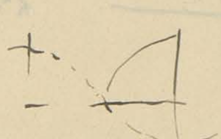
$$\overline{c^2} = \frac{\int c^4 e^{-hc^2}}{\int c^2 e^{-hc^2}} = \frac{\frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{h^5}}}{\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{h^3}}} = \frac{3}{2h} \qquad \frac{1}{h} = \frac{2}{3}\overline{c^2}$$

$$10^{-10} \qquad \sqrt{\frac{\frac{0.0013}{2.10^{19}}}{\frac{4}{3}\pi\cdot\frac{10^{-12}}{8}}} = \sqrt{\frac{3}{2\pi}\frac{0.0013}{10^7}} = 4\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot 10^{-5}\cdot 48000$$

$$= 0.4\text{ m}$$



$$\frac{2\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\varphi\, d\varphi}{\int 2\pi} = \frac{\pi}{4}$$



$$\int N_1 N_2 \int \frac{g^2 dg}{cC} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\sqrt{\alpha+\beta}}{\alpha^2\beta^2} = \iint C c\, e^{-(\alpha+\beta)C^2)} \int g^2 dg$$

$$\int C^2 N_1 N_2 \int \frac{g^2 dg}{cC} = -\frac{\partial}{\partial\beta} = -\frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\sqrt{\alpha+\beta}}{\alpha^2\beta^2}\left[-\frac{2}{\beta} + \frac{1}{2}\frac{1}{\alpha+\beta}\right]$$

$$-\int c^2 N_1 N_2 \int \dots = \frac{\partial}{\partial\alpha} = +\frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\sqrt{\alpha+\beta}}{\alpha^2\beta^2}\left[-\frac{2}{\alpha} + \frac{1}{2}\frac{1}{\alpha+\beta}\right]$$

$$\int C^2 + c^2 \dots = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\sqrt{\alpha+\beta}}{\alpha^2\beta^2}\left[2\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}\right)\right.$$

k

h

$$\frac{\int (c^2 - C^2) N_1 N_2 \int \frac{g^2 dg}{cC}}{\int N_1 N_2 \int \frac{g^2 dg}{cC}} = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\overline{\Delta C^2} = \alpha\left\{2\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{k}\right) + 2(2\alpha - 1)\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{h}\right)\right\}$$

$$= \frac{2m}{m+M}\left\{\frac{1}{h}(1 + 2\alpha - 1) + \frac{1}{k}(2\alpha - 1 - 1)\right\} = 4\alpha\left\{\frac{\alpha}{h} - \frac{1-\alpha}{k}\right\}$$

$$= \frac{4m}{(m+M)^2}\left[\frac{m}{h} - \frac{M}{k}\right] = \frac{8}{3}\frac{m}{(m+M)^2}\left[m\bar{c}^2 - M\bar{C}^2\right]$$

$\bar{c}^2$ $\quad$ $\bar{C}^2$

$$\Delta \overline{MC^2} = \frac{8}{3}\frac{mM}{(m+M)^2}\left[m\bar{c}^2 - M\bar{C}^2\right]$$

~~Ist $E = 0$:~~ $\cancel{2C\Delta C = \frac{8}{3}\frac{m^2}{(m+M)}\bar{c}^2}$

$$\frac{dE}{dt} = a(e - E)\cdot n$$

$$e - E = (e - E_0)\varepsilon^{-ant}$$

$$\int \frac{\left[(c^2-C^2)+(2\alpha-1)\,g^2\right] g^2 dg}{cC} N_2$$

$c^2=(1-2\alpha)\,g^2$

$g^2 - c^2 = -2\alpha g^2$

$$\int \frac{g^2 dg}{cC} N_2$$

$$\int \frac{g^2 dg}{cC} N_2 = \int_{c=C}^{\infty} c\, e^{-hc^2}\, \left(\frac{C^2}{3}+c^2\right) dc + \int_0^{c=C} c^2 e^{-hc^2} C\left(\frac{c^2}{3}+C^2\right) dc$$

$$\underbrace{\frac{C^6}{15}+\frac{C^6}{3}}$$

$$= \frac{1}{2}\int_{c^2=0}^{\infty} x\, e^{-hx} \left(\frac{C^2}{3}+x\right) dx + \frac{2}{5} C^6$$

$$\cancel{= \frac{1}{2}\left(\frac{C^4}{3}\frac{1}{h^2} + C^2\frac{2}{h^3}\right) + \frac{2}{5}C^6}$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{C^2}{3}\left(\frac{1}{h^2}+\frac{C^2}{h}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{h^3}+\frac{2C^2}{h^2}+\frac{C^4}{h}\right) + \cancel{\;}$$

$$= \frac{C^2}{h^3} + \frac{7}{6}\frac{C^4}{h^2} + \frac{2}{3}\frac{C^6}{h}$$

$$\int \frac{c^2 g^2 dg\, N_2}{cC} = -\frac{\partial}{\partial h} = \frac{1}{C^2}\left[\frac{3C^2}{h^4} + \frac{7}{3}\frac{C^4}{h^3} + \frac{2}{3}\frac{C^6}{h^2} - \frac{C^4}{h^3} - \frac{7}{6}\frac{C^6}{h^2} - \frac{2}{3}\frac{C^8}{h}\right]$$

$$= 3\frac{1}{h^4} + \frac{4}{3}\frac{C^2}{h^3} - \frac{1}{2}\frac{C^4}{h^2} - \frac{2}{3}\frac{C^6}{h}\Big]$$

$$\int e^{-\alpha x} = -\frac{e^{-\alpha x}}{\alpha}$$

$$\int x e^{-\alpha x} dx = -\frac{e^{-\alpha x}}{\alpha^2} - \frac{x}{\alpha} e^{-\alpha x}$$

$$\int x^2 e^{-\alpha x} dx = -\frac{2e^{-\alpha x}}{\alpha^3} - \frac{2e^{-\alpha x} \cdot x}{\alpha^2} - \frac{x^2 e^{-\alpha x}}{\alpha} \quad \Big\| \quad \int x^3 e^{-\alpha x} = \left(-\frac{6}{\alpha^4} - \frac{6x}{\alpha^3} - \frac{3x^2}{\alpha^2} - \frac{x^3}{\alpha}\right) e^{-\alpha x}$$

$$\int g^4 \frac{dy}{cC} N_2 = \int_{C^2}^{\infty} c\, e^{-hc^2} \left(\frac{C^4}{5} + 2C^2c^2 + c^4\right) dc$$

$$= \frac{1}{2} \int_{C^2}^{\infty} x\, e^{-hx} \left(\frac{C^4}{5} + 2C^2 x + x^2\right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{C^4}{5} \left(\frac{1}{h^2} + \frac{C^2}{h}\right) + 2C^2 \left(\frac{2}{h^3} + \frac{2C^2}{h^2} + \frac{C^4}{h}\right) + \left(\frac{6}{h^4} + \frac{6C^2}{h^3} + \frac{3C^4}{h^2} + \frac{C^6}{h}\right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{16}{5} \frac{C^6}{h} + \frac{36}{5} \frac{C^4}{h^2} + 10 \frac{C^2}{h^3} + \frac{6}{h^4} \right\}$$

$h = \alpha = 0$:

$$\frac{3}{h^4} + \frac{4}{3} \frac{C^2}{h^3} - \frac{1}{2} \frac{C^4}{h^2} - \frac{2}{3} \frac{C^6}{h}$$

$$- \frac{3}{h^4} \quad -5 \quad - \frac{18}{5} \quad - \frac{8}{5}$$

$$= -\frac{11}{3} \frac{C^2}{h^3} \Big\| - \frac{41}{10} \frac{C^4}{h^2} - \frac{34}{15} \frac{C^6}{h}$$

until:

$$\frac{11}{3} \frac{C^2}{h^3} = \frac{6\alpha}{h^4}$$

$$MC^2 = \frac{18}{11} \frac{m}{h} = \frac{18}{11} m \bar{c}^2 \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{12}{11} m \bar{c}^2$$

$$\overline{\Delta C^2} = \int \alpha g b \left[1+\cos^2\theta_0\right] g^2 dg \qquad \cancel{c^2 = C^2 + g^2 - 2gC\cos\theta}$$

$$2\alpha g b\cos\theta = (2\alpha-1)g^2 + c^2 - C^2 \qquad b^2 = C^2 + (c^2-C^2)\alpha + (\alpha^2-\alpha)g^2$$

$$g^2 b\,db \;/\!/\; \alpha^2-\alpha$$

$$\overline{\Delta C^2} = \int \alpha b \left[1 + \frac{\left[(2\alpha-1)g^2+c^2-C^2\right]^2}{4\alpha^2 g^2 b^2}\right] g^3 dg \qquad g^2 = \frac{b^2 - C^2 + (C^2-c^2)\alpha}{\alpha(\alpha-1)}$$

$$g\,dg = \frac{b\,db}{\alpha^2-\alpha}$$

$$= \int \alpha \left\{ b^2 \frac{b^2 - C^2 + (C^2-c^2)\alpha}{\alpha^2(\alpha-1)^2} + \frac{\left[c^2-C^2+\frac{(2\alpha-1)}{\alpha(\alpha-1)}\left[b^2-C^2+(C^2-c^2)\alpha\right]\right]^2}{4\alpha^2(\alpha^2-\alpha)} \right\} db$$

$$\cancel{=\int} \int \frac{1}{\cancel{4\alpha^2}(\alpha-1)^2}\left[\cancel{4b^4\alpha + b^2\left\{4\alpha^2(C^2-c^2) - 4C^2\alpha + \frac{(2\alpha-1)}{\alpha(\alpha-1)}\right.}\right. \quad \alpha^2(C^2-c^2) - C^2(2\alpha-1)$$

$$= \int b^2 \frac{b^2 + (C^2-c^2)\alpha - C^2}{\alpha(\alpha-1)^2} + \frac{\left[(2\alpha-1)b^2 + \alpha(\alpha-1)(c^2-C^2) + (2\alpha-1)\left((C^2-c^2)\alpha - C^2\right)\right]^2}{4\alpha (\alpha-1)^3}$$

$$\frac{\partial r^n}{\partial x} = n r^{n-2} x \qquad \frac{\partial}{\partial x}(r^n x^2) = 2r^n x + n r^{n-2} x^3$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = n r^{n-2} + n(n-2) r^{n-4} x^2 \qquad \frac{\partial^2}{\partial x^2} = 5n\, r^{n-2} x^2 + n(n-2) r^{n-4} x^4 + 2r^n \;\cancel{+3n r^{n-2} x^2}$$

$$10^{14} \cdot 10^{-10} \cdot 5 \cdot 10^4$$

$$3n r^{n-2} + n(n-2) r^{n-2} = 0 \qquad 6 + 5n$$

$$3n + n^2 - 2n = 0 \qquad -\frac{10}{9} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} - \frac{5}{9} \qquad \cdot\frac{1}{5} =$$

$$n^2 + n = 0 \qquad \cos^2 \text{ time } \frac{2}{60}$$

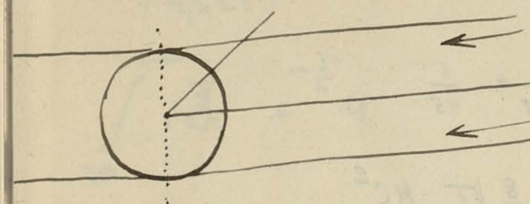
$$\vartheta_i = \frac{ca}{k}\left[\cancel{-\frac{11}{9} + \frac{2}{3}\frac{r^2}{a^2}}(1-3\cos^2\varphi)\right] \quad \frac{ca}{3k}\left[1 - \frac{r^2}{5a^2}(1-3\cos^2\varphi)\right] \qquad 10^{-4}\,/\,10^{-3}\;\frac{1}{30} = \frac{1}{300}$$

$$\vartheta_a = \frac{ca}{k}\left[\frac{a}{3r} - \frac{5a^3}{9r^3}(1-3\cos^2\varphi)\right] = \frac{ca}{3k}\left[\frac{a}{r} - \frac{a^3}{5r^3}(1-3\cos^2\varphi)\right]$$

$$\vartheta_{i/a} = \frac{ca}{3k}\left[1 - \frac{1}{5} + \frac{3}{5}\cos^2\varphi\right] = \frac{ca}{15k}\left[4 + 3\cos^2\varphi\right] \qquad \Delta\vartheta \sim \frac{ca}{k}$$

Rozkład ciepła w otoczeniu kuli na którą promienie upadają, wytwarzając ciepło c po cm²

upraszczamy sobie warunek początkowy przyjmując $\cos^2\varphi$ zamiast $\cos\varphi$



$\cancel{K\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right)_{r=a} = c\cos^2\varphi}$

$\Delta\vartheta = 0$

$$K\left[\left(\frac{\partial\vartheta_a}{\partial r}\right) - \frac{\partial\vartheta_i}{\partial r}\right]_{r=a} = c\cos^2\varphi$$

$\frac{1}{r}$

$\frac{x}{r^3} = \frac{\cos\varphi}{r^2}$

$\frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5}$

$$\vartheta_a = \cancel{\frac{A\cos\varphi}{r^2}}\ \frac{A}{r} + B\frac{1}{r^3}(1-3\cos^2\varphi)$$

$$\cancel{\vartheta_i = \frac{B}{r} + \frac{C\cos\varphi}{r^2}} \quad \vartheta_i = Cr^2(1-3\cos^2\varphi) + D$$

$2C + 3B + A =$

$-\frac{2}{15} - \frac{2}{15} + \frac{1}{3} = 0$

$$\frac{\partial\vartheta_a}{\partial r} = -\frac{A}{r^2} - \frac{3B}{r^4}(1-3\cos^2\varphi)$$

$\cancel{\frac{D}{a} = \frac{1}{3} - \frac{2}{45} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}\frac{c}{K}}$

$$\frac{\partial\vartheta_i}{\partial r} = 2Cr(1-3\cos^2\varphi)$$

$$K\left\{2Ca(1-3\cos^2\varphi) + \frac{A}{a^2} + \frac{3B}{a^4}(1-3\cos^2\varphi)\right\} = c\cos^2\varphi$$

$$\left.\begin{aligned} 2Ca + \frac{A}{a^2} + \frac{3B}{a^4} &= 0 \\ 2Ca + \frac{3B}{a^4} &= -\frac{c}{3K} \end{aligned}\right\}$$

$\frac{A}{a^2} = \frac{c}{3K}$

$\frac{B}{a^4} = -\frac{3}{45}\frac{c}{K} = -\frac{c}{15K} = Ca$

$\frac{B}{a^4} = -\frac{c}{9K} - \frac{2Ca}{3} = \cancel{-\frac{5c}{9K}}$

$\cancel{\frac{4c}{9K}}$ $\quad \frac{5}{3} = -\frac{c}{9K}$

$\cancel{\frac{ca}{3K} - \frac{ca}{9K} - \frac{2Ca^2}{3} = Ca^2}$

$2ca = 3Ca^2K$

$C = \frac{2c}{3aK}$

$$\cancel{\vartheta_a = \frac{ca^2}{3Kr} - \left(\frac{ca^4}{9Kr^3} + \frac{2Ca^5}{3r^3}\right)(1-3\cos^2\varphi)}$$

$$\frac{A}{a} + \frac{B}{a^3}(1-3\cos^2\varphi) = Ca^2(1-3\cos^2\varphi) + D$$

$D = -\frac{5ca}{9K} - \frac{2ca}{3K} = -\frac{11ca}{9K}$ | $\frac{A}{a} + \frac{B}{a^3} = Ca^2 + D$ || $\cancel{A} + \frac{B}{a^3} = Ca^2$

$$2\pi a\ \delta T \overset{\frac{ca}{K}}{=} 6\pi\mu a u$$

$$u = \frac{\delta T}{3\mu} \qquad \delta T = \frac{\frac{1}{5}\,\frac{1}{300}}{3.\ 0{\cdot}01} = \frac{1}{45}$$

$$\bar{\Lambda} = l\sqrt{\frac{2n}{\delta}} = l\sqrt{\frac{64 n}{9}\left(\frac{MC}{mc}\right)^2} = \frac{8}{3}\sqrt{\frac{1}{n}}\ \frac{MC}{mc}^2$$

$$l = \frac{C}{n}$$

$$2m - n = \varepsilon$$

$$m = \frac{n+\varepsilon}{2}$$

$$\frac{1}{2^n}\ \frac{n!}{m!\ n-m!} = \frac{1}{2^n}\ \frac{n!}{\frac{n+\varepsilon}{2}!\ \frac{n-\varepsilon}{2}!}$$

$$= \frac{\sqrt{2n\pi}\left(\frac{n}{e}\right)^n}{\sqrt{2\pi\frac{(n+\varepsilon)(n-\varepsilon)}{4}}\left(\frac{n+\varepsilon}{2e}\right)^{\frac{n+\varepsilon}{2}}\left(\frac{n-\varepsilon}{2e}\right)^{\frac{n-\varepsilon}{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2n}{\pi}}\ \frac{}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}\ \frac{n^{\frac{n+\varepsilon}{2}}\quad n^{\frac{n-\varepsilon}{2}}}{(n+\varepsilon)^{\frac{n+\varepsilon}{2}}\ \cdots} = \sqrt{\frac{2n}{\pi(n^2-\varepsilon^2)}}\sqrt{\left[\frac{1}{\left(1+\frac{\varepsilon}{n}\right)^{1+\frac{\varepsilon}{n}}\left(1-\frac{\varepsilon}{n}\right)^{1-\frac{\varepsilon}{n}}}\right]^n}$$

$$= \sqrt{\cdots}\ \sqrt{\frac{1}{1+\frac{\varepsilon}{n}}}$$

$$(1+x)^{1+x}(1-x)^{1-x} = 1 + x(1+x) + \frac{x^2}{2}(1+x)^2 + \cdots$$

$$= \left(1 + x + \frac{3x^2}{2}\right)\left(1 - x + \frac{3x^2}{2}\right) =$$

$$\left.\begin{array}{l} = 1 + x + \frac{3x^2}{2} \\ \quad - x - x^2 \\ \quad + \frac{3x^2}{2} \end{array}\right\} = 1 + 2x^2 \qquad \sqrt{\frac{1}{\left[1+2\left(\frac{\varepsilon}{n}\right)^2\right]^{\frac{n^2}{2\varepsilon^2}\cdot\frac{2\varepsilon^2}{n}}}}\ \frac{1}{\sqrt{e^{\frac{2\varepsilon^2}{n}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2n}{\pi(n^2-\varepsilon^2)}}\; e^{-\frac{\varepsilon^2}{n}} = \sqrt{\frac{2}{n\pi}}\; e^{-\frac{\varepsilon^2}{n}}$$

$\int e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ 163

$\int x^2 e^{-\dots} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{1}{n\pi}}\; e^{-\frac{\varepsilon^2}{n}} d\varepsilon$$

$\mu = \frac{\lambda c \rho}{3}$

$$\sqrt{\frac{\cancel{\;}}{\pi}} \int \left(\frac{C}{A}\right)^2 e^{-\left(\frac{C}{A}\right)^2} d\left(\frac{C}{A}\right)$$

$x^2 e^{-x^2} = \frac{x^2}{e^{x^2}}$

4.10^{19}

$3RT = 3\frac{p}{\cancel{\;}} = \cancel{\;} c^2$

$\| \; r = \frac{\mu}{\lambda m}$

$m = \frac{0.00129}{4.10^{19}}$

$\Lambda = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{c}{\cancel{R}\sqrt{\mu}}$

$\frac{p}{\rho} = \frac{10^6}{0.00129}$

$\rho = \cancel{\;}.\, m\, n$

$\sqrt{\frac{p}{\rho} \cdot \frac{0.00129}{4.10^{19}}}$

$= \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}\; c \cancel{\;} \sqrt{\frac{m}{r\mu}}$

$R = \frac{10^6}{273 \cdot 0.00129}$

$= \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \cancel{\;} \sqrt{\frac{1}{r \cancel{\;} \mu}} \cdot c\sqrt{m}$

$= \sqrt{\frac{RT}{N}}$

$\frac{3}{8}\frac{10^{-13}}{273} = 2 \dots 10^{-16}$

$\cancel{m = \frac{1}{\Delta}}$

$\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \dots \frac{1}{\sqrt{3\pi}}$ $\quad \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \dots 1$

$mc^2 = 3\frac{RT}{n}$

$\cancel{\sqrt{\frac{3p}{\rho}}}$

$\sqrt{m}\, c = \sqrt{\frac{3RT}{n}} = \sqrt{3\frac{p}{\rho n T}} \cdot T$

$$\frac{3.10^6 \cdot 0.00129}{6.10^{19} \cdot 0.00129 \cdot 273}$$

$$\sqrt{\frac{8.31 \cdot 10^7}{\cancel{4}\; 10^{23}} \cdot \frac{\cancel{273} \cdot \cancel{4}}{\cancel{\;}\; \cancel{0.135} \cdot \cancel{0.0001}}} \; 10^{16} = \sqrt{0.83}\sqrt{10^{-8}}$$

$= 0.8\; 10^{-4}$

$= 8 \cdot 10^{-5}$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{4.6 \cdot 10^5}{\frac{10^{-4}}{2} \cancel{\;} 10^{-44}} \sqrt{\frac{30}{18}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \cdot 4.6 \cdot 10^{-5}$$

$N = \frac{6.10^{19}}{0.00129}$ $\| \; R = 3\frac{p}{\rho \cdot T}$

$\frac{8.3}{4} \cdot 10^{-16}$

$$\Lambda = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{c}{R\sqrt{\nu}} \qquad \Big\| \qquad \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{R} \sqrt{\frac{c}{\nu}} \qquad \Big\| \qquad \sqrt{\frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi\mu R}}$$

$$c\sqrt{\frac{m}{3\pi\mu R}}$$

$$\nu = \frac{\mu}{r m}$$

$$\frac{\Lambda_3}{\Lambda_1} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\frac{3\pi\mu R}{m}}}{R\sqrt{\nu}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\mu}{R\, m\, \cancel{\nu}}}$$

$$\sqrt{\frac{\cancel{\mu}\; 2\pi}{R\, \cancel{m}\, \mu}}$$

$$m = \frac{0{\cdot}00129}{N} \frac{m}{m_0} = \frac{m}{m_0} \cdot \frac{0{\cdot}00129}{4.10^{19}} = \frac{m}{m_0} \cdot 3{\cdot}2 \cdot 10^{-23}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{0{\cdot}00129}{N} \frac{m}{m_0}} = \sqrt[3]{\frac{m}{m_0}\, 32 .\, 10^{-24}} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{m}{m_0}} \cdot 10^{-8}$$

$$=$$

$$\mu = 0{\cdot}01 \qquad \Big/ \qquad \nu = \frac{0{\cdot}01}{\left(\frac{m}{m_0}\right)^{\frac{4}{3}} . 10^{-30}} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^{3/4} . 10^{28}$$

$$10^{-4} . 10^{14} = 10^{10} \qquad \sqrt{\frac{001 . 10^{-4}}{3 . 10^{-23}}} = \sqrt{\frac{1}{3} 10^{17}} = \frac{10^8}{\cancel{\sqrt{3}}}\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\frac{r}{R}} = \sqrt{\frac{3.10^{-8}}{10^{-4}}} = \sqrt{3} . 10^{-2}$$

$$\frac{5.10^{5}}{\sqrt{10}\,\sqrt{3}.10^{8}} = \frac{5 . 10^{-3}}{\sqrt{30}} = 10^{-3}$$

$$\sqrt{RT} = \sqrt{10^{9}} = 3.10^{4}$$

$$\sqrt{\frac{8{,}31 \cdot 10^{7}}{4 \cdot 10^{23}} \cdot 273} = \sqrt{2 \cdot 10^{-16} \cdot 273} = \sqrt{5{,}5} \cdot 10^{-7}$$

$$= 2{,}5 \cdot 10^{-7}$$

$$= \sqrt{\frac{RT}{N}}$$

$$\sqrt{3\pi\mu R} = \sqrt{10 \cdot 001 \cdot \frac{10^{-4}}{2}}$$

$$= \sqrt{5 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-3}$$

10^{-4}

" $0{,}001 \frac{mm}{sec}$

Elmt

$$\frac{2{,}8}{5{,}3} \cdot \frac{5 \cdot 10^{4}}{\frac{10^{-4}}{2}\,10^{14}} = \frac{1}{2}\,10^{-5} \text{ Emk.}$$

0,7

$$4 \cdot \frac{1{,}42}{3} \; \frac{48000}{18 \cdot 10^{-4}} \; 10^{-14}$$

$$\sqrt{2D} = \sqrt{\frac{16}{27}} \; \frac{c}{R\sqrt{\pi\nu}}$$

$$\frac{p}{\rho} = RT$$

$$D\frac{\partial\rho}{\partial x} = M\,(\nu)\,u$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{6\pi\mu R(\nu)}\frac{\partial\Pi}{\partial x}$$

$$\parallel$$

$$RT\frac{\partial\rho}{\partial x}$$

$$D = \frac{M(\nu)}{6\pi\mu R}(\kappa T)$$

$$(\kappa T) = R_0 T\,\frac{m}{M}$$

$$\sqrt{\frac{(R_0 T)\,m}{3\pi\mu R}}$$

$$= \frac{(R_0 T)\,m}{6\pi\mu R}$$

$$\sqrt{\frac{c^2 m}{9\pi\mu R}} = \frac{c\sqrt{m}}{3\sqrt{\pi}\sqrt{\mu R}}$$

$$(RT)_0\, m = \frac{c^2 m}{3}$$

$$c = 5 \cdot 10^{4}$$

$$m = 3{,}2 \cdot 10^{-23} = 32 \cdot 10^{-24}$$

$$c\sqrt{m} = 5 \cdot 10^{4}\sqrt{32} \cdot 10^{-12}$$

$$= 3 \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{3 \cdot 10^{-6}}{3\sqrt{\pi}\sqrt{\frac{10^{-6}}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,10^{-3}$$

$$mc^2 = \frac{3RT}{n}$$

$$c\sqrt{m} = \sqrt{3\frac{RT}{n}}$$

$$= \sqrt{3 \cdot \frac{10^{6}}{0{,}001 \cdot 4 \cdot 10^{19}}}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 10^{-10}} = 10^{-5}$$

$$D\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2} = \frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$D\frac{\partial\rho}{\partial x} =$$

$$\sqrt{10^{-16} \cdot 273} = \sqrt{2} \cdot 10^{-7}$$

$$R = 3 \cdot 10^{6}$$

$$m = 3 \cdot 10^{-23}$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{3} \cdot 10^{23}$$

$$\frac{c\sqrt{m}}{\sqrt{3R\mu n\pi}}$$

Einstein for gas molecules?

$$\lambda_x = \sqrt{(RTm)}\sqrt{\frac{1}{3\pi\mu R}} = c\sqrt{\frac{m}{3}}\ \frac{1}{\sqrt{3\pi}\sqrt{\mu R}}$$

$$\cancel{= \frac{c\sqrt{m}}{3\sqrt{\pi}}\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\lambda c \rho R}}}$$

$$= \frac{c\sqrt{m}}{3\sqrt{\pi}}\ \frac{1}{\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}\ \frac{cm}{R}}} = \sqrt{\frac{3}{2\sqrt{2}}}\quad \sqrt{cR}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,n\pi\sigma^2} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{n\pi R^2}$$

$$\mu = \frac{\lambda c \rho}{3}$$

$$\mu = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi}\ \frac{c\,\cancel{\mu}\,m}{\cancel{\mu}\,R^2}$$

in reality $\lambda_x = \sqrt{c\lambda}$

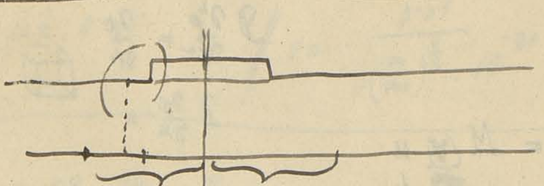
$$= \sqrt{4.10^4 \cdot 3.10^{-8}} = \sqrt{10^{-3}}$$

$$= \frac{1}{3}\,10^{-1}$$

$$\cancel{=}$$

$$= \sqrt{\frac{3\mu}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{0{\cdot}0003}{0{\cdot}001}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$x+\lambda - x+\lambda$

$$\lambda\sqrt{n} = \sqrt{c\lambda} \qquad \sqrt{4.10^4 \cdot 10^{-5}} = 1$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{\pi}}\ \sqrt{3\pi} = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{32}{27}}$$

$$\frac{1}{2\lambda}\int_0^\infty \frac{e^{-\frac{y}{\lambda}}}{y}dy\left\{\int_0^{x-y} - \int_0^{x+y}\frac{dz}{2\lambda}\int_z^\infty \frac{e^{-\frac{\rho}{\lambda}}}{\rho}d\rho\right\}$$

$$\int dz\int_z^\infty \frac{e^{-\frac{\rho}{\lambda}}}{\rho}\,d\rho = z\int_z^\infty \frac{e^{-\frac{\rho}{\lambda}}}{\rho}d\rho + \int \cancel{z}\frac{e^{-\frac{z}{\lambda}}}{\cancel{z}}dz$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}$$

$$\frac{3}{8}$$

$$\cancel{\int \sin^2 q x \cdot \cos q x\, dq =}$$

$$\beta = \frac{1}{2\sqrt{D}}$$

$$\left(\frac{1}{2\sqrt{\pi D t}}\right)^3 e^{-\frac{r^2}{4Dt}}\,.dv$$

$$\frac{4\pi}{8\sqrt{\pi D t}^3}\int_0^\infty \underbrace{r^2 e^{-\frac{r^2}{4Dt}}\,dr}_{\frac{1}{4}\sqrt{\pi(4Dt)^3}} =$$

$$\frac{5.10^4 \cdot 6.10^{-12}}{3\sqrt{10^{-4}.10^{-4}}}$$

$$= \frac{5.10^4 \cdot 1.10^{-23}}{8.10^{-16}} = \frac{10^{-3}}{8}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi(Dt)}^3}\int r^4 e^{\cdots}\,dr =$$

$$\frac{3}{2}\frac{1}{\alpha}$$

$$= \frac{3}{2}\,4Dt = 6Dt$$

$$\Lambda_1 = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{R}\sqrt{\frac{c}{N}}$$

$$\sqrt{\frac{5.10^4}{4.10^{19}}} = \frac{3.10^{-8}}{10^{-4}} = 3.10^{-4}$$

$$\Lambda_2 = \frac{c\sqrt{m}}{\sqrt{3\pi}}\,\frac{1}{\sqrt{\mu R}}$$

$$\mu = \frac{\rho c \lambda}{3} = \frac{c\, m}{12\sqrt{2\pi}\, R^2}$$

$$= \frac{c\sqrt{m}}{\sqrt{3\pi}}\,\frac{\sqrt{4\sqrt{2}\,\lambda}}{\sqrt{R}\,\sqrt{c\,m}}\,.\,r = \sqrt{4\sqrt{2}}\,\sqrt{\frac{c}{R}}\,.\,r$$

$$\frac{\Lambda_2}{\Lambda_3} = \sqrt{RN}\ldots$$

$$\cancel{\sqrt{10^{-8}\cdot 10^{-4}\cdot\frac{3}{4}\, 4.10^{19}}} = \cancel{\sqrt{3.10^{7}}} = 5.10^3$$

$$= r\sqrt{RN}\ldots$$

$$= \frac{3.10^{-8}}{2}\sqrt{10^{-4}\cdot 2.10^{19}} = 6.\,10^{-1}$$

$$= 0{\cdot}6$$

unabhängig von Dichte!!?

$$\sqrt{\frac{5.10^4 \cdot 3.10^{-8}}{10^{-4}}} = 6.10^{-4}$$

$$= 1{\cdot}5.10^{-3}$$

$$\sqrt{5.10^4 \cdot 10^8 \cdot 3} = 4.10^{-2}$$

Vergleichung makroskopischer Begriffe (osmot. Druck, Reibungscoeff.) mit mikrosk.

Diffusion müsste endlich aufhören, Bewegung dauert fort

Reibungsformel (Stokes) berechtigt für constant wirkende Kraft (Schwerkraft)

Hier keine Reibung (weil Bewegung durch molec. Bewegung) und keine gegenwirkende osmot. Kraft

II.

Particles which are much smaller than mean length of free path experience resistance:

whole number of coll. : $R^2\pi N c$

average vel. of gas mol. $= 0$

~~resistance would be~~

Strictly speaking, the spherical particle dragged along in X by force F will not pursue a straight path but zigzag line

If we don't mind the lateral directions the resistance can be calculated by adding the components of momentum in direction of X

Approximate calcul. : normal number of coll. in three dir.; in X : $\frac{R^2\pi N c}{3}$

half of them either side : $\frac{R^2\pi N c}{6}$

momentum $\frac{R^2\pi}{6} N m \left[(c+u)^2 - (c-u)^2\right] = \frac{2}{3} R^2\pi \underbrace{Nm}_{\rho} c u$

apparent resistance : $\frac{2\pi}{3} R^2 \rho c u$ ‖ whilst after ordinary formula $\frac{\cancel{6\pi} R 4\sqrt{2}}{\cancel{3\pi}} \frac{c \cancel{\rho}}{r^2 N} u$

$R : \frac{1}{r^2 N}$

but condition : $\lambda \gg R$

Putting this in, in E. argumentation.

$$D\frac{\partial \rho}{\partial x} = M f \frac{1}{\frac{2\pi}{3} R^2 \rho c f} (R)T \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$D = \frac{M \quad (R)T}{\frac{2\pi}{3} R^2 \rho c} = \frac{c^2 m}{\frac{2\pi}{3} R^2 c m N} = \frac{3}{2\pi} \frac{c}{R^2 N}$$

nearly identical with Sm!

condition $R < \lambda$

$R < 10^{-4}$ mm $= 0.1\mu$ for ordinary pressure

Sm. calculates here) resistance as if in a gas without mass motion and undisturbed by motion of particle itself.

E. as if gas were homogeneous medium

Sm. gets higher values of resist. and therefore slower motion of particles.

In ~~formula~~ the other calculation:

Sm. does not ~~take~~ into account the imparting of motion by the particle to the surrounding liquid, which must have the effect of favouring the maintenance of duration of the primitive velocity (in time comparable with apparent τ)

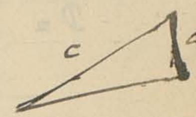
Fundamental objection to ~~my~~ Sm. previous method: independance of collisions.

If whole ~~liquid~~ surrounding had the same motion method I. would give irregular mol. collisions superposed over regular translatory motion C th. i. velocity chiefly C, with superposed

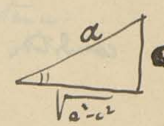
After II. no resistance i. X at all, but motion with C, and superposed oscillations (here neglected)

$$6\pi\mu u\,\frac{8}{3}\,\frac{A^3}{A^3\int_0^\infty \frac{d\lambda}{\Delta} + c^2 A^3 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(a^2+\lambda)\Delta}} = 16\pi\mu u\,\frac{1}{\int_0^\infty \frac{d\lambda}{\Delta} + c^2 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(a^2+\lambda)\Delta}}$$

$$\Delta = (a^2+\lambda)\sqrt{c^2+\lambda}$$



$$\int_0^\infty \frac{dx}{(a^2+x)\sqrt{c^2+x}}\left[1+\frac{c^2}{a^2+x}\right] \qquad c^2+x = y^2$$



$$\int_c^\infty \frac{2y\,dy}{(y^2+a^2-c^2)\,y} = 2\int_c^\infty \frac{dy}{y^2+a^2-c^2} = \cancel{2\int\frac{dy}{y^2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{a^2-c^2}}\int_c^\infty \frac{\frac{dy}{\sqrt{a^2-c^2}}}{\left(\frac{y}{\sqrt{a^2-c^2}}\right)^2+1} = \frac{2}{\sqrt{a^2-c^2}}\,\operatorname{arctg}\left(\frac{y}{\sqrt{a^2-c^2}}\right)\Big|_c^\infty = \frac{2}{\sqrt{a^2-c^2}}\left[\frac{\pi}{2} - \underbrace{\operatorname{arctg}\frac{c}{\sqrt{a^2-c^2}}}_{=\arcsin\frac{c}{a}}\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial a} = -\int_0^\infty \frac{2a\,dx}{(a^2+x)^2\sqrt{c^2+x}} = -\pi\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2-c^2}^{\,3}} + \frac{2a}{\sqrt{a^2-c^2}^{\,3}}\arcsin\frac{c}{a} - \underbrace{\frac{2}{\sqrt{a^2-c^2}}\,\frac{\frac{c}{a^2}}{\sqrt{1-\frac{c^2}{a^2}}}}$$

$$2\,\frac{\frac{c}{a}}{a^2-c^2}$$

$$N = \frac{\pi}{\sqrt{a^2-c^2}} - \frac{2}{\sqrt{a^2-c^2}}\arcsin\frac{c}{a}$$

$$+\frac{\pi c^2}{2\sqrt{a^2-c^2}^{\,3}} + \frac{c^3}{a^2(a^2-c^2)} - \frac{c^2}{\sqrt{a^2-c^2}^{\,3}}\arcsin\frac{c}{a} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a^2-c^2}}\left[\pi - 2\arcsin\frac{c}{a} + \frac{c^2}{a^2-c^2}\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{c}{a}\right) - \frac{c^3}{a^2(a^2-c^2)}\right]$$

$$= \frac{1}{a^2-c^2}\left[\frac{(2a^2-c^2)}{\sqrt{a^2-c^2}}\arccos\sqrt{1-\left(\frac{c}{a}\right)^2} - \frac{c^3}{a^2}\right] = \frac{1}{\frac{\alpha}{c}-c^2}\left[\frac{\left(\frac{2\alpha}{c}-c^2\right)}{\sqrt{\frac{\alpha}{c}-c^2}}\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\sqrt{\frac{c^3}{\alpha}}\right) - \frac{c^3}{a^2}\right] =$$

$$a^2c = A^3 = \varepsilon$$

$$a^2 = \frac{\varepsilon}{c}$$

$$\frac{-\frac{1}{2}\,-\frac{3}{2}}{1.2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{3x^4}{8} + \frac{5}{16}x^6$$

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{\;}} = x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{3x^5}{8.5} = \arcsin x$$

$$N = \pi\left[\underbrace{\frac{1}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{c}-c^2}} + \frac{\frac{\varepsilon}{c}}{2\sqrt{\frac{\varepsilon}{c}-c^2}}}_{}\right]$$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3}{2.4}\frac{x^5}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6}\frac{x^7}{7}\right.$$

$$\sqrt{\cancel{\frac{\varepsilon}{\varepsilon - c^3}}}$$

$$\frac{\frac{1}{2}\,\frac{3}{2}\,\frac{5}{2}}{1\;2\;3} = \frac{5}{16}$$

$$\left[\frac{\sqrt{\frac{c^3}{\alpha}}\,(3\alpha - 2c^3)}{\sqrt{\frac{\alpha}{c}-c^2}} - c^2\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial c} = \frac{+\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{c}-c^2}^{\,3}}\left[+\frac{\varepsilon}{c^2}+2c\right]\left[1+\frac{\varepsilon}{2c}\right] - \frac{\varepsilon}{2c^2\sqrt{\frac{\varepsilon}{c}-c^2}}$$

$$= \frac{\left(c+\frac{\varepsilon}{c^2}\right)\left(1+\frac{\varepsilon}{2c}\right) - \frac{\varepsilon}{2c^2}\left(\frac{\varepsilon}{c}-c^2\right)}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{c}-c^2}^{\,3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{}^{\,3}}\left[c + \frac{\varepsilon}{c^2} + \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon^2}{2c^3} - \frac{\varepsilon^2}{2c^3} + \frac{\varepsilon}{2}\right]$$

Supp. $c = a(1-\delta)$

$$\arcsin(1-\delta) = \arccos\sqrt{1-(1-\delta)^2} = \arccos\sqrt{2\delta-\delta^2}$$

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin(1-\delta) = \cancel{\arccos(1-2\delta)} = \cancel{\arcsin} \sqrt{2\delta-\delta^2} + \frac{\sqrt{2\delta-\delta^2}^{\,3}}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5}\sqrt{}^{\,5}$$

$$\frac{1}{a\sqrt{2\delta-\delta^2}}\left[2\sqrt{2\delta-\delta^2} + \frac{\sqrt{}^{\,3}}{6} + \right] \left[1 + \frac{1}{2(2\delta-\delta^2)}\right] - \frac{2(1-\delta)}{2\delta-\delta^2}$$

$$= \frac{1}{a}\left[2 + \frac{2\delta-\delta^2}{6}\right.$$

$$\frac{1}{\alpha - c^3}\cdot\left[\frac{(3\alpha-2c^3)}{\sqrt{\frac{\alpha}{c}-c^2}}\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\sqrt{\frac{c^3}{\alpha}}\right) - c^2\right]$$

$$2\int_c^\infty \frac{dy}{(y^2+a^2-c^2)^2}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^2} = \int \frac{}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2+1\right]^2}$$

$$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{a}$$

$$\frac{\partial}{\partial a} = \int \frac{2a\,dx}{(x^2+a^2)^2} = -\frac{1}{a^2}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{a}$$

$$\int_c^\infty \frac{dy}{y^2+a^2-c^2} = \frac{y}{y^2+a^2-c^2} + \int \frac{2y^2\,dy}{(y^2+a^2-c^2)^2}$$

$$\int_c^\infty \frac{y^2\,dy}{(\quad)^2} = \frac{1}{2}\int_c^\infty \cdots + \frac{c}{2a^2}$$

$$(a^2-c^2)\int \frac{1}{(y-\quad)^2} = \int \frac{1}{y^2+a^2-c^2} - \int \frac{y^2}{(\quad)^2} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{y^2 \ldots} - \frac{c}{2a^2}$$

$$\int_c^\infty \frac{dy}{(y^2+a^2-c^2)^2} = \left(\frac{1}{a^2-c^2}\right)\left[\frac{\pi}{2\sqrt{a^2-c^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2-c^2}}\arcsin\frac{c}{a} - \frac{c}{a^2}\right]$$

$$-\frac{1}{6}+\frac{3}{20} \qquad \frac{9-10}{60}$$

$$= \frac{1}{2\delta-\delta^2}\left[\cancel{1} + \frac{2\delta-\delta^2}{2.3} + \frac{3(2\delta-\delta^2)^2}{8.5} \cdots - (\cancel{1}-\delta)\right]$$

$$= \frac{1}{2\delta-\delta^2}\left[\frac{4\delta}{3} - \frac{\delta^2}{60}\right] = \frac{1}{1-\frac{\delta}{2}}\left(\frac{2}{3} - \frac{\delta}{120}\right)$$

$$\frac{1}{a}\left\{2\left[1+\frac{\delta}{3}\right]+\frac{\frac{2}{3}-\frac{\delta}{120}}{1-\frac{\delta}{2}}\right\} = \frac{1}{a}\left\{2+\frac{2\delta}{3}+\frac{2}{3}-\frac{\delta}{120}+\frac{\delta}{3}\right\}$$

$$= \frac{1}{a}\left\{\frac{8}{3}+\frac{119}{120}\delta\right\}$$

$a^2 c = \varepsilon$

$a^3(1-\delta) = \varepsilon$

$\delta = 1 - \frac{\varepsilon}{a^3}$

$$\frac{1}{a}\left\{\frac{8}{3}+\frac{119}{120}\left(1-\frac{\varepsilon}{a^3}\right)\right\}$$

$$x\left\{\frac{\overset{\substack{320\\119}}{439}}{120} - 119\,\varepsilon\, x^3\right\}$$

$439 - 476\,\frac{\varepsilon}{a^3}$

If shocks not equally distributed but lateral drift B, what effect?

$(c+B)$ $(c-B)$ produce opposite force: $\frac{2}{3}R^2\pi\rho c B$

deviation during time $\frac{1}{n\delta}$ $= \frac{\frac{2}{3}R^2\pi\rho c\, C}{[illegible]}\left(\frac{1}{n\delta}\right)^2$

relation to straight way: $\frac{c}{2R}\,\frac{1}{n\delta}$ 10^{-12}

$\delta = 10^{-7}$
$n = 10^{20}$
$c = 10^{5}$
$R = 10^{-4}$

component velocity acquired

$$\frac{\frac{2}{3}R^2\pi\rho c B}{\frac{4}{3}R^3\pi\rho} \neq \frac{c\, C}{2R\; n\delta}$$

relat. value of vel. $\frac{c}{2Rn\delta} = 10^{-4}$

For gas: $n = R^2\pi N c$

$$\frac{\frac{2}{3}R^2\pi\rho c\, C}{R^2\pi N \frac{m}{[illegible]}\, C} = \frac{2}{3}\frac{\rho}{Nm} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{\alpha - c^3}\left[\frac{\cancel{2}\alpha - \cancel{2}c^3}{\sqrt{\frac{\alpha}{c} - c^2}}\left(\frac{\pi}{2} - \arccos\sqrt{1-\left(\tfrac{c}{a}\right)^2}\right) - \frac{c^4}{a^2}\right]$$

$$\underbrace{\beta = \sqrt{2\delta - \delta^2}}$$

$$\beta + \frac{\beta^3}{2.3} + \frac{3\beta^5}{2.4.5}$$

$$\frac{c}{a} = 1-\delta$$

$$\alpha = a^2 c$$

$$\left.\begin{array}{l}(1-\delta)^2 = \frac{c^2}{a^2}\end{array}\right\} c^3 = \alpha(1-\delta)^2$$

$$c = \sqrt[3]{\alpha}\,(1-\delta)^{2/3}$$

$$\frac{c^5}{a^2 \alpha} = (1-\delta)^4$$

$$\frac{1}{c}\;\frac{1}{1-(1-\delta)^2}\left\{\frac{3-2(1-\delta)^2}{\sqrt{\frac{1}{(1-\delta)^2} - 1}}\Bigg| \qquad \Bigg| - (1-\delta)^2\right\}$$

$$= \frac{1}{c}\;\frac{1}{2\delta - \delta^2}\left\{\frac{(1+4\delta - 2\delta^2)(1-\delta)}{\sqrt{2\delta-\delta^2}}\left[\sqrt{2\delta - \delta^2} + \frac{\sqrt{\quad}^3}{2.3}\right] - (1-\delta)^2\right\}$$

$$= \frac{(1-\delta)}{c}\;\frac{1}{2\delta-\delta^2}\left\{(1+4\delta-2\delta^2)\left[1 + \frac{2\delta-\delta^2}{2.3} + \frac{(2\delta-\delta^2)^2 . 3}{2.4.5}\right] - 1 + \delta\right\}$$

$$\left\{\cancel{1} + 4\delta - 2\delta^2 + \frac{2\delta - \delta^2}{6} + \frac{4\delta^2}{3} + \frac{3.4\delta^2}{2.4.5} - \cancel{1} + \delta\right\}$$

$$\frac{1}{2\delta-\delta^2}\left\{\frac{16\delta}{3} - \frac{8\delta^2}{15}\right\}$$

$$2 + \frac{1}{6} + \frac{4}{3} - \frac{3}{10}$$

$$\frac{60+5-40-9}{30} = \frac{16}{30}$$

$$= \frac{(1-\delta)}{c}\;\frac{\frac{8}{3} - \frac{4\delta}{15}}{1 - \frac{\delta}{2}} = \frac{8}{3}\;\frac{1-\delta}{1-\frac{\delta}{2}}\;\frac{1-\frac{\delta}{10}}{(1-\delta)^{2/3}}\;\frac{1}{\alpha^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{8}{3\sqrt[3]{\alpha}}\;\underbrace{\left(1-\frac{\delta}{2}\right)\left(1-\frac{\delta}{10}\right)\left(1+\frac{2}{3}\delta\right)}$$

$$\begin{array}{r}-15\\-3\\+10\end{array}$$

$$= \frac{8}{3\sqrt[3]{\alpha}}\left(1 - \frac{8\delta}{30}\right)$$

$$\frac{16\pi\mu u A}{\frac{8}{3}\cancel{A}\left(1-\frac{8\delta}{30}\right)} = \frac{6\pi\mu u A}{1-\frac{8\delta}{30}} = \frac{6\pi\mu u A}{1-\frac{4\delta}{15}}$$

$$2\int_c^\infty \frac{dy}{y^2+a^2-c^2} = \int_0^\infty \frac{dx}{(a^2+x)\sqrt{c^2+x}}$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\int\left(\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x+a}\right)dx = \frac{1}{2a}\log\frac{x-a}{x+a}$$

$c > a$

$$= \frac{1}{\sqrt{c^2-a^2}}\log\frac{y-\sqrt{c^2-a^2}}{y+\sqrt{}}\Bigg|_c^\infty$$

$\sqrt{c^2-a^2} = z$ $\qquad c^2-a^2=z^2$, $\quad a^2 = c^2-z^2$

$$= \frac{1}{\sqrt{c^2-a^2}}\log\frac{c+\sqrt{c^2-a^2}}{c-\sqrt{c^2-a^2}} = \frac{1}{z}\log\frac{c+z}{c-z} = \frac{1}{z}\left[\log(c+z)-\log(c-z)\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial a}$$

$$-\int_0^\infty \frac{dx}{(a^2+x)^2\sqrt{c^2+x}} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial a} = \left[-\frac{1}{z^2}\log\frac{c+z}{c-z}+\frac{1}{z}\left(\frac{1}{c+z}+\frac{1}{c-z}\right)\right]\cdot\frac{}{2\sqrt{c^2-a^2}}$$

$$N = \frac{1}{2}\log\frac{c+z}{c-z} - \frac{(c^2-z^2)}{2z}\left[\frac{1}{z^2}\log\frac{c+z}{c-z}-\frac{2c}{z(c^2-z^2)}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\log\frac{c+z}{c-z}\underbrace{\left[1-\frac{c^2-z^2}{2z^2}\right]}_{\frac{3z^2-c^2}{2z^2}}+\frac{c}{z^2}$$

$\frac{c}{a} = 1+\delta$

$$= \frac{1}{c^2-a^2}\left\{\frac{2c^2-3a^2}{2\sqrt{c^2-a^2}}\log\frac{c+\sqrt{}}{c-\sqrt{}}+c\right\}$$

$$= \frac{1}{a}\frac{1}{2\delta+\delta^2}\left\{\frac{1-4\delta-2\delta^2}{2\sqrt{2\delta+\delta^2}}\log\left(\frac{1+\delta+\sqrt{2\delta+\delta^2}}{1+\delta-\sqrt{2\delta+\delta^2}}\right)+1+\delta\right\}$$

$$\log\frac{1-x}{1+x} = -x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3} \qquad -\left(x+\frac{x^2}{2}\ldots\right)$$

$$\log(1+x) = x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-$$

$$\cancel{-\delta+\sqrt{2\delta+\delta^2}-\frac{1}{2}(\delta^2+2\delta+\delta^2-2\delta\sqrt{2\delta+\delta^2})+}$$

$$-2\left[\frac{\sqrt{2\delta+\delta^2}}{1+\delta}+\frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{2\delta+\delta^2}}{1+\delta}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\quad\right)^5\right]\ldots \qquad = \cancel{\frac{6\pi\mu\kappa A}{1-\frac{17}{120}\delta}}$$

$$= \frac{\frac{1}{a}}{1+\delta}\frac{1}{2\delta+\delta^2}\left\{-(1-4\delta-2\delta^2)\left[1+\frac{1}{3}\frac{2\delta+\delta^2}{(1+\delta)^2}+\frac{1}{5}\frac{(2\delta+\delta^2)^2}{(1+\delta)^4}\right]+(1+\delta)^2\right\} = \frac{6\pi\mu\kappa A}{1-\frac{17}{120}\delta}$$

$$N = \frac{3z^2-c^2}{2z^3}\lg\frac{c+z}{c-z} + \frac{c}{z^2}$$

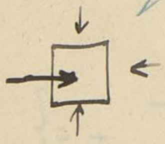
$$= \frac{1}{z}\left[\cancel{3} \frac{3-\left(\frac{c}{z}\right)^2}{2}\lg\frac{\frac{c}{z}+1}{\frac{c}{z}-1} + \frac{c}{z}\right]$$

$$= \frac{1}{z}\left[\frac{3-\beta^2}{2}\lg\frac{\beta+1}{\beta-1} + \beta\right]$$

$$\frac{-5+9}{30}$$

$$1+\frac{\delta}{3}-\frac{\delta^2}{6}+\frac{3.\cancel{4}\,\delta^2}{2.\cancel{4}.5} = 1+\frac{\delta}{3}+\frac{2\delta^2}{15}$$

$$1+\frac{2\delta}{3}-\delta^2+\frac{4\delta^2}{5} = 1+\frac{2\delta}{3}-\frac{\delta^2}{5}$$



$$\left(\frac{mc}{M}+C\right)^2-(C-c)^2 \quad +$$

$$z^2 = c^2-a^2$$

$$a^2c = \alpha$$

$$\cancel{z^2 = c^2 - \frac{\alpha}{c}} \quad z^2 = c^2-\frac{\alpha}{c}$$

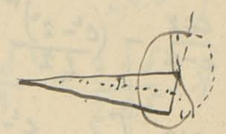
$$\frac{c}{z}=\beta \qquad 1=\beta^2-\frac{\alpha}{c^3}\beta^2$$

$$\frac{\alpha\beta^2}{c^3}=\beta^2-1$$

$$\frac{1}{z}=\frac{\beta}{c} \qquad \frac{1}{c}=\sqrt[3]{\frac{\beta^2-1}{\alpha\beta^2}}$$

$$=\beta\sqrt[3]{\frac{\beta^2-1}{\alpha\beta^2}}$$

$$=\sqrt[3]{\frac{(\beta^2-1)\beta}{\alpha}}$$



$$\left(1-\frac{mc}{MC}\right)\left(C+\frac{mc}{M}\right)^2$$

$$-\left(1+\frac{mc}{mC}\right)\left(C-\frac{mc}{M}\right)^2$$

$$\frac{1}{c}\,\frac{(1-\delta)}{2\delta-\delta^2}\left\{(1+2\delta-\delta^2)\left[1+\frac{2\delta-\delta^2}{2.3}+\frac{(2\delta-\delta^2)^2.\,3}{2.4.5}\right]-(1-\delta)^3\right\}$$ 170

$$\left\{\cancel{1}+2\delta-\delta^2+\frac{\delta}{3}(1+2\delta)-\frac{\delta^2}{6}+\frac{3\delta^2}{2.5}-\cancel{1}+3\delta-3\delta^2\right\}$$

$$\delta\left(2+\frac{1}{3}+3\right)-\delta^2\left(4-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}-\frac{3}{10}+\cancel{4}\right)$$

$$\frac{16}{3} \qquad \frac{120-20+5-9}{30}=\frac{96}{30}=\frac{32}{10}=\frac{16}{5}$$

$$=\frac{1-\delta}{c}\,\frac{1}{2\delta-\delta^2}\left\{\frac{16}{3}\delta-\frac{16\,\delta^2}{5}\right\}=\frac{8}{3c}\,\frac{1-\delta}{1-\frac{\delta}{2}}\left(1-\frac{3\delta}{5}\right)$$

$$=\frac{8}{3}\,\frac{1}{\sqrt[3]{\alpha}}\,\frac{1-\delta}{1-\frac{\delta}{2}}\,\frac{1-\frac{3\delta}{5}}{(1-\delta)^{2/3}}=\frac{8}{3\sqrt[3]{\alpha}}\left[1-\frac{\delta}{2}-\frac{3\delta}{5}+\cancel{}+\frac{2\delta}{3}\right]$$

$$1-\frac{15+18-20}{30}\delta$$

$$=\frac{8}{3\sqrt[3]{\alpha}}\left(1-\frac{13\delta}{30}\right)$$

$$N=\frac{1}{2}\,\lg\frac{c+2}{c-2}\underbrace{\left[1-\frac{c^2}{2z^2}\right]}_{\frac{2z^2-c^2}{2z^2}}+\frac{c^3}{2^2(c^2-2^2)}$$

$$=1$$

$$=\frac{1}{c^2-a^2}\left\{\frac{c^2-2a^2}{2\sqrt{c^2-a^2}}\,\lg\frac{c+\sqrt{}}{c-\sqrt{}}+\frac{c^3}{a^2}\right\}=\frac{1}{a(2\delta+\delta^2)}\left\{\frac{1-2\delta-\delta^2}{2\sqrt{2\delta+\delta^2}}\lg\ldots+(1+\delta)^3\right\}$$

$$=\frac{1}{a(1+\delta)(2\delta+\delta^2)}\left\{-(1-2\delta-\delta^2)\left[1+\frac{1}{3}\,\frac{2\delta+\delta^2}{(1+\delta)^2}+\frac{1}{5}\,\frac{(2\delta+\delta^2)^2}{(1+\delta)^4}\right]+(1+\delta)^4\right\}$$

$$\cancel{1}+4\delta+6\delta^2-\cancel{1}+2\delta+\delta^2-\frac{\overset{=2\delta+\cancel{4}-3\delta^2}{2\delta+\cancel{4}-3\delta^2}}{3}+\frac{4}{3}\delta^2-\frac{4}{5}\delta^2$$

$$\frac{16}{3}\delta+\frac{128}{15}\delta^2$$

$$3+\frac{4}{3}-\frac{4}{5}=\frac{45+20-12}{15}=\frac{53}{15}+75=\frac{128}{15}$$

$$=\frac{\cancel{\ast}\,\frac{8}{3}}{\sqrt[3]{\alpha}\,(1+\delta)^{4/3}(1+\delta)\left(1+\frac{\delta}{2}\right)}\left[1+\frac{\overset{8}{\cancel{128}}}{\underset{5}{\cancel{15}}}\,\frac{3}{\cancel{16}}\delta\right] \qquad \left(1-\frac{17}{30}\right)$$

$$=\frac{8}{3}\sqrt[3]{\alpha}\left[1-\frac{3\delta}{2}-\frac{2\delta}{3}+\frac{8\delta}{5}\right]=\frac{8}{3}\sqrt[3]{\alpha}\left(1-\frac{45+20-48}{30}\right)=\frac{8}{3}\sqrt[3]{\alpha}\left(1-\frac{17}{30}\delta\right)$$

$$dn = \varphi\, e^{-\frac{N}{RT}\Phi}\, d\alpha = F_{(\alpha)}\, d\alpha$$

$$\Delta(\alpha) = \Delta_1 = -B \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\, t$$

$$n_1 = F(\alpha_0)\, \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\, \Delta t$$

$$n_2 = \int_{\Delta=0}^{\Delta=\infty} F(\alpha_0 - \Delta)\, d\Delta \int_{\Delta}^{\infty} \psi(\Delta)\, d\Delta$$

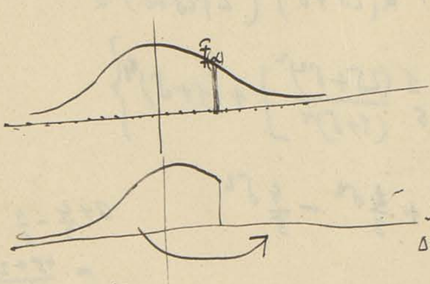
$$\int_{\Delta=0}^{\infty} F(\alpha_0-\Delta)\, d\Delta \int_{\Delta}^{\infty} \psi(\Delta)\, d\Delta - \int_{\Delta=0}^{\infty} F(\alpha_0+\Delta)\, d\Delta \int_{\Delta}^{\infty} \psi(\Delta)\, d\Delta - B\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} t\, F(\alpha_0) = 0$$

$$\int_0^{\infty} d\Delta \quad \cancel{F(\alpha_0)} - 2\Delta\, F'(\alpha_0) + \cancel{\frac{\Delta^2}{2} F''(\alpha_0)}$$

$$+\int_0^{\infty} 2\Delta\, F'(\alpha_0)\, d\Delta \int_{\Delta}^{\infty} \psi(\Delta)\, d\Delta = -B\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\right)_0 t\, F(\alpha_0)$$

$$= \cancel{\frac{\Delta^2}{2} F'(\alpha_0) \int_{\Delta}^{\infty} \psi(\Delta)\, d\Delta}\Bigg|_{\Delta=0}^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2}{2} F'(\alpha_0)\, \psi(\Delta)\, d\Delta =$$

$$\overline{\Delta^2} = \frac{-2B\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\right)_0 t\, F(\alpha_0)}{F'(\alpha_0)}$$



$$\int_{\Delta=0}^{\infty} F(\alpha_0 - \Delta)\, d\Delta \int_{\Delta}^{\infty} \psi(\Delta)\, d\Delta$$

ψ is function (Δ)
but not (α)

Durch ~~Stoß~~ Wärme bewegung allein bewirkte Änderung:

$$\frac{F'(\alpha_0)}{2} \int_0^{\infty} \Delta^2 \psi(\Delta)\, d\Delta$$

171

$$F'_{(\alpha)} = -F_{(\alpha)} \cdot \frac{N}{RT} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}$$

$$\bar{\Delta}^2 = \frac{+\,2B\,\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\,t\,F_{(\alpha)}}{\frac{N}{RT}\,\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\,F_{\alpha}} = \frac{2BRT\,t}{N}$$

Voraussetzung 1). Dass man überhaupt die Änderung von α additiv berechnen kann as Summe [illegible]

2). [illegible]

[illegible] $K = -C\alpha$
([illegible])

$$\Delta_{(\alpha)} = -B\alpha t \;?$$ warum nicht $\frac{t^2}{2}$, wie aus Superposition [illegible]

$$B\alpha \frac{t^2}{2}\; F_{(\alpha_0)} = \frac{F'_{(\alpha)}}{2} \int_0^\infty \Delta^2 \varphi(\Delta)\, d\Delta$$

$$F_{(\alpha)} = e^{-\frac{N}{RT}\frac{\alpha^2}{2}C} \qquad F'_{(\alpha)} = -F_{(\alpha)}\,\alpha\, C\,\frac{N}{RT}$$

$$\int \Delta^2 \varphi \Delta\, d\Delta = B\,\frac{t^2\,RT}{NC} \qquad B = \frac{C}{m}$$

Vergleichung mikrosk. u. makrosk. Gl.

$$= t^2\,\frac{RT}{Nm}$$

3). Vorausgesetzt ist eine Potentialkraft; Reibung hat kein Pot., sondern prop. jeweiligen Geschwindigkeit

4). Wärmebewegung allein muss ausreichen
In der That wenn $F_{(\alpha)}$ = konst. : Änderung = 0

Apparent increase of mass produced by viscosity (ball oscillating in visc. fl. Lamb, p. 5..)

$$M + \frac{4}{3}\pi\rho a^3\left(\frac{1}{2} + \frac{9}{4a\beta}\right) \qquad \beta = \sqrt{\frac{\alpha\rho}{2\mu}} = \sqrt{\frac{\pi\rho}{\mu T}}$$

$\sin\alpha t$

$\alpha = \frac{2\pi}{T}$

Time of apparently free motion of big molecule:

$$\tau = \frac{l}{C\delta} = \frac{lM}{Cm}\cdot\frac{32}{9} = \frac{32}{9}\frac{c}{n}\sqrt{\frac{m}{M}}\frac{M}{m}\frac{1}{C} = \frac{32}{9}\frac{1}{n}\frac{M}{m}$$

$$= \sim \frac{4}{2\cdot 5}\;\frac{10^7}{10^{17}} = 10^{-10}$$

$\pi . 4 . 10^{19} . 5 . 10^4 . 4 . 10^{-8} = 2\cdot5 . 10^{25\cdot8} = 10^{17}\cdot 25$

$\mu = 0\cdot0002 \qquad a = \frac{1}{2}.10^{-4}$ cm.

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{9}{2 . 10^{-4} . \sqrt{\frac{\pi . 0\cdot0013}{0\cdot0002 . 10^{-10}}}}\right) = \frac{1}{2} + \frac{9}{2.10^{-4}\sqrt{2.10^{11}}}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{10^{-4}\sqrt{10^{10}}} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right)\rho^{=10^{-3}}$$

insensible!

Other way of comparison:

Velocity of spreading out of laminar motion: $\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$

distance reached in time τ : $10^{-10} . \sqrt{\frac{0\cdot0002}{0\cdot0013}} = 3 . 10^{-10}$ insensible in comparison with radius of molec.

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\overset{\beta}{6\pi\mu a}}{\frac{4}{3}\pi a^3\rho'}v \qquad \beta = \frac{9}{2}\frac{\mu}{a^2\rho'} = \frac{9}{2}\frac{0\cdot0002}{\frac{1}{4}.10^{-8}} = 2 . 10^5$$

diminishment of initial velocity on way λ: $\frac{dv}{v} = \beta\tau = 1!$

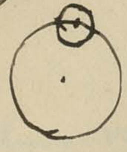
$$v = v_0 e^{-\beta t} = \frac{dx}{dt} \qquad x_\infty = \frac{0\cdot4}{2.10^5} = 10^{-5}\,\text{cm}$$

$$x = v_0\left(\frac{1-e^{-\beta t}}{\beta}\right)$$

apparent λ in every case $\ll x_\infty$ (for gases & for liq.)

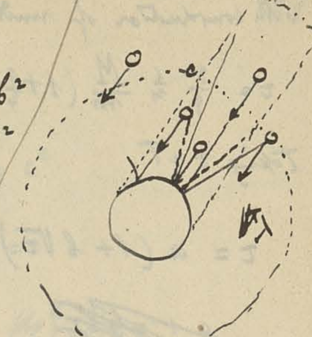
$$x_\infty = \frac{v_0}{\beta}$$

$$(x - b\cos\alpha t)^2 + (y + b\sin\alpha t)^2 + z^2 = a^2$$



$$x^2 + y^2 + z^2 - 2bx\cos\alpha t + 2by\sin\alpha t = a^2 - b^2$$

$$r^2 - 2br\cos(\varphi + \alpha t) = a^2 - b^2$$

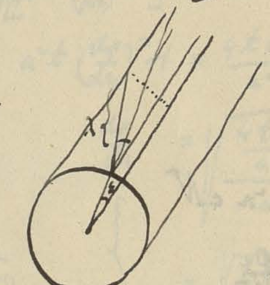


10^{-13} $\quad \frac{1}{2} + \frac{9}{2.10^{-4}\sqrt{\frac{\pi}{0.02 \cdot 10^{-13}}}} = \frac{1}{2} + \frac{9}{2.\sqrt{\frac{\pi}{2}10^{7}}}$

for legend

What is the limit of applicability of resistance formula?

For smooth regularly reflecting sphere



$$\frac{a(1-\sin\varepsilon)}{\lambda} = \sin 2\varepsilon$$

$$\frac{a}{\lambda}(1-\sin\varepsilon) = 2\sin\varepsilon\cos\varepsilon$$

For small values ε: $\sin\varepsilon = \frac{a}{2\lambda}$

Reflected molec. are of importance if

$a^2\pi\,(\sin^2\varepsilon)$ of order $a^2\pi$

$\therefore$ if a of order λ

This same result otherwise: ~~[illegible]~~ probability of one molecule striking twice on sphere $\sim \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2$

This is no definite argument yet: The influence of motion during τ on direction of the next path may be small, but the <u>aggregate</u> influence of the <u>preceding</u> paths may force the molec. to keep its direction.

<u>Problem</u>: Molec. has steady motion C from infinity, what force necessary to change direction by angle $\frac{\pi}{2}$ (what increase of apparent mass?)

or to lead it away on circular orbit of radius l?

Analogy in straight motion: Particle moving from ∞ with steady velocity; what apparent mass for change of velocity?

with coordination of medium:

$$\tau = \frac{32}{9}\frac{1}{n}\frac{M}{m}\left(1+\frac{9}{4}\rho\frac{1}{a}\sqrt{\frac{T\mu}{\pi\rho}}\right) = \frac{32}{9}\frac{1}{n}\frac{M}{m}\left(1+\frac{9}{4}\frac{1}{a}\sqrt{\frac{T\mu\rho}{\pi}}\right)$$

taking $\tau = T$

$$\tau = a(1+b\sqrt{\tau}) \qquad (\sqrt{\tau})^2 - ab\sqrt{\tau} = a$$

$\cancel{a + ab\sqrt{\tau}}$

$$\sqrt{\tau} = \frac{ab}{2} \pm \sqrt{a + \frac{(ab)^2}{4}}$$

$$= \frac{ab}{2} + \sqrt{a}\left[1 + \frac{ab^2}{8}\right]$$

$$\tau = a + \frac{a^2b^2}{2} + \frac{a^3b^4}{64}$$

$$n \overset{gas}{=} a^2\pi cN$$

$$m = \frac{\rho_g}{N}$$

$$M = \frac{4a^3\pi}{3}\rho_c$$

$$\frac{M}{mn} = \frac{4}{3}\frac{a^3\pi}{a^2\pi c\,\rho_g} = \frac{4}{3}\frac{a}{c\rho_g} \doteq \frac{2}{3}\frac{10^{-4}}{4.10^4.10^{-3}} = \frac{1}{6}10^{-5}$$

6-7

$$a = \frac{16}{27}10^{-5}$$

$$b = \frac{9}{4a}\sqrt{\frac{\mu\rho}{\pi}} = \frac{9}{2.10^{-4}}\sqrt{\frac{10^{-3}.2.10^{-4}}{3}} = \frac{9}{2}\sqrt{\frac{20}{3}} \doteq 30$$

$$\tau = a\left[1 + \frac{ab^2}{2} + \frac{(ab)^2}{64}\right) = \cancel{a\left[1+\frac{16}{27}\frac{900}{2}.10^{-5}\right]} = \cancel{a\left[1+\frac{1}{3}10^{-2}\right]}$$

$$+ \frac{1}{2}b\sqrt{a}\quad] \qquad = a\left[1 + \frac{30}{2}\sqrt{6}.10^{-3}\right] = a\left[1+4.10^{-2}\right]$$

$$\doteq a\,[1+4\%]$$

$$\int\sqrt{a^2-x^2}\,dx = x\sqrt{a^2-x^2} + \int\frac{x^2}{\sqrt{\cdots}}$$

$$= \int\frac{a^2\,dx}{\sqrt{a^2-x^2}} - \int\frac{x^2}{\sqrt{}} = a^2\arcsin\frac{x}{a} - -$$

$v = v_0(1 - e^{-\beta t})$

$v = v_0\left(1 - \frac{1}{e}\right)$

Křivka $v = \text{const}$. $R = a\sqrt{t}$ $v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = c^2$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{a}{2}\frac{1}{\sqrt{t}}$$

$$\frac{a^2}{4t} + a^2 t\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = c^2$$

$$\frac{a^2}{4t}\left[4t\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 + 1\right] = c^2$$

$$a^2 t\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 + 1 = \frac{4tc^2}{a^2}$$

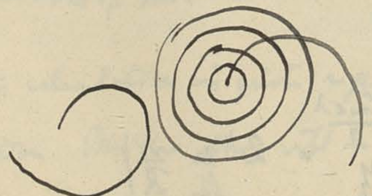
$$\frac{d\varphi}{dr} = \sqrt{\frac{\frac{4tc^2}{a^2} - 1}{a^2 t}} = \sqrt{\frac{4c^2}{a^4} - \frac{1}{a^2 t}}$$

$$\frac{d\varphi}{dr} = \sqrt{\frac{4c^2}{a^4} - \frac{1}{a^2 r^2}}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{c^2 - \frac{a^2}{4t}}{a^2 t}}$$

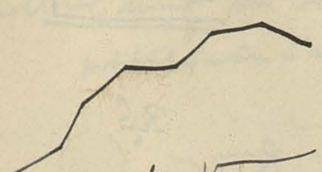
$$d\varphi = dt\sqrt{\frac{c^2}{a^2 t} - \frac{1}{4t^2}}$$

$$= dr\,\frac{2}{a}\sqrt{\frac{c^2}{a^2} - \frac{1}{4t}} = \frac{2\,dr}{a}\sqrt{\frac{c^2}{a^2} - \frac{a^2}{r^2}}$$



Jak daleko rozvine se v čase τ ruch lamellarny kolo koulí?

Na části dráhy jinak to vyplyne?



$$\frac{1}{r} = x \qquad dr = -\frac{dx}{x^2} \qquad -\frac{dr}{r^2} = dx$$

$$d\varphi = \frac{dr}{a}\sqrt{\frac{4c^2}{a^4} - \frac{1}{r^2}}$$

$$= -\frac{dx}{a x^2}\sqrt{\frac{4c^2}{a^2} - x^2} \qquad \frac{x}{\sqrt{\frac{4c^2}{a^2} - x^2}} = u \qquad x = u\sqrt{\frac{\frac{4c^2}{a^2}}{1+u^2}}$$

$$a\varphi = \frac{1}{x}\sqrt{\frac{4c^2}{a^2} - x^2} + \int\sqrt{\frac{4c^2}{a^2} - x^2}\,dx = \frac{1}{x}\sqrt{\frac{4c^2}{a^2} - x^2} + \frac{4c^2}{2a^2}\arcsin\frac{x}{\sqrt{\cdots}} - \frac{x}{2}\sqrt{\frac{4c^2}{a^2} - x^2}$$

$$\Delta_\varepsilon = \frac{c\sqrt{n}}{\sqrt{3\pi}}\,\frac{1}{\sqrt{\mu R}} = \cancel{\varepsilon}\cdot\ell\sqrt{\frac{C}{\alpha\ell}} = \sqrt{\frac{C\ell}{\alpha}} = \sqrt{\frac{C_c}{\alpha n}\sqrt{\frac{m}{M}}}$$

$$\frac{1}{3\pi}\,\frac{c^2 m}{\mu R} = \frac{\alpha C}{\alpha n}\sqrt{\frac{m}{M}} \qquad \frac{c}{C} = \sqrt{\frac{M}{m}}$$

$$\frac{1}{3\pi}\,\frac{m}{\mu R} = \frac{m}{M}\,\frac{1}{\alpha n}$$

$$\alpha = \frac{\mu R}{M n}\cdot 3\pi$$

$$\mu = \frac{N m c \lambda}{3}.$$

$$= \frac{\mu}{M R N c} = \frac{\cancel{\mu}}{R}\,\frac{N m c \lambda}{3 M R N c} = \frac{m}{M}\,\frac{\lambda}{3R}$$

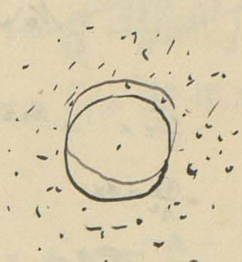
$$\frac{c\sqrt{m}}{\sqrt{3\pi}}\,\frac{1}{\sqrt{\mu R}} = \ell\sqrt{\frac{2n}{\delta'}} = \frac{c}{n}\sqrt{\frac{m}{M}}\sqrt{\frac{2n}{\delta'}} = \sqrt{\frac{2m}{nM\delta'}}$$

$$\frac{1}{3\pi\mu R} = \frac{2}{nM\delta'}$$

$$\delta'_\varepsilon = \frac{6\pi\mu R}{nM} = \frac{6\pi R\,\frac{Nmc\lambda}{3}}{R^2\pi N c M} = 2\,\frac{m}{M}\,\frac{\lambda}{R}$$

zandert $\boxed{\frac{\delta}{\delta_m} = \frac{9}{32}\,\frac{m}{M}}$

$$\frac{\lambda}{R} = \frac{\frac{\lambda}{c}}{\frac{R}{C}}\,\frac{\cancel{C}}{\cancel{C}} = \frac{\tau_m}{\tau_M}\cdot\sqrt{\frac{M}{m}}$$



$$t = \frac{R}{c} \qquad R\frac{C}{c}$$

$$n\frac{R}{c} =$$

$$\cancel{t = \frac{R}{c}} \qquad \frac{dw}{dt} = \frac{R^2\pi\cdot\mu}{M}$$

$$Ct\sqrt{\frac{1}{t}} = C\sqrt{t} \longrightarrow C\sqrt{\frac{M}{\mu R}} = c\sqrt{\frac{m}{\mu R}}$$

$$= C\sqrt{\frac{m}{M}}\,R$$

$t = \sqrt{\frac{M}{\mu R}} = \sqrt{\frac{R^2 \rho'}{\mu}}$

Beginning with: if mass M is moving with uniform velocity C it is surrounded by layer of liquid, of thickness of order R, with the same velocity

Now sphere M let free to itself: ~~as long as the surrounding liquid has the same velocity,~~ they then will be driven on in the same direction (with diminishing velocity)

Modulus of decay ~~of~~ its velocity ~~of liquid~~ $\beta = \frac{6\pi\mu R}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho'}$

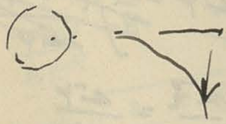
time of relaxation: $t = \frac{M}{R\mu}$

E. gets his „way" by adding together those free lengths of path which result from such motions of such duration by haphazard aggregation.

This calculation is quite right in respect to decay of initial motion in given direction. Besides there will be ~~tangential~~ impulses perpendicular to this direction and therefore resulting perpendicular motions. Resultant velocity remains unaltered, during the whole motion. Thus we get the way of a „mean" sphere M

probability of motion in initial direction

$$v = v_0 e^{-\beta t} \qquad x = \int v\,dt = \frac{v_0 (1 - e^{-\beta t})}{\beta}$$



$$v_\perp = \sqrt{V_0^2 - v^2} = v_0 \sqrt{1 - e^{-2\beta t}}$$

Taking the mean way as $Ct = \frac{C}{\beta}$ we underrate the mobility because

1). we neglect the remaining persistency

2). we " the perpendicular elongation at the end of the first way

Using the same method in the former case:

Resistance if $\frac{\lambda}{R}$ by: $\frac{2\pi}{3} R^2 \rho c v = - M \frac{dv}{dt}$

$$\beta = \frac{2\pi}{3} \frac{R^2 \rho c}{M}$$

$$\frac{C}{\sqrt{\beta}} = \frac{C}{R}\sqrt{\frac{M}{\rho c}}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}$$

$$= \frac{c\sqrt{m}}{R\sqrt{\rho c}}\sqrt{\frac{3}{2\pi}} = \sqrt{\frac{3}{2\pi}}\frac{\sqrt{mc}}{R\sqrt{\rho}} = \sqrt{\frac{3}{2\pi}}\sqrt{\frac{c}{N}}\cdot\frac{1}{R}$$

Whilst Δ_{Sm} original: $\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}\frac{1}{R}\sqrt{\frac{c}{N}}$!!

$$\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\frac{3\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{27}}{8}$$

$$v_0\int_0^{\beta t=1}\sqrt{1-e^{-2\beta t}}\,dt = \cancel{v_0\int\sqrt{1-e^{-2x}}}\ \frac{v_0}{\beta}\int_0^1\sqrt{1-e^{-2x}}\,dx$$

$\cancel{x\sqrt{1-e^{-2x}}}$ $e^{-x} = \sin\varphi$

$-x = \log\sin\varphi$

$dx = -\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\,d\varphi$

$$= -\frac{v_0}{\beta}\int_0^{\frac{1}{e}}\frac{\cos^2\varphi}{\sin\varphi}\,d\varphi = -\frac{v_0}{\beta}\int\left(\frac{d\varphi}{\sin\varphi} - \sin\varphi\,d\varphi\right)$$

$$\cancel{= \frac{v_0}{\beta}\int\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\,d\sin\varphi = \frac{v_0}{\beta}\int\frac{(1-\sin^2\varphi)}{\sin\varphi}\,d\sin\varphi}$$

$$\cancel{= \frac{v_0}{\beta}\left(\log\sin\varphi - \frac{\sin^2\varphi}{2}\right) = \frac{v_0}{\beta}\log e^{-x} - e^{-2x}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}} = \frac{\sin\varphi}{2\cos^2\frac{\varphi}{2}}$$

$$= -\frac{v_0}{\beta}\left(\log\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} + \cos\varphi\right) = -\frac{v_0}{\beta}\left\{\log\left(\frac{e^{-x}}{1+\sqrt{1-e^{-2x}}}\right) + \sqrt{1-e^{-2x}}\right\}$$

$$= +\frac{v_0}{\beta}\left\{+x + \log\left(1+\sqrt{1-e^{-2x}}\right) - \sqrt{1-e^{-2x}}\right\}\Bigg|_0^1 = +\frac{v_0}{\beta}\left\{1-\sqrt{1-e^{-2}} + \log\left(1+\sqrt{1-e^{-2}}\right)\right\}$$

$\cancel{= \frac{v_0}{\beta}}$

$$1+\frac{\frac{\cancel{1}e^{-2x}}{\sqrt{}}}{1+\sqrt{}} - \frac{\cancel{1}e^{-2x}}{\sqrt{}} = \frac{\cancel{4}e^{-2x}}{\sqrt{}}\left(-1+\frac{1}{1+\sqrt{}}\right)+1$$

$$= \frac{\sqrt{}}{1+\sqrt{1-e^{-2x}}}+1 = \cancel{\frac{2e^{-2x}\ +1+\sqrt{}}{1+\sqrt{}}}$$

$$= \frac{-e^{-2x}}{1+\sqrt{1-e^{-2x}}}+1 = \frac{-e^{-2x}(1-\sqrt{})+e^{-2x}}{\cancel{1-(1+e^{-2x})}} \cancel{= \frac{\sqrt{}-(1-e^{-2x})}{1(1+e^{-2x})}+1} =$$

~~etc~~

$$\cancel{= \frac{-v_0}{\beta}\left[1+\sqrt{} - \frac{1-e^2}{2}\right.}$$

$$\neq \frac{v_0}{\beta}\left[1-\left(1-\frac{1}{2e^2}\right)+\log 2\right] \neq \log 2 . \frac{v_0}{\beta}$$

Not so much in reality because path is not in plane (perpend) but curved in space.

$$\frac{c\sqrt{m}}{\sqrt{3\pi}} \frac{1}{\sqrt{\mu R}} \qquad \sqrt{\frac{\theta}{\mu}}$$

$\frac{293}{0{\cdot}010}$ 98 20^0 $\qquad$ $\frac{344}{0{\cdot}004}$ 399 71^0

$\sqrt{293}$ $\qquad$ $\sqrt{86}$

4669
9345
5324
2662

$$\frac{51}{32} = \frac{7076}{\frac{5051}{2025}}$$

~~ent~~ $1{\cdot}59$ $\qquad$ th. $1{\cdot}85$

$$m = \frac{0{\cdot}0013}{4.10^{19}}$$

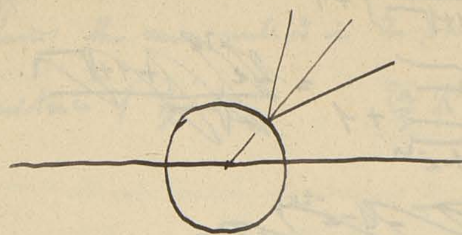
$$480.10^2.\sqrt{\frac{2\ .0{\cdot}0013.10^{-19}}{10.\ 0{\cdot}0098.10^{-4}.4}}.$$

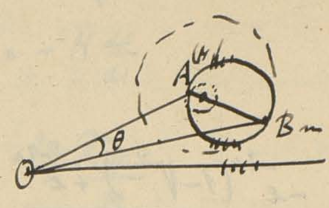
$$\cancel{= 4{\cdot}8.10^4\sqrt{\frac{2}{10^{-5}}}} = \cancel{4.7.8.10}$$

$$= 4.8.10^4\sqrt{\frac{6{\cdot}5.10^{-23}}{10^{5}}} = 4{\cdot}8.\sqrt{6{\cdot}5}.10^{-5}$$

$2{\cdot}5$

$$= 1{\cdot}2.10^{-4}$$





$$\int_{C''} \bar{O}_a \, \frac{\cos AO_a \, . \, g \sin\vartheta \, d\vartheta}{\int g \sin\vartheta \, d\vartheta}$$

$$\frac{\displaystyle\int_0^{\pi-\varphi_0} 2\pi \sin\varphi \, d\varphi \;\; r(\cos\varphi + \cos\varphi_0) \;\; - \int_0^{\varphi_0} 2\pi \sin\varphi \, d\varphi \;\; r(\cos\varphi - \cos\varphi_0)}{4\pi}$$

$$= \frac{r}{2}\left[\left\{\frac{\sin^2\varphi}{2} - \cos\varphi_0 \cos\varphi\right\}\Big|_0^{\pi-\varphi_0} - \left\{\frac{\sin^2\varphi}{2} + \cos\varphi_0\cos\varphi\right\}\Big|_0^{\varphi_0}\right]$$

$$= \frac{r}{2}\left[\cancel{\frac{\sin^2\varphi_0}{2}} + \cos^2\varphi_0 - \cos\varphi_0 - \cancel{\frac{\sin^2\varphi_0}{2}} - \cos^2\varphi_0 - \cos\varphi_0\right] = r\cos\varphi_0$$

$$\frac{m}{M+m} g^2 \cos(Cg) \sin\vartheta \, d\vartheta \qquad \cos Cg = \frac{c^2 - C^2 - g^2}{2Cg}$$

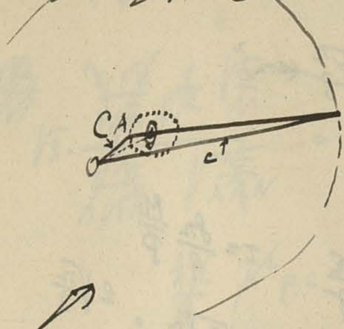
$$g\cos(Cg) \neq c - C \qquad g\,dg = c\,C \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$\cancel{\frac{m}{M+m} (c-C) \int_{c-C}^{c+C} \frac{g^2\,dg}{cC}} \qquad \frac{m}{M+m}(c-C) \frac{\int g \sin\vartheta\, d\vartheta}{\int g \sin\vartheta\, d\vartheta} = \frac{m(c-C)}{M+m} \neq \frac{mc}{m+M} \neq \frac{mc}{M}$$

afocetelo: $R^2 r \, c \, N$

(Orltum p 65)

$\cancel{dv = -\frac{mc}{M} R^2 \pi c N}$



$$\frac{m}{M+m}\, g^2 \sin\vartheta\, d\vartheta \cdot \cos AG\theta$$

$$g \sin\vartheta\, d\vartheta \cdot (OG - OA)$$

$$\cancel{\left(\frac{\int OG \cdot g \sin\vartheta\, d\vartheta}{\int g \sin\vartheta\, d\vartheta}\right)^2}$$

$$OG^2 = C^2 + g^2\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 + \frac{m}{m+M}\left(c^2 - C^2 - g^2\right)$$

$$= C^2\left(1 - \frac{m}{m+M}\right) + \frac{m}{m+M} c^2 + g^2\left[\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 - \frac{m}{m+M}\right]$$

$$= C^2 \frac{M}{m+M} + \frac{m c^2}{m+M} + g^2$$

$$\cancel{\neq C^2 + \frac{m}{M} c^2 - \frac{m}{M} g^2}$$

$g = c - C\cos\vartheta \qquad OG - OA = \frac{m}{M}\, g \cos\vartheta$

$$\frac{m}{M}\frac{\int g^2 \cos\theta \sin\theta\, d\theta}{\int g \sin\theta\, d\theta} = \frac{m}{M}\int_0^\pi \frac{c^2 \sin\theta\cos\theta\, d\theta - 2cC \sin\theta\cos^2\theta\, d\theta + C^2\cos^3\theta \sin\theta\, d\theta}{c\sin\theta\, d\theta - C\sin\theta\cos\theta\, d\theta}$$

$$= \frac{m}{M}\,\frac{c^2\frac{\sin^2\theta}{2} + 2cC\frac{\cos^3\theta}{3} - C^2\frac{\cos^4\theta}{4}\Big|}{-c\cos\theta + C\frac{\cos^2\theta}{2}\Big|} = \frac{m}{M}\,\frac{-\frac{2cC}{3}\,2}{2c} = \frac{2}{3}\, C\,\frac{m}{M}$$

Der Effekt von $g + C_s$: $\frac{2}{3} C \frac{m}{M}$

$$dv = -\frac{2}{3}\frac{m}{M} V_c\, R^2 \pi N \qquad \tau = \frac{3}{2}\frac{M}{m}\frac{1}{R^2\pi N c}$$

$$P = \frac{2}{3}\,\rho\, c\, R^2 \pi$$

$$2R^2(c+u)^2\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cancel{\frac{m}{M}}\cos^2\theta\sin\theta\,d\theta}{} = \frac{2m\pi}{M}\frac{2}{3}(c+u)^2$$

$$\Lambda = c\sqrt{\frac{8}{3\pi}\frac{m}{\cancel{kT}p}} = c\sqrt{\frac{8}{\pi . 2n}} = c\sqrt{\frac{4}{\pi n}} = \frac{2c}{\sqrt{\pi n}}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3}$$

$$\tau = \frac{8\pi}{9}\frac{M}{P}$$

$$c\sqrt{\frac{3.8\pi}{9.2}} = 2\sqrt{\frac{\pi}{3}}$$

$$c\sqrt{\frac{8}{3\pi}}\sqrt{\alpha}\,\frac{\pi}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}\frac{c}{\sqrt{\pi}}$$

$$\alpha = \frac{32}{9}\cdot\frac{\cancel{3}\pi}{\cancel{8}4} = \frac{8\pi}{9}c$$

$$\frac{\int v^3 e^{-\frac{v^2}{\alpha}}dv}{\int v^2 e^{-\frac{v^2}{\alpha}}dv} = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} = c\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\frac{2}{\sqrt{\pi}} = c\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3\pi}}$$

$$\frac{\frac{1}{2}10^{-4}}{10^{5}} = 5$$

$$\sqrt{\frac{32}{27}}$$

$$4\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\sqrt{\alpha} = \frac{8}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{c\sqrt{m}}{\mu R} = c\sqrt{\frac{3m}{R.\ \lambda c Nm}} = k\sqrt{\frac{3c}{\lambda R N}}$$

$$\frac{4}{9}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\quad 485\sqrt{\frac{0.001293 .\ 2.10^{12}}{4.10^{18}.\ 0.000171}}$$

$$19.4$$

$$= \frac{4.485}{9}\sqrt{\frac{1.293}{1.71 .\pi}}\ .10^{-3}$$

$$\frac{10^{-4}}{2.10^{-5}} = \frac{1}{20}$$

1116	2330
7301	4971
1.3815	7301

6 9 0 7 5
2 8 7 8
9 7 8 6
− 9 5 4 2
0 2 4 4

106

177

$$\frac{2}{9}\,\frac{1}{4}\cdot\frac{10^{-8}\cdot 10^{3}}{1{\cdot}7\cdot 10^{-4}} = = \frac{1}{18}\,\frac{0{\cdot}1}{1{\cdot}7} = \frac{1}{17.18} = \frac{1}{300}$$

$$\sqrt{3}\cdot\frac{\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}\frac{1}{\sqrt{R}}\sqrt{\frac{c}{N}}}{\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{3\pi}}\sqrt{\lambda N}} = \sqrt{\frac{3}{R}}\,\frac{\lambda_0 N_0}{N_1}$$

$$\sqrt{\frac{10^{-5}\cdot 760.3.2}{10^{-4}}} = \sqrt{456} = 20$$

$$\frac{4\pi}{3} R^2 \rho c u = \frac{4}{3}\,2 R \rho' g$$

$$u = \frac{2R\rho' g}{\rho c} = \frac{10^{-4}\cdot 10^{3}}{48.10^{4}}\,\frac{760.}{0{\cdot}001293}$$

$$\frac{7{\cdot}6}{6{\cdot}3} = 1{\cdot}2$$

$$\frac{\Lambda}{u} = \frac{2\sqrt{2}}{1.3\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{R^2}\sqrt{\frac{c}{N}}\,\frac{\rho c}{\rho' g} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{R^2\rho' g}\,\rho\sqrt{\frac{c^3}{N}}$$

$$\lambda = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\,n\sigma^2} = \frac{1}{4\pi\sqrt{2}.n r^2}$$

$$=$$

$$R = 10^{-5}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\sqrt{\frac{c\,4\sqrt{2}\,n r^2}{R}}\ .$$

$$\frac{2.10^{-5}\cdot 10^{3}}{10^{-3}\cdot 5.10^{4}} = \frac{0{\cdot}02}{50} =$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{\pi}}\,\frac{c\sqrt{m}}{\sqrt{\mu R}} = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{\pi}}\quad 48500$$

$$\sqrt{\frac{0{\cdot}000171}{0{\cdot}0100}} = \frac{1}{\sqrt{58}} = $$

$$1\,4$$

$$= \sqrt{1{\cdot}7}\cdot 10^{-1} = 1{\cdot}3.10^{-1}$$

$$= 0{\cdot}13$$

$$\frac{3}{4}\qquad \sqrt{\frac{4}{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}} =$$

3010
5570
7440

0'555

.6021
1179

$$0{\cdot}8751 - 1 = \alpha(0{\cdot}5882 - 1)$$

$$\alpha = \frac{1249}{4118}$$

$$\lambda = \frac{480.00 \cdot \sqrt{\frac{0.00129}{4 \cdot 10^{19}} \frac{\frac{4}{3} R}{36\pi}}}{0.01} = \frac{4.8}{6} \cdot 10^{6} \sqrt{\frac{1.29}{10^{22}} \frac{10^{-4}}{6\pi}}$$

$$= 0.8 \; 10^{-7} \sqrt{\frac{1.29}{6\pi}} = \frac{0.8}{3} \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{1.2}{2}}$$

$$C = \frac{\cancel{4} \cdot 10^{-8} \cdot 6\pi \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}}{\frac{4\pi}{3} \cdot \frac{1}{8} \cdot 10^{-12}} = 0.36$$

$$= \frac{8}{3} \cdot \frac{10^{-8}}{1.3} = 2 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{C}{6} = 0.06$$

$$c^2 = \frac{3R\theta}{\rho_0}$$

$$\frac{\rho x}{R\theta} = \rho x$$

$$\frac{n m c^2}{3} =$$

$$1.7 \cdot 10^{17} \quad 10^{-15} \quad 0.0067 = \frac{1.7}{\cancel{1}} \; 0.67 = 1$$

$$\frac{p}{\frac{2}{3} m c} = \frac{10^{6} \cdot 4 \cdot 10^{19}}{/3 \cdot 4\pi}$$

$$= \frac{10^{25}}{15}$$

$$= 7 \cdot 10^{23} \cdot \frac{10^{-8}}{4} \pi$$

$$= 2 \cdot 10^{16}$$

$$N \pi R^2 c = \frac{\pi}{4} 10^{-8} \cdot 485 \cdot 10^{4} \cdot 4 \cdot 10^{19} = 1.2 \cdot 10^{16}$$

$$\frac{0.004}{2 \cdot 4 \cdot 10^{19}} = \frac{8}{4\pi \cdot 10^{-12}}$$

$$10^{28} \cdot 10^{-8}.$$

$$2 \cdot \frac{10^{-3}}{\pi \cdot 10^{7}} = \frac{2}{\pi} 10^{-10} \qquad 5 \cdot 10^{-6}.$$

$$1 + \frac{2n}{\delta} - n - 2 \frac{(1 - 2\delta \ldots - [1 + (n+2)\delta + \frac{n^2}{2}\delta^2 \ldots]}{\delta^2} \qquad \lambda = \frac{1}{\pi\sqrt{2} \, 4r^2 N}$$

Wentzy metody kinetické p 535

$$D = \frac{\frac{mc^2}{3}}{\frac{2}{3} m n} = \frac{c^2}{2n} = \frac{c^2}{2 R^2 \pi c N} = \frac{c}{N \cdot 2 r^2 \pi} = c \lambda \, 2\sqrt{2}$$

zaměnit $\frac{1}{3}$!

4771
4971
9742
−9031
0711
03555
1085

$$\Lambda = \sqrt{\frac{2n}{\delta}}$$

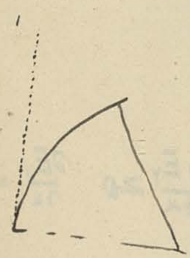
$$\delta = \frac{\varepsilon^2}{2}$$

$$l\varepsilon = \frac{l^2}{R}$$

$$\varepsilon = \frac{l}{R}$$

$$C^2 = \left(C - \frac{dC}{dt}\,dt\right)^2 + \left(\frac{dc}{dt}\,dt\right)^2$$

$$\left(\frac{dc}{dt}\,dt\right)^2 = 2C\,\frac{dC}{dt}\,dt =$$



$$M\,\frac{dC}{dt} = -6\pi\mu R\,C$$

$$M(C^2 + c^2) = \text{const}$$

$$-\frac{dC}{dt}\cdot C = \frac{dc}{dt}\,c = \frac{6\pi\mu R}{M}\,C^2$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{d(c^2)}{dt} =$$

$$\cancel{(C - dC)^2 + c^2 = \frac{c\,dc}{dt}}$$

$$\cancel{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2 = 2C\,\frac{dC}{dt}} =$$

$$\Lambda = \sqrt{\frac{2Ct}{\delta}}$$ only for time t large in comp. with $\frac{1}{f}$...

$$\frac{d\Lambda}{dt} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2C}{t\,\delta}}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -eH\frac{dy}{dt} + eE_x + \frac{\partial U}{\partial x}$$

$$H = H(1+\alpha t)$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -eH\frac{dx}{dt} + eE_y + \frac{\partial U}{\partial y}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \cancel{\frac{\partial H_y}{\partial z}} - \frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial x} - \cancel{\frac{\partial H_x}{\partial z}}$$

$$\cancel{m\left(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt}\right) = 0}$$

$$m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\frac{dx}{dt} + \frac{d^2y}{dt^2}\frac{dy}{dt}\right) = e\left(\cancel{E_x\frac{dx}{dt}} + E_y\frac{dy}{dt}\right)$$

$$\frac{m}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right]\Bigg|_0 = e\,(\cancel{xE_x} + yE_y)\Big|_0 - e\int\left(\cancel{x\frac{\partial E_x}{\partial t}} + y\frac{\partial E_y}{\partial t}\right)dt$$

$$= -e\int\left(y\frac{\partial H}{\partial x} - \cancel{x\frac{\partial H}{\partial y}}\right)dt$$

Plane wave $\frac{\partial H}{\partial z} = 0$ $\frac{\partial H}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial H}{\partial x} \gtrless 0$ $E_x = 0$

$H_y = 0$ $\frac{\partial E_y}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial E_y}{\partial x} \gtrless 0$ $\frac{\partial E_y}{\partial z} = 0$

$H_x = 0$ $E_z = 0$

$$\int y\frac{\partial H}{\partial x}dt = \int y\frac{\partial E_y}{\partial t}dt$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = +\frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial x}$$

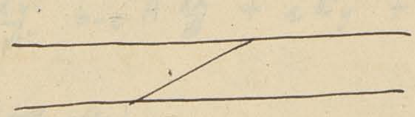
$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$$

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = - \frac{\partial U}{\partial x}$$

$$m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = e H \frac{dy_1}{dt}$$

Przepływ gazu bardzo rozrzedzonego przez rurkę [illegible]

rozmiary rurki (poprzeczne) małe w porówn. z λ



Liczba uderzeń o ścianę po sek. $\mp \frac{nc}{3}$ posiadając

Przeciętnie cząstka lecąca w jakimś kierunku od jednej do drugiej ściany musi tyle zyskać prędkości $\frac{u}{2}$ w skutek poprzedn. zderzenia z innymi jak traci w skutek uderzenia o ścianę

Ponieważ pod uwagę tylko $\frac{1}{3}$ wszystkich, poruszających się $\perp$

przed uderz. o ścianę $m \cdot \frac{nc}{3} \cdot u$

po uderz. o ścianę $m \frac{nc}{3} u \beta + (1-\beta) m \frac{nc}{3} \cdot 0$

to powtórzy się $\frac{\lambda}{2r}$ razy aż się zderzy z innymi i wyrówna się do [illegible]

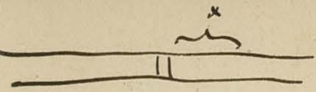
$$\frac{\lambda}{2r} m \frac{nc}{3} u (1-\beta) = \frac{nc}{3} m \frac{u}{2}$$

Przy każdem uderzeniu ułamek f zostaje „absorbowany", więc z liczby N wpadających z prędkością U po k-krotnem odbiciu tylko ułamek $N(1-f)^k$ będzie posiadać prędkość U, reszta prędkość 0

Wpr. jeżeli z jednej strony wpadają po sek.: $r^2\pi \frac{c}{3} n$

to z tego tylko wyjdzie $r^2\pi \frac{cn}{3} (1-f)^k$ reszta równomiernie na obie strony

$$\frac{r^2\pi}{3} c(n_1 - n_2)(1-f)^k + \cancel{\frac{r^2\pi c}{3}\left[(1-f)^k\right]}$$?

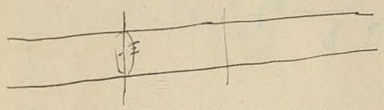


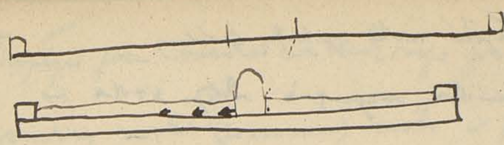
z danego elementu długości rurki wystartują drobiny

jakie jest prawdopodobieństwo osiągnięcia odstępu $x+dx$ po upływie czasu t

pomijając zupełnie zderzenia

albo jaka liczba tych które w czasie $t \dots t+dt$ będą przechodziły przez przekrój x ?





$$D = \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial^2}{\partial\mu^2} - (1-\rho^2)\frac{\partial^2}{\partial\rho^2}\right]$$

$$D.\rho^n = \frac{-(1-\rho^2)\;n(n-1)\,\rho^{n-2}}{h^2(\rho^2-\mu^2)}$$

$$D.\mu\rho^n = -\frac{(1-\rho^2)\,\mu\;n(n-1)\,\rho^{n-2}}{h^2(\rho^2-\mu^2)}$$

$$D\,\mu\rho^3 = -\frac{(1-\rho^2)\,\mu\,\rho}{\rho^2-\mu^2}$$

$$= -\frac{(1-\rho^2)\,\mu\rho^3}{(\rho^2-\mu^2)^2} + \frac{(1-\rho^2)\,\mu^3\rho}{(\rho^2-\mu^2)^2}$$

$$\frac{1}{\rho^2-\mu^2}$$

$$-\frac{2\rho}{(\rho^2-\mu^2)^2} \qquad \Big| \qquad +\frac{2\mu}{(\rho^2-\mu^2)^2}$$

$$-\frac{2}{(\rho^2-\mu^2)^2} + \frac{8\rho^2}{(\rho^2-\mu^2)^3} \qquad \Big| \qquad +\frac{2}{(\rho^2-\mu^2)^2} + \frac{8\mu^2}{(\rho^2-\mu^2)^3}$$

$$D(\mu^2\rho^2) = \frac{2}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\left[(1-\mu^2)\rho^2 - (1-\rho^2)\mu^2\right]$$

$$= \frac{2}{h^2}$$

$$D\left(\frac{1}{\rho^2-\mu^2}\right) = \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\left[\cancel{(1-\mu^2)}\frac{2}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left[(1-\mu^2)+(1-\rho^2)\right] + \underbrace{\frac{8}{(\rho^2-\mu^2)^3}\left[\mu^2(1-\mu^2) - \rho^2(1-\rho^2)\right]}_{=-\frac{1}{(\rho^2-\mu^2)^2}+\frac{\rho^2+\mu^2}{(\rho^2-\mu^2)^2}}\right]$$

$$= \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\left\{\frac{4}{(\rho^2-\mu^2)^2} - \frac{2(\mu^2+\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2} - \frac{8}{(\rho^2-\mu^2)^2} + \frac{8(\mu^4+\rho^4)}{(\rho^2-\mu^2)^3}\right\}$$

$$= \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)^3}\left\{6(\mu^2+\rho^2) - 4\right\}$$

$$\mathfrak{D}D_\psi = \frac{\rho}{\mu}\,\frac{1}{\omega}\left[\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial D}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial D}{\partial\omega} + \frac{2}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial x}D\right]$$

$$D = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial\omega^2} - \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}$$

$$D = \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial^2}{\partial\mu^2} - (1-\rho^2)\frac{\partial^2}{\partial\rho^2}\right]$$

$$\psi = \rho^3$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\omega} = -\frac{3\omega\rho^3}{h^2(\rho^2-\mu^2)}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = -\frac{3\mu\rho^2(1-\rho^2)}{h(\rho^2-\mu^2)}$$

$$D = -\frac{6(1-\rho^2)\rho}{h^2(\rho^2-\mu^2)}$$

$$\frac{\partial D}{\partial x} = \frac{\partial D}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial x} = \frac{-6}{h^3}\left\{\left[\frac{1-3\rho^2}{\rho^2-\mu^2} - \frac{2\rho^2(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2}\right]\frac{\mu(1-\rho^2)}{\mu^2-\rho^2} + \frac{2\mu\rho(1-\rho^2)\rho(1-\mu^2)}{(\rho^2-\mu^2)^3}\right\}$$

$$= -\frac{6}{h^3}\,\mu\frac{(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left[3\rho^2-1 + \frac{2\rho^2(1-\rho^2)}{\rho^2-\mu^2} + \frac{2\rho^2(1-\mu^2)}{\rho^2-\mu^2}\right]$$

$$3\rho^4-\rho^2-3\mu^2\rho^2+\mu^2+2\rho^2-2\rho^4+2\rho^2-2\mu^2\rho^2$$

$$= -\frac{6}{h^3}\,\mu\frac{(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left[\frac{\rho^4+3\rho^2+\mu^2-5\mu^2\rho^2}{\rho^2-\mu^2}\right]$$

$$\frac{\partial D}{\partial\omega} = -\frac{6}{h^4}\left[\frac{\rho^2-\mu^2-3\rho^4+3\mu^2\rho^2-2\rho^2+2\rho^4}{(\rho^2-\mu^2)^2}\,\frac{\rho\omega}{\rho^2-\mu^2} + \frac{2\mu\rho^2(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2}\,\frac{\mu\omega}{\mu^2-\rho^2}\right]$$

$$= -\frac{6}{h^4}\,\frac{\omega}{(\rho^2-\mu^2)^3}\left[-\rho^5-\rho^3-\mu^2\rho+3\mu^2\rho^3-2\mu^2\rho+2\mu^2\rho^3\right]$$

$$= \left[-\rho^5-\rho^3-3\mu^2\rho+5\mu^2\rho^3\right]$$

$$\cancel{(1-\mu^2)\frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2} - (1-\rho^2)\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} = \frac{3\mu\rho^3(1-\rho^2)}{h(\rho^2-\mu^2)}\left\{\frac{2(\rho^4-\rho^2-\mu^2)}{\rho^2-\mu^2} + \frac{1}{1-\mu^2}\right\}}$$

$$\cancel{= \frac{3\mu\rho^3(1-\rho^2)}{h(\rho^2-\mu^2)}\left\{\frac{2\rho^4}{\rho^2-\mu^2} + \frac{1}{1-\mu^2} - 2\right\}}$$

$$D\left\{\frac{\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^2}\log\frac{1+\mu}{1-\mu}\right\} = ?$$

$$DD\psi = \frac{\rho}{\mu}\,\frac{1}{\omega}\left\{\frac{3\omega\rho^3}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\,\frac{6}{h^3}\,\frac{\mu(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2}\,\frac{\rho^4+3\rho^2+\mu^2-5\mu^2\rho^2}{\rho^2-\mu^2}\right.$$

$$+ \frac{3\mu\rho^2(1-\rho^2)}{h(\rho^2-\mu^2)}\,\frac{6}{h^4}\,\frac{\omega\rho}{(\rho^2-\mu^2)^3}\,(\rho^4+\rho^2+3\mu^2-5\mu^2\rho^2)$$

$$\left.+ \frac{2}{\omega}\cdot\frac{3\mu\rho^2(1-\rho^2)}{h(\rho^2-\mu^2)}\,\frac{6}{h^2}\cdot\frac{(1-\rho^2)\rho}{(\rho^2-\mu^2)}\right\}$$

$$= \frac{\rho}{\mu}\,\frac{1}{\omega}\,\frac{18}{h^5}\,\frac{(1-\rho^2)\mu\rho^3}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left\{\underbrace{-\omega\frac{(\rho^4+3\rho^2+\mu^2-5\mu^2\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2} + \omega\frac{\rho^4+\rho^2+3\mu^2-5\mu^2\rho^2}{(\rho^2-\mu^2)^2} + \frac{2(1-\rho^2)h^2}{\omega}}_{=\left\{\omega\frac{2(\mu^2-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2} + 2h^2(1-\rho^2)\right\}}\right\}$$

$$= \frac{\rho}{\mu}\,\frac{18}{h^3}\,\frac{(1-\rho^2)\mu\rho^3}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left\{\frac{-2}{h^2}\,\frac{1}{\rho^2-\mu^2} + \frac{2(1-\rho^2)}{\omega^2}\right\} \qquad \omega^2 = -h^2(1-\mu^2)(1-\rho^2)$$

$$= \frac{\rho}{\mu}\,\frac{36}{h^5}\,\frac{(1-\rho^2)\mu\rho^3}{(\rho^2-\mu^2)}\left\{-\frac{1}{\rho^2-\mu^2} - \frac{1}{1-\mu^2}\right\}$$

$$= \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)} \left\{ \frac{2n\,\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^{n+1}} \Big[\underbrace{2(n+1)(\mu^2+\rho^2-1) + (2m+1)(1-\rho^2) + 1-\mu^2}_{\Big[(1-\rho^2)\underbrace{(2m+1-2n-2)}_{[2(m-n)-1]} + 1+\mu^2(2n+1)\Big]} \Big] - \frac{m(m-1)}{(\rho^2-\mu^2)^n}\,\rho^{m-2}(1-\rho^2) \right\}$$

$$= \mu^2(2n+1) - \rho^2[2(m-n)-1] + 2(m-n)$$

Fex. $m=1,\ n=1$:

$$Df = \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)} \left\{ \frac{2\rho}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left[3\mu^2 + \cancel{\ }\rho^2\right] \right\}$$

$m=3,\ n=1$:

$$Df = \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)} \left\{ \frac{2\rho^3}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left[3\mu^2 - 3\rho^2 + 4\right] - \frac{6(1-\rho^2)\rho}{\rho^2-\mu^2} \right\}$$

$$\underbrace{3\mu^2 + \cancel{\ }\rho^2 + \cancel{\ } \Big| + 3\mu^2\rho^2 - 3\rho^4 + 4\rho^2 - 3\underbrace{(1-\rho^2)(\rho^2-\mu^2)}_{\rho^2-\mu^2-\rho^4+\rho^2\mu^2}}_{= \cancel{\ }\rho^2+3\mu^2}$$

$$D = \frac{\rho^{m-2}}{h^2(\rho^2-\mu^2)^{n+2}} \Big[\underbrace{2n\rho^2\big((2n+1)\mu^2 + (1-2m+2n)\rho^2 + 2(m-n)\big) - m(m-1)(1-\rho^2)(\rho^2-\mu^2)}_{} \Big]$$

$$\big[2n(2n+1) - m(m-1)\big]\rho^2\mu^2 + \big[2n(1-2m+2n) + m(m-1)\big]\rho^4 +$$

$$+\big[4n(m-n) - m(m-1)\big]\rho^2 + m(m-1)\mu^2$$

$$\delta f = \frac{1}{k^2(\rho^2-\mu^2)}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial^2 f}{\partial\mu^2} - (1-\rho^2)\frac{\partial^2 f}{\partial\rho^2}\right]$$

$$f = \frac{\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^n}$$

$$\frac{\partial f}{\partial\mu} = +\frac{2n\mu\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^{n+1}}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial\mu^2} = +\frac{2n\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^{n+1}} + \frac{4n(n+1)\mu^2\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^{n+2}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial\rho} = \frac{m\rho^{m-1}}{(\rho^2-\mu^2)^n} - \frac{2n\rho^{m+1}}{(\rho^2-\mu^2)^{n+1}}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial\rho^2} = \frac{m(m-1)\rho^{m-2}}{(\rho^2-\mu^2)^n} - \frac{2nm\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^{n+1}} - \frac{2n(m+1)\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^{n+1}} + \frac{4n(n+1)\rho^{m+2}}{(\rho^2-\mu^2)^{n+2}}$$

$$Df = \frac{1}{k^2(\rho^2-\mu^2)}\Bigg[\frac{4n(n+1)}{(\rho^2-\mu^2)^{n+2}}\left[(1-\mu^2)\mu^2\rho^m - (1-\rho^2)\rho^{m+2}\right] +$$

$$\frac{2n\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^{n+1}}\left[(1-\mu^2)+(1-\rho^2)(2m+1)\right] - \frac{m(m-1)}{(\rho^2-\mu^2)^n}\rho^{m-2}(1-\rho^2)\Bigg]$$

$$= \frac{1}{k^2(\rho^2-\mu^2)}\left\{\frac{4n(n+1)}{(\rho^2-\mu^2)^{n+2}}\rho^m \underbrace{\left[\mu^2-\mu^4-\rho^2+\rho^4\right]}_{=(\rho^2-\mu^2)(\rho^2+\mu^2-1)} + \frac{2n\rho^m}{(\rho^2-\mu^2)^{n+1}}\cdot\underset{[(2m+1)(1-\rho^2)+(1-\mu^2)]}{\cancel{\left[2m(1-\rho^2)+2-\mu^2-\rho^2\right]}}\right.$$

$$\frac{\partial D_\psi}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega}\left(\frac{(1-\rho^2)\rho}{\rho^2-\mu^2}\right) = \frac{1}{\rho^2-\mu^2}\,(1-3\rho^2)\frac{\partial \rho}{\partial \omega} - \frac{\rho(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2}\cdot\left(2\rho\frac{\partial \rho}{\partial \omega} - \mu\frac{\partial \mu}{\partial \omega}\right)$$

$$= \frac{1}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left\{\Big[\underbrace{(\rho^2-\mu^2)(1-3\rho^2) - 2\rho^2(1-\rho^2)}_{\substack{\cancel{\rho^2} - \cancel{3\rho^4} - \mu^2 + 3\mu^2\rho^2 - 2\rho^2 + 4\rho^4 \\ \rho^4 - \rho^2 - \mu^2 + 3\mu^2\rho^2}}\Big]\frac{\partial \rho}{\partial \omega} + 2\mu\rho(1-\rho^2)\frac{\partial \mu}{\partial \omega}\right\}$$

$$= \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)^3}\left\{(\rho^4-\rho^2-\mu^2+3\mu^2\rho^2)\rho\omega - 2\mu\rho(1-\rho^2)\mu\omega\right\}$$

$$= \frac{\omega}{h^2(\rho^2-\mu^2)^3}\left\{\rho^5-\rho^3-3\rho\mu^2+5\mu^2\rho^3 - \cancel{2\mu^2\rho} + \cancel{2\mu^2\rho^3}\right\}$$

$$\nu\, D D_\psi = \frac{1}{\omega}\Bigg\{ + \frac{3\omega\rho^3\mu(1-\rho^2)}{h^3(\mu^2-\rho^2)(\rho^2-\mu^2)^3}\left\{2\rho^2(\mu^2+\rho^2) + (1-3\rho^2)(\rho^2-\mu^2)\right\} +$$

$$+ \frac{3\mu\rho^2(1-\rho^2)}{h^3(\rho^2-\mu^2)^4}\,\omega\left[\rho^5-\rho^3-3\rho\mu^2+5\mu^2\rho^3\right]$$

$$+ \frac{\omega}{\cancel{\omega}}\,\frac{3\mu\rho^2(1-\rho^2)\cancel{(1-\rho^2)}\rho}{h^3(\rho^2-\mu^2)^2(1-\mu^2)\cancel{(1-\rho^2)}}\Bigg\}$$

$$= \frac{3\mu\rho^2(1-\rho^2)}{h^3(\rho^2-\mu^2)^2}\left[\frac{-\rho}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left(5\mu^2\rho^2 + \cancel{2\rho^4} + \rho^2 - \rho^4 - \mu^2 + \cancel{3\mu^2\rho^2}\right) + \frac{\rho^5-\rho^3-3\mu^2\rho+5\mu^2\rho^3}{(\rho^2-\mu^2)^2}\right.$$

$$\left. + \frac{\rho}{1-\mu^2}\right]$$

$$= \frac{3\mu\rho^3(1-\rho^2)}{h^3(\rho^2-\mu^2)^2}\left[\frac{-5\mu^2\rho^2 - \rho^2 + \rho^4 + \mu^2 + 5\mu^2\rho^2 - \rho^2 + \rho^4 - 3\mu^2}{(\rho^2-\mu^2)^2} + \frac{1}{1-\mu^2}\right]$$

$$\parallel$$

$$2\rho^4 - 2\rho^2 - 2\mu^2$$

$$= \cancel{\frac{3\mu\rho^3(1-\rho^2)}{h^3(\rho^2-\mu^2)^2}\left[\frac{2(\rho^2)^2}{(\rho^2-\mu^2)} - 2 - 1\right]}$$

$$\omega^2 = -h^2(1-\mu^2)(1-\rho^2)$$

$$x^2 = h^2\mu^2\rho^2$$

$$\frac{\omega^2}{1-\rho^2} = \cdot\ \frac{x^2}{\rho^2} - h^2 \qquad \frac{\omega^2}{\rho^2-1} + \frac{x^2}{\rho^2} = h^2$$

$$\frac{\omega^2}{\lambda-1} + \frac{x^2}{\lambda} = h^2$$

$$\frac{(\omega^2+x^2)}{h^2}\lambda - \frac{x^2}{h^2} = (\lambda^2-\lambda)\ \cancel{h^2}$$

$$\lambda^2 - \lambda\left(1+\frac{\omega^2+x^2}{h^2}\right) = -\frac{x^2}{h^2}$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\omega^2+x^2}{h^2}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(1+\frac{\omega^2+x^2}{h^2}\right)^2 - \frac{x^2}{h^2}}$$

$$-\nu\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}+\underbrace{\frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}-\frac{1}{\omega^2}}_{\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{\cdots}{\omega}\right)}\right\}\underbrace{\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial\omega}\right)}_{=\frac{1}{\omega}D\psi} = \left(u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial\omega}-\frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$-\left(-\frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial x}+\frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\frac{D\psi}{\omega}$$

$$-\nu\left\{\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}+\underbrace{\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\frac{\partial\cdots}{\partial\omega}+\frac{\cdots}{\omega}\right]}_{\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{1}{\omega}\frac{\partial D}{\partial\omega}\right)}\right\} =$$

$$\left[\frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}(\omega\cdots)\right]$$

$$=\nu\left\{\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}+\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2 D}{\partial\omega^2}-\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial D}{\partial\omega}\right\}=$$

$$=\frac{\nu}{\omega}DD\psi=\frac{1}{\omega}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\frac{D\psi}{\omega}$$

$$\nu DD\psi=\frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}D\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\underbrace{\left\{\frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}D\psi-\frac{1}{\omega^2}D\psi\right\}}$$

$$=\frac{1}{\omega}\left\{\frac{\partial^3\psi}{\partial x^2\partial\omega}+\frac{\partial^3\psi}{\partial\omega^3}-\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}+\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}-\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}-\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\right\}$$

$$=\frac{1}{\omega}\left\{\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\left[\frac{\partial^3\psi}{\partial x^3}+\frac{\partial^3\psi}{\partial x\partial\omega^2}-\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial\omega}\right]-\frac{\partial\psi}{\partial x}\left[\frac{\partial^3\psi}{\partial x^2\partial\omega}+\frac{\partial^3\psi}{\partial\omega^3}-\frac{2}{\omega}\frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}+\frac{2}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}-\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right]\right\}$$

$$\nu DD\psi=\left(\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\frac{D\psi}{\omega}=\frac{1}{\omega}\left\{\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial D}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial D}{\partial\omega}+\frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot D\right\}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + V\frac{\partial u}{\partial \omega} = \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial\omega^2}+\frac{1}{\omega}\frac{\partial u}{\partial \omega}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} \qquad \Big|\ \frac{\partial}{\partial \omega}$$

$$u\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial\omega} = \nu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial \omega^2}+\frac{1}{\omega}\frac{\partial V}{\partial\omega} - \frac{V}{\omega^2}\right) - \frac{\partial p}{\partial\omega} \qquad \Big|\ \frac{\partial}{\partial x}$$

falsch!

$$u\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial\omega} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) + V\left(\frac{\partial^2 u}{\partial\omega^2}-\frac{\partial^2 V}{\partial\omega\partial x}\right) + \cancel{\frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial\omega}-\frac{\partial V}{\partial x}\right)} +$$

$$+\cancel{\frac{\partial V}{\partial\omega}\left(\frac{\partial u}{\partial\omega}-\frac{\partial V}{\partial x}\right)} = \nu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}+\frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial\omega}-\frac{\partial V}{\partial x}\right) + \nu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V}{\omega^2}\right)$$

$$\underbrace{\left(-\frac{\nu}{\omega^2}\frac{\partial u}{\partial\omega}\right)}_{= -\frac{\nu}{\omega^2}\left(\frac{\partial u}{\partial\omega}-\frac{\partial V}{\partial x}\right)}$$

$$u = -\frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial\omega} \qquad V = \frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

$$-\zeta = \frac{\partial u}{\partial\omega}-\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\omega}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right) + \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\omega} = -\frac{1}{\omega}\underbrace{\left[\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\right]}_{D}\psi$$

$$-\nu\left\{\underbrace{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}+\frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)}\frac{D\psi}{\omega} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\omega^3}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\right\}$$

$-\frac{1}{\omega^2}$

$$\left(D+\frac{2}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\frac{D\psi}{\omega} \dots \sim =$$

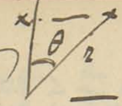
$$= \frac{D^2\psi}{\omega} + D\psi\,\underbrace{D\left(\frac{1}{\omega}\right)} + \frac{2}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{D\psi}{\omega}\right) - \frac{1}{\omega^3}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$$

$$= D\psi\cdot\frac{3}{\omega^3} - \frac{2}{\omega^3}D\psi + \frac{2}{\omega^2}\frac{\partial}{\partial\omega}D\psi - \frac{1}{\omega^3}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$$

$$= \frac{1}{\omega^3}D\psi + \frac{2}{\omega^2}$$

$$D = \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}-\frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\omega\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)$$

In great distance: $\mu = r$
$\rho = \cos\theta$



$$\psi = \cos^3\theta = \left(\frac{x}{r}\right)^3 = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+\omega^2}}\right)^3$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\omega} = \frac{3x\omega}{r^5} = \frac{3\sin\theta\cos\theta}{r^3}. \qquad u = -\frac{3x}{r^5}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\omega} = \frac{\partial\psi}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial\omega} + \frac{\partial\psi}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial\omega} = \frac{\omega}{h^2(\mu^2-\rho^2)}\left(\mu\frac{\partial\psi}{\partial\mu} - \rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)\Bigg|_{\psi=\rho^3} = -\frac{3\omega\rho^3}{h^2(\mu^2-\rho^2)}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{1}{h(\rho^2-\mu^2)}\left[\rho(1-\mu^2)\frac{\partial\psi}{\partial\mu} - \mu(1-\rho^2)\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right]\Bigg| = -\frac{3\mu\rho^2(1-\rho^2)}{h(\rho^2-\mu^2)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{(1-\rho^2)\rho}{\rho^2-\mu^2}\right) = \frac{1}{h(\rho^2-\mu^2)}\left\{\rho(1-\mu^2)\frac{(1-\rho^2)\rho\cdot 2\mu}{(\rho^2-\mu^2)^2} - \mu\frac{(1-\rho^2)(1-3\rho^2)}{\rho^2-\mu^2} + \right.$$

$$\left. + \mu(1-\rho^2)\frac{(1-\rho^2)\cdot\rho\cdot 2\rho}{(\rho^2-\mu^2)^2}\right\}$$

$$= \frac{(1-\rho^2)}{h(\rho^2-\mu^2)^3}\left\{\underbrace{2\mu\rho^2(1-\mu^2) + 2\mu\rho^2(1-\rho^2)}_{-2\mu\rho^2(\mu^2+\rho^2)} - \mu(1-3\rho^2)(\rho^2-\mu^2)\right\}$$

$$= \frac{-\mu(1-\rho^2)}{h(\rho^2-\mu^2)^3}\left\{2\rho^2(\mu^2+\rho^2) + (1-3\rho^2)(\rho^2-\mu^2)\right\}$$

$$\cancel{2\mu^2\rho^2 + 2\rho^4 + \rho^2 - \mu^2 - 3\rho^4 + 3\mu^2\rho^2 = 5\mu^2\rho^2 - \rho^4 + \rho^2 - \mu^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho} = -\frac{p^2+\rho^2+\rho^4-3p^2\rho^2}{(\rho^2-p^2)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho^2} = -\frac{(2\rho-6p^2\rho+4\rho^3)(\rho^2-p^2)-(p^2+\rho^2+\rho^4-3p^2\rho^2)\,4\rho}{(\rho^2-p^2)^3} =$$

$$= -\frac{2\rho^3-6p^2\rho^3+\cancel{4\rho^5}-2\rho p^2+6p^4\rho-4\rho^3p^2-4p^2\rho-4\rho^3-\cancel{4\rho^5}+12p^2\rho^3}{}$$

$$= -\frac{2p^2\rho^3-2\rho^3-6p^2\rho+6p^4\rho}{(\rho^2-p^2)^3} = -2\rho\left[p^2\rho^2-\rho^2+3(p^2-1)p^2\right]$$

$$= \frac{-2\rho\,(p^2-1)(\rho^2+3p^2)}{(\rho^2-p^2)^3} = 2\rho(1-p^2)(\rho^2+3p^2)$$

$$(1-p^2)\,\frac{2\rho(1-\rho^2)(\cancel{3p^2}+p^2)}{(\rho^2-p^2)^3} - \frac{(1-\rho^2)\,2\rho\,(1-p^2)(\rho^2+3p^2)}{(\rho^2-p^2)^3} = \cancel{0}$$

stimmt

$$\rho = \sin\varphi$$

$$\frac{(1-\rho^2)\rho}{\rho^2-p^2} = \cancel{\frac{\sin\varphi\cos^2\varphi}{\sin^2\varphi-\sin^2\chi}} = \cancel{\frac{\sin 2\varphi\cdot\cos\varphi}{\cos 2\chi-\cos 2\varphi}}$$

$$\cancel{p\frac{\partial f}{\partial p}-\rho\frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{2p^2\rho(1-\rho^2)\pm(p^2+\rho^2+\rho^4-3p^2\rho^2)\rho}{(\rho^2-p^2)^2} = \frac{(2p^2-2p^2\rho^2+p^2+\rho^2+\rho^4-3p^2\rho^2)\rho}{(\rho^2-p^2)^2}}$$

$$= \frac{\rho}{(\rho^2-p^2)^2}(3p^2+\rho^2-5p^2\rho^2+\rho^4)$$

$$\cancel{(1-p^2)(1-p^2)\,2p^2+2p^2\rho^2+\rho^4-6p^2\rho^4+\rho^6}$$
$$-3p^4-\cancel{p^4}+5p^4\rho^2-\cancel{p^4\rho^4}$$

$$\frac{x^2}{a^2-\lambda} + \frac{y^2}{b^2-\lambda} + \frac{z^2}{c^2-\lambda} = 1 \qquad b=c \qquad a=0$$

$$r = \rho$$

$$\Delta u = \frac{2}{(\rho-\mu)(r-\mu)}\left[\begin{matrix}\varphi'(\mu)\,\dfrac{\partial u}{\partial \mu} \\ +2\varphi(\mu)\,\dfrac{\partial^2 u}{\partial \mu^2}\end{matrix}\right] + \dots$$

$$\varphi(\lambda) = -\lambda(c-\lambda)^2 = -\mu(c-\mu)^2$$

$$\frac{2}{(\rho-\mu)^2}\,\mu(c-\mu)^2\frac{\partial^2 u}{\partial \mu^2} + \dots$$

$$\cancel{6(1-\rho^2)\rho - 2\rho^3} = 26\rho + 3\rho^3$$

$$-18(1-\rho^2)\rho - 9\rho^3$$

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} = -\frac{(1-\mu^2)(1-\rho^2)(\mu^2+3\rho^2)\mu}{h^2(\rho^2-\mu^2)^3}$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = +\frac{(1-\mu^2)(1-\rho^2)(\rho^2+3\mu^2)\rho}{h^2(\rho^2-\mu^2)^3}$$

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial \omega^2} = \frac{\mu}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\left\{1 + \frac{(1-\mu^2)(1-\rho^2)(\mu^2+3\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2}\right\}$$

$$\frac{\delta \rho}{\partial \omega^2} = (1-\rho^2)(3\rho^2-1+\rho^2)$$

$$f = \rho^3\,(?)$$

$$\left[(1-\mu^2)\frac{\partial}{\partial \mu} - (1-\rho^2)\frac{\partial}{\partial \rho}\right]\left[\frac{(1-\rho^2)\rho}{\rho^2-\mu^2}\right] = +\frac{(1-\rho^2)\,2\mu\rho}{(\rho^2-\mu^2)^2}\mu - \frac{(1-\rho^2)^2}{\rho^2-\mu^2} + \underbrace{\frac{(1-\rho^2)\,3\rho^2}{\rho^2-\mu^2} + \frac{(1-\rho^2)\,2\rho^2}{(\rho^2-\mu^2)^2}}$$

$$+\frac{(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2}\left[2\rho^2+4\rho^2-1\right]$$

$$f = \rho^3:$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{1-\rho^2-2\rho^2}{\rho^2-\mu^2} - \frac{2\rho^2(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2} = \frac{\rho^2-\mu^2-3\rho^4+3\mu^2\rho^2-2\rho^2+2\rho^4}{(\rho^2-\mu^2)^2} = -\frac{\rho^2+\mu^2+\rho^4-3\mu^2\rho^2}{\rho^2\mu^2}$$

$$\delta\psi = \delta f = \frac{(1-\rho^2)\rho}{\rho^2-\mu^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mu} = \frac{2\mu\rho(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2} \qquad \frac{\delta f}{\partial \mu^2} = \frac{2\rho(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^2} + \frac{8\mu^2\rho(1-\rho^2)}{(\rho^2-\mu^2)^3} = \frac{2(1-\rho^2)\rho(\rho^2+3\mu^2)}{(\rho^2-\mu^2)^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{(1-\rho^2)(6\rho^2-1)}{(\rho^2-\mu^2)^2} \qquad \frac{\delta f}{\partial \rho^2} = \frac{\left[-2\rho(6\rho^2-1)+12\rho(1-\rho^2)\right](\rho^2-\mu^2) - (1-\rho^2)(6\rho^2-1)\,4\rho}{(\rho^2-\mu^2)^3}$$

$$= 14\rho^3 - 24\rho^5 - 14\rho\mu^2 + 24\rho^3\mu^2 - 24\rho^5 + 28\rho^3 - 4\rho$$

$$= -48\rho^5 + 42\rho^3 + 24\rho^3\mu^2 - 14\rho\mu^2 - 4\rho$$

$$\delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2}\frac{1}{h^2(\mu^2-\rho^2)^2}\left[\rho^2(1-\mu^2)^2 + \frac{\mu^2\omega^2}{h^2}\right] \qquad = (1-\mu^2)(\rho^2-\mu^2)$$

$$+\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2}\frac{1}{h^2(\mu^2-\rho^2)^2}\left[\mu^2(1-\rho^2)^2 + \frac{\rho^2\omega^2}{h^2}\right] \qquad (1-\rho^2)(\mu^2-\rho^2)$$

$$+2\frac{\partial^2 f}{\partial\mu\,\partial\rho}\frac{1}{h^2(\mu^2-\rho^2)^2}\left[-\mu\rho(1-\rho^2)(1-\mu^2) \pm \frac{\mu\rho\,\omega^2}{h^2}\right] = 0$$

$$-\frac{1}{\omega}\left[\frac{\partial f}{\partial\mu}\frac{\mu\omega}{h^2(\mu^2-\rho^2)} + \frac{\partial f}{\partial\rho}\frac{\rho\omega}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\right]$$

$$(1-\mu^2)\left[\rho^2-\cancel{\mu^2\rho^2}-\mu^2+\cancel{\mu^2\rho^2}\right] = (1-\mu^2)(\rho^2-\mu^2)$$

$$\rho^2(1-\mu^2)^2 - \mu^2(1-\mu^2)(1-\rho^2) = \cancel{\rho^2 + 2\mu^2\rho^2 + \mu^4\rho^2}$$

$$\cancel{-\mu^2 + \mu^4 + \mu^2\rho^2 - \mu^4\rho^2}$$

$$\cancel{= \rho^2 - \mu^2 + \mu^2(\mu^2 - 3\rho^2)}$$

$$\cancel{-\mu\rho\left[1-\mu^2-\rho^2+\mu^2\rho^2 - 1\right.}$$

$$\cancel{\mu^2 + 2\mu^2\rho^2 + \mu^2\rho^4} - \rho^2 + \rho^4 + \mu^2\rho^2 - \cancel{\mu^2\rho^4}$$

$$= \mu^2 - \rho^2 + \rho^2$$

$$\delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial\mu^2}\frac{1-\mu^2}{h^2(\rho^2-\mu^2)} + \frac{\partial^2 f}{\partial\rho^2}\frac{1-\rho^2}{h^2(\mu^2-\rho^2)} - \cancel{\frac{\mu}{h^2(\mu^2-\rho^2)}\frac{\partial f}{\partial\mu}} + \cancel{\frac{\rho}{h^2(\mu^2-\rho^2)}\frac{\partial f}{\partial\rho}}$$

$$\boxed{\delta f = \frac{1}{h^2(\rho^2-\mu^2)}\left\{(1-\mu^2)\frac{\partial^2 f}{\partial\mu^2} - (1-\rho^2)\frac{\partial^2 f}{\partial\rho^2}\right\}} + \cancel{\left\{\mu\frac{\partial f}{\partial\mu} - \rho\frac{\partial f}{\partial\rho}\right\}}$$

(Vide Sampson)

$$\frac{1-\rho^2}{\rho} = \frac{1}{\rho} - \rho$$

$$-\frac{1}{\rho^2}$$

$$+\frac{2}{\rho^3}$$

$1-\mu^2-\rho^2+\mu^2\rho^2$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}\,dx + \frac{\partial f}{\partial \omega}\,d\omega = \frac{\partial f}{\partial \mu}\,d\mu + \frac{\partial f}{\partial \rho}\,d\rho$$

$$= \frac{\partial f}{\partial \mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\,dx + \frac{\partial \mu}{\partial \omega}\,d\omega\right) + \cdots$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$1 = h\left(\rho\,\frac{\partial \mu}{\partial x} + \mu\,\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)$$

$$\rho\,\frac{\partial \mu}{\partial \omega} + \mu\,\frac{\partial \rho}{\partial \omega} = 0$$

$$\mu\frac{\partial \mu}{\partial x} + \rho\frac{\partial \rho}{\partial x} - \mu\frac{\partial \mu}{\partial x}\rho^2 - \rho\frac{\partial \rho}{\partial x}\mu^2 = 0$$

$$= -\frac{\mu\rho}{h}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{1}{\mu}\frac{\partial \rho}{\partial x} = +\frac{1}{h} \qquad \mu \qquad \rho$$

$$\rho\frac{\partial \mu}{\partial x} + \mu\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{h} \qquad \frac{1}{\mu} \qquad \frac{1}{\rho}$$

$$1 = \frac{-ih}{\sqrt{}}\left[\mu\frac{\partial \mu}{\partial \omega} + \rho\frac{\partial \rho}{\partial \omega}\right] - \cancel{\mu\frac{\partial \mu}{\partial \omega}\rho^2\ \rho\frac{\partial \rho}{\partial \omega}\mu^2}$$

$$1 = \frac{h^2}{\omega}\left[\mu\frac{\partial \mu}{\partial \omega} + \rho\frac{\partial \rho}{\partial \omega}\right]$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial x} = \frac{\frac{1}{h}\left(\frac{1}{\mu} - \mu\right)}{\frac{\rho}{\mu} - \frac{\mu}{\rho}} = \frac{1}{h}\,\frac{\rho(1-\mu^2)}{\rho^2-\mu^2}$$

$$\mu\frac{\partial \mu}{\partial \omega} + \rho\frac{\partial \rho}{\partial \omega} = \frac{\omega}{h^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{h}\,\frac{\mu(1-\rho^2)}{\mu^2-\rho^2}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \omega} = \frac{\frac{\mu\omega}{h^2}}{\mu^2-\rho^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \omega} = \frac{\rho\frac{\omega}{h^2}}{\rho^2-\mu^2}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \omega} = \frac{1}{h^2}\,\frac{\mu\omega}{\mu^2-\rho^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \omega} = \frac{1}{h^2}\,\frac{\rho\omega}{\rho^2-\mu^2}$$

$$+\frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{\partial \mu}{\partial x^2} + \frac{\partial f}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \mu\,\partial x}\frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial \rho\,\partial x}\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2}\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\right)^2 + 2\frac{\partial^2 f}{\partial \mu\,\partial \rho}\frac{\partial \mu}{\partial x}\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)^2$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \omega^2} = \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2}\left(\frac{\partial \mu}{\partial \omega}\right)^2 +$$

$$-\frac{1}{\omega}\frac{\partial f}{\partial \omega} = \qquad \cancel{-\frac{\partial f}{\partial \mu}\frac{1}{\omega}\frac{\partial \mu}{\partial \omega} + 2}$$

$$\cancel{\frac{\rho^2(1-\mu^2)}{\rho^2-\mu^2} + \frac{\mu^2(1-\rho^2)}{\mu^2-\rho^2} = \frac{\rho^2-\mu^2}{\rho^2-\mu^2}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= h p q \\ \omega &= i h \sqrt{(1-p^2)(1-q^2)} \end{aligned}}$$

$$\frac{\omega^2}{a-k} + \frac{x^2}{b-k} = 1$$

$$\omega^2(b-k) + x^2(a-k) = (a-k)(b-k)$$

$$k^2 + k(\omega^2 + x^2 - a - b) + ab - \omega^2 b - x^2 a = 0$$

$$k_1 + k_2 = a + b - \omega^2 - x^2 \quad \Big| -a$$

$$k_1 k_2 = ab - \omega^2 b - x^2 a$$

$$x^2(b-a) = b^2 + k_1 k_2 - b(k_1+k_2) = (b-k_1)(b-k_2)$$

$$x = \sqrt{\frac{(b-k_1)(b-k_2)}{b-a}} \qquad \omega^2(a-b) = a^2 + \dots$$

$$\omega = \sqrt{\frac{(a-k_1)(a-k_2)}{a-b}}$$

ax $x^2 = \sqrt{b-k}$

ax $\omega^2 = \sqrt{a-k}$

excentr. $= a - b =$ const.

$b = 0$ = prosty przypadek

$$\frac{\omega^2}{a-k} - \frac{x^2}{k} = 1$$

$$h^2 = -k^2$$

$$\frac{\omega^2}{h^2\lambda^2 - h^2} + \frac{x^2}{\lambda^2 h^2} = 1$$

$$\frac{\omega^2}{k^2 - k^2\lambda^2} - \frac{x^2}{k^2\lambda^2} = 1 \qquad k = k^2\lambda^2 = -h^2\lambda^2$$

$$a = k^2 = -h^2$$

$$\underbrace{\frac{\frac{\partial p}{\partial x}}{\frac{\partial p}{\partial \omega}}}_{\operatorname{tg}\gamma_1} = -\frac{h\, q\,(1+p^2)}{p\,\omega} \qquad \underbrace{\frac{\frac{\partial q}{\partial x}}{\frac{\partial q}{\partial \omega}}}_{\operatorname{tg}\gamma_2} = -\frac{h\, p\,(1+q^2)}{q\,\omega}$$

$$\operatorname{tg}(\gamma_1 - \gamma_2) = \frac{\operatorname{tg}\gamma_1 - \operatorname{tg}\gamma_2}{1 + \operatorname{tg}\gamma_1 \operatorname{tg}\gamma_2} \qquad \perp$$

$$\frac{h^2 (1+p^2)(1+q^2)}{\omega^2} = -1$$

188

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \cos\varphi \frac{\partial}{\partial \omega} - \frac{\sin\varphi}{\omega}\frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \sin\varphi \frac{\partial}{\partial \omega} + \frac{\cos\varphi}{\omega}\frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} = u\frac{\partial}{\partial x} + \left[\cos\varphi\frac{\partial}{\partial \omega} - \frac{\sin\varphi}{\omega}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right] V\cos\varphi$$

$$+ V\sin\varphi\left[\right.$$

$$u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} = u\frac{\partial}{\partial x} + V\frac{\partial}{\partial \omega}$$

$$\left[u\frac{\partial}{\partial x} + V\frac{\partial}{\partial \omega}\right](V\cos\varphi) = \left(u\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial \omega}\right)\cdot\cos\varphi$$

$$\cancel{+\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial\omega} + \frac{1}{\omega^3}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial\omega} - \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = \left(u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\mu}{\omega}\,\delta\,\delta\psi = \rho\left\{-\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial\delta}{\partial x} + \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta}{\partial\omega} - \frac{1}{\omega^3}\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\delta\right\} =$$

$$\boxed{\delta^2\psi = \frac{\rho}{\mu\omega}\left\{\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\omega} + \frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right\}\delta\psi}$$

$$h\lambda = ax\,x$$

$$h\sqrt{\lambda^2-1} = ax\,\omega$$

$$\frac{\omega^2}{\lambda^2-1} + \frac{x^2}{\lambda^2} = h^2$$

$$\lambda^4 h^2 - \lambda^2(h^2+x^2+\omega^2) + x^2 = 0$$

$$\lambda^4 - \lambda^2\left(1+\frac{x^2+\omega^2}{h^2}\right) + \frac{x^2}{h^2} = 0$$

$$x^2 = h^2\lambda_1^2\lambda_2^2$$

$$\lambda_1^2+\lambda_2^2 = 1 + \frac{x^2+\omega^2}{h^2} = 1 + \lambda_1^2\lambda_2^2 + \frac{\omega^2}{h^2}$$

$$\begin{matrix}\lambda_1^2\\ \lambda_2^2\end{matrix} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{x^2+\omega^2}{h^2}\right) \pm \sqrt{-\frac{x^2}{h^2} + \frac{1}{4}\left(1+\frac{x^2+\omega^2}{h^2}\right)^2}$$

$$\omega^2 = -h^2\left(1-\lambda_1^2-\lambda_2^2+\lambda_1^2\lambda_2^2\right)$$

$$= -h^2(1-\lambda_1^2)(1-\lambda_2^2)$$

$$\omega = i h\sqrt{(1-\lambda_1^2)(1-\lambda_2^2)}$$

$$u = -\frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}; \qquad V = \frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial x};$$

$$\frac{\Delta u}{4} = \frac{1}{(\varphi-\mu)(\nu-\mu)}\sqrt{\varphi(\mu)}\,\frac{\partial\left[\sqrt{\varphi(\mu)}\ \frac{\partial u}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu} + \cdots$$

$$\frac{1}{2}\varphi'(\mu)\cdot\frac{\partial u}{\partial\mu} + \varphi(\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial\mu^2}$$

$$V\cos\omega\left(\cos\omega\frac{\partial u}{\partial\omega} - \frac{\sin\omega}{\omega}\frac{\partial u}{\partial\omega}\right)$$

$$+ V\sin\omega\left(\sin\omega\frac{\partial}{\partial\omega} + \frac{\cos\omega}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\right) =$$

$$u\,\cancel{\frac{\partial u}{\partial x}} + 1$$

$$u\,\frac{\partial V}{\partial x}\cos\omega + V\cos\omega\left(\cos\omega\frac{\partial V}{\partial\omega} - \frac{\sin\omega}{\omega}\frac{\partial V}{\partial\omega}\right)$$

$$+ V\sin\omega\left(\sin\omega\,\frac{\partial V}{\partial\omega} \ldots\right)$$

$$\varphi(\lambda) = (a-\lambda)(c-\lambda)^2$$

$$\varphi'(\lambda) = -(c-\lambda)^2 - 2(a-\lambda)(c-\lambda) = (c-\lambda)\left[\lambda - c - 2a + 2\lambda\right] = (c-\lambda)(3\lambda - c - 2a)$$

Stokes pag. 17

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial\omega} + \frac{V}{\omega} = 0 \qquad -\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\omega} + \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial\omega^2} + \frac{1}{\omega}\frac{\partial u}{\partial\omega}\right) - \rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + V\frac{\partial u}{\partial\omega}\right) \qquad \Bigg|\ \frac{\partial}{\partial\omega}$$

$$\frac{\partial p}{\partial\omega} = \mu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial\omega^2} + \frac{1}{\omega}\frac{\partial V}{\partial\omega} - \frac{V}{\omega^2}\right) - \rho\left(u\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial\omega}\right) \qquad \Bigg|\ \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial\omega^2} + \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega} - \frac{1}{\omega^2}\right)\left(\frac{1}{\omega}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial\omega^2} - \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\psi\right)\right) -$$

$$\cancel{-\rho\left(u\frac{\partial}{\partial x} + V\frac{\partial}{\partial\omega}\right)} \qquad \cancel{-\rho\left(\frac{\partial u}{\partial\omega}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial\omega}\frac{\partial u}{\partial\omega} - \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial\omega}\right)}$$

$$-\rho\left(u\frac{\partial}{\partial x} + V\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial\omega} - \frac{\partial V}{\partial x}\right)}_{=\zeta} =$$

δ

$$\left[\mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial\omega^2} + \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial\omega} - \frac{1}{\omega^2}\right) - \rho\left(-\frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\right]\left[\frac{\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2} - \frac{1}{\omega}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}}{\omega}\right] = 0$$

$$-\frac{\delta}{\omega^2} + \frac{1}{\omega}\frac{\partial\delta}{\partial\omega}$$

$$\cancel{\mu\,\frac{\partial\,\frac{\partial\psi}{\omega}}{} - \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\omega}} =$$

$$\mu\ \frac{1}{\omega}\frac{\partial^2\delta}{\partial x^2} + \frac{1}{\omega}\frac{\partial^2\delta}{\partial\omega^2} - \frac{2}{\omega^2}\frac{\partial\delta}{\partial\omega} + \frac{2\delta}{\omega^3} - \cancel{\frac{\delta}{\omega^3}} + \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\delta}{\partial\omega} - \cancel{\frac{\delta}{\omega^3}}$$

$$\cancel{U' = u_1' + u_2 \qquad \nabla^2 u_1 = f_1}$$

$$\cancel{\nabla^2 u_2 = \frac{\partial p'}{\partial x}}$$

$$\cancel{\nabla^2 v_2 = \frac{\partial p'}{\partial y}}$$

$$\cancel{\nabla^2 v_3 = \frac{\partial p'}{\partial z}}$$

$$\left\{\begin{aligned} \mathcal{O}_1 &= \mathrm{pot}\, f_1 \\ \mathcal{O}_2 &= \mathrm{pot}\, f_2 \\ \mathcal{O}_3 &= \mathrm{pot}\, f_3 \end{aligned}\right. \qquad \boxed{\Delta^2 A = -\left(\frac{\partial \mathcal{O}_1}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{O}_2}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{O}_3}{\partial z}\right)},$$

$$\left\{\begin{aligned} U' &= \frac{\partial A}{\partial x} + \mathcal{O}_1 \\ V' &= \frac{\partial A}{\partial y} + \mathcal{O}_2 \\ W' &= \frac{\partial A}{\partial z} + \mathcal{O}_3 \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} u &= U + U' \\ v &= \\ w &= \end{aligned}\right.$$

$$f_1 = \frac{9}{2}\frac{x^5}{r^{10}} \qquad \mathcal{O}_1 = \frac{3}{16}\left[\frac{5}{\cancel{2}}\frac{x}{r^4} - \frac{10}{3}\frac{x^3}{r^6} - \cancel{4}\frac{x^5}{r^8}\right]$$

$$f_2 = \frac{9}{2}\frac{x^4 y}{r^{10}} \qquad \mathcal{O}_2 = \frac{3}{16}\left[\frac{y}{r^4} - 2\frac{x^2 y}{r^6} - \frac{x^4 y}{r^8}\right]$$

$$\mathcal{O}_3 = \frac{3}{16}\left[\frac{z}{r^4} - 2\frac{x^2 z}{r^6} - \frac{x^4 z}{r^8}\right]$$

$$\Delta^2 A = -\frac{3}{16}\left[\frac{5}{r^4} + \frac{2}{r^4} z - \frac{20x^2}{r^6} - \frac{4(y^2+z^2)}{r^6} - \frac{10x^2}{r^6} - \frac{4x^2}{r^6} + 20\frac{x^4}{r^8} + 12\frac{x^2(y^2+z^2)}{r^8}\right.$$

$$\left. - \cancel{7}\frac{x^4}{r^8} + \underbrace{\frac{8x^6}{r^{10}} + 8\frac{x^4(y^2+z^2)}{r^{10}}}_{+\,8\frac{x^4}{r^8}}\right]$$

$$\frac{7}{r^4} - \frac{16x^2}{r^6} - \frac{4}{r^4} - \frac{14x^2}{r^6} + 9\frac{x^4}{r^8} + \frac{12x^2}{r^6} + \cancel{\frac{x^4}{r^8}}$$

$$= \frac{3}{r^4} - \frac{18x^2}{r^6} + \frac{9x^4}{r^8} = \frac{3}{r^4}\left[1 - \frac{6x^2}{r^2} + \frac{3x^4}{r^4}\right]$$

$$\Delta^2 u = \frac{\partial p}{\partial x} + f_1 \qquad \nabla^2 p = \underbrace{\frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z}}_{\phi} = -\nabla^2 P'$$

$$\Delta^2 v = \frac{\partial p}{\partial y} + f_2$$

$$\Delta^2 w = \frac{\partial p}{\partial z} + f_3$$

$$u = U + U' \qquad \nabla^2 U = \frac{\partial P}{\partial x} \qquad \nabla^2 U' = \frac{\partial P'}{\partial x} + f_1 \qquad \frac{\partial U'}{\partial x} + \frac{\partial V'}{\partial y} + \frac{\partial W'}{\partial z} = 0$$

$$\nabla^2 V = \frac{\partial P}{\partial y} \qquad \nabla^2 V' = \frac{\partial P'}{\partial y} + f_2$$

$$\nabla^2 W = \frac{\partial P}{\partial z} \qquad \nabla^2 W' = \frac{\partial P'}{\partial z} + f_3$$

$$\nabla^2\left(\frac{\partial U'}{\partial x} + \frac{\partial V'}{\partial y} + \frac{\partial W'}{\partial y}\right) = \nabla^2 P' + \Phi = 0$$

$$U' = \frac{\partial A}{\partial x} + B_1 \qquad \boxed{\Delta^2 A = P'}$$

$$\left.\begin{aligned} \cancel{\nabla^2 \frac{\partial A}{\partial x}} + \nabla^2 B_1 &= \cancel{\frac{\partial P'}{\partial x}} + f_1 \\ \nabla^2 B_2 &= f_2 \\ \nabla^2 B_3 &= f_3 \\ \frac{\partial B_1}{\partial x} + \frac{\partial B_2}{\partial y} + \frac{\partial B_3}{\partial z} &= -P' \end{aligned}\right\} \qquad \frac{\partial U'}{\partial x} + \frac{\partial V'}{\partial y} + \frac{\partial W'}{\partial z} = \overbrace{\nabla^2 A}^{P'} + \frac{\partial B_1}{\partial x} + \frac{\partial B_2}{\partial y} + \frac{\partial B_3}{\partial z} = 0$$

$$\nabla^2 P' = \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z}$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \text{pot}\, f_1 + C_1 \\ B_2 &= \text{pot}\, f_2 + C_2 \\ B_3 &= \text{pot}\, f_3 + C_3 \end{aligned} \qquad \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_2}{\partial y} + \frac{\partial C_3}{\partial z} = -P' - \frac{\partial}{\partial x}(\text{pot}\, f) \therefore -$$

$$\cancel{P' = \frac{\partial}{\partial x}(\text{pot}\, f_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\text{pot}\, f_2) + \frac{\partial}{\partial z}(\text{pot}\, f_3) - \left(\frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_2}{\partial y} + \frac{\partial C_3}{\partial z}\right)}$$

$$\cancel{\nabla^2 C_1 = \nabla^2 C_2 = \nabla^2 C_3 = 0}$$

$$\Delta^2 A = \boxed{P' = -\left(\frac{\partial B_1}{\partial x} + \frac{\partial B_2}{\partial y} + \frac{\partial B_3}{\partial z}\right)}$$

$$3-\frac{1}{(1+\delta)^2}-\frac{2\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{\left(1-\delta+\delta^2\right)^{3/2}}=$$

$$3-\left[1-2\delta+3\delta^2\right]-(2-\delta)\Big[1+\frac{3\delta}{2}-\underbrace{\frac{3\delta^2}{2}+\frac{15}{8}\delta^2}_{+\frac{3}{8}\delta^2}\Big]=$$

$$\cancel{2}\delta-3\delta^2-\cancel{3\delta}-\frac{3}{4}\delta^2+\frac{3\delta^2}{2}+\cancel{\delta}$$

$$=-\frac{9}{4}\delta^2$$

$$\frac{2+6\delta+\delta^2}{(1+\delta)^2}=\frac{2-\delta}{(1-\delta+\delta^2)^{3/2}}$$

$$(2+6\delta+\delta^2)^2(1-\delta+\delta^2)^3-(2-\delta)^2(1+\delta)^4$$

$E=0{\cdot}2=ne$ $\quad M=nm=\frac{ne}{\frac{e}{m}}=\frac{E}{\frac{e}{m}}=\frac{0{\cdot}2}{10^7}=0{\cdot}2.10^{-7}\ \frac{gr}{sec}$

$$+\frac{\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}}{1.2}=\frac{15}{8}$$

$$3\left[1+2\frac{\xi}{l}+\frac{\xi^2+}{l^2}\right]^{-\frac{1}{2}} -$$

$$\left[\cancel{1}+2\frac{\xi}{l}\left(1+\frac{r}{l}\right)+\frac{\xi^2}{l^2}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$1+\frac{2r}{l}+\frac{r^2}{l^2}$$

$$-2\left[1-\frac{r}{l}+\frac{r^2}{l^2}+2\frac{\xi}{l}\left(1-\frac{r}{2l}\right)-y\frac{r\sqrt{3}}{l^2}+\frac{\xi^2}{l^2}\right]^{-\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-1\right)}{1.2} = +\frac{3}{8}$$

$$= 3\left\{1-\frac{\xi}{l}-\frac{1}{2}\frac{\xi^2+\dots}{l^2}+\frac{3}{8}\frac{4\xi^2}{l^2}\right.$$

$$-\left\{1\right.$$

$$n\frac{e}{m}e\frac{\lambda}{c} \qquad \frac{e}{m}=10^7 \quad e=10^{-20}$$

$$n \doteq 10^{19}.1000 \text{ (1 coq. pro atom)}$$

$$c = \cancel{}\ 8.10^6$$

$$\lambda < 10^{-5}$$

$l = 6.10^{-4}$ (cm).

$$\frac{10^{22}.10^{-13}.10^{-5}}{8.10^6} = \frac{10^{-2}}{8.} = 10^{-3}$$

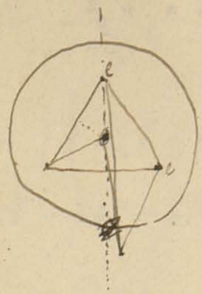
---

prapo

$$\frac{X}{2}\frac{e}{m}\frac{\lambda}{c} \ll c$$

$$\lambda \ll \underbrace{2\frac{c^2 m}{eX}}_{} = \frac{2.6.10^{13}.}{10^7.X} = \frac{10^7}{X}$$

$$X_{\text{maxim}} = \frac{1\ \text{Volt}}{\text{cm}}\ ? = 10^8$$



$$\frac{4e}{\left(\frac{3}{2}r^2\frac{\xi}{l}\right)}\frac{1}{4}\sqrt{3} = \frac{r}{(a^3)}\,3e$$

$$\cancel{\frac{3}{l^2}-\frac{1}{(l+r)^2}-\frac{2}{(l-\frac{r}{2})^2}}$$

$$= 2\frac{r}{l}-2\frac{r}{l}=0$$

$$3-\frac{1}{(1+\delta)^2}-\frac{2}{(1-\frac{\delta}{2})^2} = 3-(1-2\delta+3\delta^2) - 2\left(1+\delta+3\frac{\delta^2}{4}\right)$$

$$\frac{-\frac{1}{2}(-\frac{3}{2})}{1\cdot 2} = +\frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{2^3} = \frac{1}{a^3}\cdot 3\sqrt{3}$$

$$(l+\xi-\tfrac{r}{2})^2$$

$$r = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{-2(-2-1)}{1\cdot 2} + \frac{3}{4}$$

$$U_{u} = e\left[-\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{3}{r_0}\right]$$

$$(l+\xi+r)^2 + y^2 + z^2$$

$$= e\left[\frac{3}{\sqrt{x_0^2+y^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+r)^2+y^2+z^2}} - \frac{2}{\sqrt{(x-\frac{r}{2})^2+(y-\frac{r\sqrt{3}}{2})^2+z^2}}\right]$$

$$\cancel{= \frac{e}{x}\left\{3\left[1+(\tfrac{y}{x})^2+(\tfrac{z}{x})^2\right]^{-\frac{1}{2}} - \left[1+\frac{2r}{x}+\frac{r^2}{x^2}+\frac{y^2}{x^2}+\frac{z^2}{x^2}\right]^{-\frac{1}{2}} - 2\left[1-\frac{r}{x}+\frac{r^2}{4x^2}+\frac{y^2+z^2}{x^2}-\frac{yr\sqrt{3}}{x^2}+\frac{3r^2}{4x^2}\right.\right.}$$

$$\cancel{= \frac{e}{x}\left\{-\frac{3}{2}\frac{y^2+z^2}{x^2} + \frac{r}{x} + \frac{r^2}{2x^2} + \frac{y^2+z^2}{2x^2} - \frac{3r^2}{2x^2} - \frac{r}{x} + \frac{r^2}{4x^2} + \frac{y^2+z^2}{x^2} + \frac{3r^2}{4x^2} - \frac{yr\sqrt{3}}{x^2} - 2\cdot\frac{3}{8}\left(\frac{r^2}{x^2}+\frac{3y^2r^2}{x^4}\right)\right.}$$

$$\left(1+\frac{\xi+r}{l}\right)^2$$

$$= \frac{e}{x}\left\{\frac{r^2}{x^2}\left(\cancel{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}+\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\right) - \frac{yr\sqrt{3}}{x^2} - \frac{9}{4}\frac{y^2r^2}{x^4}\right\}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$1+\frac{\xi-\frac{r}{2}}{l}$$

$$= \frac{e}{l}\left\{3\left[1+2\frac{\xi}{l}+\frac{\xi^2+y^2+z^2}{l^2}\right]^{-\frac{1}{2}} - \left[1+\frac{2\xi}{l}+\frac{2r}{l}+\frac{2r\xi}{l^2}+\frac{\xi^2+r^2+y^2+z^2}{l^2}\right]^{-\frac{1}{2}}\right.$$

$$\left. - 2\left[1+\frac{2\xi}{l}-\frac{r}{l}+\frac{\xi^2}{l^2}+\frac{r^2}{4l^2}-\frac{r\xi}{l^2}+\frac{y^2+z^2}{l^2}+\frac{3r^2}{4l^2}-\frac{yr\sqrt{3}}{l^2}\right]^{-\frac{1}{2}}\right\} =$$

$$= \frac{e}{l}\left\{3\left[1-\frac{\xi}{l}-\frac{\xi^2+y^2+z^2}{2l^2}+\frac{3}{8}\cdot 4\frac{\xi^2}{l^2}\right.\right.$$

$$-\left[1-\frac{\xi}{l}-\frac{r}{l}-\frac{r\xi}{l^2}-\frac{\xi^2+y^2+z^2}{2l^2}-\frac{r^2}{2l^2}+\frac{3}{8}\left\{4\frac{\xi^2}{l^2}+\frac{4r^2}{l^2}+\frac{4r^2\xi^2}{l^2}+\frac{8r\xi}{l^2}+\frac{8r\xi^2}{l^3}+\right.\right.$$

$$+\frac{8r^2\xi}{l^3}+\frac{4r}{l}\frac{\xi^2+y^2+z^2}{l^2}+\frac{r^4}{l^4}+\frac{2r^2(\xi^2+y^2+z^2)}{l^4}$$

$$+\frac{4\xi r^2}{l^3}+\frac{4r^3}{l^3}+\frac{4r^3\xi}{l^4}$$

$$\frac{100-51\sqrt{3}-8\sqrt{3}+4-12+2\sqrt{3}+400+200\sqrt{3}-204\sqrt{3}-102{,}3}{(4+2\sqrt{3})\quad(100-51\sqrt{3})} = \frac{\overset{504}{-318}}{186}\Big\|-61\sqrt{3}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \rho \vec{u} = \operatorname{curl} \mathfrak{H} \qquad \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\operatorname{curl} \mathfrak{E}$$

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) = \nabla^2 \mathfrak{E}$$

$$\downarrow + \nabla\rho$$

$$\cancel{= \vec{u}\, \operatorname{div} \rho \vec{u} + \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\operatorname{div}\mathfrak{E}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}[\rho \vec{u}] = 0$$

$$\frac{\partial \operatorname{div} \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{div} \rho \vec{u})}_{= -\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2}} = \nabla^2 \operatorname{div} \mathfrak{E}$$

$$\therefore \nabla^2 \phi = 0$$

$$\mathfrak{H} = \operatorname{curl} \mathfrak{A}$$

$$-\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} + \nabla \varphi = \mathfrak{E}$$

$$-\frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial t^2} + \nabla \dot{\varphi} + \underbrace{\vec{u}\left(-\operatorname{div} \dot{\mathfrak{A}} + \nabla^2 \varphi\right)}_{\vec{u}\rho} = -\nabla^2 \mathfrak{A} + \nabla \operatorname{div} \mathfrak{A}$$

$$3 - \frac{1}{(1+\delta)^2} - \frac{2\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}{\left(1-\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$\dot{\varphi} = \operatorname{div} \mathfrak{A}$$

$$\cancel{\frac{\partial \varphi}{\partial t}}$$

$$\ddot{\varphi} = \operatorname{div} \dot{\mathfrak{A}} = \operatorname{div}\nabla\varphi - \operatorname{div}\mathfrak{E}$$

$$\ddot{\varphi} - \nabla^2 \varphi = \rho \qquad 4\pi\varphi = \int \frac{\rho}{r}\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

$$\frac{3}{l^2} - \frac{1}{(l+r)^2} - \frac{2\left(l - \frac{r}{2}\right)}{\sqrt{\left(l-\frac{r}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\sqrt{3}\right)^2}^{\,3}} = 0 \qquad > 0$$

$$\frac{3}{l^2} - \frac{1}{(l+r)^2} - \frac{2l - r}{\left(l^2 - lr + r^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

$$3 - \left(1 - 2\frac{r}{l}\right.$$

$$-\left(2 - \frac{r}{l}\right)\left(1 + \frac{3}{2}\frac{r}{l}\right) = 2\frac{r}{l} + \frac{r}{l} \cancel{-} 3\frac{r}{l}$$

$$< 0$$

$$l = r\sqrt{3}$$

$$1 + \frac{1}{(1+\sqrt{3})^2} - \frac{2\sqrt{3}-1}{(4-\sqrt{3})^3} =$$

$$1 + \frac{1}{4+2\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}-1}{64 - 3.16.\sqrt{3} + 3.4.3 - 3.\sqrt{3}}$$

$$= 1 + \frac{1}{4+2\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}-1}{100 - 51\sqrt{3}} = \frac{186 - 61\sqrt{3}}{(4+2\sqrt{3})(100-51\sqrt{3})}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 36 \\ \hline 100 \\ -\,51\sqrt{3} \end{array}$$

$$\int G\,\nabla^2 H\,dv = \int G\frac{\partial H}{\partial n}\,dS - \int\left(\frac{\partial G}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial x} \cdots\right)$$

$\frac{\partial r}{\partial x}$

$$\int \frac{\nabla^2 U}{r}\,dv = \int \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial n}\,dS + \int \frac{1}{r^2}\frac{\partial U}{\partial n}\,dv$$

$$\int\left(\frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} + \frac{\partial A_3}{\partial z}\right)dv = \int \underbrace{A\cos nA}_{\left(A_3\,dx\,dy + A_2 \cdots\right)}\,dS$$

$A_1 = \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial x}$

$A_2 =$

$A_3 =$

$\frac{x}{r^2}\frac{\partial U}{\partial r}$

$U\frac{x}{r^3}$

$$\int \frac{3}{r^2}\frac{\partial U}{\partial r}\,dv = -\int \frac{2}{r^2}\frac{\partial U}{\partial r}\,dv + \int \frac{1}{r}\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}\,dv$$

$$= \int \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\,dS\left[\cos nx \cdot \cos rx \cdots\right]$$

$$\int \frac{1}{r}\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}\,dv + \int \frac{1}{r^2}\frac{\partial U}{\partial r}\,dv = \int \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\cos(nr)\,dS$$

$$= \int \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\cos nr\,dS$$

$\cancel{4\pi U_0 = \int \frac{1}{r^3} U \cos nr\,dS}$

$\cancel{A_1 = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{U}{r}\right)}$

$\cancel{U\frac{x}{r^3}}$

$\cancel{\int \nabla^2\left(\frac{U}{r}\right)dv = \int \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{U}{r}\right)\cos nr}$

$$\frac{x}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{U}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{U}{r}\right)\cdot\frac{\partial r}{\partial x}$$

$$\int\Bigg[\underbrace{\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{U}{r}\right) + \frac{\partial^2}{\partial r^2}\left(\frac{U}{r}\right)}_{\cancel{\frac{2}{r^2}\frac{\partial U}{\partial r}} - \cancel{\frac{2}{r^3}}U + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{U}{r^2}\right)}\Bigg]dv = \int \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{U}{r}\right)\cdot\cos nr\cdot dS$$

$A_1 =$

$$= \cancel{-\frac{1}{r^2}\frac{\partial U}{\partial r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} - \cancel{\frac{1}{r^2}\frac{\partial U}{\partial r}} + \cancel{\frac{2U}{r^3}}$$

$$\int\left(\nabla^2 U + \frac{\partial U}{\partial r}\right)\frac{1}{r}\,dv = \int\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{U}{r}\right)\cos nr - \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial n}\right]dS$$

$4\pi\,U$

$$\frac{\partial \mathfrak{d}}{\partial t} + \rho \mathfrak{u} = \operatorname{curl} \mathfrak{h}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t} = -\operatorname{curl} \mathfrak{E}$$

$$\nabla(A_1\mathfrak{D}_1 + A_2\mathfrak{D}_2 + A_3\mathfrak{D}_3) =$$

$$\mathfrak{D}_1\left[i \frac{\partial A_1}{\partial x} + j \frac{\partial A_1}{\partial y} + \dots\right]$$

$$+\mathfrak{D}_2\left[i \frac{\partial A_2}{\partial x} + j \frac{\partial A_2}{\partial y} + \dots\right] + \dots$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathfrak{d}^2 + \mathfrak{h}^2) = \underbrace{\mathfrak{d}.\operatorname{curl}\mathfrak{h}. - \mathfrak{h}\operatorname{curl}\mathfrak{d}}_{\operatorname{div} V\mathfrak{d}\mathfrak{h}} - \operatorname{div}\mathfrak{d}.\,S\mathfrak{h}\mathfrak{u} = .$$

$$\cancel{\int\left(\frac{\partial \mathfrak{d}_1}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{d}_2}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{d}_3}{\partial z}\right) S\,\mathfrak{h}\mathfrak{u}\,dv = \mathfrak{d}_n.S\mathfrak{h}\mathfrak{u}.\,dS - \int S(\mathfrak{d}\nabla)\underbrace{S\mathfrak{h}\mathfrak{u}}\,dv}$$

$$\int \operatorname{div}\mathfrak{A}.\,\mathfrak{B}\,dv = \cancel{\int \mathfrak{B}\,S\mathfrak{A}n\,dS} - \int(\mathfrak{A}\nabla)\mathfrak{B}\,dv \qquad \mathfrak{d}_1\left[\mathfrak{u}_1\frac{\partial \mathfrak{d}_1}{\partial x} + \cancel{\dots\,\mathfrak{u}_2\frac{\partial \mathfrak{h}_2}{\partial y}} + \right.$$

$$\mathfrak{A}_1 B - \mathfrak{A}_1\frac{\partial B}{\partial x} \qquad S\mathfrak{A}\nabla\mathfrak{B} \qquad S.\mathfrak{d}.\nabla\underbrace{S\mathfrak{h}\mathfrak{u}} =$$

$$\mathfrak{A} = \rho \int[\mathfrak{d} + V\mathfrak{u}\mathfrak{h}]\,\mathfrak{u} = \rho\,S\mathfrak{d}\mathfrak{u} + \cancel{\rho\,S\mathfrak{h}\,V\mathfrak{u}^{-2}}$$

$$= \cancel{} \cancel{-\frac{\partial \mathfrak{d}}{\partial t}\operatorname{curl}\mathfrak{h}} - S\mathfrak{d}\operatorname{curl}\mathfrak{h} \qquad S\mathfrak{d}\frac{\mathfrak{d}^2}{\partial t}$$

$$S\mathfrak{A}\operatorname{curl}\mathfrak{B} =$$

$$\Delta V\mathfrak{A}\mathfrak{B} = \text{—}$$

193

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \Delta^2 \sigma \qquad \left|\sigma = f(r)\right| \qquad \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \sigma}{\partial r}\frac{x}{r}$$

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2}\frac{x^2}{r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma}{\partial r} - \frac{x^2}{r^3}\frac{\partial \sigma}{\partial r}$$

$$r\frac{\partial \sigma}{\partial r} + \sigma$$

$$\Delta^2 = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\sigma r)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(r\sigma) = \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\sigma)$$

$$\cancel{r\sigma} = \frac{F(r + at) + F(r - at) + \frac{1}{a}\left[\int^{r+at} \Phi(r)\,dr - \int^{r-at} - -\right]}{r}$$

$$\sigma = F_1(r+at) + F_1(r-at) + \frac{1}{a}\left[\int^{r+at} \Phi_1(r)\,dr - \int - \right]$$

$$\int r \, \frac{\partial^2 (rU)}{\partial r^2}\, dw = \cancel{\int r \frac{\partial^2}{\partial r^2}(rU)} = \left[r\frac{\partial}{\partial r}(rU) - \int \frac{\partial (rU)}{\partial r}\,dr\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial U(r)}{\partial r}\right] = \frac{\partial U(r)}{\partial r} + r\frac{\partial^2 U(r)}{\partial r^2}$$

$$\int r\left[r\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + 2\frac{\partial U}{\partial r}\right] dw = \cancel{\int r^2 \frac{\partial^2 U}{\partial r^2}}$$

$$\Omega = r\int U\,dw \qquad \frac{\partial \Omega}{\partial r} = \int U\,dw + r\int \frac{\partial U}{\partial r}\,dw$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} = 2\int \frac{\partial U}{\partial r}\,dw + r\int \frac{\partial^2 U}{\partial r^2}\,dw$$

$$\Omega' = \frac{1}{r}\int r^2 U\,dw \qquad \frac{\partial \Omega'}{\partial r} = -\frac{1}{r^2}\int r^2 U\,dw + \frac{2}{r}\int rU\,dw + \frac{1}{r}\int r^2\frac{\partial U}{\partial r}\,dw$$

$$\frac{\partial^2 \Omega'}{\partial r^2}$$

$$\cancel{\Phi = \frac{\partial}{\partial t}(t\omega_1) + t\omega_2 = \omega_1 + t\left(\omega_2 + \frac{\partial \omega_1}{\partial t}\right)}$$

$$\cancel{\frac{\partial \Phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^3}{\partial t^3}(t\omega_1) + \frac{\partial^2}{\partial t^2}(t\omega_2)}$$

$$= t\,\frac{\partial^3 \omega_1}{\partial t^3}$$

$$\Phi_{(x,t)} = \frac{\partial}{\partial t}\Big\{ t \int_{(x,0)}$$

$$\Phi(x\,y\,z,t) = \frac{\partial}{\partial t}\Big\{ t \int \Phi(x - r\cos\alpha,\ y - r\cos\beta,\ z - r\cos\gamma,\ t = 0)\, d\omega \Big\} + t \int \frac{\partial \Phi}{\partial t}(x - r\cos \ldots)\ldots$$

$$\cancel{\Delta^2 U = 0 \qquad U = M(U_x)}$$

$$\cancel{\Delta^2 U' = \frac{\partial^2 U'}{\partial t^2}}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \qquad \varphi = f_1(x+at) + f_2(x-at)$$

$$t = 0: \quad \varphi = f_1 + f_2 = F_1(x)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = a(f_1' - f_2') = \Phi_{(x)}$$

$$\cancel{f_1 = F_1 + \frac{1}{a}\int \Phi\, dx}$$

$$f_1^{(z)} - f_2^{(z)} = \frac{1}{a}\int \Phi\, dz$$

$$f_1^{(z)} = F_1(z) + \frac{1}{a}\int \Phi(z)\, dz$$

$$\varphi = F_1(x+at) + F_2(x-at) + \frac{1}{a}\left[\int^{x+at} \Phi(z)\, dz - \int^{x-at} \Phi(z)\, dz\right]$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t^2} = V\left[\zeta \operatorname{curl}^2 \xi - \xi \operatorname{curl}^2 \zeta \pm 2 \operatorname{curl} \xi \operatorname{curl} \zeta\right]$$

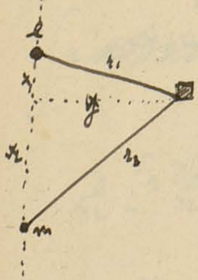
$\zeta = V \cancel{\xi u}$

$$\int \sin^3\theta\, d\theta = \int_0^{\pi} (\sin\theta - \sin\theta \cos^2\theta)\, d\theta = -\cos\theta + \frac{\cos^3\theta}{3} = \frac{4}{3}$$

$$2\pi \int \frac{e^2\omega^2}{8\pi} \frac{\sin^3\theta}{r^4} r^2\, dr\, d\theta \qquad \frac{e^2\omega^2}{3}\ \overline{a}$$

$4\pi N^2\, \omega \sin^2\theta$

$$4\pi \frac{e^2}{16\pi^2 r^4}\, \omega \sin^3\theta\ \ 2\pi r^2\, dr\, d\theta = \frac{1}{2} \frac{e^2\omega}{a} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \frac{e^2\omega}{a}$$



$$\frac{e}{r_1^2}\ \frac{m}{r_2^2} \quad \Bigg\| \quad \frac{2\pi \cdot em \cdot y^2 dy\, dx}{(x_1^2+y^2)(x_2^2+y^2)}$$

$$2\pi em \int \frac{y^2 dy\, dx}{(x^2+y^2)\left((a-x)^2+y^2\right)}$$

$$\frac{1}{(x^2+y^2)(a-x^2+y^2)} = \frac{1}{x^2+y^2} - \frac{1}{(a-x)^2+y^2} + \frac{2ax}{(a-x)^2+y^2}$$

$$\| \quad + \frac{a d.(a-x)^2}{(a-x)^2+y^2} + \frac{a^2}{\cdots}$$

$$\int dx = \int \frac{\frac{dx}{y}}{1+\frac{x^2}{y^2}}$$

$$= \frac{1}{y} \operatorname{arctg} \frac{x}{y} + \frac{1}{y} \operatorname{arctg} \frac{a-x}{y} \cdot \left[1+2a^2\right] + a \lg\left[(a-x)^2+y^2\right]$$

$$\Big|_{\infty}^{+\infty} = \frac{1}{y}\left\{ \frac{\pi}{2} - (1+2a^2)\frac{\pi}{2} + a \underbrace{\lg \frac{\left[(a-\infty)^2+y^2\right]}{\left[(a+\infty)^2+y^2\right]}}_{} \right\}$$

$$\lim_{x=\infty} \lg \left\{ \frac{(1-\frac{a}{x})^2 + (\frac{y}{x})^2}{(1+\frac{a}{x})^2 + (\frac{y}{x})^2} \right\} = \lg \frac{1-\frac{2a}{x}}{1+\frac{2a}{x}} = 0$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \mathfrak{u}\,\mathrm{div}\,\vartheta = \mathrm{curl}\,\mathfrak{f} \qquad \mathfrak{f} = V\mathfrak{u}\vartheta$$

$$\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} = -\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{e}$$

$$\mathrm{curl}\,V\mathfrak{u}\vartheta = \cancel{\mathfrak{u}(\ldots)}\ \mathfrak{u}\,\mathrm{div}\,\vartheta - \cancel{\vartheta\,\mathrm{div}\,\mathfrak{u}} + (\vartheta\nabla)\mathfrak{u} - (\mathfrak{u}\nabla)\vartheta$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \vartheta\,\mathrm{div}\,\mathfrak{u} + (\vartheta\nabla)\mathfrak{u} - (\mathfrak{u}\nabla)\vartheta = 0$$

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} + \vartheta_1\,\mathrm{div}\,\mathfrak{u} + \cancel{\vartheta_1\frac{\partial \mathfrak{u}_1}{\partial x}} + \vartheta_2\frac{\partial \mathfrak{u}_1}{\partial y} + \vartheta_3\frac{\partial \mathfrak{u}_1}{\partial z} - \cancel{\mathfrak{u}_1\frac{\partial \vartheta_1}{\partial x}} - \mathfrak{u}_2\frac{\partial \vartheta_1}{\partial y} - \mathfrak{u}_3\frac{\partial \vartheta_1}{\partial z}$$

$$\mathfrak{G} = V\mathfrak{e}\mathfrak{f}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial t} = V\frac{\partial \mathfrak{e}}{\partial t}\mathfrak{f} + V\mathfrak{e}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t}$$

$$= V\mathfrak{f}(\mathfrak{u}\,\mathrm{div}\,\vartheta - \mathrm{curl}\,\mathfrak{f}) - V\mathfrak{e}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{e}$$

$$= \mathrm{div}\,\vartheta.\ V\mathfrak{f}\mathfrak{u} - V(\mathfrak{f}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{f} + \mathfrak{e}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{e})$$

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{G}}{\partial t^2} = V\frac{\partial^2 \mathfrak{e}}{\partial t^2}\mathfrak{f} + 2\frac{\partial \mathfrak{e}}{\partial t}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} + \mathfrak{e}\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial t^2}$$

$$\mathrm{div}\,\mathfrak{G} = \mathfrak{f}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{e} - \mathfrak{e}\,\mathrm{curl}\,\mathfrak{f}$$

$$= -\mathfrak{f}\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} - \mathfrak{e}\frac{\partial \mathfrak{e}}{\partial t} - \mathfrak{e}\mathfrak{u}\,\mathrm{div}\,\vartheta$$

$$\mathrm{div}\frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial t} =$$

$$\cancel{\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial t^2}}$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} + \mathfrak{u}\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{div}\,\vartheta + \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t}\mathrm{div}\,\vartheta - \nabla^2\mathfrak{f}$$

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial t^2} \underbrace{-\,\mathrm{curl}(\mathfrak{u}\,\mathrm{div}\,\vartheta)}_{\mathrm{div}\,\vartheta.\ \mathrm{curl}\,\mathfrak{u} + V\nabla\mathrm{div}\,\vartheta.\ \mathfrak{u}} - \nabla^2\mathfrak{f} = 0$$

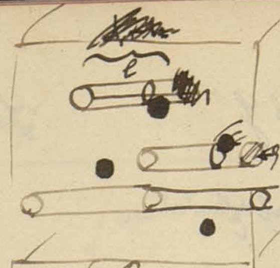
25 fr. 240 d.

~~1 d. = 10.4~~ 1 fr =

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = J\beta - \alpha n_1 n_2 - u\frac{\partial n_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = J\beta - \alpha n_1 n_2 - v\frac{\partial n_2}{\partial x}$$

$$i = \varepsilon(n_1 u + n_2 v)$$



falls Rekombination nur selten eintritt:

$\not\sim$ Co : $n_1 \ell q n_2$

$\ell = \vartheta^{*}$ 1 sec. ... (... + ...)

$\ell = \lambda_1 + \lambda_2$ falls λ sehr klein gegen u

$\ell = u + v$ falls λ sehr groß gegen u

$$\frac{dn_1}{dx} = -n_1 q n_2$$

$$\frac{dn_1}{n_1} = -q n_2\,dx$$

$$n_1 = n_{10}\,e^{-q n_2 x}$$

$$\frac{\int n_1 q n_2\, x\,dx}{\int n_1 q n_2\,dx}$$

$$q n_2 \int e^{-q n_2 x}\, x\,dx = \frac{1}{q n_2}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{q n_2} \qquad \lambda_2 = \frac{1}{\cdot}$$

$$u = \frac{\varepsilon E}{6\pi\mu a_1} \qquad v = \frac{\varepsilon E}{6\pi\mu a_2}$$

$$\tau = \frac{\lambda}{u} = \frac{1}{q n_2 u}$$

$$\cancel{\frac{\partial n_1}{\partial t} = J}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \beta J - u\frac{\partial n}{\partial x} - n_1 n_2 \alpha u$$

$$p = \frac{dM}{dt} = m_0 \frac{dM}{dt} + M \frac{dm_0}{dt} \qquad \mathfrak{M} = V\mathfrak{D}\mathfrak{f}$$

$$p_l = m_0 \frac{dM}{dt} = m_0 \frac{d}{dt} T\int V\mathfrak{D}\mathfrak{f}\, dt$$

$$p_t = M \frac{dm_0}{dt}$$

$$\mathfrak{f} = 4\pi V \bar{u}\, \vartheta \qquad m = 4\pi V\vartheta V \bar{u}\vartheta = \bar{u}\,\vartheta^2 - \vartheta.(\vartheta \bar{u})$$

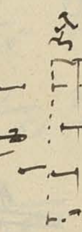
$$\cancel{= 4\pi \bar{u}\, \vartheta^2 [1 - \cos\varphi]}$$

$$M_t = u\, \mathfrak{D}^2 \underbrace{(1 - \cos^2\varphi)}_{\sin^2\varphi}$$

$$\operatorname{curl} \vartheta = -\frac{1}{4\pi v^2} \frac{d \operatorname{curl} \mathfrak{E}}{dt}$$

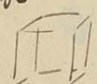
$$\frac{dN}{dt} = J - \alpha N^2 - \beta i \qquad J = \alpha N^2 - \beta\gamma N E$$

$$i = \gamma N E$$



$$\cancel{\frac{\partial n}{\partial t} = J - \alpha N^2}$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = J - \alpha n_1 n_2 \qquad \frac{\partial n_2}{\partial t} = J - \alpha n_1 n_2$$



$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \frac{\partial (n_1 u)}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial n_1}{\partial t} = -u \frac{\partial n_1}{\partial x}$$

$$\cancel{i = \varepsilon n_1 \lambda + n_2 v}$$

$$\frac{\lambda}{u} : 1 = n_1 \lambda : v$$

$$v = \frac{n_1 \lambda}{\frac{\lambda}{u}} = n_1 u$$

$$i = \varepsilon n_1 u$$

$$F' = \frac{e}{r^2}\frac{1}{\sqrt{s}}\left(\frac{1}{\cos\chi\sqrt{1+\frac{tg^2\chi}{s}}}\right)^3 = \frac{e}{r^2}\frac{s}{\left(\cos\chi\sqrt{-\frac{u^2}{v^2}+\frac{1}{\cos^2\chi}}\right)^3} = \frac{e}{r^2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{v^2}\cos^2\chi}^{\,3}}$$

$$1-\frac{u^2}{v^2}\cos^2\chi = s^{\frac{2}{3}} = 1-\frac{2}{3}\frac{u^2}{v^2}$$

$$\cos^2\chi = \frac{2}{3}$$

$$\cos\chi = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{1}{8\pi}\frac{\sin^2\vartheta}{r^4}\,2\pi\,d\theta\,r^2\,dr = \frac{1}{4}\underbrace{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^3\theta\,d\theta}_{\frac{2}{3}}\underbrace{\int_a^\infty\frac{dr}{r^2}}_{\frac{1}{a}} = \frac{1}{6a}$$

$$4\pi\left(\frac{d\vartheta}{dt}+\mathfrak{u}\rho\right) = \operatorname{curl}\mathfrak{f}$$

$$\frac{d\mathfrak{f}}{dt} = -4\pi v^2\operatorname{curl}\vartheta$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -(\mathfrak{u}\nabla)\vartheta = -\cancel{(\vartheta\nabla)\mathfrak{u}}\quad -\mathfrak{u}\nabla\vartheta - \operatorname{curl}V\mathfrak{u}\vartheta$$

$$-4\pi V\mathfrak{u}\vartheta = \mathfrak{f}+\mathfrak{H}$$

$$\cancel{4\pi v^2 V\mathfrak{u}\mathfrak{f} = \vartheta + \mathfrak{f}}$$

$$V\mathfrak{u}\mathfrak{f} = 4\pi v^2\vartheta + \mathfrak{f} \qquad V = \frac{A}{\sqrt{\frac{x^2}{s}+y^2+z^2}}$$

$$4\pi v^2\vartheta + 4\pi\underbrace{V\mathfrak{u}\,V\mathfrak{u}\vartheta}_{\mathfrak{u}.\mathfrak{u}\vartheta-\vartheta\mathfrak{u}^2} = \nabla\varphi$$

$$4\pi(v^2-u^2)\vartheta + 4\pi\,\mathfrak{u}.\mathfrak{u}\vartheta = \nabla\varphi$$

$$\operatorname{div}\vartheta = 0$$

$$4\pi(v^2-u^2)\vartheta_1 = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \qquad s\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\cdots = 0$$

$$4\pi(v^2-u^2)\vartheta_2 = \frac{\partial\varphi}{\partial y}$$

$$\cdots\quad \frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

$\mathrm{curl}\,\mathfrak{h} = +4\pi(\mathrm{curl}\, V\mathfrak{u}\mathfrak{d}$ ~~[illegible]~~$)$

$\mathrm{curl}\,\mathfrak{d} =$ ~~[illegible]~~ $\mathrm{curl}\, V\mathfrak{u}\mathfrak{h}$

$4\pi v^2 \mathfrak{d} =$ ~~[illegible]~~ $V\mathfrak{u}\mathfrak{h} + \mathfrak{b}$ | $\mathfrak{h} = 4\pi V\mathfrak{u}\mathfrak{d} + \mathfrak{n}$

~~$\mathrm{curl}\,\mathfrak{h} = \frac{1}{v^2}\mathrm{curl}\, V\mathfrak{u} V\mathfrak{h}$~~

$$\mathrm{curl}\,\mathfrak{d} = -4\pi\, \mathrm{curl}\, \underbrace{V\mathfrak{u}\, V\mathfrak{u}\mathfrak{d}}_{\mathfrak{u}\cdot\mathfrak{u}\mathfrak{d} - \mathfrak{d}\mathfrak{u}^2}$$

$$4\pi v^2\mathfrak{d} + 4\pi V\mathfrak{u}\, V\mathfrak{u}\mathfrak{d} = -\nabla V$$

$$4\pi v^2 \mathfrak{d} + 4\pi\mathfrak{u}(\mathfrak{u}\mathfrak{d}) - 4\pi\mathfrak{u}^2\mathfrak{d} = -\nabla V$$

$$4\pi(v^2-u^2)\mathfrak{d} + 4\pi\mathfrak{u}(\mathfrak{u}\mathfrak{d}) = -\nabla V$$

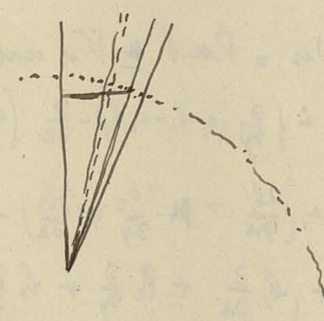
$$4\pi(v^2-u^2)\,\mathfrak{d} + 4\pi u^2 \mathfrak{d}_1 = -\nabla V$$

~~$v^2\mathfrak{d}_1$~~

$$D_1 = -\frac{1}{4\pi v^2}\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$D_2 = -\frac{1}{4\pi v^2 s}\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$D_3 = -\frac{1}{4\pi v^2 s}\frac{\partial V}{\partial z}$$



$$\mathrm{tg}\,\gamma = \sqrt{s}\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

$$\frac{d\gamma}{\cos^2\gamma} = \sqrt{s}\,\frac{d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$2\pi r^2 \sin\alpha\, d\alpha\, F = 2\pi r^2 \sin\gamma\, d\gamma\, F'$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{\sin\alpha\, d\alpha}{\sin\gamma\, d\gamma} = \sqrt{s}\,\frac{\cos^3\alpha}{\cos^3\gamma}$$

$$4\pi\left(\frac{d\mathfrak{D}}{dt} + \mathfrak{u}\,\operatorname{div}\mathfrak{D}\right) = \operatorname{curl}\mathfrak{H} \qquad = 4\pi\frac{d\mathfrak{D}}{dt} + 4\pi\rho\mathfrak{u}$$

$$\frac{d\mathfrak{H}}{dt} = -\operatorname{curl}\mathfrak{D}\,.\,4\pi v^2$$

const $\mathfrak{u}$:

$$\left(u_1\frac{\partial}{\partial x} + u_2\frac{\partial}{\partial y} + \dots\right)(i\,a_1 + j\,a_2 + k\,a_3)$$

$$\left|\begin{matrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix}\right|$$

$$\frac{d\mathfrak{D}}{dt} = -(\mathfrak{u}\nabla)\,\mathfrak{D}$$

$$\cancel{\left(i\dots\left(\frac{\partial a_1}{\partial x} + \frac{\partial a_2}{\partial y} + \frac{\partial a_3}{\partial z}\right)\right)}$$

$$\nabla_a S\mathfrak{a}\mathfrak{u} + V\operatorname{curl}\mathfrak{a}.\,\mathfrak{u}$$

$$\nabla_a(a_1u_1 + a_2u_2 + a_3u_3) + \left|\begin{matrix} i & j & k \\ \frac{\partial a_3}{\partial y} - \frac{\partial a_2}{\partial z} & \vdots & \frac{\partial a_2}{\partial x} - \frac{\partial a_1}{\partial y} \\ u_1 & u_2 & u_3 \end{matrix}\right|$$

$$i\left\{\frac{\partial a_1}{\partial x}u_1 + \frac{\partial a_2}{\partial x}u_2 + \frac{\partial a_3}{\partial x}u_3 + u_3\left(\frac{\partial a_1}{\partial z} - \frac{\partial a_3}{\partial x}\right) - u_2\left(\frac{\partial a_2}{\partial x} - \frac{\partial a_1}{\partial y}\right)\right\}$$

$$(\mathfrak{a}\nabla\mathfrak{b}) = \nabla_b\,\mathfrak{a}\mathfrak{b} + V\operatorname{curl}\mathfrak{b}.\,\mathfrak{a}$$

$$(\mathfrak{b}\nabla\mathfrak{a}) = \nabla_a\,\mathfrak{a}\mathfrak{b} + V\operatorname{curl}\mathfrak{a}.\,\mathfrak{b}$$

$$(\mathfrak{a}\nabla)\mathfrak{b} + (\mathfrak{b}\nabla)\mathfrak{a} = \nabla\mathfrak{a}\mathfrak{b} - V\mathfrak{a}\operatorname{curl}\mathfrak{b} - V\mathfrak{b}\operatorname{curl}\mathfrak{a}$$

$$\operatorname{curl}V\mathfrak{a}\mathfrak{b} = i\left\{\frac{\partial}{\partial y}(a_1b_2 - a_2b_1) - \frac{\partial}{\partial z}(a_2b_3 - a_3b_2)\right.$$

$$= i\left\{a_1\left(\frac{\partial b_1}{\partial x} + \frac{\partial b_2}{\partial y} + \frac{\partial b_3}{\partial z}\right) - b_1\left(\frac{\partial a_1}{\partial x} + \frac{\partial a_2}{\partial y} + \frac{\partial a_3}{\partial z}\right)\right.$$

$$\left. + \left(b_1\frac{\partial}{\partial x} + b_2\frac{\partial}{\partial y} + b_3\frac{\partial}{\partial z}\right)a_1 - \left(a_1\frac{\partial}{\partial x} + -\right)b_1\right\}$$

$$= \mathfrak{a}\nabla\mathfrak{b} - \mathfrak{b}\nabla\mathfrak{a} + (\mathfrak{b}\nabla)\mathfrak{a} - (\mathfrak{a}\nabla)\mathfrak{b}$$

$$(\mathfrak{a}\nabla)\mathfrak{b} = (\mathfrak{b}\nabla)\mathfrak{a} + \mathfrak{a}\nabla\mathfrak{b} - \mathfrak{b}\nabla\mathfrak{a} - \operatorname{curl}V\mathfrak{a}\mathfrak{b}$$

$$= (\mathfrak{b}\nabla)\mathfrak{a} + \mathfrak{a}\operatorname{div}\mathfrak{b} - \mathfrak{b}\operatorname{div}\mathfrak{a} - \operatorname{curl}V\mathfrak{a}\mathfrak{b}$$

$$(\mathfrak{u}\nabla)\mathfrak{D} = \cancel{(\mathfrak{D}\nabla)\mathfrak{u}} + \mathfrak{u}\operatorname{div}\mathfrak{D} - \cancel{\mathfrak{D}\operatorname{div}\mathfrak{u}} - \operatorname{curl}V\mathfrak{u}\mathfrak{D}$$

Dyspersya przy wielkiem rozrzedzeniu odmianami gazów zmiennych

przez przepuszczanie przez wąską rurkę

Uwzględn. aspektu molekularnej teoryi Bose, Merlin Suspensionen von

doppelbrechenden Krystallen

Correspondierende Zustände bei innerer Reibung?