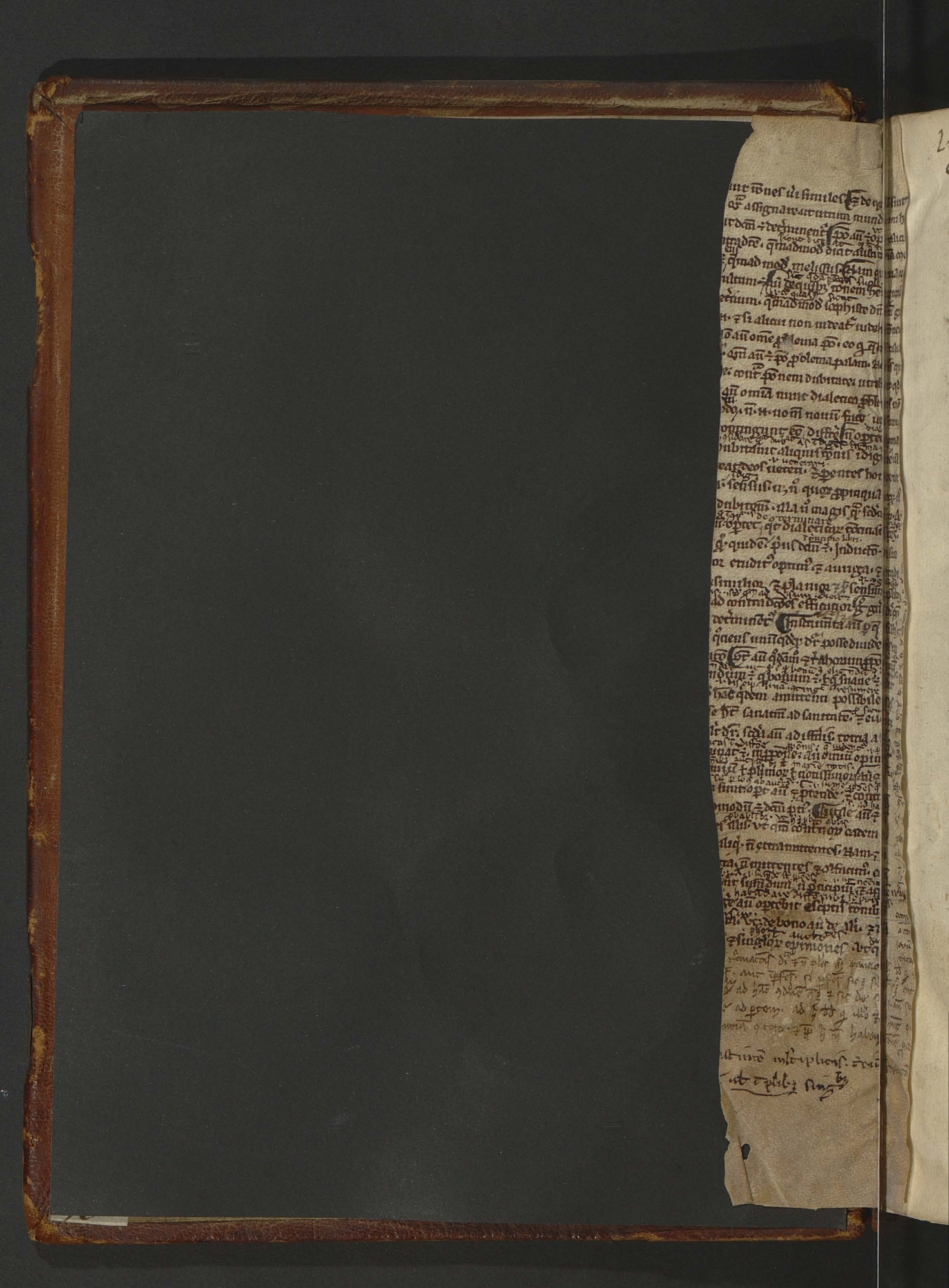
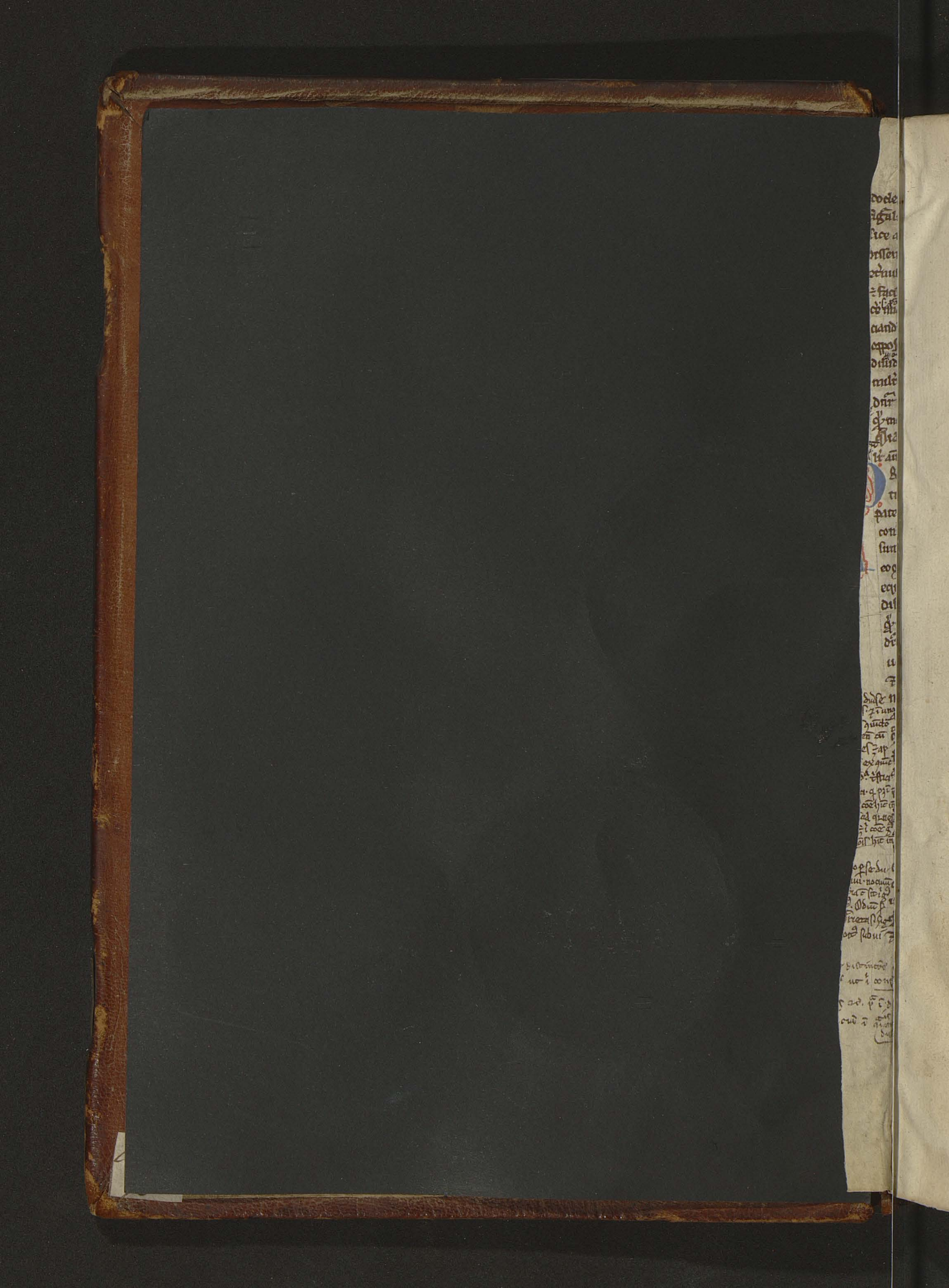




Arithmetica boetij.

Incipiunt duo libri de Arithmetica anitij manilij seuerini Boetij viri clarissimi ⁊ illustrissimi ex cõsulis: ordinarij: patricij: ad patricium simmachum.

Indandis accipiendisque muneribus ita recte officia precipue inter eos q sese magnificiunt estimant si liquido ostabit nec ab hoc aliud qd liberalius afferret inuentũ: nec ab illo vnq̃ qd iucundius beniuolẽtia cõplecteret acceptũ. Hęc ipse cõsiderans: attuli non ignaua opum põdera quibus ad facinus nihil instructius est: cũ habendi sitis incanduit: ad meritũ nihil vilius cũ ea sibi victor animꝰ calcata subiecit: sed ea quę ex grecarũ opulentia litterarũ in romanę orationis thesaurum sũpta cõueximꝰ. Ita enim mei quoq̃ operis mihi ratio cõstabit: si quę ex sapientię doctrinis elicui: sapientissimi iudicio cõprobent. Videes igit vt tam magni laboris effectus tuuz tantũ expectet examẽ: nec in aures pdire publicas nisi doctę sentẽtię a stipulatione nitat. In quo nihil mirũ videri debet: cũ id opus qd sapiẽtię inuenta persequit: non auctoris ꝫ alieno incũbit arbitrio. Suis qppe instrumentis res rationis expenditur: cũ iudicium cogit subire prudentis. Sed huic munusculo: nõ eadem quę ceteris imminent artibus munimenta cõstituo. Neque enim fere vlla sic cũctis absoluta partibꝰ nullius indiga suis tantũ est sciẽtia nixa p̃sidijs: vt nõ ceterax quoq̃ artiũ adiumenta desideret. Nã in effigiandis marmore statuis: alius excidendę molis labor est: alia formã dę imaginis ratio: nec eiusdẽ artificis manus politi operis nitor expectat. At picturę manibus tabulę cõmissę fabrorum. cęre rustica obseruatione decerptę: colorũ fuci mercatorũ solertia perquisiti: lintea operosis elaborata textrinis: multiplicem materiã prestant. Nõne idem quoque belloꝝ visitur instrumẽtis? Hic spicula sagittis exacuit: illi validus thorax nigra gemit incude. Ast alius: crudi vmbonis tegmina pprij laborꝭ orbi infigenda mercatur. tam multꝭ artibus ars vna perficit. Ast nostri laboris absolutio lõge ad faciliorẽ currit euentuz. Tu enim solus manuz supremo operi impones: in quo nihil de decernentiũ necesse est laborare cõsensu. Quãlibet enim hoc iudiciũ multis artibus probet excultũ vno tamẽ cumulat examine. Experiare igitur licet quantũ nobis in hoc studio longis tractus ocijs labor adiecerit. An rerũ subtilium fugas exercitatę mentis velocitas cõphendat. vtꝝ ieiunę macies orationis ad ea quę sunt caligantibus impedita sententijs expediendą sufficiat. Qua in re mihi alieni quoquę iudicij lucra querunt. Cum tu vtrarũ que peritissimus litteraꝝ: possis graię orationis expertibus quantuz de nobis iudicare audeant: sola tantũ pnunciatione prescribere. At nõ al-

terius obnoxius institutis artissima memet ipse trãslationis lege cõstringo: sed paululũ liberius euagat' alieno itineri: nõ vestigijs insisto. Nã et ea quę de numer⁊ a nicomacho diffusius disputata sũt: moderata breuitate collegi. Et quę transcursa velocius angustiorẽ intelligentię ꝓstabant aditũ: mediocri adiectione reseraui: vt aliquãdo ad euidentiã rerũ nostris etiã formulis ac descriptionibus vteremur. Quod nobis quãtis vigilijs ac sudore cõstiterit facile sobrius lector agnoscet. Cum igitur quatuor matheseos disciplinax de arithmetica quę est prima perscribere: tu tantũ dignus eo munere videbare eoque mag⁊ inerrato opus eẽ intelligebã. Naz ⁊ si apud te facilis venię locus esset: aliquando tamen ipsam formidabat facilitatẽ suspecta securitas. Arbitrabar eniz nihil tantę reuerẽtię oblatũ iri oportere: qõ nõ elaboratũ ingenio: perfectuz studio: dignũ postremo tanto ocio videret. Non igitur ambigo quin ꝑ tua in me beniuolentia supuacua reseces: hiantia suppleas: errata rep̃hendas: cõmode dicta mira animi alacritate suscipias. Quę res impulit pigram cõsilij morã. Nimios enim mihi fruct' placitura restituent. Noui quippe: quãto studiosius nostra q̃ ceterorum bona diligamus. Recte ergo quasi aureos cereri culmos ⁊ maturos bacho palmites: sic ad te rudimẽta noui operis trãsimisi. Tu tantũ paterna gratia nr̃m puehas munus: ita ⁊ laboris mei primitias doctissimo iudicio cõsecrabis: ⁊ nõ maiore censebitur auctor merito q̃ probator.

Incipiũt capitula libri primi.

Proemium in quo diuisio mathematicę. Capitu. 1.

Inter omnes prisce auctoritatis viros: qui pythagora duce puriore mētis ratione viguerunt: ostare manifestū est haud quēquā i philosophię disciplinis ad cumulū perfectiōis euadere: nisi cui talis prudētię nobilitas quodā qsi quadruuio vestigat. Quod recte solertiā intuentis non latebit. Est eni sapiētia rex quę sunt suique īmutabilē substantiā sortiunt: cōprehēsio veritatis. Esse aūt illa dicimus quę nec intentione crescūt: nec retractione minuunt: nec variationibus permutant: sed in ppria semp vi suę se naturę subsidijs nixa custodiunt. Nec aūt sunt qualitates: quātitates forme: magnitudines: paruitates: equalitates: habitudines: actus: dispositiones: loca: tempora: ⁊ quicqd adunatū quodāmodo corporibus inuenitur. Quę ipsa quidez natura incorporea sunt ⁊ īmutabilis substātię ratione vigentia: participatione vero corporis permutantur: ⁊ tactu variabilis rei in uertibilem incōstantiā transeūt. Nec igitur quoniā

vt dictũ est natura ĩmutabilẽ substã
tiã vimq; sortita sunt: vere proprieq;
esse dicunt. Horũ igitur id est quę
sũt proprie: queq; suo nomine essen-
tię nominant scientiã sapientia pfi-
tetur. Essentię autez geminę partes
sunt: vna cõtinua ⁊ suis partib⁹ iun-
cta: nec vllis finibus distributa: vt ẽ
arbor: lapis: ⁊ omnia mũdi hui⁹ cor-
pora quę proprie magnitudines ap
pellant. alia vero disiuncta a se ⁊ de
terminata partibus ⁊ quasi acerua-
tim in vnũ redacta conciliũ: vt grex:
populus: chorus aceruus: ⁊ quicq;d
quor partes ꝓprijs extremitatibus
terminant: ⁊ ab alterius fine discre-
tę sunt. His propriũ nomen est mul
titudo. Rursus multitudinis alia sũt
p se vt tres vel quatuor: vel tetrago-
nus: vel quilibet numerus qui vt sit:
nullo indiget. Alia vero p seipsa nõ
constant: sed ad quiddaz aliud refe
runt: vt duplũ: vt dimidiũ: vt sesqual
terũ: vel sesquiterciuz et quicq;d tale
est: q; nisi relatũ sit ad aliud ipsum
esse nõ possit. Magnitudinis vero
alia sunt manẽtia motuq; carentia.
alia vero quę mobili semp rotatio-
ne vertunt: nec vllis temporibus ac
quiescunt. Horũ ergo illã multitudi
nẽ quę p se est: arithmetica speculat
integritas. Illaz vero quę ad aliq;d
musici modulaminis tẽperamenta
pernoscũt. Immobilis vero magni
tudinis: geometrica noticiã pollicet
Mobilis scientiã astronomicę disci
plinę peritia vendicauit. Quib⁹ qua
tuor partib⁹ si careat inquisitor: ve-
rũ inuenire nõ possit. ac sine hac qui
dẽ speculatione veritatis: nulli recte
sapiendum est. Est enĩ sapientia ea-
rum rerum quę verę sunt: cognitio
⁊ integra comprehensio. Quod hic
qui spernit: id est has semitas sapiẽ
tię ei denuncio nõ recte philosophã
dũ. Siquidẽ philosophia est amor
sapientię: quã in his spernendis an
te contempserit. Illud quoque ad-
dendum arbitror quod cuncta vis
multitudinis ab vno progressa ter-
mino: ad infinita progressionis aug
menta concrescit. magnitudo vero
a finita inchoans quantitate modũ
in diuisione non recipit Infinitissi-
mas enim sui corporis suscipit secti-
ones. Hanc igitur naturę infinitatẽ
indeterminatamq; potentiam: phi
losophia sponte repudiat. Nihil enĩ
quod infinitum est: vel scientia po-
test colligi vel mente comprehendi.
Sed hinc sumpsit sibi ipsa ratio: in
quibus posset indagatricem verita-
tis exercere solertiam. Delegit enim
de infinitę multitudinis pluralitatẽ
finitę terminũ quantitatis: et inter-
minabilis magnitudinis sectione re
iecta: definita sibi ad cognitionem
spatia depoposcit. Cõstat igitur qs-
quis hęc pretermiserit: omnẽ philo-
sophię perdidisse doctrinam. Hoc
igitur illud quadruuiuz est quo his
viandum sit quibus excellẽtior ani-
mus a nobis cum procreatis sensi-
bus ad intelligentię certiora perdu
citur. Sunt enim quidam gradus:
certęque progressionũ dimensiones
quibus ascendi progredique possit:
vt animi illũ oculum: qui vt ait pla-
to multis oculis corporalibus salua
ri constituique sit dignior. quod eo

solo lumine vestigari vel inspici veritas queat. Hunc inquã oculuz demersum orbatũq; corporeis sensib⁹ hę discipline rursuz illuminẽt. Quę igitur ex his prima discenda est: nisi ea quę principium matrisque quodammodo ad cęteras obtinet portionem: hęc est aũt arithmetica. Hec enĩ cunctis prior est: non modo qõ hanc ille hui⁹ mũdanę molis conditor de⁹ primã suę habuit ratiocinationis exemplar: ⁊ ad hanc cũcta cõstituit quęcũq; fabricante ratione p numeros assignati ordinis inuenere concordiam: sed hoc quoq; prior arithmetica declaraẽ: qõ quęcunq; natura priora sunt: his sublatis: simul posteriora tollunt. Qõ si posteriora pereant: nihil de statu prioris substantię permutaẽ. vt animal pri⁹ est homine. Nam si tollas animal: statim quoq; hominis natura deleta sit. Si hominẽ sustuleris: animal nõ peribit. Et econtrario ea semper posteriora sunt quę secũ aliud qõlibet inferunt. ea priora quę cũ dicta sunt: nihil secũ de posterioribus trahunt. vt in eodẽ quoq; homine. Nã si hominẽ dixeris: simul quoq; animal nominabis. Idem ẽ enĩ homo qõ animal. Si animal dixeris: non speciẽ simul hominis intulisti. Non est enĩ idem animal qõ homo. Hoc idem in geometrica vel in arithmetica videtur incurrere. Si enĩ numeros tollas: vnde triangulũ vel quadratũ vel quicqõ in geometrica versaẽ: que omnia numerozũ denominatiua sunt. At vero si quadratũ triangulũq; sustuleris: omnisq; geometrica consũpta sit: tres ⁊ quatuor: aliorũq; numeroz non peribunt vocabula. Rursum cũ aliquã geometricã formã dixero: est illi simul numerozũ nomẽ implicitũ. Cũ numeros dixero nondũ vllã formã geometricã nominaui. Musica vero quã prior sit numerozũ vis: hinc maxime p bari potest: quod nõ modo illa: natura priora sunt quę per se constant quã illa quę ad aliquid referunt: ſz etiaz ea ipsa musica modulatio numeroz nominib⁹ annotaẽ. Et idem in hac euenire potest: qõ in geometrica predictũ est. Diatesseron enim ⁊ diapẽte: ⁊ diapason: ab antecedẽtis numeri noib⁹ nũcupant. Ipsozũ quoq; sonoz aduersus se ꝓportio: solis neq; alijs numeris inuenit. Qui enĩ sonus in dyapason symphonia est: idem duplicẽ numeri ꝓportione colligit. Que dyatesseron est modulatio: epitrita collatione componit. Quã dyapente symphoniã vocant: hemiolia medietate coniungit. Qui in numerẽ epogdous est: id est ton⁹ ĩ musica. Et ne singula ꝓseq laborẽ hui⁹ operis sequẽtia quãto prior sit arithmetica sine vlla dubitatiõe mõstrabit. Sphericã vero atq; astronomicã tãto ꝓcedit: quãto duę reliquę disciplinę hanc tertiã natura precedunt. In astronomica enim: circuli sphera: centrum: paralelique circuli mediusque axis est: quę omnia geometricę disciplinę cura sunt. Quare est etiam ex hoc ostendere seniorem geometricę vim quod omnis motus est post quietem: et natura semper statio prior est. Mobiliuum

vero astronomia: immobilium geometrica doctrina est: vel quod armonicis modulationib⁹ motus ipse celebratur astrorum. Quare constat quoque musicę vim astrorũ cursus antiquitate p̃cedere: quã superare natura arithmeticã dubiũ nõ est: cũ prioribus quã illa ẽ antiquior videat. Proprie tamen ipsa numerorũ natura: omnis astrorꝫ cursus: omnisq; astronomica ratio cõstituta ẽ. Sic enĩ ortus occasusque colligim⁹ sic tarditates velocitatesque errãtiũ siderum custodimus: sic defectus ⁊ multiplices lunę variationes agnoscimus. Quare qm̃ prior vt claruit arithmeticę vis est: hinc disputationis sumamus exordium.

De substantia numeri. Cap̃.2.

Omnia quęcũque a p̃meuarex natura cõstructa sũt: numerorꝫ videnĩ ratione formata. Hoc enĩ fuit principale in animo cõditoris exemplar. Hinc enĩ quatuor elemẽtorũ multitudo mutuata est: hinc temporũ vices: hinc motus astrorũ celique conuersio. Quę cum ita sint cũque omniũ status: numerorꝫ colligatione fungat: eũ quoque numerũ necesse est in ꝓpria semp sese habentẽ ęqualiter substantia p̃manere: eũque cõpositũ non ex diuersis. Quid enĩ numeri substantiã oiungeret: cũ ipsius exemplũ cuncta iunxisset: sed ex seipso videtur esse cõposit⁹. Porro aũt nihil ex similibus cõponi videtur: nec ex his quę nulla rationis ꝓportione iungunt: ⁊ a se omni substantia naturaque discreta sunt. Cõstat ergo quoniam coniunctus est numerus: neque ex similibus esse cõiunctũ: neque ex his quę ad se inuicẽ nulla ratione ꝓportionis hęrent. Erunt ergo numeros prima quę cõiungant ad substantiam quidẽ quę constent: sempꝫque permaneãt. Neque enĩ ex non existentib⁹ effici quicquã potest: ⁊ sũt ipsa dissimilia ⁊ potentia cõponendi. Hęc aũt sunt qb⁹ numerus constat: par atque impar. Quę diuina quadã potẽtia cũ disparia sint ꝛtrariaque: tamẽ ex vna genitura ꝓfluunt: ⁊ in vnã cõpositionẽ modulationẽque iungunt.

De diffinitione numeri et diuisione paris ⁊ imparis. Cap̃.3.

T primũ quid sit numerus diffinendũ est. Numerus est vnitatum collectio: vel quãtitatis aceruus ex vnitatibus ꝓfusus. Huius igitur prima diuisio est: in imparem atque parem. Et par quidẽ ẽ: q̃ pōt in ęqualia duo diuidi vno medio non intercidẽte: impar vo quẽ nullus in ęqualia diuidit qō in medio p̃dict⁹ vn⁹ intercidat. Et hęc qdẽ huiusmodi diffinitio vulgaris est ⁊ nota.

Diffinitio numeri paris ⁊ imparis scōm pythagorā. Cap.4.

Lla aūt scōm pytagoricā disciplinam talis ē. Par numerus est q sub eadez diuisiōe pōt in maxima paruissimaqz diuidi: maxima spacio: paruissima quantitate: secundum duoz istoz generū cōtrarias passiones. Impar vo numerus est: cui hoc quidē accidere non pōt: sed cui⁹ in duas inequales sūmas naturalis est sectio. Hoc est aūt exemplar. ut si quislibet datus par numerus diuidatur: maioz quidez quātū ad diuisionis spacia pertinet nō inueniet quā discreta medietas. quātitate vo nulla minoz fit: quā in gemina facta partitio. vt si par numerus qui est. 8. diuidatur in. 4. atque alios. 4. nulla erit alia diuisio quę maiores partes efficiat. Porro aūt nulla erit alia diuisio quę totuz numeꝛ minoꝛe diuidat quātitate. In duas enī partes diuisioue nihil minus est. Cū enī totū quis fuerit trina diuisione partitus: spacij quidez sūma minuit sed numerus diuisionis auget. Quod aūt dictū est scōm duoz generū contrarias passiones huiusmodi est. Prędocuimus eniz quātitatē in infinitas pluralitates accrescere: spacia vero id est magnitudines in infinitissimas minui paruitates: atque ideo hic cōtra euenit hęc nāque paris diuisio: spacio est maxima paruissima quātitate.

Alia scōm antiquiorē moduz diuisio paris ⁊ imparis. Cap.5.

Ecūdū antiquiorez vo modū alia ē paris numeri definitio. Par numer⁹ est qui ī duo equalia: ⁊ in duo ī equalia partitionem recipit: sed ut in neutra diuisione: vel imparitati paritas: uel paritati imparitas misceatur: pręter solū paritatis principem binariū numerū qui inequalē nō recipit sectionē: propterea quod ex duabus vnitatibus constat ⁊ ex prima duozum quodāmodo paritate. Quod autez dico tale est. Si enīz ponat par numerus: pōt in duo equalia diuidi: ut denari⁹ diuidit in quinos. Porro aūt ⁊ per inequalia ut idez denarius in. 3. ⁊ in. 7. Sed hoc modo ut cuz vna pars fuerit diuisionis par: alia quoqz par inueniatur: et si vna impar: reliqua ab ei⁹ imparitate nō discrepet. vt ī eodē numero qui est denarius. Cum enim diuisus est in quinos: vel cuz in. 3. ⁊ in. 7. vtręque in vtraque portiōe partes impares extiterunt. Si aūt ipse vel alius numerus par diuidatur in equales: ut octonarius in. 4. ⁊ in. 4. ⁊ item ꝑ in equales vt idem octonarius in. 5. ⁊ in. 3. in illa quidē diuisiōe vtręque partes pares factę sunt: in hac vtręque impares extiterūt. Neqz vnquā fieri pōt: vt cuz vna pars diuisionis par fuerit: alia impar īueniri queat at cum vna impar fit: alia par possit intelligi. Impar vo numerus est

qui ad quālibet illam diuisionez: p
inęqualia semper diuidit: ut vtrasq
species numeri semp ostendat: nec
vnquā altera sine altera sit: sed vna
pars paritati: imparitati alia deputat. ut. 7. si diuidas in. 3. ⁊ in. 4. alte
ra portio par: altera impar est. Et
hoc idē in cūctis imparibus nume
ris inuenit. Neque vnquā in impa
ris diuisione preter se esse possunt
hę geminę species quę naturaliter
vim numeri substātiāque cōponūt.

Diffinitio paris ⁊ imparis per alter
utrum. Cap. 6.

Quod si hec etiaz
p alterutras spe
cies definienda
sunt: dicet impa
rē numeruz esse
qui vnitate dif
fert a pari: vel in
cremēto: vel de
minutione. Itē par numerus est q
vnitate differt ab impari vel incre
mento vel deminutione. Si enī pa
ri vnū dempseris vel vnū adieceris:
impar efficit: vel si impari idem fece
ris: par continuo pcreatur.

De principalitate vnitatis. Cap. 7.

Omnis quoq
numerus cir
cū se positorū
⁊ naturali si
bimet dispos
tione iunctoz
medietas est.
Et qui sup du
os illos sūt q medio iungunt si com
ponant: etiaz ipsoz supradictus nu
merus media portio est. ⁊ rursus il
loz qui sunt super secundo loco iū
ctos cuz ipsi quoque sint composito
prior his numerus medietatis lo
co est: ⁊ hoc erit vsque duz occurrēs
vnitas: terminuz fecerit. Ut si ponat
quis quinariū numerū altrinsecus
circa ipsuz sunt supra. 4. inferius sex
Hi ergo si iūcti sunt: faciūt. 10. quo
rū. 5. numer⁹ medietas est. Qui aūt
circa ipōs id est circa. 6. ⁊. 4. sunt. 3.
scilicet et. 7. idem si iuncti sūt eorum
quinarius numerus medietas est.
Rursus istoz qui altrinsecus positi
sunt si iungant: etiā hi quinarij nu
meri dupli sunt. Nam super. 3. sunt
2. sup. 7. sunt. 8. Hi ergo si iuncti sūt
faciunt. 10. quoz quinarius rursus
medietas est. Hoc idē in omnib⁹ nu
meris euenit: vsque dum ad vnita
tis terminum pueniri queat. Sola
eniz vnitas circū se duos terminos
non habet: atque ideo eius qui est
prope se solius est medietas. Nam
iuxta vnum solus est binarius natu
raliter constitutus cuius vnitas me
dia pars est. Quare constat primuz
esse vnitatez cunctorum qui sunt in
naturali dispositionę numerorum
⁊ eam rite totius quāuis prolixę ge
nitricem pluralitatis agnosci.

Diuisio paris numeri. Cap. 8.

PAris autez numeri species sunt. 3. Est enim vna quę dicit pariter par: alia vero pariter impar. tertia impariť par Et contraria quidem: locaque optinentia summitatū: videnť esse pariter par: ⁊ pariter impar. Medietas aūt quedaz quę vtrozūque participat est numerus qui vocat impariter par:

De numero pariter pari eiusque prozietatibus. Cap. 9.

PAriter par nūerus est: qui pōt ī duo paria diuidi: eiusque pars ī alia duo paria partisque pars ī alia duo paria: vt hoc totiens fiat: vsque dum diuisio partium ad inuisibilē naturaliter perueniat vnitatem. Vt. 64. numerus habet medietatē. 32. hic aūt medietatem. 16. hic vero. 8. hunc quoqz quaternarius in ęqua partiť qui binarij duplus est. sed binari⁹ vnitatis medietate diuidiť. quę vnitas naturaliter singularis non recipit sectionē. Huic numero videť accidere vt quęcūque eius fuerit pars cum nomine ipso vocabuloque pariter par inueniat: tum etiam quantitate. Sed ideo mihi videť hic numerus pariter par vocat⁹: quod ei⁹ omnes partes ⁊ nomine ⁊ quantitate pares pariter inueniant. Quō aūt ⁊ noīe ⁊ quātitate pares habeat partes hic numer⁹ post dicem⁹. Hoc rū aūt generatio talis ē. Ab vno enī quoscūqz in duplici ꝓportione notaueris: sp pares pariť ꝓcreant. Preť hāc aūt generationē ut nascant aliť ipossibile est. Hui⁹ aūt rei tale videť ꝑ ordinē descriptiōis exēplū. Sintque cūcti duplices ab vno. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. atque hinc si fiat infinita ꝓgressio: tales cūctos inuenies. factique sūt ab vno in duplici ꝓportione: ⁊ oēs sūt pariter pares. Illud aūt nō minima ꝯsideratione dignū est: qō eius oīs pars ab vna ꝑte quacūqz q̄ intra ipm numerū est denoīat: tātāque sūmā quātitatis includit: quota ꝑs est alter numer⁹ pariť paris illi⁹q eū ꝯtinet quātitat. Itaque fit ut sibi partes ipsę rūdeāt: ut quota ꝑs vna ē: tantā habeat altera quātitatē: ⁊ quota pars ista ē: tantā ī prioze sūmā necesse sit multitudinis inueniri. Et primū fit si pares fuerit dispositiōes: ut duę medię ꝑtes sibi rūdeāt. post vo quę sup ipas sūt sibi inuicē cōuertant: atque hoc idē fiat donec vterqz termin⁹ extremitates incurrat. Donat enī pariť paris ordo ab vno vsqz. 128. hoc mō. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. et ea sit sūma maria. In hīgiť qm̄ pares dispositiōes sūt: vna medietas nō pōt inueniri. Sūt igiť duę: id est. 8. et. 16. q̄ ꝯsiderādę sūt quē admodū ipe sibi rūdeāt. Totius enī summe id est 128. octaua pars est. 16. sextadecima. 8. Rursus sup has partes quę sunt: ipsę sibi inuicem respondebūt:

id est.32.et.4.. Naz.32. quarta ps
ē totī sūmę .4. vo trigesima secūda
Rursus sup has partes.64.secūda
pars est .2. vero sexagesima quar-
ta. Donec extremitates limitem fa-
ciant: quas dubium non est eadem
responsione gaudere. Est enim om
nis summa semel. 128. vnus vero
centesimus vigesimus octauus.
Si autem impares terminos pona
mus id est summas: idem enim ter
minos quod sūmas nomino: scōm
imparis naturā potest vna medie-
tas inueniri: atque vna sibi ipsa est
responsura. Si enim ponat hic or-
do. 1.2.4.8.16.32.64. vna erit so-
la medietas id est.8. Qui.8. summę
totī ps est octaua ⁊ sibiipi ad deno
minationē quantitatēque conuer-
tit. Eodēque modo sicut superius
circa ipsuz qui sunt termini: donant
sibi mutua nomina scōm proprias
quantitates vocabulumque permu
tant. Nam.4. sextadecima pars est
totius summe. 16. vero quarta. Et
rursus super hos terminos .32. se-
cunda pars est totius summę .2. ve
ro trigesima secunda: ⁊ semel tota
summa.64. sunt: sexagesima quar-
ta vero vnitas inuenit. Hoc igitur
est quod dictum est: omnes eī par-
tes ⁊ nomine ⁊ quantitate pariter
pares inueniri. Hoc quoque multa
consideratione: multaque constan
tia diuinitatis perfectum est: ut or-
dinatim dispositę minores summę
in hoc numero ⁊ super seipsas coa-
ceruatę: sequēti minus vno semper
ęquent. Si enim vnum iungas his
qui sequunt duobus: fiunt.3. id est
qui vno minus quaternario cadūt.
Et si superiorib' addas .4. sunt.7.
qui ab octonario sequente sola vni
tate vincuntur. Sed si eosdem.8. su
pradictis adiunxeris. 15. fient. qui
par. 16. numeri existeret quantita-
ti: nisi minor vnitas impediret. Hoc
autem prima etiam numeri proge-
nies seruat atqz custodit. Namque
vnitas quę prima est: duobus subse
quentibus sola est vnitate contra-
ctior: vnde nihil mirum est: totum
summę crementū proprio consenti
re principio. Hęc aūt nobis cōside-
ratio maxime proderit in his nume
ris cognoscendis quos superfluos
vel imminutos perfectosque mon-
strabimus. Illic enim coaceruata
quantitas partium: numeri totius
termino cōparat. Illud quoque
nulla possumus obliuione trāsmit-
tere: quod in hoc numero respon-
dentibus sibi inuicez partibus mul
tiplicatis: maior extremitas eiusdez
numeri summaque conficit. Et pri-
mum si pares fuerint dispositiones
medij multiplicant: atque inde qui
super ipsos sunt: vsque ad supradi-
ctas extremitates. Si enim fuerint
pares dispositiones: scōm naturaz
paris duos in medio terminos cō-
tinebunt: ut in ea dispositione nu-
merorum in qua extremus termi-
nus. 128. finitur. In hoc enim nu-
mero medietates sūt .8. scz et. 16. q̄
ī se multiplicatę: maioris sūmā cre-
scēte pluralitate ꝛficiēt. Octies eni
16. uel sedecies. 8. si mltiplices. 128
sūma ꝛcrescit. Atqz hi numeri q sup
eosdē sūt si multiplicent idez faciūt

Nam .4.et.32. in se si multiplices: supradictã faciẽt extremitatẽ.4.enĩ trigies et bis:vel quater.32. ducti: 128.imutabili necessitate cõplebũt. Atque hoc vsque ad extremos terminos cadit:id est. 1.7. 128.Semel enĩ extremꝰ terminꝰ. 128.est. Cẽties vigies atque octies vnitate multiplicata:nihil de priore quãtitate mutabit. Si aũt impares fuerint dispositiones:vnus medius terminꝰ inuenit:atque ipse sibi ꝓpria multiplicatione respondet. In eo nãque ordine numerorꝫ: vbi extremus terminꝰ 64.pluralitate concludit:sola inuenit vna medietas:id est.8. Quam si octies id est in semetipsam multiplices.64.explicabit. Atque idem reddunt illi qui sup hanc medietatẽ sũt ut dudũ hi qui super duas positi faciebant. Naz quater. 16.64.sunt:7 sedecies.4.idez complent. Rursus bis.32.facti a.64.non discedunt: 7 trigies bis duo:eosdẽ cumulãt: 7 semel.64.uel vnitas sexagies quater multiplicata: eundem numerũ sine vlla varietate restituent.

De numero parit impari eiusque proprietatibus. Cap. 10.

Pariter aũt impar numerꝰ est qui 7 ipe quidẽ paritatis naturã substantiamque sortitus ẽ: sed in contraria diuisione: nature numeri pariter paris opponit. Docebitur nãque ꝗ longe hic dissimili ratione diuidatur. Nam quoniã par est in partes equales recipit sectionem partes vero eius mox indiuisibiles atque insecabiles permanebunt: ut sunt.6. 10. 14. 18.22. 7 his similes. Mox enim hos numeros si in gemina fueris diuisione partitus: incurris in imparem quem secare nõ possis. Accidit autez his qõ omnes partes contrarie denominatas habent :ꝗ sunt quantitates ipsarum partium quę denominant. Neque vnquã fieri potest:ut quęlibet pars huius numeri:eiusdẽ generis denominationẽ quãtitatẽque suscipiat. Semper enim si denominatio fuerit par:quantitas partis erit impar: et si fuerit denominatio impar:quãtitas erit par:ut in. 18.secunda eius pars est:id est media quod paritatis nomen est .9. quę impar est quãtitas. Tertia vero quę impar est denominatio:sex :cui par pluralitas ẽ Rursus si cõuertas sexta pars quę par est denominatio : tres sunt: sed ternarius impar est. Et nona pars quod impar ẽ vocabulũ.2.qui par numerus est. Atque idez in alijs cũctis qui sũt pariter impares inuenit Neque vnquã fieri potest:ut cuiuslibet partis: sit eiusdẽ generis nomẽ 7 numerus. Fit aũt horꝫ procreatio numerorꝫ:si ab vno disponant qui cũque duobus differũt: id est omnibus imparibus naturali sequentia atque ordine cõstitutis. Nãque hi si per binariũ numerũ multiplicent omnes pariter impares:rite plura-

litas dimensa efficiet. Ponat enim prima vnitas. 1. & post hunc qui ab hoc duob⁹ differt: idest tres: & post hunc qui rursus a superiore duob⁹ id est. 5. & hoc ī ifinitū: & fit huiusmodi dispositio. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. Si ergo naturaliter sequentes impares sūt: quos nullus in medio par numerus distinguit. hos si per binariū numerum multiplices: efficies hoc modo. bis vnū id est. 2. qui diuidit quidem: sed ei⁹ partes indiuisibiles reperiuntur: propter insecabilis vnitatis naturā. Bis. 3. bis. 5. bis. 7. bis. 9. bis. 11. & deinceps ex quibus nascunt hi. 2. 6. 10. 14. 18. 22. Quos si diuidas: vnaz recipiunt sectionē: ceterā repudiātes: quod secunda diuisio ab imparis medietate partis excludit. Sis aūt numeris ad se inuicem quaternarij sola distantia est. Nāque inter duo & sex numeros. 4. sūt. Rursus inter 6. & 10. & inter. 10. & 14. & inter. 14. & 18. idem quaternarius differētiā facit. Si nanq; omnes quaternaria sese numerositate transcēdunt. Qd idcirco contingit: quoniā primi qui positi sunt id est eorum fundamenta: binario se numero precedebant: quos quoniam per binariū multiplicauimus: in quaternariū numer creuit illa progressio. Duo enim per bis multiplicati: quaternarij faciūt summam. Igitur in naturalis numeri dispositione: pariter impares numeri quinto loco a se distant: solis: 4. se precedunt. 3. in medio transeuntes per binariū numerum multiplicatis imparibus procreati. Cō-

trarie vo esse dicunt hę species numeroz: id est pariter par: & pariter impar. quod in numero pariter impari sola diuisionē recipit maior extremitas: in illo vo solus minor terminus sectione solutus est. & quod ī forma pariter paris numeri: ab extremitatibus incipienti: & vsque ad media progredienti quod continet sub extremis terminis idem est illi quod continetur sub intra se positis summulis. Atque hoc idem vsque ad duas medietates fuerit ventum in dispositionibus scilicet paribus. Si aūt fuerint impares dispositiones quod ab vna medietate cōficit hoc idez sub altrinsecus positis partibus procreatur. Atque hoc vsque dum ad extremitates processio fiat In ea enim dispositione que est. 2. 4. 8. 16. idem reddunt. 2. p. 16. multiplicati: quod. 4. per octonariū numeruz ducti. Utroque enim modo 32. fient. Quod si impar sit ordo ut est. 2. 4. 8. idē facient extremi quod medietas. Bis eniz. 8. sunt. 16. quatuor quater sunt. 16. qui numerus a quaternario in se ducto perficit. In numero vo pariter impari si fuerit vnus in medio terminus: circū se positoz terminoz si in vnū redigantur medietas est. Et idem eoz ąz q super hos sunt terminos medietas est. Atque hoc vsque ad extremos omniū terminorū vt in eo ordine q est pariter impariuz numeroz. 2. 6. 10. iunctus binarius cum denario 12. explet. cuius senari⁹ medietas inuenit. Si vo fuerint due medietates iuncte: ipe vtreque ęquales erūt

super se terminis constitutꝰ. ut est in hoc ordine. 2. 6. 10. 14. Juncti eniz 2. 7. 14. in. 16. crescunt: quos senarius cuz denario copulatus efficiet Atque hoc in numerosioribus terminis initio sumpto a medijs euenit vsque duz ad extrema veniat.

De numero impariter pari eiusque proprietatibus. Cap. 11.

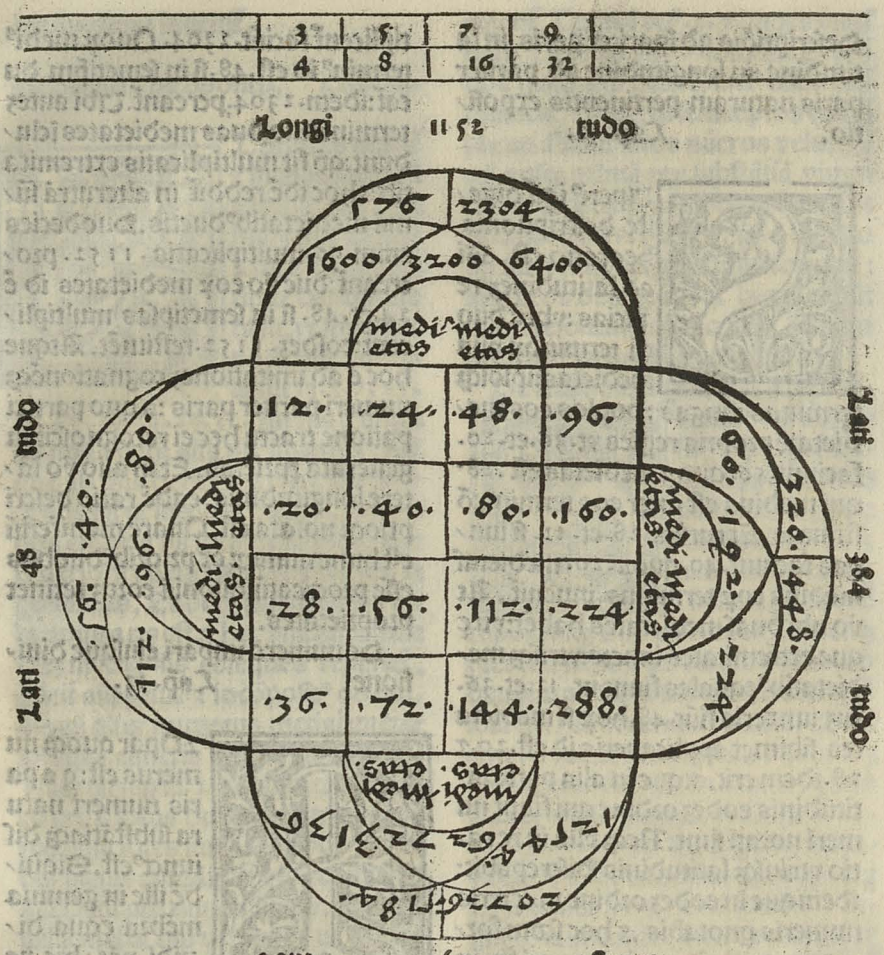
IMpariter par numerꝰ est ex vtrisque cõfectus 7 medietatis loco gemina extremitate concludi tur. ut qua ab vtroque discrepet: eadẽ ad alterutrũ cognatione iungatur. Hic aũt talis ẽ qui diuidit in ęquas partes. cuiusque pars in alias ęqs diuidi põt: 7 etiaz aliquãdo partes partiũ diuidunt: sed nõ ut vsque ad vnitatem progrediat ęquabilis illa distinctio: ut sunt. 24. 7. 28. Hi eniz possunt in medietates diuidi: 7 eoruz rursus partes in alias medietates sine aliqua dubitatione soluunt Sunt etiam quidã alij numeri quorũ partes alias recipiunt diuisiones sed ipsa diuisio ad vnitatẽ vsque nõ puenit. Igitur in eo quod plus ꝗ vnã suscipit sectionẽ: habet similitudinem pariter paris: sed a pariter impari segregat. In eo vo quod vsque ad vnũ sectio illa non ducit: pariter imparẽ nõ refutat: sed a pariter pari disiungit. Contingit aũt huic numero 7 vtraque habere quę superiores nõ habent: 7 vtraque quę illi recipiunt optinere. Et habet quidem quod vtrique non habent: quod cũ in vno solus maior terminus diuideret: in alio vero solus minor terminus non diuideret: in hoc neque solus maior terminus diuisionẽ recipit: neque minor solus terminꝰ a diuisione seiungit. Naz 7 partes solunt 7 vsque ad vnitatez sectio illa nõ puenit. sed ante vnitatem inuenitur terminus quem secare nõ possis. Optinet aũt quę illi quoqz recipiunt: quod quędã partes eius respondent: denominantque scõm genus suũ ad propriã quantitatẽ: ad similitudinez scilz pariter paris numeri. Alię vero partes cõtrariã denominationẽ sumunt proprię quantitatis ad pariter imparis scilicz formam. In. 24. enim numero par est quãtitas partis a pari numero denominata. Nam quarta. 6. secũda vero. 12. sexta vero. 4. duodecima 2. que vocabula partiũ a quantitatis paritate nõ discrepant. Contrarię vero denominant cũ tertia pars octo: octaua vo. 3. vigesima autem quarta. 1. q̃ denominatiões cũ pares sint inueniunt impares quantitates. 7 cum sint pares summę: sunt impares denominatiões. Nascunt aũt tales numeri ita ut substantiaz naturãqne suam in ipsa etiaz ppria generatione designẽt: ex pariter paribus 7 pariter imparibus procreati. Pariter eniz impares cuncti dudum ordinatim positis imparibus nascebantur. pariter vero pares ex duplici pgressione. Disponant igit omnes in ordinem natur aliter im-

pares ⁊ sub his a quatuor inhoãtes omnes duplices ⁊ sint hoc modo.

3	5	7	9	11	13
4	8	16	32	64	128

Vis igitur ita positis: si primus primi multiplicatione cõcrescat: id est si quaternarij ternarius: uel si idem primus secũdi: id est octonarij ternarius vel si idẽ primus tertij idest 16. ternari⁹ ⁊ idem vsq; ad vltimũ. uel si secũdus primi ⁊ secũdi: ul' si secundus tertij ⁊ eadẽ vsque ad extremũ multiplicatio pferat. uel si terti⁹ a primo inchoãs vsque in extremuz trãseat. Atque ita quartus ⁊ omnes in ordinez superiores multiplicent eos qui sub ipsis in dispositione sũt omnes impariter pares procreabũt Huius aũt rei tale sumamus exempluz: si tres quater multiplices. 12. fient: uel si. 5. quatuor multiplicent 20. numerus excrescet: uel si itez. 7. multiplicent. 4. 28. succrescet: atque hoc vsque in finẽ. Rursus si. 8. multiplicent. 3. nascent. 24. Si. 8. in. 5. fiunt. 40. si. 8. in. 7. colligentur. 56. Atque ad hunc modũ si omnes inferiores duplices: a superiorib⁹ multiplicent uel si superiores eosdez inferiores multiplicent: cũctos qui nati fuerint impariter pares inuenies Atq; hęc est admirabilis huius numeri forma. quod cum fuerit ipsa dispositio descriptioque pspecta numeroꝝ: ad latitudinem pariter impariũ: ad longitudinem pariter parium numeroꝝ proprietas inuenit. Sunt enim duabus medietatibus ęquales duę extremitates: uel vna medietate duę duplices extremitates. In lõgitudinẽ vero pariter paris numeri: rem pprietatẽq; que designat. Quod enim sub duabus medietatibus cõtinet: ęquale est ei qõ sub extremis cõficitur. uel quod ab vna medietate nascit: ęquale est illi quod sub vtrisque extremitatib⁹ cõtinet. Descriptio aũt quę supposita ẽ: hoc modo facta ẽ. Quãtoscũque in ordine pariter parium numeroꝝ ternarius numerus multiplicauit: quicũque ex eo procreati sunt: primo sunt versu dispositi. Rursus qui eosdem multiplicante quinario nati sunt: secundo loco constituti sunt. Post vero quos septenari⁹ cęteros multiplicando procreauit: eosdem tertio cõscripsimus loco: atque idez reliqua descriptionis parte perfecimus.

In hac formula sequenti similitudo pariter paris et pariter imparis ad impariter paris ostendit.


Longi
10368
tudo
2073618.
1244.
6221
3136.
medi medi
etas etas
576
2304
1600
3200
6400
medi medi
etas etas
Lati
384
tudo
160.
320.
448.
192.
224
medi medi
etas etas
medi medi
etas etas
tudo
48
Lati
80.
40.
96.
56.
112.
12.
24.
48.
96.
20.
40.
80.
160.
28.
56.
112.
224
36.
72.
144.
288.

Descriptiōis ad ipariter paris in latitudine :in longitudine ad pariter paris naturam pertinentis expositio. Cap. 12.

Superi igit̄ digestę descriptionis hęc ratio est. Si ad latitudinez respicias :vbi ē duorū terminoꝝ vna medietas:ipsosq; terminos iungas : duplos eos medietate propria repies vt. 36. et. 20. faciunt. 56. quoꝝ medietas est. 28. qui medius est inter eos termin⁹ cōstitutus. Et rursus. 28. et. 12. si iungas faciunt. 40. quoꝝ. 20. medietas medius eoꝝ terminus inueniť. At vō ubi duas medietates habēt:vtręque extremitates iunctę:vtrisq; medietatib⁹ ęquales fiunt ut. 12. et. 36. cuz iunxeris fiūt. 48. hoꝝ si medietates sibimet applicaueris id est. 20. ⁊ 28. idem erit. atque in alia parte latitudinis eodez ordine qui fiant numeri notati sunt. Neq; vlla in re ratio vtriusq; latitudinis discrepabit: idemque in eodez ordine in cęteris numeris pnotabis. ⁊ hoc scōm formam pariter imparis numeri fit: in quo hanc pprietatez esse supra iam scriptū est. Rursuz si ad lōgitudinez respicias vbi duo termini vnaz medietatē habēt quod fit ex multiplicatis extremitatib⁹:hoc fit si medi⁹ terminus suę capiat pluralitatis augmenta. Nā duodecies. 48. faciunt 576. Medius vō eoꝝ termin⁹ id est 24. si multiplicet:eosdē rursus. 576. pcreabit. Et rursus si. 24. in. 96. multiplicent faciūt. 2304. Quoꝝ medi⁹ termin⁹ id est. 48. si in semetipm ducat:idem. 2304. pcreant. Ubi autez termini duo duas medietates iludunt:qd̄ fit multiplicatis extremitatib⁹: hoc idē reddit in alterutrā sūmā medietatib⁹ ductis. Duodecies enim. 96. multiplicatis. 1152. procreant:due vō eoꝝ medietates id ē 24. et. 48. si in semetipsas multiplicent:eosdez. 1152. restituēt. Atque hoc ē ad imitationez cognationēq; numeri pariter paris :a quo participatione tracta hęc ei recognoscit̄ ingenerata pprietas. Et in alio vō latere longitudinis: eadē ratio descriptioq; notata est. Quare manifestū est hunc numeꝝ ex priozib⁹ duobus esse procreatū:quoniā eozuz retinet proprietates.

De numero impari eiusque diuisione. Cap. 13.

Impar quoq; numerus est:q a paris numeri natura substātiaq; disiunct⁹ est. Siquidē ille in gemina mēbra ęqua diuidi pōt :hic ne secari queat vnitatis impedit interuētus. Tres habet similit̄ sub diuisiones. quaꝝ vna ei⁹ pars est is numerus qui vocat̄ prim⁹ ⁊ incōposit⁹ Secā vō qui est secūdus ⁊ cōposit⁹ Et tertia is qui quadā hoꝝ medietate cōiunctus est : ⁊ ab vtriusq; cognatione aliquid naturalit̄ trahit q est p se quidē secūdus ⁊ cōpositus: sed ad alios comparatus primus ⁊

incōpositus inuenit.

De primo ⁊ incōposito. Cap. 14.

T primus quidē ⁊ incōpositus est q̄ nullā aliā ptez habz nisi eā quę a tota nūeri quā titate denominata sit. vt ipa pars nō sit nisi vnitas ut sūt. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. In his g̃ singulis nulla vnq̄z alia ps inueniet: nisi quę ab ipis denoiata est: ⁊ ipa tantū vnitas ut supra iā dictū ē. In tribus enī vna ps sola est: id est tertia: q̄ a trib⁹ scz denoiata est: ⁊ ipa tertia ps vnitas. Eodēq̄z mō quinarij sola quinta ps est: ⁊ hęc vnitas. atque idez in singulis cōsequēs reperiet. Dicit aūt prim⁹ ⁊ incōposit⁹ q̄ō nullus eū alter numerus metiat: preter solā quę cunctis mater est vnitatē. Nāq̄z ternariū. 2. nō numerāt: idcirco qm̄ si solos duos ꝗtra tres cōpares pauciores sunt. Sin vō binariū bis facias: ampliorē trib⁹ cōcrescit ī 3. Metit aūt numer⁹ nūez: quotiēs uel semel ul' bis uel tertio ul' quotiens libet numer⁹ ad numez ꝗparat⁹ neq̄z deminuta sūma neq̄z aucta ad cōparati nūeri terminū vsq̄z puenit ut duo si ad. 6. cōpares: binari⁹ numer⁹ senariū tertio metiet. primos g̃ ⁊ incōpositos null⁹ numer⁹ metiet: pter vnitatē solā. qm̄ ex nullis alijs nūeris cōpositi sūt sz tm̄ ex vnitate ib⁹ in semetipis auctis multiplicatisq̄z p creant. Ter enī vn⁹. 3. ⁊ q̄nqes vnus q̄nq̄z. ⁊ septies vn⁹. 7. fecerūt. Et alij q̄dē quos sup̄ descripsim⁹ eode mō nascunt. Hi aūt in semetipsos multiplicati: faciūt alios nūeros velut primi. eosq̄z primā rez substātiā vimq̄z sortitos: cūctoz a se pcreatoz velut q̄dā elemēta repies. q̄ scz ⁊ incōpositi sūt: ⁊ simplici gnatione formati: atq̄z ī eos oēs q̄cūq̄z ex his plati sūt nūeri resoluunt. ipi vō neq̄z ex alijs pducunt: neq̄z ī alia reducunt.

De secūdo ⁊ cōposito. Cap. 15.

Ecūd⁹ vō ⁊ cōpositus ⁊ ipe q̄dē impar ēpp̄tea, q̄ō ea dē imparis pprietate format⁹ ē: sz nullā in se retinet substātiā pncipalē cōpositusq̄z ē ex alijs nūeris. habetq̄z ptes: ⁊ a seipo ⁊ ab alieno vocabulo denoiatas. sed a seipo denoiatā ptē solā sp ī his inuenies vnitatē. ab alieno vō vocabulo vl' vnā: vl' quotlibz alias: quāti fuerint scz numeri qbus ille cōpositis pcreat. vt sūt hi. 9. 15. 21. 25. 27. 33. 39. Hoz g̃ singuli habēt q̄dē a se denoiatas ptes pprias scz vnitates. vt. 9. nonā id est. 1. 15. q̄ntādecimā: eādē rursus vnitatē. ⁊ ī ceteris quos sup̄ descripsim⁹ idē cōuenit. Habēt etiā ab alieno vocabulo ptez. vt. 9. tertiā: id est ternariū. ⁊ 15. tertiā: id ē. 5. et q̄ntā: id est. 3. 21 vō tertiā: id ē. 7. septimā. 3. ⁊ ī oibus alijs eadē ꝗsequētia ē. Secūd⁹ aūt vocat hic nūer⁹: qm̄ nō sola vnitate metit: sz etiā alio nūero a quo scz cōiunct⁹ est. Neq̄z hz ī se quicquā prin-

cipalis intelligentię. Nam ex alijs numeris procreat. 9. quidem ex tribus. 15. vo ex tribus et. 5. et. 21. ex tribus et. 7. ꝛ ceteri eodem modo. Compositꝰ aũt dicit eo quod resolui potest in eosdem ipsos a quibus dicit esse cõpositus: in eos scilicet q compositus numeꝝ metiunt. Nihil aũt quod dissolui põt incõpositum est: sed omni reꝝ necessitate compositũ.

De eo qui p se secũdus ꝛ cõpositꝰ ad aliũ primꝰ ꝛ incõpositꝰ ẽ. Cap. 16

Is vero contra se positis: id est primo ꝛ incõposito: et secũdo ꝛ cõposito ꝛ naturali diuersitate disiunctis: aliꝰ in medio cõsideraẗ. qui ipse quidez cõpositus sit ꝛ secundus: ꝛ alterius recipiens mẽsionẽ: atque ideo ꝛ partis alieni vocabuli capax: sed cuz fuerit ad alium eiusdez generis numeꝝ cõparatus: nulla cũ eo cõmuni mensura coniũgit: nec habebũt partes equiuocas ut sũt. 9. ad. 25. nulla hos cõmunis numeroꝝ mensura metit: nisi forte vnitas quę omniũ numeroꝝ mẽsura cõmunis est. Et hi quidem non habent equiuocas partes. Nã quę in. 9. tertia est: in. 25. non est: ꝛ quę i 25. quinta est: in nouenario non est Ergo hi per naturam vtrique secũdi ꝛ compositi sũt: cõparati vero ad seinuicem primi incõpositique reddunt: quod vtrosque nulla alia mẽsura metit nisi vnitas quę ab vtrisq; denominata est. Nam in nouenario nona est: in. 25. vigesima quita.

De primi ꝛ incõpositi: ꝛ secundi ꝛ compositi: ꝛ ad se quidem secundi ꝛ compositi ad alterutruz vero primi ꝛ incõpositi procreatione. Cap. 17.

Eneratio aũt ipsoꝝ atq; ortus huiusmodi inuestigatione colligit. quam scilicet eratostenes cribrum noiabat: quod cũctis imparibus in medio collocatis p eaz quã tradituri sumus artẽ: qui primi: quive secũdi: quique tertij generis videant esse distinguit. Disponant enim a ternario numero cuncti i ordinẽ impares: in quãlibet lõgissimã porrectionẽ. 3. 5. 7. 9. 11. 13 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49. His igitur ita dispositis considerandũ: primus numerus quez eoꝝ qui sunt in ordine positi primum metiri possit. Sed duobus pteritis illuz qui post eos est positꝰ mox metit. Et si post eundẽ ipsuz quẽ mẽsus est: alij duo trãsmissi sũt: illũ q post duos est rursus metit. Et in eodẽ modo si duos q reliquerit: post eos qui est a primo numero metiẽdus est. Eodẽq; modo relictis semp duobꝰ a primo in infinitũ pergẽtes metient. Sz id

nõ vulgo neque cõfuse. Nã primus numer⁹ illũ qui est post duos scõm se locatos p suam quãtitatẽ metiẽ. Ternarius enĩ numer⁹ tertio. 9. metiẽ. Si aũt post nouenariũ duos reliquero: qui mihi post illos incurrerit: a primo metiendus est per secũdi imparis quantitatẽ: id est p quinariũ. Nã si post. 9. duos relinquaz id est. 11. et. 13. ternarius numerus 15. metiẽ p secũdi numeri quãtitatẽ: id est p quinarij qm̃ ternari⁹. 15. quinquies metiẽ. Rursus si a quindenario inchoans duos intermisero: qui posterior positus est: eius primus numerus mensura est p tertij imparis pluralitatẽ. Naz si post. 15 intermisero. 17. et. 19. incurrit. 21. quẽ ternarius numerus scõm septenariũ metiẽ. 21. enim numeri ternari⁹ septima pars est. Atqz hoc in infinitũ faciens: reperio primũ numerũ: si binos intermisero oẽs sequentes post se metiri scõm quãtitatẽ positoz ordine impariũ numeroz. Si vero quinarius numerus qui in secundo loco est ⁊stitutus: velit quis cuius prima ac deinceps sit mensura inuenire: trãsmissis. 4. imparibus quintus ei quez metiri possit occurrit. Intermittant enĩ. 4. impares id est. 7. et. 9. et. 11. et. 13. post hos est quintus decimus: quẽ quinari⁹ metitur: scõz primi scz quãtitatẽ: id ẽ ternarij. quinqz enĩ. 15. tertio metitur. Ac deinceps si quattuor itermittat eum qui post illos locatus est: secũdus id est quinarius sui quantitate metiẽ. Nã post quindecim intermissis. 17. et. 19. et. 21. et. 23. post eos 25: reperio: quos quinarius scz numerus sua pluralitate metiẽ. Quinquies enĩ quinario multiplicato. 25. succrescũt. Si vo post hunc quilibet 4. intermittat: eadẽ ordinis seruata cõstantia: qui eos sequiẽ scõm tertij idest septenarij numeri sũmã a quinario metiẽ. Atque hęc est infinita processio. Si vo tertius numer⁹ quẽ metiri possit exquiriẽ: sex in medio relinquent: ⁊ quẽ septimũ ordo mõstrauerit: hic per primi numeri id est ternarij quãtitatẽ metiẽdus est. Et post illuz sex alijs interpositis: quez post eos numeri series dabit: p quinariũ id est p secũdũ tertij eum mensura pcurret. Si vo alios rursus sex in medio quis relinquat: ille qui sequiẽ per septenariũ numerũ ab eodem septenario metiẽdus est: id est per tertij quantitatẽ. Atque hic vsqz in extremũ ratus ordo pgrediẽ. Suscipient ergo metiẽdi vicissitudinez: quẽ admodũ sũt in ordinẽ naturaliter impares cõstituti. Metient aũt si p pares numeros a binario ichoantes positos inẽ se impares rata intermissiõe trãsiliãt. vt prim⁹ duos: secũdus. 4. tertius. 6. quartus. 8. quintus. 10. Vel si locos suos ⁊duplicẽt ⁊ scõm duplicationẽ termios intermittãt: vt ternari⁹ qui primus est numerus ⁊ vnus. (Oĩs enĩ prim⁹ vnus est) bis locũ suũ multiplicet: faciatqz bis vnũ. Qui cũ duo sint: prim⁹ duos medios trãseat. Rursus secũdus id est quinarius: si locũ suũ duplicet. 4. explicabit: hic quoqz. 4. iutermittat. Itẽ si septenarius qui tertius est locũ suũ duplicet: sex creabit. Bis enĩ

3. senariũ iungunt. hic ergo in ordinem sex relinquat. Quartus quoq; si locũ suum duplicet. 8. succrescent. ille quoq; 8. transiliat. atq; hoc quidem in cęteris pspiciendũ. Modus aũt mẽsionis scõm ordinẽ collocatoꝝ ipsa series dabit. Nam primus primũ quem numerat: scõm primus numerat: id est scõm se. ⁊ scõm primus quem numerat: ꝑ scõm numerat. ⁊ tertium ꝑ tertiũ. ⁊ quartũ item ꝑ quartũ. Cum aũt secundus mensionẽ susceperit, primũ quem numerat scõm primu metiẽ. secundũ vo quẽ numerat ꝑ se: id est ꝑ secundus ⁊ tertiũ ꝑ tertium. ⁊ in cęteris eadem similitudine mensura ostabit. Alios ergo si respicias: vel qui alios mensi sunt: vel qui ipsi ab alijs metiunt: inuenies omniũ simul cõmunẽ mẽsuram esse non posse. neque ut oẽs quẽquã aliũ simul numerent. quosdam aũt ex his ab alio posse metiri ita ut ab vno tantũ numerent. alios vo ut etiã a pluribus. quosdam aũt ut preter vnitatẽ eoꝝ nulla mensura sit. Qui ḡ nullã mensuram preter vnitatẽ recipiũt: hos primos ⁊ incõpositos iudicamus. qui vo aliquaꝝ mensuram preẽ vnitatẽ uel alienigenę partis vocabulũ sortiunt: eos ꝑnunciemus secũdos atque compositos. Tertiũ vo illud genus ꝑ se secũdi ⁊ cõpositi: primi vo ⁊ incõpositi ad alterutrũ cõparati: hac inquisitoꝝ ratione reperiet. Si eniꝝ quoslibet illos numeros scõm suã i semet ipsos multiplices quantitatẽ: qui ꝑcreãt ad alterutrũ comparati: nulla mensurę cõmunione iunguntur. Tres enim ⁊ 5. si multiplices: tres tertio 9. faciũt: ⁊ quinquies. 5. reddent. 25 Vis igit̃ nulla ẽ cognatio cõmunis mensurę. Rursus. 5. et. 7. quos procreant si cõpares: hi quoq; incõmẽsurabiles erũt. Quinquies enim quq; ut dictũ est. 25. septies. 7. faciũt. 49. Quoꝝ mensura nulla cõmunis est: nisi forte omniũ horum ꝑcreatrix ⁊ mater vnitas.

De inuentione eoꝝ numeroꝝ qui ad se secũdi ⁊ cõpositi sunt: ad alios vo relati primi ⁊ incõpositi. Cap. 18

Qua vero ratione tales numeros inuenire possimus: si quis nobis eos dẽ proponat ⁊ impetrare agnoscere vtrum aliqua mẽsura cõmẽsurabiles sint: an certe sola vnitas vtrosq; metiat: reperiendi ars talis est. Datis enim duob̃ numeris inequalib̃: auferre de maiore minorẽ oportebit. ⁊ qui relict̃ fuerit: si maior est: auferre ex eo rursus minorẽ: si vo minor fuerit eũ ex reliq̃ maiore detrahere. Atq; hoc eo vsq; faciendũ: quoad vnitas vltima vicẽ retractionis impediat: aut aliqs numer̃ impar necessario si vtriq; numeri impares ꝑponant. Sed eũ q relinquit̃ numeꝝ: sibiipsi videbis ęqualem. Ergo si in vnũ incurrat vicissim ista subtractio: primi cõtra se necessario numeri dicent: ⁊

nulla alia mensura nisi sola vnitate cõiũcti. Si vo ad aliquẽ numerũ ut supius dictũ est: si nis deminutionis incurrerit: erit enĩ numerus qui metiat vtrasq; sũmas. atque eũdẽ ipm qui remãserit: dicem⁹ vtroq;q; cõmunẽ esse mensurã. Age enĩ duos numeros ppositos habeamus: quos iubeamur agnoscere: an eos aliqua mẽsura cõmunis metiat. Atque hi sint. 9. scz ⁊. 29. hoc igit faciem⁹ modo reciprocã deminutionẽ. Auferamus de maiore minorẽ: hoc est: de 29. nouenariuz: relinquent. 20. Ex his g̃. 20. rursus minorẽ detraham⁹ id est. 9. ⁊ relinquent. 11. Ex his rursus detraho. 9. relicti sunt. 2. Quos si detraho nouenario: relicti sunt. 7. Qõ si duo rursus septenario dẽpserim: supsunt. 5. atq; ex his alios duos: tres rursuz exuberãt. quos alio binario diminutos sola vnitas supstes egredit. Rursus si ex duobus vnũ auferã: i vno termin⁹ detractionis herebit: quẽ duoz illoz numeroz id est. 9. et. 29. solũ neq; aliũ cõstat esse mensurã. hos ergo cõtra se primos vocabim⁹. Sed sint alij numeri nobis eadẽ cõditione ppositi: id est. 21. et. 9. vt quales hi sint inuestigent cũ sibimet fuerint inuicẽ cõparati. Rursus aufero de maiore minoris numeri quãtitatẽ: id est. 9. de. 21. relinquent. 12. Ex his rursus demo. 9. supsunt. 3. Qui si ex nouenario retrahant: senarius relinquet. Quibus itẽ si quis ternarium demat. 3. relinquent. de quib⁹ tres detrahi nequeunt. atque hic est sibi ipsi ęqualis. Nã. 3. qui detrahebãt vsque ad ternarium numeq puenerunt. a quo quoniam ęquales sunt: detrahi minuique non poterunt. Vos igit cõmensurabiles pronunciabimus ⁊ est eorũ qui est reliquus ternarius mensura cõmunis.

Alia partitio paris secundum p fectos imperfectos ⁊ vltra quam p perfectos. Cap. 19.

Q de imparib⁹ numeris quantũ introductionis pmittebat breuitas expedituz est. Rursus numerozũ pariũ sic fit secunda diuisio. Alij eniz eoz sunt supflui. alij diminuti scõm vtrasq; habitudines inęqualitatis. Ois quippe inęqualitas: aut in maiorib⁹ aut in minoribus cõsideratur. Illi enĩ im moderata quodammodo plenitudine: proprij corporis modũ partiũ suaruz numerositate pcedũt. Illos aũt veluti pauptate iopes oppssosq; q̃dã naturę suę inopia mõr quã ipi sũt ptiũ sũma cõponit. atq; illi gdez quoz ptes vltra quã sat est sese porrexerũt: supflui noiant. ut sũt. 12. ul 24. Hi enĩ suis ptib⁹ cõparati maiorẽ ptiũ sũmã toto corpe sortiũt. Est enĩ duodenarij medietas. 6. ps tertia. 4. ps q̃rta. 3. ps sexta. 2. ps duodecima. 1. est. Oisq; hic cumul⁹ redũdat in. 16. ⁊ tot⁹ corpis sui multitudinez vincũt. Rursus. 24. nũeri medietas est. 12. tertia. 8. q̃rta. 6. sexta

4. octaua tria: duodecima. 2. vicesimaquarta vnum qui oẽs triginta ⁊ sex repẽdũt. In qua re manifestũ ẽ quod summa partiũ maior est: ⁊ supra proprii corpus exundat. Atq; hic quidẽ quoniaz cõpositę partes totius summã numeri vincunt: superfluus appellat. Deminutus vero ille cui⁹ eodẽ modo cõpositę partes totius termini multitudine superant: vt. 8. vel. 9. habet enĩ octonari⁹ partem mediã: id est. 4. habet ⁊ quartã id est duo. habz ⁊ octauã id est vnũ quę cunctę in vnuz redactę. 7. colligunt: minorẽ scz summã toto corpore ꝛcludẽtes. Rursus. 14. habẽt medietatẽ id ẽ septenariũ. habẽt septimã: id ẽ. 2. hñtq; rtãdecimã id ẽ. 1. q̃ in vnũ si collectę sint: denarij numeri summa cõcrescit: toto scz termino minor. Atque hi quidez hoc modo sunt: ut prior ille quẽ suę partes superãt talis videat: tãq; si quis multis sup naturã manibus nat⁹ vt centimanus gigas. vel triplici cõiũctus corpore: ut gerio tergemin⁹ ul' quicquid vnquã mõstruosum natura in partiũ multiplicatione surripuit. Ille vero ut si naturalĩ quadã necessaria parte detracta: aut min⁹ oculo nasceret: ut cyclopeę frõtis dedec⁹ fuit. uel quo alio curtat⁹ mẽbro: naturale totius suę plenitudinis dispẽdiũ sortiret. Inter hos aũt velut inter ęquales intẽperãtias medij temperamẽtũ limitis sortitus est ille numerus qui pfectus dicit: virtutis scz ęmulator qui nec supuacua pgressione porrigit: nec cõtracta rursus diminutione remittit: sed medietatis obtinẽs terminũ suis ęqu⁹ partib⁹: nec crassat abundantia: nec eget inopia: ut sex u el. 28. Nãq; senari⁹ habet partẽ mediã id est. 3. ⁊ tertiã id est. 2. ⁊ sextã id est. 1. quę in vnã sũmã si redactę sint: par totuz numeri corpus suis partibus inuenit. 28. vero habet medietatẽ. 14. ⁊ septimã. 4 nec caret quarta id est. 7. possidet quartãdecimaz. 2. et reperies in eo vicesimã octauã. 1. quę in vnũ redactę totũ partibus corpus ęquabunt 28. enim iuncte partes efficient.

De generatione numeri perfecti. Cap. 20.

Est aũt i his quoq; magna similitudo virtutis ⁊ vicij. Perfectos enim numeros raro innenies: eosque facile numerabiles. quippe qui pauci sunt: ⁊ nimis cõstãti ordine procreati. at vero superfluos ac deminutos longe multos infinitosque reperies: nec vllis ordinib⁹ passim inordinateque dispositos: ⁊ a nullo certo fine generatos. Sunt autem perfecti numeri intra denarium numerũ. 6. intra centenarium 28. intra millenariuz numerũ. 496. intra decem milia. 8128. Et semp hi numeri duobus paribus terminant. 6. et. 8. ⁊ semper alternatim in hos numeros summarum fine perueniũt. Nam ⁊ primum sex deinde 28. Post hos. 496. idem senarius qui primus. post quem. 8128. idem

octonarius qui secūdus. Generatio aūt pcreatioq; eorū est fixa firmaq; nec quo alio modo fieri possint: nec vt si hoc modo fiāt aliud quidda vl lo modo valeat pcreari. Dispositos enī ab vno oēs pariter pares numeros in ordinē quousq; volueris: primo scōm aggregabis: ⁊ si prim⁹ numerus ⁊ incōposit⁹ ex illa coacerua tione fact⁹ fit: totā sūmā in illū multiplicabis quē posteri⁹ aggregaueras Si vo coaceruatione facta prim⁹ ⁊ incōposit⁹ nō inuēt⁹ fuerit ſz cōposit⁹ ⁊ secūdus: hūc transgredere atq; alium q sequiī aggregabis. Si vo nec dū fuerit primus ⁊ incōpositus: aliū rursus adiunge ⁊ vide quid fiat. Qō si primū incōpositūq; reperies: tunc in vltimę multitudinē sūmę coacer uationez multiplicabis. Disponanī enim oēs pariter pares numeri hoc modo. 1.2.4.8. 16.32.64. 128. faciēs g ita: pones. 1. eiq; aggregabis. 2. Tūc respicies ex hac aggregatiōe qui numer⁹ factus sit: sunt. 3. qui scilicet primus ⁊ incōpositus est: ⁊ post vnitatē vltimū binariū nūez aggregaueras. Si igitī ternariū id ē qui ex coaceruatione collect⁹ est p binariū mltiplices qui est vltimus aggregatus: pfectus sine vlla dubitatiōe nascet. Bis enī. 3. 6. faciūt. qui habent vnā quidē a se denominatā partem id ē sextā: tres vero medietatē secūdū dualitatē. at vero duo scōm coaceruationē id est scōm tertiariū: qm coaceruati tres multiplicati sūt. Ui gintiocto aūt eodē modo nascunt. Si enī sup vnū ⁊ duo qui sūt tres addas sequentē pariter parē id est. 4. septenariā summā faciēs, sed vltimū numerū quaternariū ꝯsequenter adiunxeras: per hūc igitī si illā coaceruationē mltiplicaueris: pfectus numerus procreat. Septies enī. 4. 28. sunt: qui est suis partib⁹ par: habens vnū a se denominatum id est vigesimū octauū: medietatē vero scōm binariū. 14. scōm quaternariū. 7. septimā vero scōm septenarium. 4. scōm omniū collectionē quartūdecimū: duo: qui vocabulo medietatī opponit. Ergo cum hi reperti sint: si alios inuenire secteris: eadē oportet ratione vt vestiges. Pones enī vnū licebit: ⁊ post hūc. 2. ⁊. 4. qui in septenariū cumulant: sed de hoc dudū extitit. 28. pfectus numer⁹. Huic igitī q sequiī pariter par id est. 8. cōtinens iungat accessio. qui prioribus superueniens. 15. restituit. Sed hic primus et incōpositus non est. Habet enim generis alterius partem super illam quę est a seipsa denominata: quintādecimam scilicet vnitatem. Hunc igitur quoniam secūdus est ⁊ cōpositus preterito: ⁊ adiunge superioribus continentē pariter parem numerū id est. 16. Qui cum. 15. iunctus vnuz ac. 30. conficiet. Sed hic primus rursus ⁊ incompositus est. Hunc igitur cuz extremi aggregati summa multiplica: vt fiant sedecies 31. qui. 496. explicant. Hęc autem est intra millenarium numerū perfecta ⁊ suis partibus ęqua numerositas. Igitur prima vnitas virtute atque potentia non etiam actu vel re

ꝛ ipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sumpsero de proposito ordine numeroꝝ: video primã atq; incõpositam. quã si per seipsam multiplico: eadem mihi vnitas procreatur. Semel enĩ vnũ solam efficit vnitatẽ quę partibus suis ęqualis est potentia solum: cęteris etiã actu atq; opere perfectis. Recte igitur vnitas propria virtute perfecta est qõ̃ et prima est ꝛ incõposita: ꝛ per seipsam multiplicata sese ipa conseruat. Sed quoniã de ea quãtitate quę per se fit dictũ est. operis sequentiã ad illã quę refertur ad aliquid trãsferamus.

De relata ad aliquid quantitate. Cap. 21.

D aliquid vero quantitatis duplex est pma diuisio. Omne enĩ aut ęquale est: aut inęquale ge quid alteri⁹ cõparatiõe metiĩ. Et ęquale quidẽ est: qõ̃ ad aliquid cõparatũ neque minore sũma infra est: neq; maiore trãsgrediĩ. vt denarius denario: vel ternarius ternario vel cubitum cubito: vel pes pedi: et his similia. Hęc aũt pars relatę ad aliquid quantitatis id est ęqualitas naturaliter indiuisa est. Nullus enĩ dicere potest: quod ęqualitatis hoc quidẽ tale est: illud vero huiusmodi Omnis enĩ ęqualitas vnã seruat in propria moderatione mensurã. Illud etiã quod quę ei quantitas cõparatur: non alio vocabulo atque ipsa cui comparatur edicitur. Nam quẽadmodũ amicus amico amicus est: vicinusq; vicino: ita dicitur ęqualis ęqualiĩ. Inęqualis vero quantitatis gemina diuisio est. Secatur enĩ quod inęquale est in maius atq; minus: quę contraria sibimet denominatione funguntur. Nanq; maius minore maius est: ꝛ minus maiore minus est: ꝛ vtraq; non eisdem vocabulis quemadmodũ secundus ęqualitatem dictus est sed diuersis distantibusq; signata sunt ad modũ discentis scilicet vel docentis: vel cędentis vel vapulantis: vel quęcunque ad aliquid relata aliter denominatis cõtrarijs cõparanĩ.

De speciebus maioris inęqualitatis et minoris. Cap. 22.

Maioris vero inęqlitatis quinq; partes sunt. Est enim vna quę vocaĩ multiplex alia suppartic̃ularis: tertia superpartiens: quarta multiplex superparticularis: quinta multiplex superpartiens. His igitur quinq; maioris partibus oppositę sunt alię quinq; partes minoris quemadmodũ ipsum maius minori semper opponiĩ: que minoris species ita singillatim speciebus. v. maioris his quę supradictę sunt opponuntur: vt eisdem nominibus nuncupentur: sola tantum sub prępositione distantes. Dicitur enĩ submul

tiplex:subsuperparticularis: subsup partiens: multiplex subsuperparticularis: ⁊ multiplex subsuperpartiens.

De multiplici eiusq; specieb⁹ earūq; generationibus. Cap.23.

Rursus mltiplex est prima pars maior; inequalitatis :cunctis alijs antiquior naturaque prestantior. vt paulopost demonstrabimus. Hic autem numerus huiusmodi est:vt comparatus cum altero:illum contra quem comparatus est habeat plus quaz semel. Qd̄ primū in naturalis numeri dispositione conueniet. Namque ad vnuz cuncti qui sequuntur:omniū ordine multipliciū sequentias varietatesq; custodiunt. Ad primū enī id est vnitatem.2. duplus.3. triplus.4. quadruplus.atque ita in ordinem progredientes:omnes texuntur multiplices quantitates. Quod autem dictum est:plus quā semel: id a binario numero principium capit:⁊ in infinitum per ternarium quaternariumq; ⁊ ceterorum ordinem sequentiamque progreditur. Contra hunc vero discriminatus est ille qui vocatur submultiplex. ⁊ hec quoque prima minoris quantitatis species est. Hic aūt numer⁹ huiusmodi ē:qui in alteri⁹ cōparatiōe pduct⁹: plus quā semel maior; numerat sūmā: sua scz quātitate cuz eo eq̄liter inchoās eq̄ literq; determinās. Idem aūt dico numerat qd̄ metiť. Si igiť bis soluz maiorē numerz minor numer⁹ metiatur: subduplus vocabiť. si vo ter: subtriplus. si q̄ter: subq̄druplus. et fit per hec in infinitū pgressio. additaq; eos semp sub p̄positione nominabis.vt vnus duoz subduplus.trium subtriplus.4. subq̄druplus appellať ⁊ cōsequenter. Cū aūt naturaliter multiplicitas ⁊ submltiplicitas infinita sit:eorū quoq; species per p prias generationes in infinita consideratione versanť. Si enī positis in naturali constitutione numeris singulos per suas cōsequentias pares eligas : omniū ab vno parium atq; imparium sese sequentium duplices erunt.et huius speculationis terminus non deficit. Ponať enī naturalis numerus hoc modo. 1.2.3.4.5. 6.7.8.9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17 18. 19.20. Horum ergo si primū sumas parem id est.2. primi duplus erit id est vnitatis. Si vero sequentem parem id est.4. secundi duplus est:id est duorū. Si vero tertiū parē sumas id est.6.tertij numeri in naturali cōstitutione duplus est id est ternarij. Si vero quartū parē inspicias id est.8.quarti numeri id est q̄ternarij duplus est. Idēq; in ceteris in infinitū sumentib⁹ sine aliquo impedimento procedit. Triplices aūt nascuntur:si in eadem dispositiōe naturali duo semper intermittanť: ⁊ qui post duo sūt ad naturalem numerū

cōparentur excepto ternario: qui vt vnitatis triplus sit solū binariū pretermittit. Post vnū ⁊ duo. 3. sūt qui triplus vnius est. Rursus post. 4. et 5. sunt. 6. qui secūdi numeri idest duorū triplus est. Rursus post. 6. sunt 7. et. 8. et post hos. 9. qui tertij numeri idest ternarij triplus est. Atq; hoc idem in infinitū si quis faciat sine vlla offensione pcedit. Quadruplorū vero generatio icipit si quis tres numeros intermittat. Post vnū quippe ⁊. 2. et. 3. sunt. 4. qui primi id est vnius quadruplus est. Rursus si intermisero quinariū: senariū: ⁊ septenariū: octonariꝰ mihi quartꝰ occurrit: tribus scilicet intermissis: qui binarij id est secūdi numeri quadruplus est. At vero si post octo tres terminos intermisero id est. 9. et. 10. ⁊. 11. duodenarius qui sequit̃ ternarij numeri quadruplus ē. Atq; hoc idem in infinitū pgressis necesse est euenire: semp̄q; vna terminoꝝ intermissione si crescat adiectio: ordinatas te multiplic̃ numeri vices inuenire miraberis. Si enī. 4. intermittas: quincuplus inuenit̃. si quiq; sexcuplus, si sex septuplus. semp̄q; ipsiꝰ multiplicitatis nomine vno minus intermissiōis vocabulo pcreant̃. Nā duplus vnum intermittit: triplus. 2. quadruplus. 3. quincuplus. 4. Et de inceps ad eundē ordinē sequētia ē. Et oēs quidē dupli scōm ppias sequentias pariū numerorū pares sūt Tripli vero vnus semp par terminꝰ impar alius inuenit̃. Quadrupli vero rursus semper parem custodiunt quantitatē. Cōstituuntur q; a quarto numero vno ex prioribus per ordinē positis paribus intermisso: primo pari binario. post hunc. 8. intermisso senario. post hunc. 12. trāsmisso denario. Atq; hoc idem in cēteris. Quincupli vero ppositio scōm tripli cis similitudinez alternatim paribꝰ atq; imparibus positis ordinat̃.

De supparticulari eiusq; speciebus earūq; generationibꝰ. Cap. 24.

Superparticularis vero ē numerus ad alterū cōparatus: quotiēs habet i se totū minorē ⁊ partē eius aliquā. Qui si minoris habeat medietatē: vocat̃ sesqualter. si vo tertiā partem: vocatur sesquitertius. si vero quartaz: vocat̃ sesquiquartus. et si quintā: vocatur sesquiquintus. Atque his nominibus in infinitū ductis: in infinitum quoq; superparticulariū forma progredit̃. Et maiores quidez numeri hoc modo vocantur: minores vero qui habentur toti ⁊ eorū aliqua ps: vnus subsesqualter: alter subsesquitertius: alius subsesquiquartus: alius vero subsesquiquintus: atq; idez scōm maiorū normā multitudinēq; protēdit̃. Voco aūt maiores numeros duces: minores comites. Supparticulariū quoq; infinita est multitudo: ob eam rē quod eiusdē species interminabili progressione fungunt̃. Nanq; sesqualter habebit quidez duces oēs post ternariū nume-

rũ naturaliter triplices. Comites vo omnes post binariũ naturaliter pares. hoc modo: vt primꝰ primo: secũdus scdo: tertiꝰ tertio cõpareť: ⁊ deinceps. Describantur enĩ longissimi versus triplicium naturalis numeri atqꝫ dupliciũ: ⁊ fit hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Primus igiť versus cõtinet numeꝝ naturalẽ: secũdus eius triplicẽ: tertius vero duplicẽ. atqꝫ in eo si ternarius binario: vel si senarius quaternario: vl' nouenariꝰ senario cõpareť: vl' oẽs triplices superiores si duplicibꝰ numeris cõsequentibus opponanť: emiolia id est sesqualtera proportio nasceť. tres enĩ habent intra se duo ⁊ eoꝝ mediã partẽ id est. 1. sex quoqꝫ otinent intra se. 4. ⁊ eoꝝ medietatẽ id est. 2. ⁊ nouẽ intra se senarium claudũt: ⁊ eiꝰ mediã partẽ: id est. 3. eodẽqꝫ modo in cęteris. Dicenduz vero si quis secũdã speciẽ sup particularis numeri osiderare desideret id est sesquitertiã: quali ratione reperiat. ac diffinitio quidẽ huius cõparationis talis est. Sesquitertius est: qui minori cõparatus habet eum semel ⁊ eius tertiã partẽ. sed hi inueniunť si omnibꝰ a quaternario numero otinuatim quadruplis ostitutis: a ternario numero triplices cõparẽtur: eruntqꝫ duces quadrupli: comites tripli. Sit enĩ in ordine hoc modo numerꝰ naturalis: vt sub eo quadrupli: ⁊ sub eo tripli sint. supponať sub primo quadruplo primꝰ triplus sub scdo secũdus: sub tertio tertiꝰ: et eodẽ modo cuncti eiusdẽ primi versus tripli in ordinẽ diriganť.

1	2	3	4	5	6	7	8	
4	8	12	16	20	24	28	32	
3	6	9	12	15	18	21	24	

Igitur primũ primo si cõpares sesq tertia ratio otinebiť. Nã si. 4. tribus cõpares: habebũt in se. 4. totũ ternariũ ⁊ eius tertiã partẽ id est. 1. ⁊ si secundũ scdo id est octonariũ senario cõpares: idem inuenies: habebit enĩ octonarius senariũ totũ ⁊ eiꝰ tertiaz partẽ id est. 2. ⁊ per eandẽ sequentiã vsqꝫ in infinitũ pgrediendũ est. Notandũ quoqꝫ est: qd. 3. comites sunt duces. 4. Rursus. 6. comites: duces 8. ⁊ in eodẽ ordine cęteri simili modo vocanť duces sesquitertij: comites subsesquitertij: ⁊ in cunctis scõm hũc modum posita conuenit seruare vocabula.

De quodaz vtili ad cognitionẽ sup particularibꝰ accidente. Cap. 25.

Oc aũt admirabile pfundissimũqꝫ in istorũ ordinibꝰ inuenitur: qd primus dux primusqꝫ comes ad se inuicem nulla numeri intermissione copulanť. Naz primi se nullo in medio posito transeũt: secũdi interponũt. 1. tertij duos: quarti. 3. ⁊ deinceps vna semper minore quã ipsi sũt intermissione succrescũt Atqꝫ hoc vel in sesqualteris: vl' in ses

quitertijs: vel in alijs supparticularis partibus necesse est inueniri. Nãque vt quaternarius cõtra ternariũ cõparetur: nullũ intermisimus. post 3. eniz mox. 4. sunt. At vo. 6. 3. 8. in scõo scilicet sesquitertio: vna facta est intermissio. Inter. 6. eni et. 8. solus est septenarius qui transmissus est numerus. Rursus vt. 9. otra. 12. cõparemus: qui sunt in dispositione tertij: duorum medior est facta trãsmissio. Inter. 9. eni et. 12. sũt. 10. et 11. scõm hunc modum quarta dispositio 3. quinta 4. intermittit.

Descriptio p quã docet ceteris inequalitatis specieb' antiquiorẽ esse multiplicem. Cap. 26.

Quoniam autem naturaliter et secundũ proprias ordinis cõsequẽtiã: multiplicẽ inequalitatis speciẽ cunctis preposuimus: primãq; speciem esse monstrauimus: licet hoc nobis posterioris operis ordine clarescat: hic quoq; perstringentes id quod pposuimus planissime breuiterq; doceamus. Sit enim talis descriptio in qua ponat in ordinẽ vsque ad denarium numerus continui numeri ordo naturalis: et secũdo versu duplus ordo texatur: tertio triplus: quarto quadruplus: & hoc vsq; ad decuplũ. Sic enim cognoscemus quẽ admodũ superparticulari et superpartienti: & cunctis alijs princeps erit species multiplicis: & quędam alia simul inspiciem' & ad subtilitatẽ tenuissima: & ad scientiã vtilissima: & ad exercitationez mentis iocundissima.

Tetragona. Longitudo. Secūda vnitas.

Prima vnitas. Latitudo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Latitudo. Tertia vnitas.

Secūda vnitas. Longitudo. Tetragona.

Ratio atq; expositio digestę formulę. Cap. 27.

SI igit duo p̄ma latera ꝓpositę formulę q̄ faciūt ãgulū: ab vno ad. 10. et. 10. pceden tia respiciāt: ꝛ his subteriores ordies cōparent: qui scilicet a. 4. angulum incipientes: in vigenos terminū ponunt: duplex id est prima species multiplicatis ostenditur: ita vt primus primū sola superet vnitate: vt duo vnū secūd⁹ scōm binario supuadat: vt q̄ternari⁹ binariū. terti⁹ tertiū tribus: vt senari⁹ ternariū. q̄rtus q̄rtū q̄ternarij numerositate transcendat: vt 8 q̄ternariū: ꝛ p eādē cūcti sequētia sese minoris pluralitate pretereant. Si vero terti⁹ angulus aspiciat: q ab 9. inchoās lōgitudinē latitudinēq; tricenis altrinsecus numer⁹ extēdit: et hic cū p̄ma latitudine et lōgitudine cōparetur: triplex species multi-

plicitatis occurrit: ita vt ista cõpara
tio per·x·litterã fiat. Hicq se nume
ri superabũt secundũ paritatẗ factã
naturaliter ꝛnexionẽ. Primus enim
primũ duobus superat: vt vnũ·3·se
cũdus scõm quaternario: vt binariũ
senarius. tertius tertiũ sex: ut terna
riũ nouenariꝰ. ⁊ ad eũdẽ cęteri mo
dũ ꝓgressionis augescũt. Quaꝫ rem
nobis scilicet ⁊ ipsa naturalis obie
cit integritas: nihil nobis extra ma
chinãtibꝰ: ut in ipso modulo descri
ptionis apparet. Si quis aũt quar
ti anguli terminũ qui sedeciꝫ nume
ri quantitate notatus est: ⁊ longitu
dinẽ latitudinẽq; in quadragenos
determinat velit supioꝛibus cõpa
rare p·x· littere formam ꝓportione
collata quadrupli multitudinẽ ꝓno
tabit. Hisq; est ꝛdinabilis sup se ꝓ
gressio vt primus primũ tribus supe
ret: vt·4·vnitatẗ. Secũdus secũduꝫ
senario vincat: vt octo binariũ. Ter
tius tertiũ nouenario trãseat: vt duo
denarius ternariũ. ⁊ sequẽtes sũmu
lę triũ se semp adiecta quãtitate trã
sileant. Et siquis subteriores aspici
at angulos: idem p oẽs multiplici
tatis species vsq; ad decuplũ dispo
sitissima ꝛdinatione perueniet.
Si quis vero in hac descriptione
supparticularis species requirat ta
li modo reperiet. Si enim scõm angu
lũ notet cuiꝰ est initiũ quaternarius:
eiq; supiacet binarius: atq; hunc se
quentẗ quis accomodet ꝛdinẽ: ses
qualtera ꝓportio declarabit. Nam
tertius scõi versus sesqualter est. vt
tres ad duo: vel sex ad quatuoꝛ: vel
8. ad·6·vl·12·ad·viij·. Itemq; in cę
teris qui sũt in eadẽ serie numeri: si
talis ꝛiugatio misceat: nulla varie
tatis dissimilitudo surripiet. Eadeꝫ
tñ sũmarũ supgressio est in hoc quo
que q̃ in duplicibus fuit. Primꝰ enim
primũ id est ternarius binariũ vno
superat. secundus vo scõm duobus
tertius tertiũ tribus ⁊ deinceps. Si
vo quartus ꝛdo tertio cõparetur:
vt·4·ad·3·⁊ eodẽ cęteros ꝛdine cõ
secteris: sesqtertia cõparatio colligi
tur: vt·4·ad·3·vel·8·ad·6·⁊·12·ad
8: videsne vt in omnibꝰ his sesquiter
tia cõparatio cõseruetur. Preterea
eos qui sub ipsis sũt: si idem faciens
sequẽtes versus alterutris cõpara
ueris oẽs sine vllo impedimẽto spe
cies supparticularẗ agnosces. Hoc
aũt in hac est dispositiõe diuinũ qõ
omnes angulares numeri tetrago
ni sũt. Tetragonꝰ aũt dicit vt breuissi
me dicam qõ post latius explicabit:
quẽ duo ęquales numeri multipli
cant. vt in hac quoq; descriptiõe est.
vnus enim semel: vnꝰ est: ⁊ est potesta
te tetragonus. Itẗ bis duo·4· sunt.
Ter·3·9·quos in semetipsas multi
plicatiões ꝑmi ꝛdinis ꝓfecere. Cir
cũ ipsos vero qui sũt id est circũ an
gulares: longilateri numeri sũt. Lõ
gilateros aũt voco quos vno se sup
gredientes numeri multiplicãt. Cir
cũ·4·enim·2·sunt ⁊·6· sed duo nascũt
ex vno ⁊ duobꝰ cũ vnũ bis multipli
caueris: sed vnitas a binario vnita
te ꝓcedit. Sex vo a duobus et tribꝰ
bis enim tres: senariũ reddũt. Noue
nariũ vo sex ⁊·12· claudũt. q·12·ex
tribus nascunt ⁊·4· Ter enim·4· fiunt
12. Senariꝰ vere ex duobꝰ ⁊ tribus.

Bis enī·3·faciūt·6· qui omnes vno maiorib⁹ lateribus ꝓcreati sunt. Nā cū·6·ex binario ternarioq; nascunt: tres binariū numerus vno superant cunctiq; alij eiusdē modi sunt: vt primo ⁊ scōo ordine ad alterutrū multiplicatis terminis ꝓcreent: ita vt qō nascit ex duob⁹ longilateris altrinsecus positis: ⁊ bis medio tetragono tetragonus fit: Et rursus qō ex duobus altrinsec⁹ tetragonis: ⁊ vno medio longilatero bis facto nascitur: ipse quoque tetragonus fit. ⁊ vt angulorū totius descriptionis ad angulares tetragonos positorū vnius anguli sit prima vnitas: alterius vō qui ꝯtra est tertia. Bini vō altrinsecus anguli secūdas habeant vnitates. ⁊ duo angulariū tetragonoꝝ anguli ęquū faciunt qō sub ipis ꝯtinet illi qō fit ab vno illoruꝝ qui est altrinsecus angulorū. Multa enī sūt alia quę in hac descriptiōe vtilia possunt admirabiliaq; ꝓpendi quę interim ꝓpter castigatā introducendi breuitatem ignota esse ꝓmittimus. Nunc vero ad sequētia ꝓpositū ꝯuertam⁹.

De tertia inęqualitatis specie quę dicit suppartiens: deq; speciebus eius earūq; generationibus. Cap.28.

Sit post duas primas habitudines multiplices ⁊ superparticulares: ⁊ eas quę sub ipis sūt sub multiplices: et sub superparticulares: tertia inęqualitatis species inuenitur: quę a nobis superius suppartiens dicta est. Hec ē aūt quę fit cū numer⁹ ad aliū cōparatus: habet eū totū infra se: ⁊ ei⁹ insup aliquas partes: vel duas: vel. 3. vel. 4. vel quot ipsa tulerit cōparatio Quę habitudo incipit a duabus ptibus tertijs. Nā si duas medietates habuerit: qui illum intra se totū coercet: duplus ꝓ suppartiente cōponitur. Habebit autē vel duas tertias vel duas quintas: vl duas septimas vel duas nonas. ⁊ ita ꝓgredientib⁹ si duas solas partes minoris numeri suphabuerit: per easdē partes imparibus numeris minorē maior sūma trāscendit. Nā si eū habeat totū ⁊ duas eius quartas: supparticularis necessario reperit. Nā duę quartę medietas est: ⁊ fit sesqualtera cōparatio. Si vō duas sextas: rursus est supparticularis. Duę enī sextę ps tertia est. Qō si in cōparatiōe ponat sesquitertię habitudinis efficiet formā. Post hos nascunt comites qui subsuppartientes vocant. hi aūt sūt qui habent ab alio numero et eorū vel duę: vl. 3. vel. 4. vl quotlibet alię partes. Si ergo numerus aliū intra se numerū habēs eius duas partes habuerit: supbipartiens nominatur si vero tres suptripartiens. quod si 4. supquadripartiens. atq; ita ꝓgredientibus in infinitū fingere nomina licet. Ordo aūt eoꝝ naturalis ē: quotiēs disponunt a tribus omnes pares atq; impares numeri naturaliter cōstituti: ⁊ sub his aptantur alij qui sunt a quinario numero incipientes omnes impares. His igitur

c

ita dispositis: si primus primo: secũdus scdo: tertius tertio: & cęteris cõparent: superpartiens habitudo procreatur. Sit enim dispositio hoc modo.

3	4	5	6	7	8	9	10
5	7	9	11	13	15	17	19

Si igit quinarij numeri ad ternariũ cõparatio consideretur: erit suppartiens ille qui vocat supbipartiens. Habet enim quinarius totos in se tres & eorum duas partes: id est. 2. Si vero ad secundũ ordinẽ speculatio referatur supertripartiẽs proportio cognoscetur. atque in sequẽtibus per omnes dispositos numeros omnes in infinitũ species huius numeri conuenientes ordinatasq; respicies. At vero quemadmodũ singuli procreentur si in infinitũ quis curet agnoscere: hic modus ẽ Habitudo enim superbipartientis: si vtrisq; terminis duplicetur: semp superbipartiens proportio procreatur. Si enim quis duplicet. 5. faciet 10. si tres facit 6. qui. 10. contra senariuz cõparati superbipartientem faciunt habitudinẽ. & hos ipsos rursus si duplicaueris: idem ordo proportionis accrescit. Idemq; si in infinitum facies: statũ prioris habitudinis non mutabit. Si vero supertripartientes inuenire contendas: primos supertripartientes id est. 7. et. 4. triplicabis & huiusmodi nascentur. Si vero qui ex his nati fuerint ternarij multiplicatione produxeris: idem rursus efficient. Quod si superquadripartientes quemadmodum in infinitum progrediantur optes addiscere: primas eorũ radices in quadruplũ multiplices licet: id est. 9. et. 5. & eos qui illa multiplicatione proferentur: rursum in quadruplum: & eandem fieri proportionem inoffensa nimirum ratione reperies. Et cętere species vna semper plus multiplicatiõe crescentibus radicibus oriuntur. Radices autem proportionum voco numeros in superiore dispositione descriptos. quasi quibus omnis summa supradictę cõparationis innititur. In hoc quoque videndum est: quoniã cum duę partes minore plus in maioribus sunt: tertij semper vocabulũ subauditur. Vt supbipartiens qui dicitur quoniam duas minoris numeri tertias partes habet: dicatur superbipartiens tertias. Et cum dico supertripartiens: subaudiri necesse sit supertripartiens quartas: quoniam tribus super quartis exuberat. Et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas. et ad eundem modum in cęteris vno semper adiecto superhabitas partes subauditio facienda est. vt eorũ germana conuenientiaque his nomina hec sint. vt qui dicitur superbipartiens: idem dicatur superbitertius. Qui dicitur supertripartiens is sit supertriquartus. & qui dicitur superquadripartiens: idem dicatur superquadriquintus. eademq; similitudine vsque in infinitum nomina producantur.

De multiplici superparticulari. Cap. 29.

Sit relatę ad aliquid quãtitatis. simplices ⁊ primę species hę sunt. Duę vero alię ex his velut ex aliqb⁹ ꝓncipijs cõponũt vt multiplices superparticulares: ⁊ multiplices superpartientes. horũq; comites submultiplices suppartículares: ⁊ submultiplices suppartientes. Nanq; in his vt in predictis ꝓportionibus: minores numeri ⁊ eorũ quoq; species omnes addita sub ꝓpositione dicunt. Quorũ diffinitio talis reddi potest. Multiplex suppartícularis est: quotiens numerus ad numex cõparatus: habet eum plusquã semel ⁊ eius vnã partẽ. hoc ẽ habet eũ aut duplũ aut triplũ: aut quadruplũ: aut quotiens libet: ⁊ ei⁹ quãlibet aliquã partẽm: vel mediã: vel tertiã: vel quartã vel quęcunq; alia partiũ exuberatione contigerit. Hic ergo ⁊ multiplici ⁊ suppartículari consistit. Quod enĩ cõparatũ numerũ plusquã semel habet multiplicis est. Hoc vero qõ minorem in habenda parte transcendit: superparticularis. Itaq; ex vtroque nomine facto vocabulo est. speciesq; illius ad illarum scilicet fiunt imaginem proportionũ: ex quibus ipse numerus originem trahit. Naz prima pars hui⁹ vocabuli quę multiplicis nomine possessa est: multiplicis numeri specierum vocabulo nominanda est. Quę vero suppartícularis est: eodẽ vocabulo nũcupabit quo suppartícularis numeri species vocabant. Dicet eniz q duplicẽ habuerit alium numerũ: ⁊ eius mediã partem: duplex sesqualter. qui vero tertiaz: duplex sesquiterti⁹. qui quartam: duplex sesquiquartus. ⁊ deinceps. Si vero ter eum totum contineat ⁊ eius mediam partem: vel tertiam: vel quartã: dicitur triplex sesqualter: triplex sesquitertius: triplex sesquiquartus. ⁊ eodem modo in cęterĩ. Diceturq; quadruplus sesqualter: quadruplus sesquitertius: quadruplus sesquiquartus. ⁊ quotiens totũ numerũ in semetipso continuerit: per multiplicĩ numeri species appellatur. quã vero partem cõparati numeri clauserit: scõm superparticularẽ comparationẽ habitudinemq; vocabitur. Horum autem exempla huiusmodi sunt. Duplex sesqualter est: vt quinq; ad duo. habent enim 5. binarium numerum bis ⁊ ei⁹ mediam id est. 1. Duplex vero sesquitertius est septenari⁹ ad ternarium cõparat⁹. At vero nouenarius ad quaternariũ duplex sesquiquartus. Si vero. 11. ad. 5. duplex sesquiquint⁹. Et hi semper nascentur dispositis in ordinem a binario numero omnibus naturaliter paribus imparibusq; terminis: si contra eos omnes a quinario numero impares cõparentur. vt primũ primo: scõm secundo: tertiũ tertio caute ⁊ diligenter apponas. vt sit dispositio talis.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

Si vero a duobus paribus omnibus dispositĩ terminis: illi q a quario numero ichoãtes: quario

numero rursus sese transiliunt cōpa rent: oēs duplices sesqualteros creant vt est subiecta descriptio.

	2	4	6	8	10	12
	5	10	15	20	25	30

SI vero a trib⁹ inchoent dispositiones: ⁊ trib⁹ sese trāsiliant: ⁊ ad eos aptent q a septenario incho antes: septenario sese numero trās grediunt: oēs duplices sesqtertij habita diligēter cōparatione nascunt. vt subiecta descriptio monet.

3	6	9	12	15	18	21
7	14	21	28	35	42	49

SI vero oēs in ordine quadrupli disponant: hi qui naturalis numeri quadrupli sūt. vt vnitatis q̄ druplus: ⁊ duorū: triūq ⁊ quatuor: atq quinarii: ⁊ cęterorū sese sequentiū. vt ad eos aptentur a nouenario numero inchoātes: ꝑ sese nouenario ꝑcedentes: tunc duplicis sesquiquartę ꝓportionis forma texet.

4	8	12	16	20	24
9	18	27	36	45	54

QA vero species hui⁹ numeri q̄ ē triplex sesqualtera hoc modo procreatur: si disponantur a binario numero omnes in ordinem pares: ⁊ ad eos septenario numero inchoātes: septenario sese supergredientes: solito ad alterutrū modo cōparationis aptentur.

	2	4	6	8
	7	14	21	28

SI autem a ternario numero ingressi cunctos naturalis numeri triplices disponamus: et eis a denario numero denario sese supergredientes ordine cōparemus: omnes triplices sesquitertij in ea terminorū cōtinuatione puenient.

	3	6	9	12
	10	20	30	40

De eorum exemplis in superiore formula inueniendis. Cap. 30.

QOrum autem eorumq qui sequunt exempla integre plane neque possumus pernotare: si in priorē descriptionem quā fecim⁹ cū de superparticulari et multiplici loqueremur: vbi ab vno vsq in denarium multiplicationū summa concreuit: diligens velimus acumen intendere. Ad primū enī versū omnes qui sequunt collati ordinatas ꝓuenientesq multiplicis species reddēt Si vo ad scōm cūctos qui tertij sunt ordinis aptaueris: ordinatas species supparticularis agnosces. Qd si tertio ordini quicunq sunt in quito versu cōpares: suppartientis numeri species positas ꝓuenienter aspicies. Multiplex vero supparticularis ostendit: cū ad secūdū versū omnes q sūt quinti versus serie cōparant vl q sunt in septimo vel q sunt in nono atq ita si ī infinitū sit ista descriptio in infinitū hui⁹ ꝓportionis species ꝓcreabunt. Manifestū autē etiā hoc est: qd horū comites semp cū sub ꝑpositione dicentur. vt est subduplex

sesqualter :subduplex sesquitertius. subduplex sesquiquartus. ⁊ cęteri q dem ad hunc modum.

De multiplici suppartiente. Cap. 31

Vltiplex vero suppartiens est: quotiens numer⁹ ad numerũ cõparat⁹ habet in se aliũ numerũ totũ plusquã semel: ⁊ ei⁹ vel duas vel. 3. vel quotlibet plures particulas: scõm numeri suppartientis figuram. In hoc quoqꝫ propter causaꝫ superius dictã nõ erunt duę mediętates: neqꝫ duę q̃rtę: neqꝫ duę sextę: sed duę tertię: vl duę quintę: vl duę septimę ad prioꝛẽ similẽ consequentiã. Nõ est aũt difficile scõm prioꝛuꝫ exempla positoꝛ: hos quoqꝫ ⁊ prę ter nostra exempla numeros inuenire. Vocabunt̃qꝫ hi scõm proprias partes: duplex supbipartiens: vl duplex suptripartiens: vel duplex supquadripartiẽs. Et rursus triplex supbipartiens: ⁊ triplex suptripartiẽs: ⁊ triplex supquadripartiẽs: ⁊ similiꝫ Vt. 8. ad. 3. cõparati faciũt duplicez supbipartientẽ. ⁊. 16. ad. 6. ⁊ omnes quicũqꝫ ab. 8. incipiẽtes: octonario sese numero transgrediunt̃: cõparati ad eos qui a tribus inchoãtes ternarij sese quantitate p̃tereunt. Nec erit difficile alias eius partes scõm p̃dictũ modũ diligentibus reperire Hic quoqꝫ illud meminisse debem⁹ qõ minoꝛes ⁊ comites nõ sine sub: p positiõe nominant̃. vt sit subduplex superbipartiens: subduplex supertripartiens.

Demonstratio quẽ admodũ omnis inęqualitas ab ęqualitate processerit. Capitulũ. 32.

Estat autẽ nobis pfũdissimã quandã tradere disciplinaꝫ: q̃ ad omnẽ naturę vim rerũqꝫ integritatẽ maxima ratione pti neat. Magnus quippe in hac scientia fructus est: siqs nõ nesciat qõ bonitas diffinita ẽ ⁊ sub sciẽtiã cadẽs: animoqꝫ semp imitabilis ⁊ pceptibilis prima natura est: et suę substãtię decoꝛe ppetua. Infinitũ vero malicię dedecus est: nullis pprijs principijs nixũ: sed natura sp errans a boni diffinitiõe principij: tanq̃ aliquo signo optimę figurę impressa cõponit̃: ⁊ ex illo eroꝛ fluctu retinet̃. Nã nimiã cupiditatẽ: iręqꝫ immodicaꝫ effrenationẽ: quasi quidã rectoꝛ animus pura itelligẽtia roboꝛat⁹ astringit. ⁊ has quodãmodo inęq̃litatis formas tẽperata bonitate ꝛstituit. Hoc ãt erit pspicuũ: si itelligam⁹ oẽs inęq̃litat̃ species ab ęq̃litatis creuisse p̃mordijs: vt ipsa qõdãmodo ęquitas matris ⁊ radicis obtinens vim: ip̃a oẽs inęq̃litat̃ species ordinesqꝫ pfundat. Sint enĩ nobis tres ęq̃les termini id est tres vnitates: vl. 3. bini: vel tres terni: vel tres q̃terni: vel quãtos vltra libet ponere. Qõ enim

in vnis tribus treminis euenit: idem contingit in ceteris. Ex his igit̃ scōz p̃cepti nostri ordinez videas primū nasci multiplices: et in his duplices prius: de hinc triplos: deinde q̃dru plos: ⁊ ad eundē ordinē ꝛsequētes. Rursus multiplices si cōuertant̃: ex his supparticulares orient̃. ⁊ ex duplicibus quidē sesqualteri: ex triplicibus sesquitertij: ex quadruplis sesquarti: ⁊ ceteri in hunc modū. Ex superparticularib⁹ vero cōuersis superpartiētes nasci necesse ē. ita vt ex sesqualtero nascat̃ supbipartiens: supbipartientē sesquitercius gignat: et ex sesquiquarto supquadripartiens. Rectis aūt positis neqz cōuersis prioribus supparticularibus multiplices superparticulares oriunt̃. Rectis vero superpartientibus multiplices superpartientes efficientur. Preceptā aūt tria hec sunt: ut primū numerū primo facias parem: scōm vō primo ⁊ scōo: terciū primo duob⁹ secūdis ⁊ tercio. Hoc igit̃ cū in terminis equalibus feceris: ex his qui nascent̃ duplices erunt. De quibus duplicibus si idem feceris: triplices p̄creant̃. ⁊ de his quadruplices. atqz ī infinitū oēs formas nūeri multiplices explicabit: iaceāt igit̃. 3. t̃mini eq̃les.

1	1	1

Ponat̃ itaqz primo prim⁹ equalis id est vnus. Secūdus vero primo ⁊ secūdo id est. 2. tertius vero primo duobus secūdis ⁊ tercio par fit: id est vni ⁊ duobus vnis ⁊ vni. qō sunt. 4. vt est descriptio.

1	1	1
1	2	4

Idesne vt duplici proportiōe sequēs ordo texatur. Fac rursus idem de duplicibus vt sit prim⁹ primo equalis: id est vni. secundus primo ⁊ secūdo: id est vni ⁊ duobus qui sunt. 3. tertius primo id est vni duobus secūdis id est. 4. ⁊ tertio id est quatuor. qui simul. 9. fiunt: et venit hec forma.

1	1	1
1	2	4
1	3	9

Rursus si de triplicibus idē feceris: continu⁹ quadruplus procreabitur. Sit enim primus primo equus id est vnus. sit secundus primo ⁊ secūdo equalis id est. 4. sit tercius primo duobus secundis et tercio equalis id est. 16.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16

Et in ceteris quidē ad hanc formā tribus his p̃ceptis vtemur. Si vero qui ex equalibos nati sunt multiplices eos disponamus: ⁊ secūdum hec precepta vertamus: ita vt conuerso sint ordine: sesqualter ex duplici procreabitur. sesquitercius ex triplici. sesquiquartus ex quadruplo. Sint enim. 3. duplices termini qui ex equalibus creati sunt ⁊ qui vltimus est prim⁹ ponat̃ huiusmodi.

4	2	1

Et constituatur primo in hoc ordine primus par id est. 4. secūdus vero primo ⁊ scōo par: id est. 6. terti⁹ vō primo duob⁹ secūdis ⁊ tertio id est. 9.

	4	2	1
	4	6	9

Ecce tibi illa sesqualtera quantitas ex termino duplicitatis exoritur. Videamus nunc ad eundem modũ ex triplici qui nascatur. disponantur enim triplices superiores: cõuerso scilicet ordine sicut duplex. hic est quoq; ordo dispositus.

	9	3	1

Ponatur ergo primus primo equus id est. 9. secundus primo et secundo id est. 12. tertius primo duobus secundis et tertio equus id est. 16.

	9	3	1
	9	12	16

Rursus secunda species superpartiularis numeri id est sesquiterrius procreatur est. Quod si idem de quadruplo quis facere velit: sesquiquartus continuo nascetur. vt monstrabit subiecta descriptio.

	16	4	1
	16	20	25

Ac siquis idem de cunctis in infinitum partibus multiplicatis faciat: conuenienter ordinem superpartiularitatis inueniet. Quod si cõuersos superparticulares aliquis scõm hęc precepta conuertat: continuo videat superpartientes accrescere. et ex sesqualtero quidem superbipartiens: ex sesquitertio supertripartiens procreatur. et ceteri scõm cõmunes denominatiõis species sine vlla ordinis interpolatione nascentur. Disponantur igitur sic.

	9	6	4

Superioris igitur descriptionis primo primus equus numerus ascribat id est. 9. secũdus vero primo et scõ: id est. 15. tercius vero primo: duobus secũdis et tercio id est. 25.

	9	6	4
	9	15	25

Si ergo sesquitercium eodẽ modo vertamus: ordo supertripartiens inuenitur. fit enim prima propositio sesquitercij.

	16	12	9

Ponatur secundũ priorem modũ primo par primus id est. 16. secũdus primo et secundo id est. 28. tertius primo duobus secundis et tercio id est 49. Omnis ergo sũma disposita supertripartientes efficiet.

	16	12	9
	16	28	49

Rursus si sesquiqrtũ eodẽ mõ vteris supqdriptiẽs stati qntitas pcreabit. vt ẽ ea forma quaz suppositã vides.

	25	20	16
	25	45	81

Restat quẽ ad modũ ex supparticularib et suppartiẽtib multiplices supparticulares: vel multiplices suppartientes nascant ostendere. Quoq; binas tantũ faciã descriptiões. Nãq; si rectũ et nõ ouersũ sesqualterũ ponimus: duplex supparticularis excrescit. fit enim hoc modo.

	4	6	9

Ponat scõm superiorẽ modũ primo primus equalis id est. 4. secũdus primo et scõ id est. 10. tertius primo duobus secũdis et tercio equalis id est. 25.

	4	6	9
	4	10	25

ALque hęc quidem duplex sesqualtera summa producta est. Si vero sesquitertiũ non cõuersum ponamus: duplus sesquiterti⁹ inueniẽt. vt subiecta descriptio docet.

9	12	16	
9	21	49	

AT vero si ad suppartientes animũ conuertamus: eosq; ordinatim scõm superiora precepta disponamus: multiplices superpartientes ordinati ꝓgenitos reperiem⁹. Disponat eni superpartiẽt hęc formula.

9	15	25	

AScribatur ergo primus primo ęquus id est. 9. Secũdus ꝑmo ⁊ scõo: id est. 24. tertius primo duobus secũdis ⁊ tertio id est. 64.

9	15	25	
9	24	64	

AIdes ne vt ex superbipartiente duplus supbipartiens exortus sit. At vero si suptripartientẽ ponam: duplex sine dubio tripartiens inuenitur vt in subiecta descriptione perspicuum est.

16	28	49	
16	44	121	

SIc ergo de suppartícularibus vel de suppartientibus multiplices supparticulares vl multiplices suppartientes oriunt. Quare cõstat omniũ inęqualitatũ ęqlitatẽ eẽ ꝑncipiũ. ex eadem eni inęqualia cũcta nascunt. Ac de his quidẽ hactenus differendũ esse credidim⁹ ne vel infinita sectemur: vel circa res obscurissimas ingredientiũ animos detinẽtes: ab vtilioribus morabemur.

Finit liber primus.

Incipiunt capitula libri secũdi.

Finunt capitula

Incipit liber secundus.

Quemadmodũ ad ęqualitatem oĩs inęqualitas reducat̃. Cap. i.

Superiorĩ libri disputatõne digestum est: quẽ admodum tota inęqualitatĩ substãtia a principe sui generis ęqualitate pcesserit. Sed q̃ rex elemẽta sũt: ex eis dẽ principaliẽ oĩa cõponunt̃: ⁊ in eadẽ rursus resolutione facta resoluunt̃. Ut quoniã articularis vocis elemẽta sunt litte/re: ab eis est syllaba ꝓgressa cõiunctio: ⁊ in easdez rursus terminat̃ extremas. eandẽq; vim optinet sonus in musicis. Iã vo munduz. 4. corpa nõ ignoramus efficere. Nãq; ut ait ex imbri terraq; aĩa gignunt̃ ⁊ igni. sed in hec rursus eius. 4. elemẽta fit postrema resolutio. Ita igit̃ qm̃ ex ęqualitatis margine cũctas inęqualitatis species proficisci videm̃: oĩs a nobis inęqualitas ad ęqualitatẽ rursus velut ad quoddã elementuz proprij generis resoluat̃. Hoc autez trina rursus imperatione colligit̃. eaq; resoluendi ars. datis quibuslibet tribus terminis inęqualib̃ quidem: sed proportionaliter constitutis: id est: ut eandez medius ad primũ vim proportionis optineat: quã qui est extremus ad mediũ in qualibet inęqualitatis rõne: vel in multiplicibus: vel in supparticularib̃: vel in suppartientib̃: vel in his quę ex his procreant̃: hoc est multiplicibus supparticularibus: vel multiplicib̃ suppartientibus eadem atq; vna ratione indubitata constabit. Propositis enim tribus ut dictũ est terminis ęquis ꝓportionibus ordinatis: vltimũ semp medio detrahamus: ⁊ ipsum quidem vltimũ primũ terminũ collocemus. quod de medio relinquit̃: secundũ. De tertia vero ꝓpositoꝝ terminoꝝ sũma: auferem̃ vnũ primũ ⁊ duos secundos eos qui de medietate relicti sunt. ⁊ id quod ex tercia sũma reliquit̃: terciũ terminũ cõstituem̃. Videbis igit̃ hoc facto in minorẽ modum sũmas reuerti: ⁊ ad principaliorẽ habitudinẽ cõparatiões ꝓportionesq; reduci. ut si sit quadrupla proportio: primo ad triplam: inde ad duplã: inde ad ęqualitatẽ vsque remeare. Et si sit superparticularis sesquiquartus: primo ad sesquiterciũ: inde ad sesqualteꝝ: postremo ad tres ęquales terminos redire. Hoc autez nos exempli gratia in multiplici tantum proportione docebimus. Sollertem vero in alijs quoque inęqualitatis specieb̃ id experientem: eadem ratio pręceptorum iuuabit. Constituantur enim tres ad se termini quadrupli.

| 8 | 32 | 128 |

AUfer igit ex medio minorē: id est ex trigintaduobus octonariū: relinquunt. 24. ⁊ primū octonariū terminū pones: secūdū vo quod reliquum fuerit ex medio: id est. 24 ut sint hi duo termini. 8. et. 24. De tertio vero: id est. 128. aufer vnum primū: id est. 8. ⁊ duos secūdos qui sūt reliqui: id ē bis. 24. ⁊ relinquunt 72. His dispositis terminis: ex qua druplis ꝓpinquior equitati ꝓportio tripla redacta ē. Sūt enī hi termini

| 8 | 24 | 72 |

EX his aūt ipsis idem si feceris: ad dupluz rursus comparatio remeabit. Pone enim primū minori equum: id est. 8. ⁊ ex secundo aufer primum. 16. relinquent. Sed ex tertio id est ex. 72. aufer primum: id est. 8. ⁊ duos secūdos: id est bis. 16. ⁊ erit reliqua pars. 32. Quibus positis ad duplas proportiones habitudo redigit.

| 8 | 16 | 32 |

IDem vero ex his si fiat: rem omnez ad equalitatis summas eliquabimus. Pone eniz primum minori equum: id est. 8. ⁊ aufer ex. 16. octonariū: remanent. 8. quibus dispositis: ex tertio id est. 32. sumptis primo: id est. 8. ⁊ duobus secundis id est octonarijs: supsunt. 8. Quib? dispositi prima nobis equalitas cadit. ut subiecte summule docent.

| 8 | 8 | 8 |

HInc igit si quis ad alias inequalitatis species animum tendat eandem conuenientiam intitubant inueniet. Quare pronunciandū est: nec vlla trepidatione dubitandum quod quemadmodum per se constantis quātitatis vnitas principiuz ⁊ elementum est: ita ⁊ ad aliquid relate quātitatis equalitas mater est. Demonstrauimus enim quod hinc ⁊ eius ꝓcreatio prima fozet: ⁊ in eaz rursus postrema solutio est.

De inueniendo in vnoquoqz numero quot numeros eiusdē ꝓportionis possit precedere: eozūqz descriptio: descriptiōisqz expositio. Ca. 2.

EST aūt quedam in hac re profunda ⁊ mirāda speculatio ⁊ ut ait nicomach? ennoeophaton theoremata ꝓficiēs. ⁊ ad platonicam in timeo animē generationē. ⁊ ad interualla armonice disciplinē. Ibi eniz iubemur ꝓducere atqz extēdere tres uel quatuor sesqualteros: vl' quotlibet sesquitertias ꝓportiōes: ⁊ sesquiq̄rtas cōpationes. easqz scōm ꝓpositū ordinē sepe ꝯtinuas iubemur extendē. Ne aūt hoc labore quodā spqdē maxio: frequenti? inferaci fiat: hac nobis rōne ī quot nūeris quāti possint esse supparticulares iuestigādū est. Oēs enī multiplices tantaꝫ similium sibimet ꝓportionū principes erunt: quoto ipsi loco ab vnitate discesserunt. Quod autem dico sibimet similiū: tale est: ut dupli semper multiplicitas ut superius dictum est sequalteros creet. ⁊ triplex

sit dux sesquitertiorum: quadruplus sesquiquartū. Primus ergo duplex vnū solū habebit sesqualterū. secundus duos. tertius tres. quartus .4. ⁊ scōm hunc ordinē eadē fit in infinitum progressio. Neq; vnquā fieri pōt: ut uel supet ꝓportionū numerū vel ab eo sit deminutior ęquabilis ab vnitate locatio. Primꝰ ergo duplex est binarius numerus: qui vnū solum sesqualtex recipit: id est ternariū. Binarius enim cōtra ternarium cōparatus sesqualterā efficit ꝓportionē. Ternarius vō quoniā medietatē nō recipit: nō est alter numerus ad quē in ratione sesqualtera cōpare. Quaternariꝰ vō numerus secūdus duplus est. hic g̃ duos sesqualteros precedit. Est enim ad ipsum quidē cōparatus senarius numerꝰ ad senariū vō quoniā medietatem habet: nouenariꝰ. ⁊ sūt duo sesqualteri. ad .4. scilicet .6. ad sex vō .9. Nouenarius vō quoniā medietate caret: ab hac compatione seclusus est Tertius vō duplex est .8. hic ergo .3 sesqualteros antecedit. Comparat enim ad ipsum duodenarius numerus. ad duodenariū .18. ad .18. rursus .27. At vō .27. medio carēt. Idē quoq; in sequentibꝰ euenire necesse est. quod nos cum propria ordinatione subdidimus. Semp eniz hoc diuina quadā nec humana constitutione speculationibus occurrit: ut quotiēscūq; vltimus numerus inuenit: qui loco duplicis ab vnitate sit par: talis sit ut in medietates diuidi secarique non possit.

Latitudo

1	2	4	8	16	32
	3	6	12	24	48
	an	9	18	36	72
		gu	27	54	108
			la	81	162
				ris	243

Idem contingit etiam in triplicibus. ex illis enim sesquitertij ꝓcreant. Naz quoniā primus triplex est ternarius numerus: habet vnuz sesquiterciū: id est .4. Cuius quaternarij tertia ps nō pōt inueniri: atq; ideo hic epytrito caret. Secundus vō qui est nouē habet ad se duodenariuz numex sesquitertiū. Duodenarius aūt quoniā habet tertiā ptē: in sesquitertia ꝓportiōe compat ad eum numerus sedecim: qui tertie ptis sectione solutus ē. Vigintiseptē aūt quoniā tertius est triplex: habet ad se sesquitertium trigintasex. ⁊ hic rursus ad quadragintaocto eadem ꝓportione cōparat. Cui si sexaginta quatuor appositi fuerint: eandē rursus vim ꝓportionis explebūt. Quos sexagintaquatuor ad nullū sesquiterciū rursus aptabis: quoniā parte tertia nō tenent. Atque hoc in cunctis triplicibus inuenit: vt extremus eiusdez proportionis numerus tantos ante se precedētes habet: quanto primus eox ab vnitate discesserit Et qui tot sup se eiusdē ꝓportionis habuerit numeros quotus ab vnitate primus eorum iacet: eius pars qua illi compatus numerꝰ possit eādē facere ꝓportionē inueniri neqat Et triplicis quidē hęc est descriptio

Latitudo.

1	3	9	27	81	243
	4	12	36	108	324
an/		16	48	144	432
	gu/		64	192	576
		la/		256	768
				ris	1024

AT quadrupli scōm hāc formaz descriptio est: ad quam scilicet qui a prioribus instructꝰ accesserit: nulla rōne trepidabit: ⁊ de cęteris q dem multiplicibus eandem conuenientiā pernotabit.

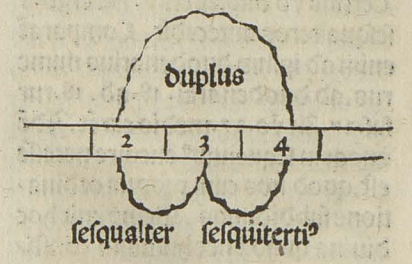
Latitudo

1	4	16	64	256	1024
	5	20	80	320	1280
an/		25	100	400	1600
	gu/		125	500	2000
		la/		625	2500
				ris	3125

HInc quoqꝫ pspicuū est: suppar ticulariū quēadmoduz prius ostensū est: primos esse multiplices. Siquidē duplices sesqualteros: tri plices sesquitertios: ⁊ cūcti multipli ces cunctos in ordinē supparticula res creāt. Est ctiā in his hoc quoqꝫ mirabile. Nāque vbi prima latitu do fuerit duplex: ⁊ sub eisdem q sūt versus continui alternatim positi: scōm seriē latitudinis duplices erūt Si vo fuerint triplices: ⁊ inferiores ordines tripla se i suis terminis ml/ tiplicatione supabūt. At in quadru pla quadrupli. atqꝫ hoc infinita du ctū speculatione non fallit. Angula res aūt omniuz multiplices euenire necesse est. Erunt aūt dupliciū qui/ dē triplices: tripliciū quadruplices quadruplozuz vo quincupli. ⁊ scōm eandem ordinis incōmutabilez ra/ tionē sibimet cūcta cōsentient. Qui bus expositis ad sequētē opis seriē cōpetens disputatio cōuertaī.

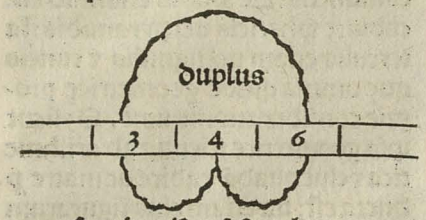
Quod multiplex interuallum ex quibus supparticularibus medieta te posita interuallis fiat: eiusqꝫ inue niendi regula. Cap. 3.

SI igitur duę primę supparticulares species coniun/ gantur: prima spe/ cies multiplicita tis exoriū. Omnis eni duplex ex ses/ qualtero sesquitertioqꝫ componitur: ⁊ ⁊ omnis sesqualter ⁊ sesquiterti duplicem iungunt. Nam ternari sesqualter est duozū: quatuor vero sesquitertius ternarij, sed .4. duplus duorum.

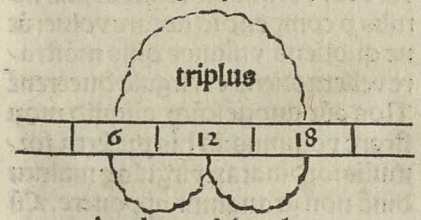


SIc igitur sesqualter ⁊ sesquiterti vnū duplicē componūt. At vo si fuerint medietas ⁊ duplus: inter du plicez ⁊ mediū potest vna medietas talis inueniri: quę ad alteram extre mitatē sesqualtera sit: ad alterā ses/

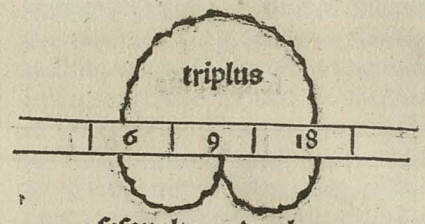
quitertia. Altrinsecus enim positis senario ⁊ ternario: id ē duplici ⁊ medietate: si quaternari⁹ in medio collocet: ad ternariū numerū sequitertiam continet rationem: ad senariū vo sesqualteram.



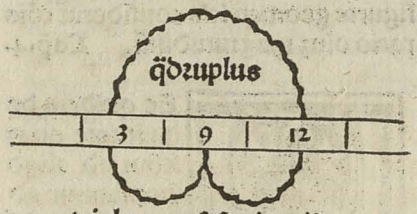
RECte igitur dictum est: ⁊ duplicem a sesqualtero sesquitertioque coniungi: ⁊ has duas supparticularis species duplicem procreare id est primā speciez multiplicis quātitatis. Rursus ex prima multiplicis specie: id est ex duplici: ⁊ prima supparticulari: id est sesqualtera continēs multiplicis species: id est tripla coniungit. Nāq. 12. senarij numeri duplus est: decem vero ⁊ octo ad duodenarium sesqualter: qui ad senarium numex triplus est.



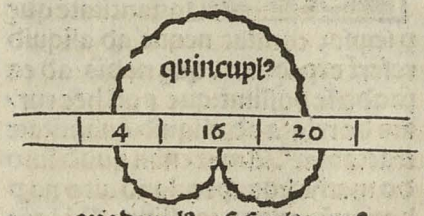
QT positis eisdem. 6. et. 18. nouenarius in medietate ponat. erit ad senarium sesqualter: qui ad 18. subduplus est. ⁊ ad senariuz. 18. triplus est.



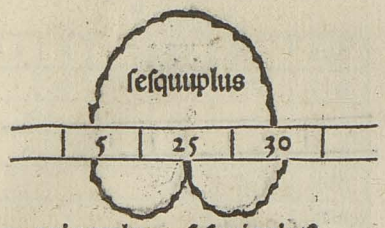
QX duplici igit ⁊ sesqualtero triplex ratio proportionis exorit ⁊ in eas rursus resolutione facta reuocat. Si autez hic: id est triplus numerus qui est species secunda multiplicis secundę speciei supparticularis aptet: quadrupli continuo forma contexit: ⁊ in easdem rursus partes naturali partitione soluet: scōm modum quem superius demonstrauimus.



SI vero quadruplus sese ac sesquiquartus agglomerēt: quincuplus continuo fiet.



QT si qncuplus cuz sesqquinto: mox sescupli ꝓportio ꝯiugabit



ATq̃ ita scõm hãc ꝓgressionem cunctę multiplicitat̃ species sine vlla rati ordinis ꝑmutatione nascent̃. Ita vo ut duplus cũ sesqualtero triplicẽ creet. ⁊ triplus cũ sesquitertio quadruplũ. quadruplus cum sesquiquarto quincuplũ. ⁊ cęteri eo dẽ modo ut nullus hãc cõtinuationem finis impediat.

De ꝑ se cõstante quantitate quę in figuris geometricis considerat̃ cõsratio oĩuz magnitudinũ. Cap̃. 4.

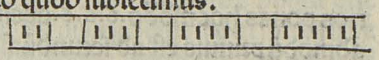
Hec quidem de quãtitate quaz scõm ad aliqd speculamur ad ꝑsens dicta sufficiãt. Nũc aũt in hac sequẽtia quędam de ea quantitate quę ꝑ seipsaz constat neque ad aliquid referr̃ expediam. quę nobis ad ea prodesse possunt: quę post hęc rursus de relata ad aliquid quantitate tractabim⁹. Amat enim quodãmodo matheseos speculatio alterna ꝓbationũ ratione constitui. Nũc aũt nobis de his numeris sermo futurus est: qui circa figuras geometricas ⁊ eaz spacia dimensionesq̃z versant̃. id est: de linearibus numeris: ⁊ de triangularib⁹ uel q̃dratis: cęterisq̃z q̃s sola pandit plana dimensio nec nõ de inęquali latez̃ cõpositiõe coniunctis. De solidis etiam: id est: cubis: ⁊ sphericis uel pyramidis: laterculis etiam uel tignulis ⁊ cuneis quę omnia quidẽ geometricę proprie considerationis sunt. Sz sicut ipsa geometricę scientia ab arithmetica velut quadã radice ac matre ꝑducta est: ita etiam eius figurarum semina ĩ primis numeris inuenim⁹. Planũ siquidez fecimus quod oẽs disciplinas hęc interempta consumeret quas minime cõstituta infirmaret. Hoc aũt cognoscendum est qõ hęc signa numeroz̃ posita quę nunc quoq̃z homines in sũmarũ designatione describunt: nõ naturali institutione formata sunt. vt enĩ quinarij subiectã notulã signant de. v. vel denarij quam descripsimus de x. et alias huiusmodi: non natura posuit: sed vsus affinxit. Quinq̃z enĩ vel decẽ vel quotlibet alios: illis notulis ꝑ compendio notare voluerũt ne quotiens vnitates quis mõstrare vellet: totiens ei virgule ducerent̃. Nos aũt quotiẽscũq̃z aliquid monstrare volumus: in his presertiz formulis: ordinataz̃ virgulaz̃ multitudinẽ non grauamur apponere. Cũ enim quinq̃z volum⁹ demonstrare: facim⁹ quinq̃z virgulas: ducimusq̃z eas hoc modo. ııııı. ⁊ cũ. 7. totidem. ⁊ cũ. 10. nihilominꝰ. qꝰ naturali⁹ est quemlibet numez̃ quantas in se retinet: tot vnitatibus designa

re quam notulis. Est igitur vnitas vicem optinēs puncti: interualli: longitudinisq; principiuz: ipsa vero nec interualli nec longitudinis capax. quemadmodū punctum principiuz quidem, lineę est atque interualli: ipsum vero nec interuallū nec linea Neque enim punctum puncto suppositū vllū efficit interuallū: velut si nihil nulli iungas. Nihil eniz est qō ex nullorum procreatione nascatur Eadem quippe etiam circa ęqualitates proportio manet. Naz si quot libet fuerint termini pares: tantum quidem est a primo ad secundum: quantū a secundo ad tertium. Sed inter primū ⁊ secundū: vel secunduz ⁊ tertiū: nulla est interualli longitudo vel spacium. Si enim tres senarios ponas hoc modo. 6. 6. 6. quemadmodū primus est ad secundū: sic est secūdus ad tertiū. Sed inter primum ⁊ secundū nihil interest. 6. enī ⁊. 6. nulla spacij interualla disiūgūt Ita etiam vnitas in seipsa multiplicata nihil procreat. Semel enim in vnum nihil aliud ex se gignit quam ipsa est. Naz quod interuallo caret etiam vim gignendi interualla non recipit. quod in alijs numeris nō videt euenire. Omnis enim numerus in seipsum multiplicatus: aliū quendam efficit maiorē quam ipse est. id circo quoniā interualla multiplicata maiore sese spacij plixitate distendunt. Id vero quod sine interuallo est: plus quam ipsa est pariēdi nō habet potestatem. Ex hoc igit principio: id est ex vnitate prima omniū longitudo succrescit: quę a binarij numeri principio in cunctos sese numeros explicat. quoniā primū interuallum linea est: duo vero interualla sunt lōgitudo ⁊ latitudo: id est linea ⁊ supficies. Tria ergo interualla sunt: lōgitudo: latitudo: altitudo: id est linea: superficies: atq; solidi tas. Preter hęc aūt alia interualla inueniri non possunt. Aut eniz vnū interualluz erit quod longitudo est aut aliquid quod duobus interualis expositum est: ut si qua res longitudinē habeat ⁊ latitudinē. uel trina interualli dimensione porrigit: si longitudine: altitudine: latitudineq; censet. supra q̄ adeo nihil inueniri potest: ut ipsoz sex motuū formę ad interuallozz naturas ⁊ numerum componant. Unū enim interuallū duos in se continet motus. vt in tribus interuallis sex sese motuū summa cōficiat hoc modo. Est enī in longitudine ante ⁊ retro: in latitudine sinistra ⁊ dextra: in altitudine sursum ac deorsum. Necesse est aūt vt quicquid fuerit solidum corpus: ß habeat lōgitudinez latitudinēq; ⁊ altitudinē. ⁊ quicquid hec tria in se continet: illud suo nomine solidū vocet. Hęc enī tria circa omne corpus inseparabili coniunctione versant: ⁊ in natura corpozz constituta sunt. Quare quicquid vno interuallo caret: illud corpus solidū non est Nam quod duo sola interualla retinet: illud superficies appellat. Dis enim superficies sola longitudine ⁊ latitudine continet. ⁊ hic eadem illa conuersio remanet. Omne enim quod superficies est: longitudinem

⁊ latitudinē retinet. ⁊ quod hęc retinet: illud est supficies. Hęc aūt supficies vno tāmū interuallo solidi corporis dimensione superat: quę vno rursus interuallo lineaz vincit. quę lōgitudinis naturā retinens latitudinis expers est. Quę linea eo quod vnius ē interualli sortita naturam a supficie vno interuallo: a solidita te duobus spacijs vincit. Punctuz igit alio rursus interuallo a linea vicit: ipsa scz quę reliqua est lōgitudine. Quare si punctū vno quidē interuallo a linea supgredit: idem a supficie vincit duobus: tribus vero interualli dimensionibus a soliditate relinquit: cōstat punctū ipsuz sine vlla corporis magnitudine vel interualli dimēsione: cū ⁊ longitudinis ⁊ latitudinis ⁊ profunditatis expers sit omniū interuallorz esse principium: ⁊ natura insecabile: qd̄ greci athomon vocāt: id est ita diminutū atqz paruissimū ut eius pars inueniri nō possit. Est igit pūctū primi interualli principiū: nō tamē interuallū. ⁊ lineę caput: sed nondū linea. Sicut linea quoqz superficiei principiū est: sed ipsa supficies non est. ⁊ secūdi interualli caput est: scōm tamen interuallū ipsa nō retinet. Idē quoqz ⁊ i supficiei rationē cadit: quę ⁊ ipsa solidi corpis ⁊ triplicis interualli naturale sortit initiū: ipsa vero nec trina interualli dimensione distendit: nec vlla crassitudine solidat.

De numero lineari. Cap. v.

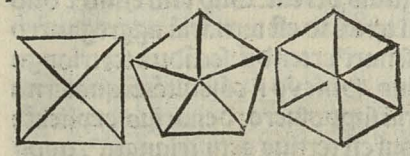
Sic etiaz in numero vnitas quidez cū ipa linearis numerus non sit: in lōgitudinē tamē distēti numeri pncipiū est. Et linearis numerus cū ipse totius latitudinis expers sit: in aliud tamē spaciū latitudinis extenti numeri sortit initiū. Superficies quoqz numerorz cum ipsa solidū corpus nō sit: addita tamen altitudini solidi corporis caput est. Hoc aūt planius his exēplis liquebit. Linearis numerus est a duobus inchoans: adiecta semper vnitate in vnuz eundēqz ductuz quantitatis explicata cōgeries. ut ē id quod subiecimus.



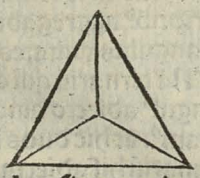
De planis rectilineis figuris: qdqz earū pncipiū sit triāgulus. Cap. 6.

Plana vero supficies i numerū inuenit: quotiēs a tribus inchoatione facta addita descriptionis latitudine: in sequētiuz se naturaliuz numerorz multitudine anguli dilatant. ut sit primus triangulus numerus. secūdus quadratus. tercius qui sub quinqz angulis continet: quez pentagonū greci nomināt. quartus hexagonus: id est qui sex angulis includit. quintus heptagonus. sextus ogdogonus: id ē

qui·7·vel·8· angulorũ terminis dilatant̃.ꝛ cęteri eodẽ mõ singillatim p naturalẽ numerꝰ angulos augeãt in plana scz descriptione figurarũ. Hi vo idcirco a ternario numero ĩchoãt: quod latitudinis ꝛ supficiei solus ternariꝰ principiũ est. In geometrica quoqꝫ idẽ planius inuenit̃ Duę enĩ lineę rectę spaciũ nõ continent.ꝛ omnis triangularis figura: vel tetragoni: vel pentagoni: uel hexagoni: vel cuiuslibet qui pluribus angulis cõtinet̃: si a medietate p singulos angulos lineę producant̃: tot eum diuidunt trianguli: quot ipsaꝫ figurã angulos habere contigerit. Quadratũ enĩz ita ductę lineę in·4· pentagonũ in·5·hexagonũ in·6· heptagonũ in·7·ꝛ cęteros in suoꝝ anguloꝝ modo mensuraqꝫ p triangulos partiunt̃. ut est subiecta descriptio.



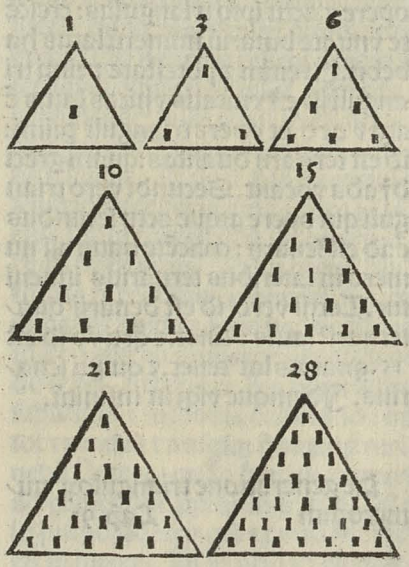
AT vero triangula figura cũ eãgs ita diuiserit: in alias figuras nõ resoluit̃ nisi in seipsaꝫ. in tria enĩz triangula dissipat̃.



ADeo hęc figura princeps est latitudinis: vt cętere oẽs superficies in hanc resoluant̃: ipsa vo quoniam nullis est principijs obnoxia: neqꝫ ab alia latitudine sũpsit initiuꝫ in sese ipsa resoluat̃. Idẽ aũt ꝛ ĩ numeris fieri sequẽs operis ordo mõstrabit.

Dispositio triangulorum numerorum: Cap·7.

EST igit̃ primꝰ triangulꝰ numerꝰ q̃ solis tribꝰ vnitatibꝰ dissipat̃: sedm supficiei positionem triãgula scilꝫ descriptione: ꝛ post hunc quicũqꝫ ęqualitatẽ laterũ in trina laterũ spacia segregant.



De lateribus triangulorum numerorum. Cap. 8.

D hunc modum in infinita progressio ē: oēsq; ordine trianguli equilateri p̄creabunt. ⁊ primum omnium ponēt id quod ex vnitate nascit: ut hec vi sua triangulus fit: non tamē etiā opere atq; actu. Nam si cunctorū est mater numerorū: quicquid ī his qui ab ea nascunt numeris inuenit: necesse est vt ipsa naturali quadam potestate cōtineat. ⁊ hui⁹ trianguli latus est vnitas. Ternarius vero qui primus est opere ⁊ actu ipso triangulus: crescēte vnitate binariū numerū latus habebit. Vti enim ⁊ potestate primi trianguli id est vnitatis vnitas latus ē atu vero et opere trianguli primi: id est ternarij dualitas: quam greci dyada vocant. Secundi vero trianguli qui opere atque actu secundus ē: id est senarij: crescēte naturali numero in lateribus ternarius inuenitur. Tertij vero id est denarij quaternari⁹ latus ꝯtinet. ⁊ q̄rti vo id est 15. gnarius lat⁹ tenet. ⁊ quinti senarius. Idemque vsq; in infinitū.

De generatione triangulorū numerorum Cap. 9.

Ascunt aūt trianguli disposita naturali quātitate numerorum: si prioribꝰ semper multitudo sequentium congregēt. Disponat enim naturalis numerus hoc modo.

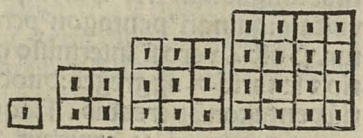
1	2	3	4	5	6	7	8	9

EX his igit si primū numerū sumā id ē vnitatē: habeo primū triangulū: qui est vi ⁊ ptāte nondum etiam actu nec ope. Huic si secūdum aggregauero qui in naturali numerorū dispositiōe descriptus est id est binariū: primus mihi triāgulus ope ⁊ actu nascit id est ternarius. Si vo huic tertiū ex naturali numero adiecero: secūdus mihi ope ⁊ actu triangulus p̄creat. Sup vnū enim ⁊ duo si tertiū id est ternariū aggregauero senari⁹ extendit: secūdus scz triangulus. Huic vo si cōsequētē quaternariū supposuero: denarius explicat: qui est tertius actu triangul⁹. quos p̄ latera disponens ad superioris descriptionis exemplar: cūctos triāgulos numeros sine vllius dubitationis erroribꝰ p̄notabis. ⁊ quantas vltimus numerus in se vnitates habq̄ superioribꝰ aggregabis: tot ipe qui fit triangulus vnitates habebit in latere. Nā ternariū qui est primꝰ actu triangul⁹ adiecto binario vnitati feceram⁹: at hic duos habet in latere. ⁊ senariū his adiecta ternarij quātitate p̄duxim⁹: cui⁹ lat⁹ soli tres cōtinēt: ⁊ idē ī alijs cūctis quot vni-

tates habentē uumeꝝ supiorib⁹ aggregabis: tot vnitatibus eius latera continebunt.

De q̄dratis numeris. Cap. 10.

Quadratus vero numerus est: qui etiā ipse quidem latitudinē pādit sed non in trib⁹ angulis ut superior forma: sz. 4. Ipse quoqꝫ ęq̄li laterum dimensione porrigit. Sūt aūt huiusmodi.



De eorū lateribus. Cap. 11.

Ed in his quoqꝫ scōm naturalē numerum laterū augmēta succrescūt. Prim⁹ enī vi ꝛ potentia quadratus id est vnitas: vnū habet in latere. Secundus vo qui actu primus id est. 4. duobus p latera positis cōtinet. Tertius vo id est nouē qui secundus est ope: tribus ī latere positis aggregat. Et ad eandez sequentiā cuncti pcedūt.

De quadratoꝝ generatiōe rursusqꝫ de eoꝝ lateribus. Cap. 12.

Ascunt aūt tales numeri ex naturalis numeri dispositione: nō quemadmodū supiores triāguli: vt ordinat ad se inuicē nūeris cōgregent. sed vno sp intermisso qui sequit si cū supiore uel supiorib⁹ colligat: ordinatos ex se quadratos efficiet. Disponat enī naturalis numerus hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Ex his igit si vnū respiciā: prim⁹ mihi nat⁹ est ptāte quadratus. Qō si vno relicto pori terciū iūxero: secūdus mihi quadrat⁹ efficit. Naꝫ si vno relicto binario ternariū apposuero: quaternari⁹ mihi quadratus exorit. Qō si rursus relicto medio q̄ ternario quinariū similit aggregauero: q̄drat⁹ mihi terti⁹ id est nouenari⁹ pcreat. Unus enī ꝛ. 3. et. 5. nouē colligūt. At vo si his intermisso senario septenariū iungā: tota ī. 16. eius sūma cōcrescit: id est quarti q̄drati nūerositas. Et ut breuit hui⁹ forma pcreatiōis appareat: si cūcti impares sibimet apponant: collocato scz naturali numero: q̄dratoꝝ ordo teret. Est etiā in his hęc naturę subtilitas ꝛ immobilis ordinatio: qō tot vnitates vnusqsqꝫ q̄dratoꝝ retinebit ī latere: quāti fuerint numeri ad cōiūctionē ppriā cōgregati. Nā in primo q̄drato qm̄ ex vno fit: vn⁹ est in latere. In secūdo id est q̄ternario qm̄ ex vno ꝛ trib⁹ pcreat: qui

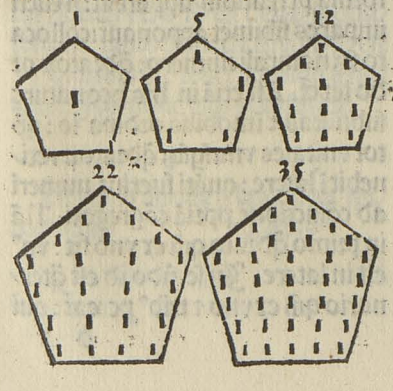
duo sunt termini: binario latꝰ terꝛiꝫ. ⁊ in nouenario quoniã tribꝰ numeris pcreat: latus ternario continet. Atq; idẽ in alijs videri licet.

De pentagonis eorumque lateribus. Capꝯ. 13.

PEntagonus vo numerus est: qui ipse quidẽ ĩ latitudinez scõm vnitatẽ descriptis quidẽ. 5. angulis otinet: cũctis scz lateribus ęquali dimensione dispositis. Sunt aũt hi.

1	5	12	22	35	51	70

QOdẽ quoq; modo eoꝝ latera succrescũt. Nã primi ptãte pentagoni id est vnius: idẽ vnus spaciũ lateris tenet. Secũdi vo quinarij q est actu ipso atq; ope primꝰ pentagonus: bini p latera fixi sunt. Terti vo id est. 12. tribꝰ in latꝰ auctꝰ est. Quartus. 22. 4. numeroꝝ in latere quantitate distendit. Atq; idẽ in ęteris scõm vnitatis pgressionẽ in naturali scz numero scõm superioꝝ figurarũ incremẽta tendunt.



De gñatione pẽtaganoꝝ. Ca. 14

ASciũt aũt hi numeri qui extẽsi ĩ latitudinẽ gnque ãgulos pãdũt: ab eadem nãlis numeri quãtitate ĩ sese coaceruata: ita ut duobꝰ semp interiectis numeris superiori uel superioribus vincens ternario eũ cui iungendus est aggreget. Nãq; vnitati intermissis duobꝰ ⁊ tribꝰ si quatuor iungas: qui tribꝰ ipsaz superent vnitatẽ: quinariꝰ pentagonꝰ pcreabitur. Post. 4. vero si intermisso quario ⁊ senario. 7. aggreges: duodenariũ pentagonũ pcreabis. Nãq; vnꝰ ⁊. 4. et. 7. numeri. 12. explebũt. Hoc etiã in alijs fiet. Nã si. 10. vel. 13. vl 16. vel. 19. vel. 22. vel. 25. supioribꝰ cũctis adiunxeris: eodẽ quo supius modo pentagoni fiẽt: scõm supioẽ descriptionem.

22	35	51	70	92	117	

De hexagonis eorumq; generationibus Capꝯ. 15.

HExagoni aũt q sex angulis ⁊ heptagõi q. 7. rursus lateribꝰ otinet: fz hũc modũz eoꝝ laterũ augmneta succrescũt. Nãq; ĩ triãguli nume

ri natura pcreationeq; ipsos nume ros iungebam⁹ qui sese ī naturali di spositione seq̃rent: ⁊ se tantū vnitate trāsirent. quadrati vo numeri id est tetragoni pcreatio fiebat ex nume ris qui vno intermisso copulabant: cū se binario superarent. pentagoni vo natura fuit ex duob⁹ interpositis relictisq; qui se ternario vincerent. Scōm quoq; talia augmēta hexa gonoꝝ uel octogonoꝝ vel. 9. laterū figura uel. 10. uel quotlibet alioruꝝ cōpetenti pgressione cōficit. Vt enī in pentagono duob⁹ intermissis eos iūgebam⁹ qui se ternario superarēt ita nūc ī hexagono trib⁹ intermissis eos iungem⁹ q se quaternario tran seant. ⁊ erūt quidē eoꝝ radices ⁊ fū dameta: ex quib⁹ iunctis oēs hexa goni nascunt.

1	5	9	13	17	21

Et ad eundē ordinē cōsequen tes: atq; ab his sexangulorꝝ for mę nascunt.

1	6	15	28	45	66

Octos ad superiorē modū scilz descriptos: in proprijs ordini bus pnotabis.

De heptagonis eorumq; genera tionibus: ⁊ cōmunis omniū figura rum inueniendę generationis regu la descriptionisq; figurarꝝ. Ca. 16.

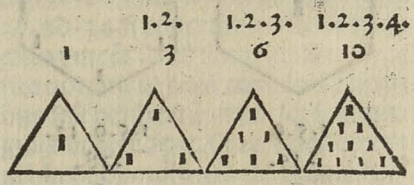
Eptē vo angulo rū figura est: cum ad eundem ordi nem pgressionis vno plusquam in 6. angulorꝝ figu ra numero inter misso supiori cōiunxeris. Nā si qua tuor interpositis q sese gnario vin cāt aggregauerīs: heptagoni ꝛtinuo figura nascet. ut hi nūeri sunt eoꝝ ra dices ⁊ ut superi⁹ dictū ē fūdamēta

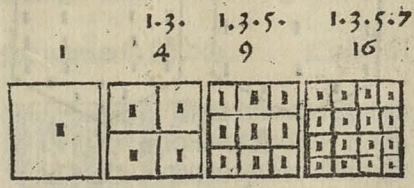
1	6	11	16	21	

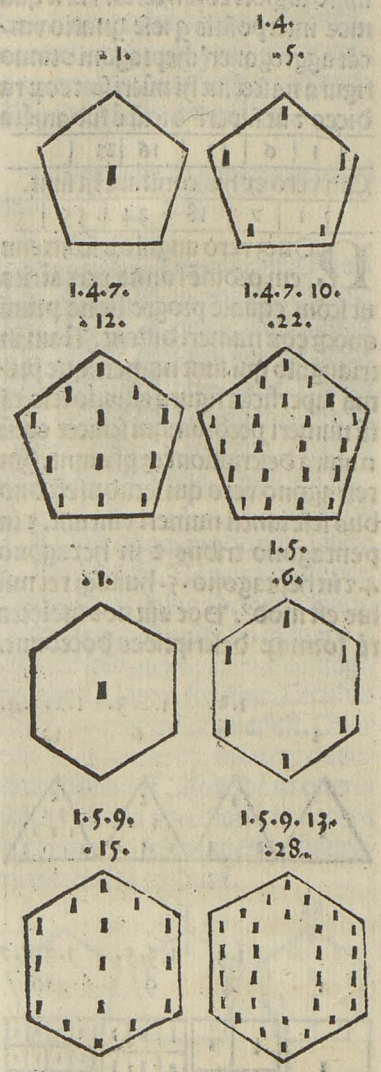
Qui vero ex his constant hi sunt.

1	7	18	34	55	

Quez vero angulorꝝ scōm eun dem ordinē forma pcreat: ita ut scōm ęqualē progressionē primi quoq; eoꝝ numeri distent. Nam in triangulo qui sunt numeri: quę pri ma superficiei figura est: vno sese tā tū numeri pcedunt: qui scilicet eorū naturā descriptionēq; pficiunt. In tetragono vero qui secūdus est duo bus sese iuncti numeri vincunt. ⁊ in pentagono tribus ⁊ in hexagono 4. ⁊ in heptagono. 5. huiusq; rei nul lus est mod⁹. Hoc aūt nos subiecta rū formarꝝ descriptiōes docebunt.







Descriptio figuratorꝝ numerorũ in ordine. Cap. 17.

Similiꝗ aũt licebit ꝛ aliarũ formarũꝝ quę plurib⁹ angulis cõtinent̃: quantitates asscribere. Sz quoniã facili⁹ oculis subiecta retinent̃: supradictarũ formarũ numerositas in subteriore descriptiõe ponatur.

trianguli	1	3	6	10	15	21	28
quadrati	1	4	9	16	25	36	49
pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
heptagoni	1	7	18	34	55	81	112

Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant: atqꝫ qõ triãgulus numerus omniũ reliquorum principiũ fit. Cap. 18.

Is igiꝗ ita sese habẽtib⁹ quid in hac re sit cõsequẽs inuestigemus. Oẽs enim tetragoni qui sub triãgulis sunt naturali ordinatione dispositi: ex superioribus triãgulis procreant̃: illoꝝqꝫ collectione quadrati figura cõponit̃. Quatuor eni tetragõn⁹ fit ex vno ꝛ trib⁹: id est ex duob⁹ supiorib⁹ triãgulis. Nouẽ vo ex trib⁹ ꝛ 6. sed vtriqꝫ sũt triãguli At. 16. ex. 6. ꝛ. 10. ꝛ. 25. ex. 10. ꝛ. 15. Idẽqꝫ sequẽti ordine q̃dratorꝝ: cõstãs atqꝫ inmutabile repit̃. Pentagonorꝝ vero summę conficiunt̃ ex vno

sup se tetragono ⁊ altrinsec⁹ triangulo ostituto. Nãq; 5. pentagonus ex quatuor sup se posito tetragono: et ex vno q in triangulor ordine ponitur aggregat. Duodecim vo pentagonus ex nouenario sup se quadrato: ⁊ trib⁹ scdo triangulo nascit. Vigintiduo vero ex. 16. et. 6. quadrato sez atq; triãgulo ⁊. 35. ex. 25. ⁊. 10 ⁊ in ordine ad eundẽ modũ intuentẽ nulla cunctatio otrarietat impediet. At vo si hexagonos librata examinatione pspicias: ex eisdẽ triangulis ⁊ sup se positis pentagonis pcreant. Nanq; sex hexagon⁹: ex gnario pentagono ⁊ vno qui ẽ i triãgulor ordine disposit⁹ nascit. Nec alia est origo. 15. hexagoni: nisi ex duo denario pentagono ⁊ ternario triãgulo. Qõ si. 28. rursũ hexagonũ ex q bus superioribus nascat addiscas: nullos inuenies nisi. 22. pentagonũ senariũq; triangulũ. Atq; hoc in cęteris. Nec hunc geniturę ordinẽ heptagonor pcreatio refutabit. Nãq; ex sup se hexagonis: ⁊ ex emin⁹ positis triangulis pcreant. Septẽ enim heptagon⁹ nascit ex senario hexagono: ⁊ vno potestate triangulo. 18. vero heptagon⁹ ex. 15. hexagono ⁊ ternario triangulo coniugat: et. 34. ex 28. scilicet hexagono: ⁊ senario triãgulo. atq; hoc in cunctis inoffensuz reperire licet. Vides ne igit vt prim⁹ oiuz triãgulus cũctor sũmas efficiat: ⁊ oiuz pcreationib⁹ misceat.

Pertinens ad figuratorum numerorum descriptionem speculatio.
Capitulum. 19.

I vero omnes si ad latitudinẽ fuerint cõparati: id est trianguli tetragonis: vl tetragoni pẽtagonis: vl pentagoni hexagonis vel hi rursus heptagonis: sine aliqua dubitatiõe triangulis sese superabũt. Nanq; si ternariũ triangulũ quaternario vel q̃ternarium tetragonũ quinario: vel quinariũ pẽtagonũ senario hexagono: vel senariũ septenario heptagono cõpares: primo se triãgulo id est sola transeunt vnitate. At vero si senarius contra nouenariũ: vel hic cõtra. 12. vel hic contra. 15. vel. 15. cõtra. 18. pro inueniendis differentijs cõparentur: secundo se triangulo id est ternario superabunt. Decez vero ad. 16. ⁊. 16. ad. 22. et. 22. ad. 28. et 28. ad. 34. si cõponas: tertio se triangulo vincẽt id est senario. Atq; hoc rite notabit in alijs cunctis sequentibus sese perspectũ: omnesq; se triangulis antecedent. Quare perfecte vt arbitror demõstratũ est: omniũ formarum principiũ elementumq; esse triangulum.

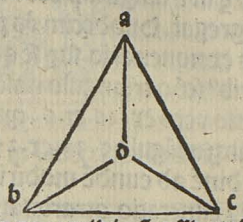
De numeris solidis. Cap. 20.

Inc vero ad figuras solidas facilior via ẽ. Pręcognito enim qd in planis numeror figuris vis ipa quãtitatis naturaliter operet

ad solidos numeros nõ erit vlla cũ/
ctatio. Sicut enĩ longitudini nume
rorꝫ aliud infuallũ id est supficiẽ vt
latitudo oñderet adiecim⁹: ita nunc
latitudini figꝫ addat eã q̃ alias alti
tudo: alias crassitudo: alias pfũdi/
tas appellat: solidũ numeri corp⁹ ex
plebit.

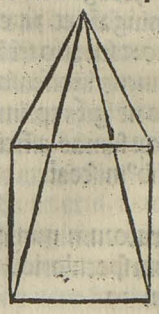
De pyramide quod ea sit solidarꝫ fi
gurarum principiũ sicut triangulus
planarum. Cap. 21.

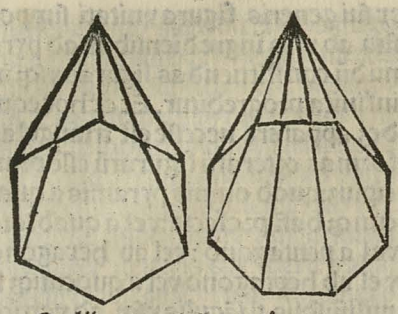
Idet aũt quẽ
admodũ ĩ pla
nis figuris tri/
angulus nume
rus prim⁹ ẽ: sic
in solidis q vo
cat pyramis p
fũditat eẽ pn
cipiũ. Omniũ
qppe ratarꝫ in numeris figurarꝫ ne/
cesse ẽ inuenire pmordia. Est aũt py
ramis alias a triangula basi in alti
tudinẽ sese erigẽs: alias a tetragona
alias a pẽtagona: ⁊ scõm sequentiũ
multitudines angulorꝫ ad vnũ cacu
minis verticẽ subleuata. Posito enĩ
triangulo atqꝫ disposito: si p tres an
gulos singulę rectę lineę stantes po
nãt: hęqꝫ tres inclinẽt vt ad vnũ me
diũ pũctũ vtices iũgant: fit pyramis
Quę cũ a triãgula basi pfecta fit: tri/
bus triãgulis p latera ꝛcludit B mõ
Sit. a. b. c. triangulũ: si huic igit triã
gulo p tres angulos erigant lineę: ⁊
ad vnũ pũctũ ꝛuertant: qõ est. d. ita
vt. d. pũctũ nõ sit in plano ꝫ pẽdẽs:
illę scꝫ lineę ad ipm erectę vticẽ ⁊ qõ
summodo cacumen. d. faciẽt: et erit
basis. a. b. c. vnũ triangulũ: p latera
vo tria triangula id est vnũ triangu
lum. a. d. b. aliud vero. b. d. c. tertiũ
vero. c. d. a.



De his pyramidis q̃ a q̃dratis vel a
cęteris multiangulis figuris profi/
ciscuntur. Cap. 22.

Item si a tetragona
basi pficiscat: et ad
vnũ verticẽ ei⁹ lineę
dirigant: erit pyra/
mis q̃tuor triãgulo
rũ p latera: vno tm
tetragono ĩ basi po
sito: sup quã figura ipa fũdata ẽ. ⁊ si
a pẽtagono surgãt qnqꝫ lineę: qnqꝫ
rursus pyramis triãgulis ꝛtinebit. ⁊
si ab hexagono sex triãgulis nihilo/
min⁹: ⁊ quãtoscũqꝫ angulos habue
rit figura sup quã pyramis residet:
tot ipsa p latera triãgulis ꝛtinet. ut ĩ
subiectis descriptionib⁹ palã est.





Solidorum generatio numerorum. Cap. 23.

Iciunt aut huiusmodi pyramides hmo. Prima pyramis de triangulo: scda pyramis de tetragono: ctia pyramis de pentagono: qrta pyramis de hexagono qnta pyramis de heptagono. Idez in ceteris ostat numer. Na qm lineares numeros: ee dixim: q ab vno p secti in infinitu currerent ut sunt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

His aut ordinatim coposit. et i se inuice cu distatia iuct. supficies nascebat. Ut si vnu & duo iugeres: pm triagulus nasceret: id est. 3. & cu his adiugerem tertiu: id est tnariu: senari triagulus rursus occurreret. & post hos tetragoni vno intmisso: petagoni vo duob. hexagoni tribus: heptagoni relictis qtuor nascebant. Nuc vero ad solidor corpor pcreatione: ipse nobis supficies naturalit figurate pueniet: & ad faciendas qde pyramidas a triangulo ipi nobis trianguli coponendi sut. Ad procreandas vero pyramidas a tetragono: tetragoni. ad eas vero que sunt a pentagono: pentagoni copulandi sunt. et ille que sunt ab hexagono vel heptagono non nisi hexagonorum vel heptagonorum copulatione nascent. Primus ergo potestate triangulus vnitas est: eandeq; etiam ponemus virtute pyramida. secundus vero triangulus est ternarius. quem si cum primo coniunxero: id est cum vnitate: quaternaria mihi profunditas pyramidis excrescit. At vero si is tertiu senarium iunxero: denaria pyramidis procreabitur altitudo. Vis si denariu iunxero. 20. numerorum pyramis veniet. atque ita in cunctis alijs eadem ratio copulationis est.

Trianguli.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

Pyramides a triangulis.

1	4	10	20	35	56	84	120	165	220

In hac igit coniunctione necesse est: vt semp qui vltimus sit coiugatorum numerorum: is quasi qd ammodo basis sit. Cunctis enim latior inuenitur: & qui ante ipsum numeri coniungantur: minores esse necesse est: vsque dum ad vnitatem deiractio rata perueniat. que puncti quodammodo & verticis obtinet locum. Nanq; in. 10. pyramide super sex additi sunt. 3. atq; vnus. q senarius superat ternariam quantitatem. ipsi vero tres vnu plura'itate

transcendũt. qui vnus extremũ terminũ pgressionis offendit. Similis quoq; ratio in cęterĩ pspici pōt: si eorũ pcreationes diligentiꝰ volueris p scrutari. Illę uero q̃ sũt a tetragono pyramides: eadẽ tetragonoꝝ sup se cōpositione nascunt. Descriptis enĩ cunctis tetragonis id est.

| 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 |

SI vnitatẽ primã ex hac dispositiōe psumã: erit mihi potestate ꝛ vi pyramis ipsa vnitas: nondũ etiã opere atq; actu. At si huic tetragonũ supponã id est. 4. nasceĩ pyramis quinq; numeroꝝ: q̃ duobꝰ tãtũ numerĩ p latera positis ꝛtineĩ. Sin vero his sequentes. 9. adiecero: fiet mihi. 14. numerozũ forma pyramidis: q̃ p latera tribꝰ vnitatibꝰ ꝛcludatur. Atq; huic si sequẽtẽ tętragonũ 16. supponam: tricenaria mihi pyramidis forma pducit. In his q̃z oĩbus pyramidis: tot erunt vnitates p latera quãtę in se fuerint numerozũ aggregatę quãtitates. Nã vnitas q̃ prima pyramis est vnũ solũ id est se ipaz gerit in latere. Quinq; vo q̃ cōstant ex vno ꝛ. 4. duobꝰ p latera designat: ꝛ. 14. q̃ ex tribus numeris cōpositĩ fit: ternario numero in latere posito ꝛstituit. Hanc aũt pyramidũ gnãtiōez mōstrat subiecta ꝛscriptio.

Tetragoni.

| 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 |

Pyramides a tetragonis.

| 1 | 5 | 14 | 30 | 55 | 91 | 140 | 204 | 285 | 385 |

ET ad eũdẽ modũ cũctę a cęteris multiangulis pfectę formę: in altiozis summę spacia pducunt. Omnis enĩ multoꝝ angulozꝝ forma ex sui generis figura vnitati supposita ab vno ingredientibus ad pyramidũ constituendas figuras vsq; in infinita progreditur. Et ex hoc equidez apparere necesse est triangulas formas cęterarũ figurarũ esse principiuz: quod omnis pyramis a quacunq; basi profecta: vel a quadrato vel a pentagono: vel ab hexagono vel ab heptagono vel a quocunq; similiũ: solis triãgulis vsq; ad verticẽ continet.

De curtis pyramidis. Cap. 24.

Cire autẽ oportet quę sunt curtę pyramides vel q̃ bis curtę: vel q̃ ter curtę: vel quater: ꝛ deinceps scōz numeroꝝ adiectionem. Perfecta enĩ pyramis est: q̃ a qualibet basi pfecta vsq; ad primã vi ꝛ potestate pyramidã pueĩt vnitatẽ. Sin vo a q̃libet basi pfecta vsq; ad vnitatẽ altitudo illa nō venerit: curta vocabit. Recteq; huiusmodi pyramis tali nũcupatiōe signat: si vsq; ad extremitatẽ punctũq; nō venerit. Hęc aũt est: vt si qs. 16. tetragono adijciat. 9. atq; huic. 4. ꝛ ab vlteriozis sese adiectione vnitatis suspendat: pyramidis equidẽ figura est: sed quoniã vsq; ad cacumen verticis non excreuit: curta vocabitur: ꝛ habebit sũmitatẽ non iam punctum qō vnitas ẽ: sed superficiẽ: qō est quilibet numerus scōm basis illius angulos porrectus: atq; vltimꝰ aggregatꝰ. Nã si tetragona fuerit basis: q̃drata dimi-

nutione semp ascendit. ⁊ si pentagona basis: similiter. ⁊ si hexagona: illa quoq; vltima supficies erit hexagona. Ergo in curta pyramide tot erit angulor supficies quot fuerit basis Si vo illa pyramis nõ solũ ad vnitatẽ extremitatẽq; nõ puenit: sed nec ad primũ quoq; opere ⁊ actu multi angulũ eiꝰ generis cuiꝰ fuerit basis: bis curta vocabit. vt si a. 16. tetragono pficiscens vsq; in. 9. terminũ ponat: neq; excrescat ad. 4. ⁊ q̃tcũq; tetragoni defuerint: toticns eã curtaz esse dicemꝰ. Vt si vnitas defuerit pmus quadratꝰ: curtã quaz greci koluron vocant. Si vero duobus tetragonis deficit: id est vnitate ⁊ eo q sequit: vocatur bis curta quaz greci dikoluron appellant. Quod si tribus tetragonis: ter curta dicit quã greci trikoluron nominant: ⁊ quotcũq; tetragoni fuerint minꝰ: totiens illã pyramidã curtã esse pponimus. Hoc aũt nõ solũ a tetragono pyramidis: sed in oibꝰ ab omni multiangulo pgrediẽtibꝰ speculari licet.

De cubis vel asseribꝰ vl laterculis vl cuneis vel sphericis ⁊ paralellipipedis numeris. Cap. 25.

Cde solid qui dẽ quẽ pyramidis formã obtinent ęqualiter crescentibꝰ: ⁊ a pp̃a velut radice multianguli figura pgrediẽtibꝰ dictũ est. Est alia rursus quẽdã corpor solidor ordinabilis cõpositio: eor q dicunt cubi vel asseres: vl laterculi: vel cunei: vel sphere: vel paralellipipedi. q̃ sũt quotiẽs supficies ꝯ se sũt: ⁊ ductę in infinitũ nũq; ꝛcurrẽt. Disposit eni ĩ ordinẽ tetragõis.

1	4	9	16	25

Quoniã hi solã longitudinẽ latitudinẽq; sortiti sũt ⁊ altitudine carẽt: si p latera solã vnã multiplicationez recipiant: ęqualẽ puehũt pfunditatẽ. Nã q̃tuor tetragonꝰ duos habet in latere: ⁊ natꝰ ẽ ex bis duobꝰ. Bis eni duo q̃tuor faciũt. Nos ergo duos ex ipsiꝰ latere si multiplices ęqualiter: cubi forma nasceẽt. Nã si bis binos bis facies: octonaria quãtitas crescit: ⁊ est primꝰ hic cubus. Nouẽ vo tetragonꝰ qm̃. 3. habet in latere: ⁊ factꝰ est ex tribꝰ in se multiplicatis si eni vnã lateris multiplicatiõez adiunxeris: rursus alius cubus ęquali latex formatiõe crescit. Ter eni tres si tertio duxeris. 27. cubi figura producit. Et. 16. qui ẽ ex. 4. si q̃ter augescat: sexaginta q̃tuor cubus pari latex dimẽsione crassabit. ⁊ sequẽtes qdem tatragoni scõm eundẽ modũ multiplicatiõe facta puehunt. Tot aũt necesse est vnitates cubus habeat in latere: quot habuit primꝰ ille tetragonꝰ ex quo ipse pductꝰ est. Nam qm̃. 4. tetragonꝰ duos tm̃ numeros habet in latere: duos quoq; habet octonarius cubus. ⁊ qm̃ nouẽ tetragonus tribꝰ p latus vnitatibus figurabat: solo ternario. 27. cubi latꝰ vrgeẽt. Et qm̃. 16. tetragonꝰ q̃tuor vnitatũ latus habebat: totidẽ. 64. cubꝰ in latere gestabit vnitates. Quare

etiã vi ⁊ potestate cubi qõ est vnitas vnus erit in latere. Omnis enĩ tetragon⁹ vna quidez supficies est q̃tuor angulo⁹:totidẽq; latere⁹. Omnis aũt cubus qui ex tetragono⁹ supficie in pfunditatẽ corpor⁹ creuit: per tetragoni scz latus multiplicat⁹: habebit quidẽ supficies.6.quar singula planitudo tetragono illi prior equalis ẽ. Latera vo.12.quor vnũqõq; singulis his q̃ superiores fuere tetragoni equũ est. ⁊ vt superius demõstrauim⁹:tot vnitatũ est. Angulos vero 8.quor singulus sub trib⁹ huiusmodi otinet:quales priores fuere tetragoni vnde cubus ipse pduct⁹ est. Ergo ex naturaliter pfuso numero: q in subiecta forma descripti sũt subiecti tetragoni nascũt. ⁊ ex his tetragonis q subnotati sũt:cubi puehunt.

Numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49

Cubi.

1	8	27	64	125	216	343

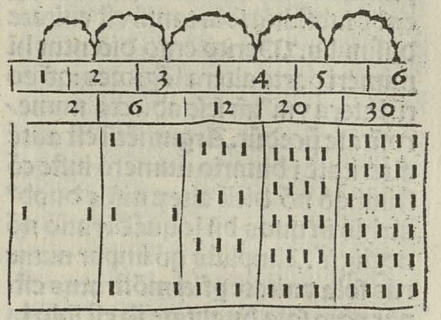
Et qm̃ omnis cubus ab equilateris q̃dratis pfectus:equ⁹ ipse oibus partibus est. Nã ⁊ latitudini longitudo:⁊ his duob⁹ cõpar est altitudo. ⁊ scõm sex partes:id est sursũ deorsũ:dextera:sinistra:ante:post:sibi equalẽ esse necesse est. huic oppositũ otrariũq; eẽ oportebit:qui neq; lõgitudinẽ latitudini:neq; hec duo pfunditati gerat equalia:sed cũctis inequalib⁹ quãuis solida figura sit ab equalitate cubi longissime distare videat. Di aũt sunt:vt figs faciat bis tres quater: vl ter quater quinquies:⁊ alia huiusmodi que p inequales spacio⁹ gradus inequaliter prouehunt. Hec aũt forma greco noie scalenos vocat. nos vo gradatã possum⁹ dicere. qõ a minore modo velut gradib⁹ crescat ad maius. Vocãt aũt eandez figurã greci quidã spernisconi. Nos aũt cuneũ possum⁹ dicere. Eteni quos ad quãlibet illã rẽ constringendã cuneos formãt:neq; latitudinis:neq; longitudinis:neq; altitudinis habita ratione: quantũ cõmodũ fuerit: tantũ vel altitudini minuit vel crassitudini pfunditatis augeat. Atq; ideo hos plerũq; necesse est oibus partibus inequalib⁹ inueniri. Quidam vero hos bomiscos vocant. id est quasdã arulas que in ionica grecie regione vt ait nichomacus hoc modo formate fuerunt: vt neq; altitudo latitudini:neq; hec longitudini cõuenirent. Vocat aũt alijs quibusdã nominib⁹ que nũc prosequi supuacuũ iudicam⁹. Igit cubi equalibus spacijs se porrigẽtibus:⁊ hui⁹ formę quã dixim⁹ gradata distributiõe dispositę:medietates sũt: quę neq; cunctis partibus equales sũt:neq; omnibus inequales. quos greci parallelipipedos vocant. Latini nomen hoc ita vniformiter cõpositum habere non possunt. Ut tamen idem pluribus dictũ sit: ea nãque hoc nomine vocatur figura: q̃ alternatim positis latitudinibus cõtinetur.

De parte altera longioribus numeris: eorũq; generationibus. Cap.26.

Huiusmodi vero formas quales sũt quę vocantur a grecis heteromikeis nos dicere possum⁹ parte altera lõgiores. quaꝝ figurarũ numer⁹ quoqꝫ hoc modo diffiniendus est. Parte altera longior est numerus: quẽ si in latitudinẽ describas: ⁊ ipse quidẽ. 4. puenit laterũ ⁊. 4. angulorꝫ sed nõ cunctis ęqualibus sed sempꝫ minus vno. Nanqꝫ nec latera lateribus cuncta cũctis ęqua sunt: nec lõgitudini latitudo: sed vt dictum est: cum hinc altera pars maior fuerit: vno tantũ minorem prȩcedit ac superat. Si enim numerũ naturalem disponas in ordinem: ⁊ secundũ per primũ multiplices: talis nascetur numerus. vel si secundũ per tertiũ: vel si tertiũ per quartũ: vel si quartũ per quintum. omnesqꝫ hi vnitate tantũ addita multiplicentur: nascentur parte altera longiores. Disponatur enĩ numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Et nunc quidem hactenus. Siquis igitur faciat vnũ bis: faciet duo. Et rursus bis tres faciet. 6. ter q̃ter faciet. 12. quater. 5. faciet. 20. ⁊ hoc modo ad eundem ordinẽ. Quicunque igitur ita facti sunt: procreabuntur parte altera longiores: vt subiecta descriptio docet. In qua ex quibus numeris multiplicati nascuntur parte altera longiores supra ascripti sunt. Qui vero nascuntur subterius subnotati.



De ante longioribus numeris: et de vocabulo numeri parte altera longioris.
Capitulum. 27.

Ergo si ab vnitate tantum discrepent qui multiplicantur: descripti superius numeri protẽdentur. Si vero aliquo numero vt ter septẽ vel ter quinqꝫ vel aliquo modo alio ⁊ non eorum latera sola discrepent vnitate: nõ vocabitur hic numerus parte altera longior: sed ante longior. Alterum enim apud pythagorã vel sapientię eius hęredes nulli alij nisi tantum binario ascribebatur. Hunc alteritatis principium esse dicebant. Eandem autem naturam ⁊ semper sibi similẽ consentientemqꝫ nullam aliam nisi primeuã ingeneratamqꝫ vnitatem. Binarius autem numerus primus est vnitati dissimilis: idcirco qõ prim⁹ ab vnitate disiũgitur. atqꝫ ideo alteritat⁹ cuiusdam

principiũ fuit: qõ ab illa prima et sp eadẽ substãtia sola tantũ est vnitate dissimilis. Merito ergo dicentur hi numeri parte altera lõgiores: qõ eorũ latera vni⁹tiñ sese adiecta numerositate p̃cedũt. Argumẽtũ est autẽ alteritatẽ ĩ binario numero iuste cõstitui: qõ nõ dicit̃ alter nisi e duob⁹ ab his in quos bñ loquẽdi ratio nõ negligit̃. Amplius qõ impar numerus sola vnitate pfici mõstratus est: par vero sola dualitate id est solo binario numero. Nã cuiuscũq; medietas est vnus: ille impar est. cui⁹ vero 2. hic paritate recepta: in gemina ęq̃ disiungit̃. Quare dicendũ est imparẽ numerũ eiusdẽ atq; in sua se natura tenentis ĩmotabilisq; substantię eẽ participez: idcirco qõ ab vnitate formet̃. parẽ vo alteri⁹ plenũ esse naturę: idcirco qõ a dualitate cõplet̃.

Qõ ex imparib⁹ quadrati: ex parib⁹ parte altera lõgiores fiãt. Cap̃. 28.

T vero posit̃ in ordinẽ ab vnitate imparib⁹: et sub his a dualitate paribus descriptis: coacervatio imparium tetragonos facit: coaceruatio pariũ supiores efficit parte altera lõgiores. Quare qm̃ tetragonoz hęc natura est vt ⁊ ab imparib⁹ pcreent̃: qui sunt vnitatis participes id est eiusdẽ ĩmutabilisq; substantię: cũctisq; partib⁹ suis ęquales sint: qõ ⁊ anguli angulis: ⁊ latera laterib⁹: ⁊ longitudini cõpar est latitudo: dicendũ ẽ huiusmodi numeros eiusdez naturę atq; ĩmutabilis substãtię participes. Illos vo numeros quos parte altera lõgiores paritas creat: alteri⁹ dicem⁹ esse substantię. Nã quẽadmodũ vnus a duob⁹ vno tantũ alter est: sic hoz latera a se tiñ vno sunt altera: ⁊ vna tantũ differũt vnitate. Quare disponant̃ in ordinẽ oẽs ab vno impares: ⁊ sub his omnes a binario numero pares.

1	3	5	7	9	11	13
2	4	6	8	10	12	14

Est ergo princeps imparis ordinis vnitas: q̃ ipsa quidẽ effectrix ⁊ quodãmodo forma quędã ẽ iparitatis. Quę in tantũ eiusdẽ nec mutabilis substantię est: vt cũ vl̃ seipsam multiplicauerit: vel in planitudine vel in pfunditate: vl̃ si aliũ quẽlibet numez p seipsã multiplicet: a p̃oris quãtitatis forma nõ discrepat. Nãq; si vnũ semel facies vel si semel vnũ semel: vl̃ si duo semel: vel si tres semel: vel si q̃tuor semel: vel si quẽlibet aliũ numerũ multiplicet: a quãtitate sua is quẽ multiplicat numer⁹ nõ recedit. qõ circa aliũ numerũ nõ potest inueniri. Paris vo ordinis binari⁹ numer⁹ princeps ẽ. quę dualitas cum in eodẽ ordine paritatis fit: tũ principiũ totius est alteritatis Nãq; si seseipsã multiplicet vel p latitudinẽ vel etiã pfunditatem: vel si quẽ numez in suã ꝯglobet quãtitatẽ: ꝯtinuo alter exoriť. Nã bis duo vel bis duo bis si facias: vel bis tres vel bis. 4. vel bis. 5. vel quẽlibet aliũ multiplicet: quisq; hinc nascit̃ alius quã primo fuerat inuenit̃. Nascunt̃

aũt ex superiore descriptione ꝛ ex p̃mo ordine oẽs tetragoni hoc mõ. Unũ enĩ si respexeris: primꝰ potestate tetragonus est. Sin vo vnũ tribꝰ coaceruaueris .4. tetragonꝰ exoriẽ. Huic si quinariũ iungã: nouenariꝰ rursus occurrit. Huic si copules .7. 16. q̃drati forma se suggerit. Idẽq̃ si in cęteris facias oẽs cõpetenter q̃ dratos videas pcreari. At vero ex secũdo paritatis ordine idem cũcti parte altera longiores fiunt. Nãq̃ si duos primos respexero: huiusmodi mihi numerus occurrit qui fit ex bis ỹno. Cũ vo duobꝰ sequentes .4. iũxerõ: parte altera longior rursus erit: senariꝰ scz q̃ fit ex bis tribꝰ. Cui si sequentẽ aggregauero nascet mihi duodenaria forma: q̃ fit ex q̃ter tribꝰ. Qõ si ꝛtinuatim qs faciat cũctos huiusmodi numeros ĩ cõpetẽti ordine pcreatos videbit Quã descriptionẽ scz iferior forma demõstrat.

Radices.				
1	1.3.	1.3.5.	1.3.5.7.	1.3.5.7.9.
Tetragoni id est quadrati.				
1	4	9	16	25

Radices.				
2	2.4.	2.4.6.	2.4.6.8.	2.4.6.8.10.
Parte altera longiores.				
2	6	12	20	30

De generatione laterculorũ eorũq̃ diffinitione. Cap. 29.

Uos aũt superiꝰ latercu los diximꝰ: q̃ sũt ꝛ ipę qdẽ solidę figurę hoc mõ fiũt. Quotiẽs ęq̃ libꝰ spacijs ĩ longitudinẽ latitudinẽq̃ porrectꝰ: minor his addit altitudo. Ut sunt huiusmodi .3. ter bis. qui sũt .18. vel .4. quater bis vel alio quolibet modo. vt his in lõgitudinẽ latitudinẽq̃ ęquis minor altitudo ducat. Hi definiunt hũ mõ. Laterculi sũt q̃ fiũt ex ęq̃libꝰ ęq̃liter in minus. Asseres vo ꝛ ipsę quidẽ figurę sũt solidę: sz hoc modo vt ex ęq̃libꝰ ęqualiter ducant in maiꝰ. Nã si ęqua fuerit latitudo longitudini et maior sit altitudo: illę figurę a nobis asseres: a grecis clocides noiant. vt figs hũ mõ faciat .4. q̃ter nouies: quinde pcreãt asseres noiati sũt. Sphenisci vo q̃s cuneolos superiꝰ appellauimꝰ hi sũt: q ex inęqualibꝰ inęq̃liter ducti p inęq̃lia creuere. Cubi vo qui ex ęq̃libꝰ ęq̃liter p ęq̃lia pducti sũt.

De circularibus vel sphericis numeris. Cap. 30.

Psorũ vo cuborũ quãticũq̃ fuerint ita ducti: vt a quo nũero cubicę quãtitatꝰ latꝰ coeperit in eundẽ altitudinis extremitas terminet: numerꝰ ille ciclicꝰ vl spericꝰ appellat. vt sũt mul

tiplicationes q̃ a qnario vel senario
pficiscunt. Nã quinquies quicq̃ q fit
25. ab. 5. pgressus ĩ eosdẽ. 5. definit
Et si hos rursũ quinquies ducas: in
eosdẽ. 5. eorq̃ termin⁹ veniet. Quinq
es enĩ. 25. fiunt. 125. ⁊ si hos rursus
quinges ducas: ĩ qnariũ numeꝝ ex/
tremitas terminabit. Atq̃ ꝗ vsq̃ in
infinitũ idẽ sp euenit. Qd in senario
q̃z ouenit ofiderari. Hi aũt numeri
idcirco ciclici vel spherici vocant: qd
sicut spera vel circulus in pprij sp pn
cipij reuersiõe formant. Est enĩ cir/
culus posito quodã pũcto ⁊ alio emi
nus defixo: illi⁹ pũcti qui emin⁹ fix⁹ ẽ
equaliter distãs a pmo pũcto circũ/
ductio: ⁊ ad eundẽ locũ reuersio vn
de moueri coeperat. Sphera vo est
semicirculi manẽte diametro circũ/
ductio ⁊ ad eũdẽ locũ reuersio vñ p
us coeperat ferri. Unitas quoq̃ vir
tute ⁊ potestate ipsa quoq̃ circulus
vel spera est. quotiẽs enĩ punctũ ĩ se
multiplicaueris: in seipm vñ coepe/
rat tminat. Si enĩ faciat semel vnũ
vnus redit. ⁊ si ꝗ rursus semel idẽ ẽ
Igit si vna fuerit multiplicatio solã
planitudinẽ reddit: ⁊ fit circulus. Si
scda: mox sphera oficit. Eteni scda
mltiplicatio effectrix sp est pfũditat.
Ex. 5. igitur ⁊. 6. paucas huiusmodi
formas subscripsimus.

	1	5	6
	1	25	36
	1	125	216
	1	625	1296
	1	3125	7776

De natura rerũ q̃ dicit eiusdẽ naturę
⁊ de ea q̃ dicit alteri⁹ naturę. ⁊ q nu/
meri cui naturę oiũcti sũt. Cap. 31.

Et de solidis q/
dẽ figuris hęc
ad pſens dicta
sufficiant. Qui
aũt de natura
rerũ ppings in/
uestigãtes rati
onib⁹: quicq̃ in
matheseos disputatione versati: qd
ĩ quacq̃ re eẽt pprij subtilissime peri
tissimeq̃ ediderũt: hi rerũ oiũz natu
ras in gemina diuidẽtes hac specu/
latiõe distribuũt. Dicũt enĩ oẽs oiũz
rerũ substãtias cõstare ex ea q̃ pprię
sueq̃ sp habitudinis est nec vllo mõ
pmutat. ⁊ ea scz natura q̃ variabilis
mot⁹ est sortita substãtiã. Et illã pri/
mo ĩmutabilẽ naturã vni⁹ eiusdẽq̃
substãtię vocãt. Hanc vo alteri⁹ scz
qd a prima illa ĩmobili discedẽs pri
ma sit altera. Qd nimirũ ad vnitatẽ
ptinet: ⁊ ad dualitatẽ. qui numerus
primus ab vno discedẽs alter fact⁹
est. Et qm cũcti scdm vnitatis speciẽ
naturãq̃ impares numeri formati
sũt: quicq̃ ex his coaceruatis tetrago
ni fiunt duplici modo eiusdẽ substã
tię participes esse dicunt: quod vel
ab equalitate formant tetragoni: vl
coaceruatis in vnũ numeris impari
bus procreantur. Illi vero qui sunt
pares: quoniã binarij numeri for/
mę sunt: quicq̃ ex his coaceruati col
lecticq̃ in vnã congeriem parte alte/
ra longiores numeri nascunt: hi se/
cundũ ipsius binarij numeri natu/
ram ab eiusdem substantię natura
discessisse dicunt. putanturq̃ alteri/

us naturę eē participes: idcirco quoniaz cum latera tetragonorum ab ęqualitate progressa in ęqualitatem proprię latitudinis ambitū tendāt: hi adiecto vno ab ęqualitate laterū discesserunt: atqz ideo dissimilibus lateribus et quodammodo alteris a se coniunguntur. Quare nobis notum est quod ex his ea quę sunt in hoc mundo cōiuncta sunt. Aut eniz proprię īmutabilis eiusdemque substantię est quod deus vel anima vel mens est: vel quodcunqz proprię naturę incorporalitate beatur. aut mutabilis variabilisqz naturę: quod corporibus indubitanter videmus accidere. Unde nunc nobis monstrādum est: hac gemina numerorū natura quadratorum scilicet z parte altera longiorum: cūctas numeri species cunctasqz habitudines vel relatę ad aliquid quantitatis: vt multipliciū vel superparticularium z cęterorum. vel ad seipsam consideratę: vt formarum quas dudum in superiore disputatione descripsimus informari. vt quemadmodū mundus ex īmutabili mutabilique substantia: sic omnis numerus ex tetragonis qui īmutabilitate perficiuntur: z ex parte altera longiorib⁹ qui mutabilitate participant probetur esse coniunctus. Et primo quidem distribuendū est qui sunt hi quos promecas vocant: id est anteriore parte longiores. vel qui quos heteromikeis id est parte altera lōgiores. Est enim parte altera lōgior numerus: quicunqz vnitate tantum lateri crescit adiecta. vt sunt. 6. scilicet bis 3. vel 12. tres quater. z consimiles. Anteriore vero parte longior est: q sub duobus numeris huiusmodi cōtinetur: quorum latera non possidet vnitatis differentia: sed aliorum quorumcunqz numerorum. vt ter. 5. vel ter sex vl' quater. 7. Quodammodo enim longitudine in prolixiorē modum porrecta merito anteriore parte longior dicitur. Cur autem parte altera longiores numeri dicantur: supra iam dictum est. Quadrati vero quoniā ęquā latitudinem longitudini gerunt: proprię longitudinis vel eiusdem latitudinis aptissime vocabuntur. vt bis. 2. ter 3. quater. 4. z cęteri. Parte altera vero longiores: quod non eadem longitudine tendantur: alterius quodammodo longitudinis: z parte altera longiores vocantur.

Quod omnia ex eiusdem natura et alterius natura cōsistunt: idqz in numeris primū videri. Cap. 32.

Omne autem quicquid in p̄pria natura ſb̄stantia que est immobile: terminatum definitumque est. quippe quod nulla variatione mutetur: nunqz esse desinat: nūquam possit esse quod non fuit. At hęc vnitas sola est. et que vnita/

te formanť: comprehensibilis ⁊ determinatę ⁊ eiusdē substātię eē dicūť. Ea vo sūt q̄ vel ab ęqlib⁹ crescūt velut q̄drati. vel quos ipsa vnitas format: id est impares. At vo binari⁹ ⁊ cūcti parte altera lōgiores: q a finita substātia discesserūt: variabilis infinitęq̄ substātię noianť. Cōstat ergo numer⁹ois ex his q̄ lōge disiūcta sūt atq̄ ōria: ex imparib⁹ scz ⁊ paribus. Hic enī stabilitas: illic instabilis variatio. hic īmobilis substātię robur: illic mobilis pmutatio. hic definita soliditas: hic infinita ꝯgeries multitudinis. Quę scz cū sint ōria: in vnā tñ qdammodo amicicią cognatiōezq̄ miscenť: ⁊ illi⁹ vnitať informatione atq̄ regūmēto vnū numeri corp⁹ efficiūt. Nō ergo inutiliť neq̄ improvide q de hoc mūdo deq̄ hac cōi rer natura raciocinabanť: hāc primā totius mūdi substātię diuisionē fecerūt. Et plato qdē in tineo eiusdē naturę ⁊ alteri⁹ noīat qcqd in mūdo ē. atq̄ aliud ī sua natura pmanere putať diuiduū incōiunctūq̄ ⁊ rer oīuz primū. alter diuisibile: ⁊ nunq̄ in p̄prij statu ordinis pmanēs. Phylolaus vo necesse ē inquit oīa q̄ sūt vel infinita vl finita. Demōstrare scz volens oīa q̄cūq̄ sūt ex his duob⁹ ꝯsistere. aut ex infinita scz eē: aut ex finita: ad numeri sine dubio similitudinē. Hic enī ex vno ⁊ duob⁹ ⁊ impari atq̄ pari ꝯiūgiť. Quę manifesta sūt ęqlitatis atq̄ inęqlitať: eiusdē atq̄ alteri⁹: definitę atq̄ indefinitę esse substātię. Qd videlicet nō sine causa dictū ē: oīa q̄ ex ōrijs ꝯsisterent: armonia q̄dā ꝯiungi atq̄ cōponi. Est enī armonia plurimoꝝ adunatio et dissentientiū consensio.

Ex eiusdē atq̄ alteri⁹ numeri natura q sūt q̄drat⁹ ⁊ parte altera lōgiores oēs pportionū habitudines ꝯstare.

Capitulū. 33.

Īsponāť ergo in ordinē non iaz pares atq̄ ipares ex qb⁹ q̄drati vel parte altera lōgiores fiunt: sz hi ipsi q illis coaceruatis ī vnū q̄ redať ⁊ q̄drati ⁊ parte altera lōgiores pdeūt. Īta enī videbim⁹ istorū quēdā ꝯsensum ⁊ ad cęteras numeri partes pcreandas amicicią: vt nō sine causa hoc in oībus reb⁹ ab numeri specie natura rer sūpsisse videať. Sint igiť duo versus tetragonoꝝ ab vnitate omniuz: ⁊ a binario numero parte altera longioꝝ.

1	4	9	16	25	36	49
2	6	12	20	30	42	56

Horū igiť si primū cōpares pmo dupli quātitas inueniť: q̄ est p̄ma multiplicitatis species. Si vero scōm scōo: hemiolię quātitatis habitudo pduciť. Si terciū tercio: sesquitercia pportio pcreať. Si quartū q̄rto: sesquiquarta. ⁊ si quintū quinto: sesqquinta. Et hinc supparticulariū normā in quāuis longissimū spaciū pgrediēs: integrā inoffensāq̄ reperies. Īta vt in prima dupli pportione vnitatis soli⁹ sit differētia. Duo nāq̄ ab vno sola semp discrepāt vnitate.

In sesqualtera vo duoꝝ est differē/
tia. in sesquitercia triū. in sesquiq̄rta
4. ⁊ deinceps scōm supparticulares
formas numeroꝝ: qd̄ ad differētias
attinet: vno tantū crescit adiecto nu
merū explicans naturalē.

Dupla	1	1	sesqualtera	2	4	sesquitercia	3	9	sesquiq̄rta	4	16
		2			6			12			20

SIn vo scōm tetragonū primo
parte altera lōgiori cōpares: et
terciū scdo: ⁊ q̄rtū tercio: ⁊ qntū q̄rto
easdē rursus ꝓportiōes effici ꝓnota
bis q̄s in superiore forma descripsi/
mus. Sed hic differētię ab vnitate
nō inchoāt: sz a binario numero in
infinitū ꝑ eosdē calculos ꝓgrediunt
Eritq̄ secūdus p̄mi duplus. tertiꝰ se
cundi sesqualter. quartꝰ tertij sesqter
cius. scōm eandē ꝛuenientiā quę su
perius demonstrata est.

Dupla	2	4	sesqualtera	3	9	sesquitercia	4	16	sesquiq̄rta	5	25
		2			6			12			20

RUrsus quadrati inuicē impa/
ribus differunt: parte altera lō
giores paribus.

Differentię impares.						
3	5	7	9	11	13	
1	4	9	16	25	36	49
Quadrati.						

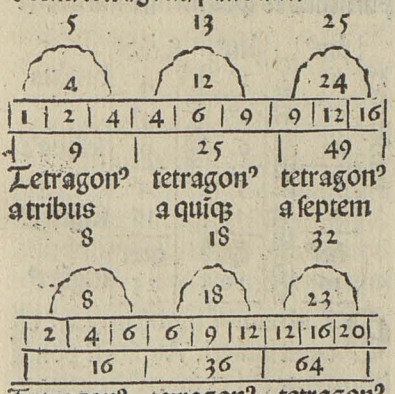
Differentię pares.						
4	6	8	10	12	14	
2	6	12	20	30	42	56
Parte altera longiores.						

AT vo si iter primū ⁊ scōm tetra
gonū primū parte altera longi
orē ponimꝰ: ad vtrosq̄ eos vna pro
portione ꝛiūgit. In vtrisq̄ enī ꝓpor
tionibꝰ dupli multiplicitas inuenit.
Sin vo inter scōm terciūq̄ tetrago/
nū scōm parte altera lōgiorē ponas
sesqualterę cōparationis ad vtrosq̄
forma cōponit. Et si int̄ terciū ⁊ q̄r/
tū tetragonū tertiū parte altera lon
giorē ꝛstituas: sesqtercia spēs nascet
⁊ idē si in cūctis feceris: cūctas sup/
particulares spēs inuenire mirabers.

Tetragoni	p̄mꝰ	1	Parte altera lōgiores	p̄mꝰ	2	Tetragoni	secūdꝰ	4	duplus
	2ꝰ	4		2ꝰ	6		3ꝰ	9	sesqualt̄
	3ꝰ	9		3ꝰ	12		4ꝰ	16	sesqterti
	q̄rtꝰ	16		q̄rtꝰ	20		quīt̄ꝰ	25	sesqq̄rtꝰ

QT ad eundē modū in ceters cō
uenit intueri. Rursus si ponāt
duo tetragoni ex superiꝰ descriptis:
id est primꝰ ⁊ secudus: ⁊ in vnū colli/
gant̄: ⁊ mediꝰ eoꝝ parte altera lōgi/
or bis mltiplicet: tetragonꝰ fit. Nāq̄
vnꝰ ⁊ 4. si iungant̄. 5. faciūt. eoꝝ bi/
narius parte altera lōgior si bis du
cat̄: q̄tuor faciūt. qui iuncti. 9. sine vl
la dubitatione ꝛficiet q̄ est numerꝰ
q̄dratus. Et ad eundē modū ī alijs
hoc modo dispositis numeris quos
supra descripsimꝰ idem ꝛstat intelli/

gi. Si vero conuertas & inter duos primũ & secundũ parte altera longiores secundus tetragonum ponas: qui in ordine quidem secundus est: sed actu & opere primus. ex duobus parte altera longioribus congregatis: & bis multiplicato medio tetragono: rursus tetragonus conficitur. Nanq; inter. 6. & binarium numerũ qui sunt primus & secũdus parte altera longiores si ponatur quaternarius ordine secundus: primus actu tetragonus: & coniungant̃ duo & sex faciunt. 8. Tum si bis ducantur medij quatuor faciunt rursus octonarium. qui cũ superioribus iuncti sedecim tetragonũ pandunt.



Illud quoq; non oportet minore admiratione suscipere: quod secũdũ proprias naturas: vbi altrinsecus duo tetragoni stant: & vn⁹ parte altera longior in medio ponitur: tetragonus qui nascitur ille semper ab impari procreat̃. Nam ex superioribus vno et. 4. et bis multiplicato binario: factus est nouenarius tetragonus. qui scilicet a tribus procreatur. Ter enĩ tres. 9. faciunt. qui ternarius impar est numer⁹. Et sequẽs qui ex quatuor & 9. & bis multiplicato senario coniunctus est. 25. tetragonus: & ipse ex impari quinario nascitur cõtinenti post ternariũ. Quinquies enĩ quinq;. 25. procedunt. et quinarius post ternarius impar est numerus. Et in sequenti quoq; eadem ratio est. Nam qui ex. 9. et. 16. & bis ducto. 12. quadratus. 49. producitur: ille a septenario impari fit post quinariũ continenti. Septies enim. 7. 49. creant. At vero vbi duo altrinsecus parte altera longiores vnũ mediũ tetragonũ claudunt: omnes ex his qui fiunt tetragoni a paribus producunt̃. Nam qui ex duobus & 6. parte altera longioribus et quaternario bis multiplicato. 16. tetragonus factus est: ille a quaternario numero id est pari producitur. Quater enĩ. 4. 16. sunt. Et in sequenti quoq; ordine vbi ex senario & duodecim & bis in suã summã ducto nouenario. 36. fiunt: ex continenti pari senario copulantur. Sex enĩ sexies. 36. restituunt. Nec minus in eandem rationem cadet ex. 12. et. 20. et bis. 16. factus. 64. tetragonus. Hic enim ex octonario cõtinenti post senarium nascitur. Octies enim octo 64. tetragonus iungunt. Et in alijs quoq; secundũ eundẽ modũ si idem facias rationis ordo nõ discrepat.

Quod ex quadratis et parte altera longioribus omnis formarum ratio consistat. Cap. 34.

Illud vero quod ex his duob⁹ tota omniũ formarum videtur orta platio: non minore considerationе notandum est. Nanq; trianguli q cunctas alias formas sicut superius docuimus collecti producunt: his iunctis velut ex q busdam elementis oriuntur. Nãq; ex vno primo tetragono et binario primo parte altera longiore ternarius triangulus copulatur. Et ex binario vel quaternario: id est ex secũdo tetragono: senarius triangulus procreatur. Ex quaternario quoq; ⁊ senario: denarius triangulus nascitur. Et ad eundem ordinem cuncta triangulorꝝ ratio constabit. Disponantur enim alternatim inter se tetragoni ⁊ parte altera longiores. qui vt melius pernotarentur: prius in duobus eos versibus disposuim⁹ post autem eosdem permiscuimus. ⁊ qui exinde trianguli nascerentur asscripsimus.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	64	81

parte altera longiores.

2	6	12	20	30	42	56	72	90

tetragoni ⁊ alĩa pte lõgiores alĩnati

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42
3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	

Trianguli.

Quemadmodum quadrati ex parte altera longioribus vel parte altera longiores ex q̃dratis fiãt. Capꝝ. 35.

Omnis vero tetragonus si ei proprium latus addatur: vel eodem rursus dematur: parte altera lõgior fit. Nãq; 4. tetragono siquis duo iungat: vl' duo detrahat 6. addendo perficiet: et duo detrahendo. at vterq; figuram continet parte altera longiorem quę scilicet magna est alteritat⁹ vis. Omnis enĩ infinita ⁊ indeterminata potentia: ab ęq̃litat⁹ natura: ⁊ a suis se finib⁹ otinẽti substãtia discedẽs: aut ĩ maius exuberat aut ĩ minora decrescit.

Qõ p̃ncipalĩ eiusdẽ gdẽ sit substãtię vnitas: secũdo vo loco ipares numeri: tertio q̃drati. ⁊ qõ p̃ncipalĩ dualitas alterius sit substantię: scõo vero loco pares numeri: tertio parte altera longiores. Capꝝ. 36.

Constat igit p̃mo qdez loco vnitatẽ ꝓprię imutabilisque substãtię eiusdẽq; naturę: dualitatez vo p̃mã alteritatis mutatiõisq; eẽ p̃ncipiũ. Scõo vo loco oẽs impares numeros ꝓpt vnitat⁹ cognationẽ eiusdẽ atq; imutabil' substãtię eẽ participes: pares vo ob binarij numeri ꝯsortiũ alteritatib⁹ eẽ p̃mixtos Tetragonos quoq; ad eũdẽ modũ ꝯsiderari manifestum est. Nam qõ

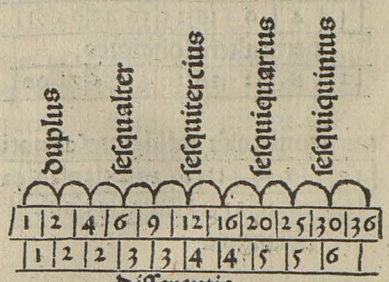
eorꝫ cõpositio ⁊ coniunctio ex impa ribus fit:immutabili eos naturę p nunciabo coniunctos. Quod vero parte altera longiores ex copulatio ne parium pcreantur: nunq̃ ab alte ritatis varietate separant̃.

Alternatim positis quadratis ⁊ par te altera longioribus qui sit eorꝫ ꝯsẽ sus in differentia et in proportione.
Capitulũ.37.

Llud igit̃ perspi cienduz est: qõ si idem tetragoni ⁊ parte altera lon giores disponan tur:ita vt alterna tim sibi permixti sint: tanta in his est coniunctio vt alias sibi in eisdem proportionibus cõmunicent:discre pent autem differentijs. Alias vero differentijs pares sint:proportioni bus distent. Disponant̃ eniz in ordi nẽ idem illi superiores tetragoni:et parte altera longiores ab vno.

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30

ARgo in superiore formula hoc maxime intuendũ est. Nanq̃ inter vnũ qui est tetragon⁹:et.2.du pla ꝓportio est.inter.2.et.4.dupla. Hic ergo tetragonus cũ parte alte ra longiore:atq̃ hic cũ sequẽte tetra gono:eadẽ ꝓportiõe iungunt̃:diffe rentijs vo nõ isdẽ. Nãq̃ duoꝫ atq̃ vni⁹ sola vnitas differẽtia ẽ: ſz idem duo a q̃ternario solo binario relin quunt̃. Rursus si.2.ad.4.speculeris dupla est ꝓportio.si quatuor ad sex habitudinẽ sesqualterã recognoscet Hic ergo in ꝓportionibus discrepãt in differentijs pares sunt. Nãq̃ ⁊ q̃ tuor a duobus ⁊.6.a quatuor eodẽ binario distant. In sequẽtibus etiã eodem modo sicut in primis fuit:ra tio constat. Nam eadem proportio est:differentijs nõ eisdem. Nam.4. ad.6.et sex ad nouẽ sesqualtera pro portione iungunt̃. 6. autem quater nariũ duobus.9.vero senariũ trib⁹ pretereunt. In sequentibus etiam eadem ratio speculabitur. ⁊ semper alternatim nunc quidem eędem p portiones:alię differentię sunt. nũc aũt ordine permutato:hisdem diffe rentijs alię proportiones. Semp q̃ in quibus differunt:secũdũ natura lis numeri ordines tetragoni ⁊ par te altera longiores sese superabunt: tantum quod geminatis summulis naturalis numeri fit progressio. Qd mirum videri non debet.nos enim ipsas sũmas tetragonorum et parte altera longiorum geminam⁹ ad pri mas secũdas q̃ ꝓportiones.



Eędem quoq; differentię mirabilem in modũ a toto p sequẽtes partes ⁊ p easdem vnitates quibus superi⁹ creuerũt progrediunt̃. Namq; inter vnũ ⁊ duo tãtũ vnitas intercedit: quę vnitati cui ęqualis ẽ totũ est: binarij vo medietas. Eodẽ modo inter. 2. et. 4. tantũ duo sunt. qui binarij totum sunt: quaternarij medietas. Int̃ quaternariũ vo ⁊ senariũ idem duo sunt: ad quaternariũ medietas: ad senariuz pars tercia. Tres vo qui sequunt̃ g inter. 6. et. 9. constituti sunt medij: sunt quidem senarij dimidiũ: pars vero tercia nouenarij. Et rursus ternarius qui nouenarij tercia pars ẽ: duodenarij quarta est. ⁊ ad eundẽ modũ vsq; in finẽ descriptionis geminat̃ huiusmodi partib⁹ sicut ipsa quoq; summarũ cõparatio geminata est: ęquas partiũ pgressiones aspicies

Probatio quadratos eiusdẽ eẽ naturę Cap̃. 38.

Illud aũt apertissimũ signũ est omnes tetragonos impari bus esse cognatos: quod in omni dispositione ab vno vel ĩ duplicibus vel ĩ triplicibus talis naturę ordo conserit̃ ut nũquã nisi scõm imparẽ locum tetragonus inueniat̃. Disponam⁹ enĩ in ordinẽ numeros: primo quidem duplos: deinde triplos.

1	2	4	8	16	32	64	128	256
1	3	9	27	81	243	729	2.187	6561

Si igit̃ in vtrisq; versib⁹ primos aspicias: singulos quos inuenis quoniã tetragoni sunt: in impare loco sunt constituti: quoniã primi sunt. Si vero terciũ locũ respexeris 4. et. 9. notabis: quoz hic a duobus pficiscit̃: illum ternarius creat. qui sunt loco impari constituti. Quintũ deinde si videas locuz. 16. et. 81. respicies. sed vnus a quaternario nascit̃: alteruz nouenarius creat. Et si nonũ locum rursus aspicias: tetragonos pernotabis. 256. 6561. quorum superior fit a. 16. inferior vero ab. 81. Idem si in infinitũ facere libeat indiscrepant̃ incurrit.

Cubos eiusdem participare substantię quod ab imparibus nascantur. Cap̃. 39.

Psi vo cubi g quãquã tribus interuallis sublati sint: tamẽ propter ęqualẽ multiplicationẽ participant ĩmutabili substantię: eiusdemque naturę sunt socij: non aliozũ quam impariũ coaceruatione produntur nunquã vero pariũ. Nam si omnes ab vnitate impares disponant̃: iuncti figuras cubicas explicabũt.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

In his igit̃ qui primus est potestate ⁊ virtute: primũ cubum faciet. Juncti vero duo qui sequunt̃ ternarius scilicet ⁊ quinarius: scõm efficiũt cubum: qui est octonarius. Juncti autem. 3. qui sequunt̃: septe

narius nouenariusque ⁊ . 11 . cubuz faciunt:qui . 27 . numero continetur qui est tercius . Et sequentes quatuor quartuz . ⁊ qui sequunt̃ . 5 . quintum . ⁊ ad eundem modum quotus quisque cubus efficitur:tot coniunctione impares apponunt̃. Hoc autem diligentius subiecta descriptio docet

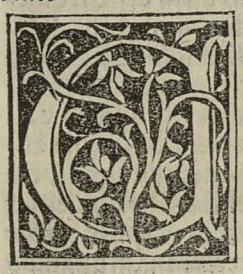
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	8		27			64			
pri/mus ab vno	secũdus a bis duob⁹ bis		tercius a ter tribus ter			quartus a quater quatuor quater			

De ꝓportionalitatib⁹ Cap̃ . 40 .

T de his quidez sufficiẽter dictuz est . nunc res admonet quędam de proportionibus disputantes quę nobis vl' ad musicas speculationes:vel ad astronomicas subtilitates:vel ad geometricę considerationis vim:vel etiã ad veterũ lectionum intelligentiã prodesse possint: arithmetica introductiõe cõmodissime terminare . Est igit̃ proportionalitas duarum vel triũ vel quotlibet proportionũ assumptio ad vnũ atque collectio . Ut autem cõmuniter definiamus:proportionalitas ẽ duarum vel plurium proportionuz similis habitudo:etiaz si non eisdez quantitatibus ⁊ differentijs constitutę sint , Differẽtia vo est inter numeros quãtitas . Proportio est duorum terminorum ad se inuicẽ quędaz habitudo ⁊ quasi quodammodo continentia . Quorum compositio quod efficit proportionale est . Ex iunctis enim proportionibus ꝓportionalitas fit . In tribus autem terminis minima proportionalitas inuenit̃ . Fit etiam in pluribus sed longior . vt binarius ad vnum quoniam duo sunt termini: duplam obtinet proportionẽ . sin vero quatuor contra . 2 . compares:⁊ hic quoqz dupla proportio est . quos tres terminos si continue consideres:ex duabus proportionibus fit proportionalitas . Et est ꝓportionalitas:vnuz ad duo:⁊ duo ad quatuor . Est eniz ꝓportionalitas ut dictũ est collectio proportionũ in vnuz que redactio . Fit etiam ⁊ in longioribus . Nam si quatuor illis octo velis adiungere: ⁊ his . 16 . et his . 32 . et deinceps duplos qui sequunt̃:fit in omnibus dupla proportionalitas ex proportionibus duplis : Igit̃ quotiens vnus atque idez terminus ita duobus circum se terminis cõmunicat : ut ad vnũ dux sit ad alium comes:hęc ꝓportionalitas continua vocatur :vt vnus duo quatuor . Est enim ęqualitas in his proportionis . ⁊ quẽ admodũ sunt . 4 . ad . 2 . sic sunt duo ad vnum . Et rursus quemadmodum vnus ad duo: sic duo ad quatuor . Et scõm quantitatem quoque, numeri eodem modo est . Quantũ enim tres superant binariũ:tantum binarius vnitatez . ⁊ quantũ vnus a duobus minor est : tantum binarius a

ternario superatur. Sin vero alius ad vnum refertur terminus: alius vero ad alium: necesse est habitudinem disiunctaz vocari. Vt ad equalitatem quidem proportionis sunt. 1.2.4.8. Sic enim sunt quemadmodum duo ad vnum: sic octo ad quatuor. ⁊ conuersim quemadmodum vnus ad duo: sic quatuor ad octo. Et permutatiz quemadmodũ quatuor ad vnum sic octo ad binarium Scõm quantitatẽ vero numeri: ut sunt. 1.2.3.4. quantum enim vnus a duobus vincit: tantũ ternarius a quaternario superat. Et quantum duo vnum vincunt: tanto ternariuz quaternarius transit. Permixtim etiaz quanto vnus tribus minor est tãto binarius quaternario. vel quãto ternarius vnitatẽ superat: tanto binarium transgredit quaternari⁹.

Que apud antiquos proportionalitas fuerit: quas posteri addiderint. Cap. 41.



Onfesse quidẽ ⁊ apud antiquiores notę: queque ad pythagorę vl platõis vl aristotelis scientiã puenerũt: hę tres medietates sunt. arithmetica: geometrica: armonica. Post quas ꝓportionuz habitudines tres alię sunt quę sine nomine quidez feruuꝫ. Vocantur autẽ quarta: quinta: vel sexta. q̃ superius dictis oppositę sunt. At vero posteri propter denarij numeri ꝯfectionẽ quod erat pythagorę complacitus: medietates alias quatuor addiderunt: ut in his proportionalitatibus denarię quantitatis corpus efficerent. Scõm quem numerum ⁊ priores quinq̃ habitudines comparationesq̃ descriptę sunt. vbi quinque maioribus proportionib⁹ quos vocauimus duces: minores aptauim⁹ alios terminos quos comites diximus. Inde etiam in arestotelica atq̃ archythę prius. 10. p̃dicamentoꝝ descriptione: pythagoricum denarium manifestũ est inuenirí. Quandoquidem ⁊ plato studiosissimus pythagorę scõm eaz disputationẽ diuidit. ⁊ archytas pytagoricus ante aristotilẽ lz quibusdaz sit ambiguũ decem hec predicamẽta constituit. Inde etiam. 10. membroꝝ particulę. inde alia permulta quę oia ꝑsequi non est necesse.

Quod primum de ea quę vocat̃ arithmetica proportionalitate dicẽdum est. Cap. 42.

Unc vo de proportionalitatibus deque medietatib⁹ dicendũ ẽ. Et primũ gdẽ de ea medietate tractabim⁹: quę scõm quãtitat̃ equalitatẽ neglecta ꝓportiõis parilitate ꝓstitutoꝝ ter mĩoꝝ habitudines seruat. In his aũt quãtitatib⁹ medietas ista versat̃: inq̃ his speculãda ẽ:

in quib⁹a seipsis termini differunt. Quid aũt esset differẽtia terminorũ superius diffinitũ est. Hanc aũt esse arithmeticã medietatẽ numerorũ ipsa rõ declarabit: quoniã eius proportio in numeri quantitate ꝯsistit. Quę igiẖ cã est huiusmodi terminorũ habitudinẽ id est arithmeticam cunctis alijs ꝓportionalitatib⁹ anteponere: primũ quod hanc nobis in principio ipsa numerorũ natura ⁊ vis naturalis quãtitatis opponit. Hui⁹modi enim ꝓportiones quęq; ad terminorũ differẽtias ꝓtinẽt: ut paulo post demõstrabit: ĩ naturali primũ numeri dispositiõe cognoscim⁹. Deinde quod superiore libro disputantibus nobis apparuit arithmeticam vim geometrica atq; musica esse antiquiorẽ: ⁊ quod illata has simul inferret: sublata vero perimeret. Quare ordine disputatio ꝓgredieẖ: si ab ea prius inchoandus sit medietate: quę in numeri differẽtia nõ in proportionis speculatione versaẖ.

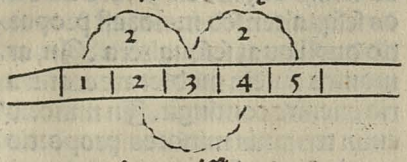
De arithmetica medietate eiusq; proprietatibus. Cap. 43.

Arithmeticã medietatem vocamus: quotiens vel trib⁹ vl quotlibet termis positis: ęqualis atq; eadẽ differẽtia inẽ oẽs dispositos termios inueniẖ. In qua neglecta ꝓportionis ęqualitate terminorũ tantũ differentiarũq; speculatio custodiẖ. vt. 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

In hac enim naturalis numeri dispositione: si quis cõtinuatis differentias terminorũ curet aspicere: scõm arithmeticam medietatem ęqua terminorũ inter se discrepantia est. Equales enim sunt differentię: sed eadem proportio atqne habitudo non est. Si igitur in trib⁹ terminis consideratio fit: cõtinua proportionalitas dicitur. Sin vero hic alius dux ⁊ alius comes: illic vero vtriq; sint alij: vocabiẖ disiuncta medietas. Si igiẖ in tribus tantum terminis scõm cõtinuã medietatem cõspexeris: vel in quatuor: vel in quotlibet alijs scõm disiunctam: easdem semper differentias terminorum videbis: tantus solis proportionibus permutatis. Id si in vno quis nouerit reliqua eũ ratio non latebit. Sit continua medietas. 1.2.3. Hic vn⁹ a duobus ⁊ 2. a tribus solis tantus singulis distant. ⁊ sunt eędem differentię proportiones vero alię. Nãque duo ad vnũ duplus est. tres ad duo sesqualter. ⁊ in cęteris idem videbis. Sin autem permiscens ⁊ aliquos prętereins eligas: ⁊ in his aliquam speculationem ponas: idem poterit euenire. Nam si ęquales terminos intermittas: ⁊ sese in priore dispositione prętereant. si singulos intermittas: solius binarij notabiẖ differentia. sin vero duo prętereas: ternarij. si tres: quaternarij. ⁊ ad eundem modus vno plus quam intermiseris: erit illa quam querimus differentia terminorum. Namque

si in trib⁹ terminis singuli relinquã/
tur: binarius semper intererit.

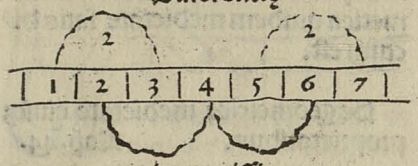
Differentię



intermissi

QVides ne ut cuz superius in na
turalis numeri dispositione se
termini singulis preterirent: preter/
missis duobus ⁊ 4. vnus ad tres: et
3. ad quinariũ cõparati: binariũ so/
lum in differentia retinuerint. Nec
nõ etiã in disiuncta eadem versabiť
obseruatio.

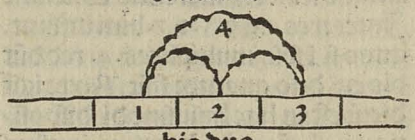
Differentię



intermissi

TAlibus igiť vestigijs insistentẽ
nullus ab eadem similitudine
error abducet. Nãq; si duos inter/
mittas: ternarius differentiã conti/
nebit. si tres: quaternarius. si qua/
tuor quinarius: ęque in cõtinuis p/
portionibus atq; disiunctis. Quali/
tas aũt proportionis eadẽ non erit
quãuis sint ęquis termini differen/
tijs distributi. Quod si cõuersim po
nanť: ut nõ eisdez differentijs eadez
qualitas proportionis eueniat: geo
metrica talis ꝓportionalitas nõ ari
thmetica nominať. Est aũt proprũ
huius medietatis quod si in tribus
terminis speculatio fit: cõpositis ex/
tremitatibus illa summa quę inter
extremitates est: nõ loco tantũ: vez
etiã fit quãtitate medietas. Ut si po
nanť. 1. 2. 3. vn⁹ ⁊ tres quatuor red/
dunt. Duo vero qui medius inter
vtrosq; est: quaternarij medietas in
uenięť. Quod si bis medietatẽ ducas
ęqus erit extremitatibus. Bis eniz
duo quatuor creant. Sin vo disiun
cta fit: quod fit ex vtrisq; extremita/
tibus compositis: hoc ex duab⁹ me/
dietatibus reddiť. Si enim sunt. 1.
2. 3. 4. vnus ⁊ quatuor quinariũ cre
ant: duo ⁊ ttes medij in eundez rur
sus quinariũ surgunt.

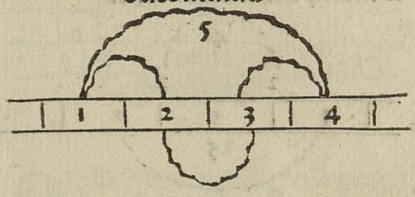
continua



bis duo

4

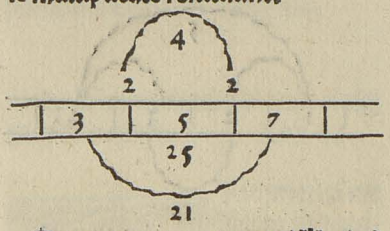
discontinua



5

QSt illi hoc quoq; solida ꝓpeta
te ꝺiunctũ: quod quẽadmodũ
sunt omnes termini huiusmodi dis/
positionis ad seipsos: ita sunt diffe/
rentię ad differẽtias ꝺstitutę. Nãq;
omnis terminus sibiipsi ęqualis est
⁊ differentię differentijs sunt ęqua/
les. Illud quoq; subtili⁹ quod mul
ti hui⁹ disciplinę periti nisi nicom a/

chus nunq̃ antea perspexerunt: qd̃ in omni dispositione vel cõtinua vl̃ disiuncta: quod cõtinet̃ sub duabus extremitatibus minus est eo numero qui ex medietate cõficit̃ tantum quantũ possunt duę sub se differentię cõtinere quę inter ipsos sunt terminos constitutę. Ponamus enim tres terminos huiusmodi. 3. 5. 7. Si igit̃ tres septies augeant̃: in. 21. numerũ cadũt. Quod si mediũ terminũ id est. 5. in semetipsuz multiplicaueris: quinquies quinq̃ faciunt. 25 Et hic numerus ab eo quẽ extremitates colligunt quaternario maior est: quẽ scilicet differentię cõficiunt Inter tres enĩ 7. 5. 7. 7. bini inẽsunt. quos si ĩ sese multiplices. 4. reddũt bis enĩ duo quatuor fiũt. Recte igit̃ dictũ est: in hac huiusmodi dispositione qd̃ cõtinet̃ sub extremitatibus minꝰ esse illo numero qui fit ex medietate tantũ quantũ differentię in se multiplicate restituunt.

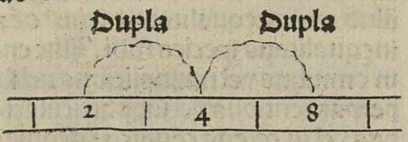


QUartum vero propriũ huiusmodi dispositionis notat̃: qd̃ antiquiores quoq̃ habuere notissimũ: quod in hac proportionalitate vel medietate in minoribus terminis maiores proportiones: in maioribus minores comparationes necesse est inueniri. Namq̃ in dispositione hac. 1. 2. 3. minores sunt terminꝰ. 1. et. 2. maiores. 2. et. 3. et. 2. ad vnum duplus est. 3. vero ad duos sesqualter: sed maior est proportio dupli quaz sesqualtera. In harmonica autem medietate econtrario euenire contingit. In minoribꝰ enim terminis minores proportiones: in maioribus maior proportionis quantitas custodit̃. Harũ vero medietatũ id est arithmeticę atque armonicę: geometrica proportionalitas media esse notata est. quę vel in maioribus vel in minoribus terminis ęquas numerorum qualitates ĩ ꝓportionalitate custodit. Inter maius vero ꝛ minus: ęqualitas loco ponit̃ medietatis. Et de arithmetica quidem medietate satis dictum est.

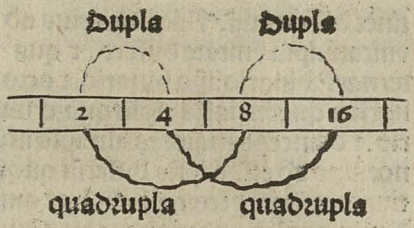
De geometrica medietate eiusq̃ proprietatibus. Cap̃. 44.

NUnc vero quę hãc sequit̃ geometrica medietas expediatur quę sola vl̃ maxime proportionalitas appellari põt: ꝓpterea quod ĩ ea eis dẽ proportionibꝰ terminoꝝ vel in maioribus vel in minoribꝰ speculatio ponit̃. Hic enim ęqua semper ꝓportio custodit̃: numeri quantitas multitudoq̃ negligit̃ contrarie quaz in

arithmetica medietate. vt sunt. 1. 2. 4. 8: 16. 32. 64. Vel in tripla proportione. 1. 3. 9. 27. 81. Vel si quadrupla vel si quincupla vel si in quamlibet multiplicitatem numerorum sit constituta distensio. In his enim quotlibet terminos sumpserit: explebunt geometricā medietatem. quē admodū enim prior ad sequentem ita sequens ad alium. Et rursus: si permixte facias idem erit. Si enim ponant̃ tres termini. 2. 4. et. 8. quē admodū sunt. 8. ad. 4. ita. 4. ad. 2. Atque hoc si conuertas: quemadmodum sunt. 2. ad. 4. ita erunt. 4. ad. 8.



Vel si in quatuor terminis vt sunt. 2. et. 4. 8. et. 16. quemadmodum est primus ad tercium: id est. 2. ad. 8. sic erit secūdus ad quartum: id est. 4. ad. 16. Vtraq; enim proportio quadrupla est. Et cōuersim quemadmodū quartus est ad secūdum: ita tercius notatur ad primum. Hoc vero etiam disiunctę licet. Nā quemadmodū est primus ad secundum: id est. 2. ad quatuor: sic tercius ad quartū: id ē. 8. ad. 16. & conuersim quemadmodum secundus ad primum: id est. 4. ad duos: ita quartus ad tercium: id est. 16. ad. 8. idq; in omnibus rata consideratione p̄spicies.



Habet autem proprium huiusmodi medietas quod in omni dispositione scōm hanc proportionalitatem terminorum differentię in eadem proportione contra se sūt qua fuerint ipsi termini quorum sunt ipsę differentię. Siue enim dupli cōtra se sint termini: duplę erunt etiam differētię. siue tripli: triplę. siue scōm quamlibet multiplicitatem: eadem in differētijs multiplicitas erit: quā prima consideratio inuenit in terminis. ut subiecta descriptio monet

Differentię duplę

1	2	4	8	16	32	64	128

1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Nulli igitur dubium esse potest qō cum oēs termini dupli sint: ita differentię quoq; eorū terminorū duplę esse videantur: ut vno minus termino in differentijs: omnes pene dispositos subter terminos quorū sunt ipsę differētię: superior ordo reddiderit. Est etiā aliud proprium quod omnis ad minorē maior terminus cōparatus: ipsum minorē re

tinet differentiā. Nāq; binarius ad vnitatē: ipsa vnitate differt. ⁊ quaternari⁹ binario: ipo binario. ⁊ octonarius quaternario: ipso quaternario. ⁊ deinceps maiores alij: ipis minoribus ab eis dē ipsis differūt quos numerositate pretereūt. Et hoc quidez in duplici ꝓportione cadit. Sin vero sint triplices proportiones: maior terminus a minore termino duplicato minore termino differt. Ut si sint. 1.3.9. tres ab vno: binario differūt: in quē vnitas idest minor terminus duplicatus exundat. ⁊ 9. a tribus senario differūt: quem ternarius duplicatus educit. Et in alijs cūctis eiusmodi ratio reperiet. Sin vo quadruplices sint: triplicato minore termino maior terminus a minore distabit. Et si quinquupli: quadruplicato. et si sexcupli: quinquuplicato. ⁊ vna minus multiplicatione quaz est ipsa minor ad maiores cōparatio terminor: minorē numerus maior exsuperat.

Differentię duplę

1	2	4	8	16	32	64	128
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Differentię triplę

2	6	18	54	162	486	1458
1	3	9	27	81	243	729	2187

Termini tripli

Differentię quadruplę

3	12	48	192	768	3072	12288
1	4	16	64	256	1024	4096	16384

Termini quadrupli

Hec aūt ꝓportionalitas ⁊ ī alijs omnibus vel suppartiularib⁹ vel suppartientibus inuenīt: huiusmodi proprietate in omnibus conseruata: ut in cōtinua proportione: quod fit sub extremitatibus si tres fuerit termini: hoc a medietate multiplicata cōsurgat. Si eniz sint. 2.4.8. quod fit ex bis. 8. idem fit ex quater. 4. Uel si sit in quatūor terminis disiuncta ꝓportio: qō fit sub vtriscq; extremitatibus id duarū medietatū multiplicatione concrescat. Ut si sint. 2.4.8. 16. quod fit ex bis. 16. id ex quater. 8. reddatur. Exemplar aūt nobis maximuz certissimūq; sit illud: vbi ex ęqualitate dixim⁹ oēs inęqualitatis species fūdi. Illic enī in omnibus vel multiplicibus uel suppartientibus vel suppartiularibus vel in cęteris cōiunctis geometrica ꝓportionalitas custodīt: has omnes proprietates quas supradiximus continēs. Quarta vero est proprietas huiusce medietatis: quod ul in maioribus uel minoribus terminis ęquales semp ꝓportiones sūt Namq; si ponant. 2.4.8. 16.32.64. inter hos omnes dupla ꝓportio est Apparet etiā hęc proportionalitas in binis ꝓportionibus ab vnitate alternatim parte altera longioribus quadratisq; dispositis a prima multiplicitatis habitudine id est a duplici p cūctas suppartiularis habitudines proportionesque discurrens. quod subiecta descriptione signatum est.

Tetragonus	1	
parte al.lon.	2	dupla
Tetragonus	4	dupla
parte al.lon.	6	sesqualte:a
Tetragonus	9	sesqualtera
parte al.lon.	12	sesquitercia
Tetragonus	16	sesquitercia
parte al.lon.	20	sesquiquarta
Tetragonus	25	sesquiquarta
parte al.lon.	30	sesquiquinta
Tetragonus	36	sesquiquinta
parte al.lon.	42	sesquisexta
Tetragonus	49	sesquisexta

Que medietates quibus rerum publicarũ statib⁹ cõparent. Ca.45.

Atq; ideo arithmetica quidem ei rei pulicę cõparat q̃ paucis regit: idcirco quod in minoribus eius terminis maior proportio sit. Musicam vero medietatem optimatũ dicũt esse rempublicam: ideo quod in maioribus terminis maior proportionalitas inuenitur. Geometrica medietas popular? qd̃ammodo ⁊ ex ęqualitate ciuitatis ē. Nãq; vel in maioribus vel in minoribus ęquali omniũ proportionalitate componit: ⁊ est inter omnes paritas quędam medietatis ęquũ ius in ꝓportionibus cõseruantis.

Quod supficies vna tantũ in proportionalitatibus medietate iungãtur: solidi vo numeri duab⁹ medietatib⁹ in medio collocant. Cap.46.

Post hec igit tempus ē: ut expediamus nunc quiddam nimis vtile in platonica quadam disputatione: que in timei cosmopeia haud facili cuiquã vel penetrabili ratione versat. Oēs enī planę figurę q̃ nulla altitudine crescunt vna tantũ medietate geometrica cõtinuant: alia que iungat nõ pōt inueniri. vnde duo tantũ in his interualla sunt constituta: a primo scilicet ad mediũ: ⁊ a medio ad terciũ. Si vero fuerint cubi: duas tantuz habebunt medietates vbi tercia inueniri nõ poterit: scõm geometricam scilicet proportionē. vnde formę solidę tria interualla dicunt habere. Est enim vnũ interuallũ a primo ad secundũ: ⁊ a secundo ad terciũ: ⁊ a tercio ad quartuz: quę est scilicet postrema distantia. Rectę igit ⁊ planę figurę duob⁹ interuallis: ⁊ solidę tribus cõtineri dicunt. Sint enim duo tetragoni. 4. scilicet et. 9. hoz igitur vnus tantum medius in eadem proportione constitui potest. Nanque senarius ad. 4. sesqualter est: ⁊. 9. ad senarium eodem modo sesqualter. Hoc autē idcirco euenit quod singula latera singulorum tetragonorum efficiunt senariam medietatem. Nanque quaternarij te-

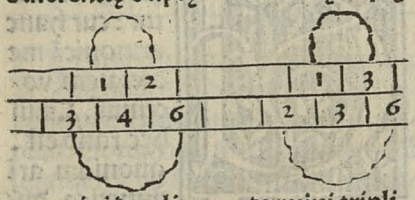
tragoni latus binarius est: nouenarij ternarius. hi ergo multiplicati senarium perfecerunt. Bis enim tres senarius est. Et quotienscũq; datis duobus tetragonis eorum medietatem volumus inuenire: latera eorum multiplicãda sunt: & qui ex his pcreabunt medietas est. Si autem cubi sint vt. 8. et. 27. due tantũ inter hos eadem proportione medietates constitui queũt. 12. scilicet et. 18 nãq; 12. ad. 8. et. 18. ad. 27. sesqualtera tantum proportione iungnnt. In his quoq; eadem lateruz ratio est. Nanque ex vno cubo qui propinquior est: vna medietas duo latera colligit. ex alternatim vero posito vnum. In alia quoq; medietate idem est. Ponant enim duo cubi & in medio eorum duę medietates quas superius dixim⁹. 8. duodecim 18. 27. octonarij igitur latus est binarius: bis enim bini bis octonariũ fecerunt. Ternarius vero. 27. cubi latus est. Ter enim tres ter. 27. restituũt. Medietas igit quę iuxta octonarium est: id est. 12. mutuatur duo latera ex propinquo sibi octonario & aliud vnuz latus ex altrinsecus posito. 27. cubo. Bis enim bini ter. 12. pandunt. Et. 18. eadez ratione duo latera appinquo sibi. 27. cubo colligit: & vnũ ab altrinsecus posito octonario. Tres enim ter bis. 18. concludunt. Hoc autem vniuersaliter speculanduz est: si tetragonus tetragonum multiplicet: sine dubio tetragonus prouenit. Sin vero parte altera longior tetragonum multiplicet vel tetragonus parte altera longiorem: nunquam tetragonus: sed semper ante longior crescit. Rursus si cubus cubum multiplicauerit: cubi forma conficitur. Si vero parte altera longior cubum: vel cubus parte altera longiorem: nunquam cubus procreabitur. hoc scilicet scõm similitudinem paris atq; imparis. Par enim parem si multiplicet: semper par nascitur. & impar imparem si multiplicet: impar continuo procreatur. Si vero impar parem: vel si par imparem multiplicet: par semper exoritur. Hoc autez facilius cognoscit ex lectione platonis in libris de republica: eo loco qui nuptialis dicitur: quem ex persona musarum philosophus introducit. Sed nunc ad terciam medietatem redeundũ est.

De armonica medietate eiusque proprietatibus. Cap. 47.

Rmonica aũt medietas est: quę neq; eisdẽ differentijs nec ęquis proportionibus constituitur: sed illa in qua quẽadmoduz maximus terminus ad paruissimuz terminum ponitur: sic differentia maximi & medij contra differentiã medij atque paruissimi comparatur. Ut si sint. 3. 4. 6. vel si. 2. 3. 6. Sena-

rius enim quaternarium sua tercia parte superat:id est duobus.quaternarius vero ternarium sua quarta parte superuenit:id est vno. Et senarius ternarium sua medietate id est tribus.ternarius vero binariuz sua parte tercia id est vnitate transcendit. Quare in his neqz eadem proportio terminorum est: neque sunt eędem differentię. est autem quemadmodum maximus terminus ad paruissimũ terminũ: sic differentia maximi z medij ad differentiaz medij atque postremi. Namqz in hac proportiõe quę est.3.4.6. maior terminus id est senarius ad paruissimum terminũ ternariuz duplus est z differentia maximi z medij id est senarij z quaternarij duo scilicet:ad differentiã medij z vltimi id est quaternarij atqz ternarij quę est vnitas dupla perspicitur. Sed hoc quoqz subiecta descriptione monstrat.

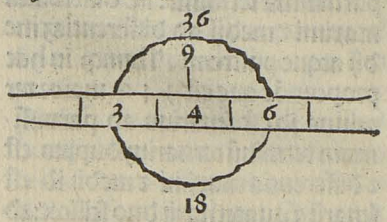
differentię duplę differẽtię triplę



termini dupli termini tripli

Habet autem proprietatez quẽ admodum dictum est contrariam arithmeticę medietati: In illa enim in minoribus terminis maior erat proportio:in maioribus minor in hac vero in maioribus quidem terminis maior est proportio:in minoribus vero minor. Nanque in hac dispositione.3.4.6.tres ad quatuor comparati sesquiterciam habitudinem: sex vero ad quatuor sesqualterã reddunt:sed maior est proportio sesqualtera a sesquitercia tãtum quantum pars tercia medietate transcendit. Iuste igitur medietas quędam geometrica proprieqz esse proportionalitas iudicatur.scilicet inter eam vbi in maioribus terminis minor est proportio z minoribus maior:z inter eam vbi in maioribus maior est in minoribꝰ minor. Illa est enim vere proportionalitas quę medietatis quodammodo locum obtinens :z in maioribus z in minoribus:ęqualibus proportionũ comparationibus continetur. Hoc quoque signum est duarum extremitatum mediam esse quodammodo geometricã proportionẽ. Nãqz in arithmetica proprotione mediuſ terminus eadem sua parte z minorem precedit z a maiore preceditur ſz alia pte minor ſ alia vo pte maior ſ Sit enim arithmetica dispositio.2.3.4.Ternarius igitur numerus binarium tertia sua parte pręcedit id est vno: z a quaternario tercia sua parte pręceditur id est vno. At vero ternariꝰ nõ eadẽ parte minoris minorẽ vincit:vel maioris a maiore superat. Nãque minorẽ id est binariũ vno superat:id est ipsius medietate binarij.a quaternario vero vno relinquit: quę pars ãternarij quarta

est. Recte igitur dictum est medius terminus in huiusmodi medietate: eadem sui parte & minorem vincere & a maiore superari: sed non eisdem partibus vel minoris minorem trās gredi: vel maioris a maiore transcē di. Contrarie armonica medietas ꝓportiones habet. Nāq; non eadē parte sua medius terminus in hac proportione vel minorē vincit: vel a maiore superat̄. sed eadez parte minoris minorem superat: qua parte maioris a maiore superat̄. In hac eniz dispositione armonica quę est 2.3.6. ternarius binariuz tercia sui parte vincit: idem ternarius a senario tota sui quātitate superat̄: id est tribus. Idemq; ipse ternarius medietate minoris vincit minorem: id est vno. & medietate maioris a maiore termino vincitur: id est tribus. Senarij enim medietas ternarius est. In geometrica vero medietate neq; eisdem suis partibus medius vel vincit minorez vel a maiore vincitur. neque eadem parte vel minoris minorem superat: vel maioris a maiore relinquit̄. sed qua parte sua medius terminus minorez superat: eadē parte sua maior terminus medium vincit. Quod est ut medietas atque extremitas ęqualibus medietatem & extremitatez reliquam suis partibus superuadant. In hac eniz dispositione quę est. 4.6.9. tercia sui parte medius senari? quaternariuz superat: id est duob?. & tercia sui parte rursus nouenarius senariuz vincit: id est tribus. Habet autem aliaz proprietatem armonica medietas, vt cum duas extremitates in vnum redactas medietas multiplicauerit dupla quantitas colligit̄ quam si se multiplicēt duę extremitates. Sint enim hi termini. 3.4.6. Si igitur ternariū & senariū iungas nouenariuz facies. qui per quaternariū ductus 36. efficit. quod si se ipsę extremitates multiplicent: & fiant tres series 18. conficiunt: quod est prioris summę dimidium.



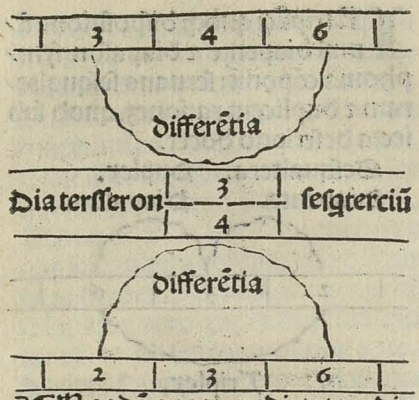
Quare dicta sit armonica medietas ea quę digesta est. Cap̄. 48.

Considerāduz fortitā videatur: cur hanc armonicā medietatem vocemus. Cuius hęc ratio est. quoniam arithmetica dispositio ęquas tantum per differentias diuidit quantitates. geometrica vero terminos ęqua proportione cōiungit. At vero armonica ad aliquid quodammodo relata consideratione: neq; solum in terminis speculationez proportionis habet;

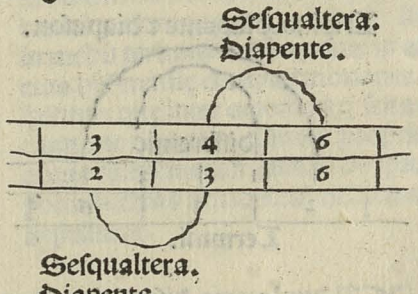
neque solum in differentijs: sed in vtrisq; cõmuniter. Querit enim ut quemadmodu; sunt ad se extremi termini: sic maioris ad mediũ differentia: contra differentiam medietatis ad vltimũ. Ad aliquid autem considerationem armonię proprie esse in primi libri rerum omnium diuisione monstrauimus. Ipsarum quoq; musicarum consonantiarum quas symphonias nominãt proportiones: in hac pene sola medietate frequenter inuenias. Nanque symphonia diatesseron: quę princeps ẽ & quodammodo vim obtinens elementi: constituit scilicet in epitrita proportione: ut est quaternarius ad ternarium: in eiusmodi armonicis medietatibus inuenit. Sint enim eiusmodi armonicę medietatis termini quorum extimi dupli sint: & rursus alia huiusmodi dispositio quorũ extimi tripli.

| 3 | 4 | 6 | | 2 | 3 | 6 |

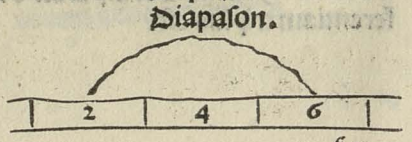
SEnarius igitur ad ternarium duplus est. idem aũt in alia dispositione senarius ad binarium triplus. Horum igit si differentias colligamus & ad se inuicem comparemus: epitrita proportio colligitur: vnde diatesseron symphonia resonabit. Inter tres enim .6. ternari est: & inter binariũ & senarium quaternarius. qui sibimet cõparati sesquiterciam efficient proportionem.



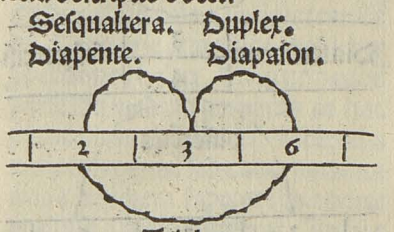
IN eadẽ quoq; medietate & diapente symphonia componitur: quã sesqualtera habitudo restituit. Nam in vtrisque dispositionib' hisque subiectę sunt: in duplici senarius ad quaternariũ sesqualter est: in triplici ternarius ad binariũ: ex quib' vtrisque diapente symphonia coniungitur.



POst hanc autem diapason cõsonantia quę fit ex duplici. ut est subiecta formula.



IN triplici quoq; dispositione simul diapente' ⁊ diapason symphonia cõponit: seruans sesqualteram ⁊ duplicem rationez. quod subiecta descriptio docet.



Triplex.
Diapente ⁊ diapason.

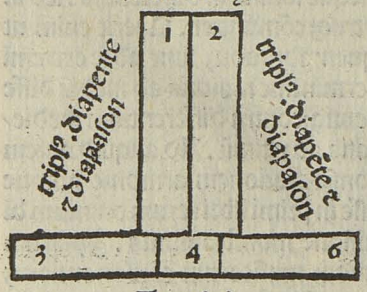
QT quoniam triplus duas continet consonãtias diapente scilicet ⁊ diapason: in huiꝰ triplicis positione in differentijs eundez rursus triplum reperiemus scõm subter descriptum modum.

Triplus. diapente ⁊ diapason.

Termini.

IN dupla vero dispositione maior terminus ad medij termini contra se differentiam triplus est. ⁊ rursus minor terminꝰ ad medij cõtra minorez terminũ comparati differentiam triplus est.

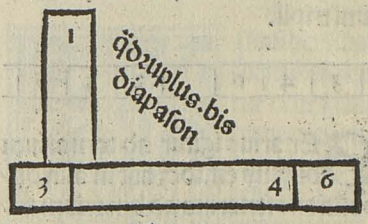
Differentię.



Termini.

ILla autez maxima symphonia quę vocat̃ bis diapason: velut bis duplum: quoniaz diapason symphonia ex duplici proportione colligitur: huic se iũcturę armonicę medietatis interserit. Nam in duplici proportione' medius terminus ad minoris suiq; differentiaz quadruplus inuenit̃.

Differentia.



Termini.

IN triplicibus quoq; extremitatibus maior differentia ad minorẽ differẽtiã quadrupla est; ⁊ bis diapason symphoniã emittit. Nãq; in dispositione. 2. 3. 6. extremoꝝ differẽtia est: id est senarij ⁊ binarij. 4. minor vero differentia id est ternarij ⁊ binarij vnꝰ. 4. aũt vno quadrupla maior est relatione: q̃ cõparatio bis diapason consonantiã tenet.

De geometrica armonia. Cap. 49.

Vocant autem quidaz armonicā huiusmodi medietatez idcirco quod semper hęc proportionalitas geometricę armonię cognata est. armoniā aūt geometricā cubum dicunt. Ita enim ex longitudine in latitudinē distentus est ⁊ in altitudinis cumulū creuit: ut ex ęqualibus proficiscens ad ęqualia perueniens: ęqualiter totus sibi conueniens creuerit. Hęc autem medietas in omnibus cubis que est geometrica armonia perspicitur. Omnis enī cub⁹ habet latera. 12. angulos octo superficies sex. Hic autez ordo ⁊ dispositio armonica est. Disponantur eniz. 6. 8. 12. hic ergo quēadmoduz est maior terminus ad paruissimuz ita differentia maioris ⁊ medij ad paruissimam cōparatur. Perpensi nanque. 12. ad sex dupli sunt. differentia vero. 12. ⁊ octonarij quaternarius est. octonarij vero ⁊ senarij duo. dupla autem ratione distabūt duobus quatuor cōparati. Rursus octonari⁹ qui medietas est alia sua parte minorem pręcedit: ⁊ alia sua parte a maiore pręceditur. eadem autem parte minoris minorem superat: qua parte maioris a maiore superatur. Rursus si extremitates in vnum redigantur ⁊ a medietate octonario multipliceutur: duplus erit ab eo numero quem solę extremitates multiplicatę perfecerint. Omnes autem in hac dispositione symphonias musicas inuenimus. Diatesseron quidem est octo ad sex quoniaz proportio sesquitertia est. At diapente. 12. ad. 8. quoniam ea quę sesqualtera comparatio dicitur in ea diapente consonantia reperit̄ Diapason vero quę ex duplici nascitur ex. 12. ad sex compositione producitur. Diapason vero ⁊ diapente quę triplicis optinent rationez: fit ab extremitatū differentia ad differentiaz minorem. Nanque duodenarij ⁊ senarij sex differentia est. minor vero est differentia octonarij ⁊ seuarij: id est. 2. qui senarius ad binariuz triplus est: ⁊ diapason simul ⁊ diapente consonantiā sonant. Illa vero maior consonantia quę est bis diapason: quę ex quadruplo fit in medij termini id est octonarij: et eius differentię comparatione perspicitur: quę inter octonariuz senariumque reperitur. Quare proprie atque conuenienter huiusmodi proportionalitas armonica medietas appellatur.

Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis: arithmetica ⁊ geometrica armonica inter eos medietas alternet̄. atque de eorum generationibus.

Nos aũt prestare debem⁹ quatenus quemadmodũ dato calamo extremis foraminib⁹ manentibus musicis mos est: ut mediũ foramẽ permutantes: atq; aliud aperientes aliud digitis occludentes diuersos emittant sonos. Uel cuz duabus altrinsecus protẽsis cordis medij nerui sonum musicus vel astringendo tenuat uel remittendo grauat: ita quoq; datis duobus numeris nũc quidem arithmeticã: nũc vero geometricã: nũc aũt armonicã medietatem experiamur inserere. vt rectum propriũq; medietatis nomen sit: qõ manentibus extremitatib⁹ huc atq; illuc ferri permutariq; videat̃. Poterimus autem hanc in duobus altrinsecus positis terminis vel paribus vel imparib⁹ permutare: ita ut cum arithmeticã ponim⁹ medietatẽ differẽtiarũ tãtũ ratio ęquabilitasq; seruet̃. Cũ vero geometricã: rata sepportionũ iunctura custodiat. Sin aũt armonica fiat differentiarũ cõparatio: ab terminoꝝ pportione nõ discrepet. Et sint quidẽ primo paresq; positę quędã extremitates: inẽ quas has omnes medietates oporteat interpnectere. 10. et. 40. Prius igitur arithmetica medietas aptet̃. Inter hos g̃ si. 25. posuero: erit mihi arithmetica proportio differentiarum quantitate immutabiliter custodita. in huiusmodi scilicet dispositione. 10. 25. 40. Uides enim ut quindenę sese summulę quantitate transcendãt. Omnesq; pprietates quas sup̃ dixim⁹ ĩ medietate arithmetica cõuenire: ab hac huiusmodi dispositione non reperies alienas. Nãque quẽadmodũ vnusquisq; eoꝝ terminus ad seipsuz est: quoniã sibi ęqualis est: ita sunt ad se inuicem differẽtię: qm̃ sibi sunt ęquales. ⁊ quanto maior terminus mediũ transit: tanto medius vincit minorẽ. Et extremitatũ aggregatio duplex ẽ medietate. ⁊ minoꝝ terminoꝝ proportio maior ẽ illa cõparatiõe quę inẽ maiores terminos cõtinet̃. Et tãto minor est numerus qui fit ex multiplicatis extremitatibus ab eo qui fit ex multiplicata medietate: quãtũ eorũ differentię multiplicate restituunt. Illud quoq; quod medietas eadez sui parte ⁊ a maiore vincitur ⁊ minorem ipsa superuenit. non eadem autem parte minoris minorem transit: vel maioris a maiore relinquitur. quę omnes scilicet proprietates non alterius nisi arithmeticę medietatis sunt. Quod si superius dicta meminerit lector: ita esse indubitanter intelliget. Rursus si inter eosdẽ 10. et. 40. viginti constituam: statim geometrica medietas cum suis proprietatibus cunctis exorit̃: arithmeca medietate pereunte. In hac eniz dispositione. 10. 20. 40. quẽadmodũ est maior ad medium: sic medi⁹ ad extremũ. Et quod cõtinet̃ ab extremitatibus ęquum est ei quod a

multiplici medietate completur. Differentię quoq; eoꝝ in eadē sunt ꝓportione q̄ termini. Cremētū vo et īminutio ꝓportionū scōm terminos nulla est. sed maioꝝ terminoꝝ ꝓportio a minoꝝ terminoꝝ ꝓportiōe nō discrepat. Si vo armonicā medietatē ꝯiūgere velim. 16. mihi numerus inter extremitates vtrasq; ponēdus est vt sit hoc modo. 10. 16. 40. Nūc igit̄ licet in huiusmodi dispositione oēs armonicas ꝓprietates agnoscere. qua enī maximus ad paruissimū termin⁹ ꝓportione ꝯiungit̄: eadē ꝓportiōe differentię ad seinuicē cōparant̄. Et quib⁹ partib⁹ maioris a maiore medius vincit̄: eisdē partib⁹ minoris preterit minorē. Suis vo non eisdē vel a maiore vincit̄: vel transit minorē. Et ī maiorib⁹ terminis maior est ꝓportio: ī minorib⁹ minor. Et si ī vnū extremitates redigant̄: et medietatis quātitate ꝯrescāt: duplus inde ꝯficit̄ numerus ab eo qui ex solis multiplicatis extremitatib⁹ ꝓcreatur. Atq; hoc quidē in terminis paribus ꝯstitutū ē. At vero si impares ꝓponant̄ vt sunt. 5. et 45. aptatus medius. 25. arithmeticā ꝓportionē medietatēq; ꝯstituit. Nam si sint. 5. 25. 45. eadē sese numeroꝝ quātitate termini trāsgredient̄. ⁊ omnis superius dicta ꝓprietas arithmeticę medietatis in his terminis custodit̄. Sed si 15. nūerū mediū ponā vt sint. 5. 15. 45. in geometricā medietatē termini relabuntur: ęqualibus terminorum ad se inuicem proportionibus custoditis: Nouē vero si inter vtrosque terminos ponā: vt sint. 5. 9. 45. fit armonica medietas. vt qua summa maximus numerus paruissimū precedit: eadem maior differentia minorem differentiam vincat. Qua vero disciplina huiusmodi medietates reperire possimus expediendus est. Datis duobus terminis: si arithmeticā medietatem cōstituere oportebit: vtraq; est extremitas coniungenda. quodque ex ea copulatione colligitur diuidendū: isq; numerus qui ex diuisione redactus est arithmeticam medietatem inter extremitates locatus efficiet. vt. 10. et. 40. si iunxero: efficiunt. 50. quos si diuidam. 25. redduntur. Hic erit medius terminus scōm arithmeticā proportionem. Vel si illum numerum quo maior minorem superat diuidas: eumq; minori superponas: qd que inde concrescit medium ponas arithmetica medietas informatur. Nam. 40. denarium tricenario superat. quem si diuidas. 15. fiunt. hunc si minori id est denario superposueris. 20. et. 5. nascentur. quē si medium constituas: arithmeticę medietatis ordo formatur. Geometricam vero si rationem vestiges: eius numeri qui sub vtrisq; extremitatibus continetur tetragonicum latus inquire: ⁊ hunc medium pone. Nam sub. 40. ⁊ denario numero. 400. cōtinentur. Si enim denarium in. 40. multiplices: hic numerus crescit. Horum igitur quadringentorum require tetragonicum latus. hi sunt. 20. Vicies enim. 20. 400. efficiuntur. Repertum ergo latus quadratum medius constitues. Vel si eam pro-

portionem quã inter se dati termini custodiunt diuidas: ⁊ id quod relinquetur mediũ terminũ ponas. Nam que. 40. ad denarium quadruplus est. Igitur quadruplum si diuidas duplum facies: qui est scilicet. 20. Nam. 20. ad denarium duplus est. Hunc si mediũ constituas: medietatem geometricã perferet. Armonicam vero medietatẽ tali modo reperies. differentiam terminorũ in minorem terminũ multiplica. ⁊ post iunge terminos. ⁊ iuxta eum qui inde confectus est: cõmitte illum numerum qui ex differentijs et termino minore productus est. Cuius cũ latitudinẽ inueneris: addas eã minori termino. et quod inde colligit̃ mediũ terminũ pones. 10. eni et. 40. fiunt. 50. Differentia autẽ inter. 10. et. 40. 30. sunt. quẽ si multiplicas in denariũ: id est in minorẽ: decies. 30. oportet. 300. efficies. Quos. 300. iuxta eũ cõmitte qui ex iũctis vtrisq; confectus est: id est iuxta. 50. facient enim quinquagies senos. ⁊ inuenit̃ latitudo senarius. Hũc igit̃ si minori t̃mino addas faciẽt. 16. ⁊ h̃ numer⁹ medi⁹ constitut⁹ int̃. 10. et. 40. armonicã ꝓportionẽ medietatẽq; fuabit.

De trib⁹ medietatib⁹ q̃ armonicę ⁊ geometricę ꝯrarię sũt. Cap̃. 51.

Hę quidez sunt apud antiquiores inuentę probatęq; medietatẽs. quas id circo longius enodatius q; tractauim⁹: quod hę maxime in antiquorum lectionibus inueniuntur: ⁊ ad omnẽ pene vim cognitionis eorũ versatur vtilitas. Cęteras autẽ prętereundo trãscurrimus: idcirco quod nõ multum nobis in lectionibus prosunt. sed tantum ad implendam denarij numeri quantitutem. Quę ne lateãt ne ve sint aliqribus ignoratę deprõimus. Videntur enim hę supradictis medietatibus esse contrarię ex quibus originẽ trahunt. Ex his eni etiam istę sunt constitutę. Est autez quarta medietas quę opposita videtur armonicę: in qua tribus terminis positis: quẽadmodũ est maximus terminus ad paruissimũ: sic differentia minorũ ad differentiam maximorũ. Vt sunt. 3. 5. 6. sex ad ternarium duplus. Et sunt minores. 5. et. 3. maximi vero huius dispositionis. 6. et. 5. Differentia vero minorum quinarij scilicet ⁊ ternarij. 2. sũt maiorũ quinarij et senarij. 1. qui. 2. ad vnũ comparati duplum faciunt. Ergo quẽadmodũ est maximus terminus ad paruissimũ sic minorũ terminorum differentia est ad differẽtiam maximorũ. Liquet autẽ oppositam ⁊ quodãmodo contrariã esse hanc medietatez armonicę medietati: idcirco: quod in illa quẽadmodum est maximus terminus ad paruissimũ: sic maiorum terminorũ differentia ad differentiã minorũ. Hic autem econtrario. Est autem propriũ huius medietat̃: quoniã quod continetur sub maximo termino et medio: duplum est eo quod continetur sub medio atq; paruissimo. Se/

ries enī quinq̃. 30. sunt: quinquies vero tres. 15. Duę vero alię medietates quinta scilicet ⁊ sexta geometricę medietati contrarię sunt: ⁊ eidem videntur oppositę. Est autem quinta medietas: quotiens in tribus terminis quēadmodū est medius termin⁹ ad minorez terminū: ita eorū differentia ad differentiam medij atq̃ maioris. Nam in hac dispositione. 2. 4. 5. quaternarius ad binariū duplus est. sed inter quaternariū ⁊ binariū duo sunt: inter quaternariū vero et maiorem terminuz id est quinq̃. 1. ⁊ duo ad vnū dupli sunt. Contrariū autem geometricę medietati in hac proportiōe est: qd̄ in illa quēadmodū maior terminus ad minorē esset: sic maiorū differentia ad differentiā minorum. hic vero contrarie: quemadmodū minores ad se termini sunt: sic minorum differentia terminorū ad maiorum differentiā comparatur. Est autem propriū in hac quoque dispositione quod illud quod cōtinetur sub maiore termino ⁊ medietate duplū est eo quod sub vtrisq̃ extremitatibus continetur. Nam quinquies quatuor sunt. 20. quinquies vero. 2. sunt 10. et. 20. denarij duplus est. Sexta vero medietas est quādo tribus terminis constitutis quēadmoduz est maior terminus ad mediū: sic minorū terminorū differentia ad differēciā maximorū. In dispositione eniz quę est. 1. 4. 6. maximus terminus ad medium sesqualter est. differentia vero minorum id est vnius et. 4. ternarius est: maiorum vero id est quaternarij ⁊ senarij binarius. Ternarius autem binario comparatus sesqualterā habitudinem proportionis efficiet. Eodem autem modo hęc quoque medietas geometricę contraria est quemadmodū ⁊ quinta: propter proportionem differentiaruz a minoribus ad maiores terminos conuersam.

De quatuor medietatibus quas posteri ad implendū denariū limitez adiecerunt. Cap. 52.

Et hę quidē sūt sex medietates quarum tres a pythagora vsq̃ ad platonez aristotelemq̃ mānserunt. Post vero qui insecuti sunt has tres alias de quibus supra disseruimus suis commentarijs addidere. Sequens autem ętas quemadmodū diximus ad implendam denariam quantitatez alias quatuor medietates apposuit. quas non adeo quis in veterum libris inueniat. Das igitur nos quā possumus breuissime disponamus. Prima enim quę est earum: in ordine vero septima medietas hoc modo coniungitur: cum in tribus terminis quemadmodum est maximus terminus ad vltimum:

sic maximi ⁊ paruissimi termini differentia ad minoꝝ differentiam terminorum. vt in hac dispositione. 6. 8. 9. Nouenarius igitur ad senariuꝝ sesqualter est. quorum est differentia ternarius. Minorũ vero terminorum: id est octonarij ⁊ senarij binarius differentia est. qui ad superiorem ternarium cõparatus facit sesqualteram proportionem. Secũda vero inter quatuor: sed octaua in ordine proportionalitas est: quotiens in tribus terminis quẽadmodum sunt extremitates ad se inuicẽ cõparatę: sic eorum differentia ad maiorum terminorũ differentiam. vt sunt. 6. 7. 9. Nouem igitur ad. 6. sesqualter est. et eorum differentia ternarius est qui comparatus contra maiorum differentiam: id est septenarij et nouenarij qui binarius est: reddit sesqualteram proportionem. Tertia vero inter has sequentes quatuor: nona autem in ordine proportio est: quando tribus terminis positis quam proportionem medius terminus ad paruissimũ custodit: eam retinet extremorum differentia ad minorum differentiam cõparata. vt. 4. 6. 7. Etenim. 6. ad. 4. sesqualter est. quorum est differentia binarius. septenarij vero ⁊ quaternarij ternarius differẽtia est. quẽ si ad superiorem binarium comparemus sesqualtera proportione coniungitur. Quarta vero quę in ordine decima est cõsideratur in tribus terminis: cum tali proportione medius terminus ad paruissimũ comparatur: quali extremorum differẽtia contra maiorum terminorũ differentiam proportione coniungitur. vt sunt tres quinꝝ octo. Quinarius enim medius terminus ad ternarium superbipartiens est. Extremorum vero differentia octonarij scilicet ⁊ ternarij quinarius. qui cõparatus contra maiorum terminorum differentiam scilicet quinarij ⁊ octonarij qui est ternarius: ⁊ ipse quoꝝ superbipartiens inuenitur.

Dispositio decem medietatum. Cap. 53.

Disponamus igitur cunctas medietates in ordinem: vt cuiusmodi omnes sint facillime possint intelligi.

Arithmetica	Prima	1	2	3
Geometrica	Scda	1	2	4
Armonica	Tertia	3	4	6
Ꝑria armonicę	Quarta	3	5	6
Ꝑria geome.	Quinta	2	4	5
Ꝑria geome.	Sexta	1	4	6
inter. 4. prima	Septima	6	8	9
inter. 4. scda	Octaua	6	7	9
inter. 4. tertia	Nona	4	6	7
inter. 4. quarta	Decima	3	5	8

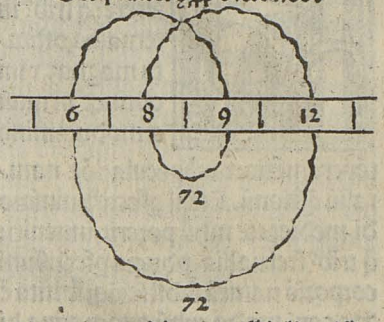
De maxima ⁊ pfecta symphonia quę tribus distendit interuallis. Cap. 54.

Restat ergo de maxima pfecta q̃ armonia disserere: q̃ trib⁹ interuallis ꝛstituta magnaz vim obtinet in musici modulaminis tēperamētis: ⁊ in speculatiōe naturaliū q̃stionū. Etenī pfecti⁹ huiusmodi medietate nihil poterit inueniri: q̃ trib⁹ ĩteruallis ꝓducta pfectissimi corporis naturā substātiāq̃ sortita ē. Hoc enī modo cubū quoq̃ trina dimēsione crassatū: plenā armoniā eē mōstrauim⁹. Hęc aūt huiusmodi inveniet: si duob⁹ terminis ꝛstitutis: q̃ ipsi trib⁹ creuerint interuallis: lōgitudine: latitudine: et pfunditate: duo huiusmodi termini medii fuerint cōstituti: ⁊ ipsi trib⁹ interuallis notati: q̃ vel ab ęqualib⁹ p ęq̃les ęq̃liter sint ꝓducti: vel ab inęqualib⁹ ad inęq̃lia ęqualiter: vl ab inęqualib⁹ ad ęqualia ęq̃liter vel quolibet alio modo. atq̃ ita cū armonicā ꝓportionē custodiāt: alio tñ modo cōparati faciant arithmeticā medietatē: hisq̃ geometrica medietas q̃ int vtrasq̃ versat deesse nō possit. In quatuor enī terminis si fuerit quēadmodū ꝓm⁹ ad tertiū: sic secūdus ad q̃rtū: ꝓportionū ratiōe scilicet custodita: geometrica medietas explicat. Et qd cōtinet sub extremitatib⁹ ęquū erit ei qd sub vtraq̃ medietate ad seinuicem multiplicata ꝛficit. Rursus si maximus q̃tuor terminoz numer⁹ ad eū q̃ sibi ꝓpinqu⁹ est talē habeat differentiā qualē idē ipse maximo propinquus ad partiissimū: huiusmodi ꝓportio in arithmetica ꝛsideratiōe ꝓponit. Et extremoz coniunctio duplex erit ꝓpria medietate. Si vo int q̃tuor qui est terti⁹ termin⁹ ęqua parte q̃rti quartū terminū superet: ⁊ ęq̃ primi a primo superet: armonica huiusmodi ꝓportio medietasq̃ ꝓspicit. Et qd ꝛtinet sub extremoz aggregatione ⁊ multiplicatiōe medietatis duplex est eo qd sub vtraq̃ extremitate ꝛficit. Sit autem quoddā hui⁹ dispositiōis exemplar hoc modo. 6. 8. 9. 12. Has igit oēs solidas quātitates esse nō dubiū ē. Sex enī nascunt ex vno bis ter. 12. aūt ex bis duo ter. Hoz autē medietates: octonari⁹ fit semel duo q̃ter. Nouenari⁹ vo semel tres ter. Oēs igit termini cognati sibi: ⁊ trib⁹ interuallo dimēsionibus notati sūt. In his igit geometrica ꝓportionalitas inuenit: si. 12. ad. 8. vl 9. ad senariū cōparem⁹. Utraq̃ enī cōparatio sesqualtera ꝓportio est. ⁊ qd ꝛtinet sub extremitatib⁹ idē ē ei qd fit ex medijs. Nāq̃ qd fit ex duodecies sex: ęquū est ei qd fit ex octies 9. Geometrica ergo ꝓportio huiusmodi est. Arithmetica aūt est si duo denarius ad nouenariū: ⁊ nouenarius ad senariū cōparet. In vtrisq̃ enī ternari⁹ differētia est. ⁊ iunctę extremitates medietate duplę sūt. Si enī iunxeris senariū ⁊ duodecim: facies. 18. qui ē nouenario medio termino duplus. In his ergo geometricā arithmeticāq̃ medietatē ꝓspexim⁹. Hic quoq̃ armonica medietas inuenit: si. 12. ad. 8. et rursus. 8. ad senariū cōparem⁹. Qua enī par/

te senarij octonarij senariũ superat: id est parte tercia: eadẽ duodenarij parte octonarius superat. Quatuor enim gbus octonarius a duodenario vincit: duodenarij tercia ps ē. Et si extremitates iũgas. 6. scz ⁊. 12. easq; p octonariũ mediũ mltiplices. 144. fit. Qd si se extremitates mltiplicẽt: sex scz et. 12. faciẽt. 72. quo numero 144. duplus est. Inueniemus hic quoq; oes musicas consonantias. Nanq; 8. ad. 6. et. 9. ad. 12. cõparati sesquitertiã ꝓportionẽ reddũt: ⁊ si mul diatesseron ꝛsonantiã. Sex vo ad. 9. vel. 8. ad. 12. cõparati reddũt sesqualterã ꝓportionẽ: sed dyapente symphoniã. Duodecim vo ad senariũ ꝛsiderati duplicẽ ꝓportionẽ: sed dyapason symphoniã canunt. Octo vo ⁊. 9. ipsi ꝛtra se medij considerati epocdoũ iungũt. q in musico modulamine tonos vocat. quę oiuz musicorũ sonorũ mensura cõmunis est. Omniũ enim est sonus iste paruissim. Unde notũ est qd diatesseron ⁊ diapente ꝛsonantiarũ tonos differẽtia est: sicut inter sesquitertiã ⁊ sesqualterã ꝓportionẽ sola ē epocdous differentia. Eius aũt descriptiõis subter exemplar adiecimus.

Proportionalitas geometrica.

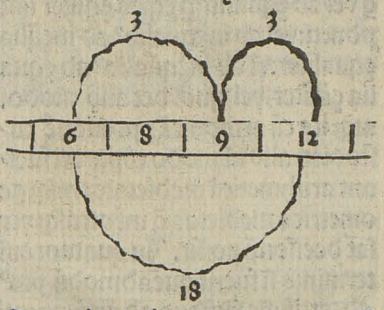
Sesqualterę ꝓportiones.



extremoꝝ medioꝝq; mltiplicatiões

Proportionalitas arithmetica.

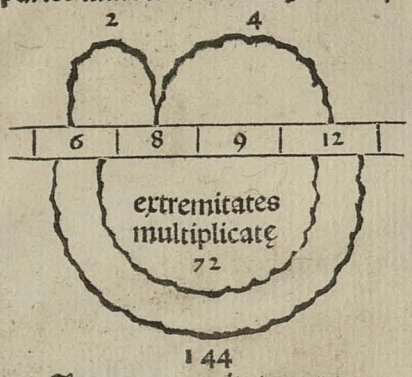
Differentię.



Extremitates iuncte ad nouenariũ medium duplę sunt.

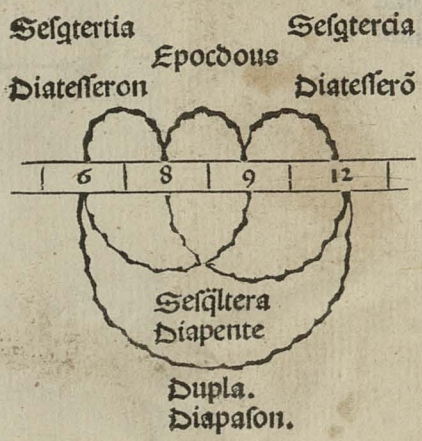
Proportionalitas armonica.

partes minoris maioriscq; ĩminor.



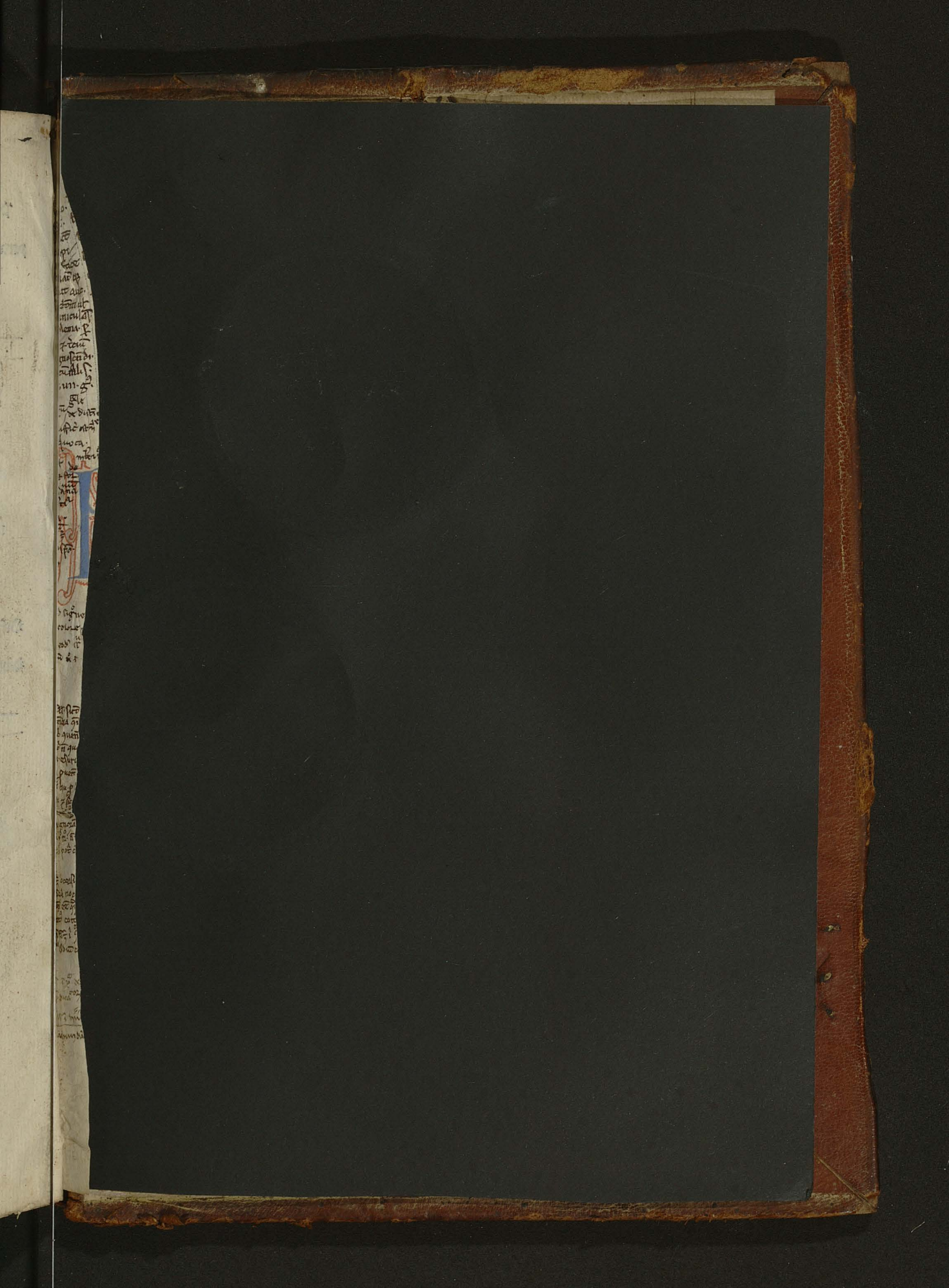
Junctę extremitates ꝛ per mediũ multiplicatę.

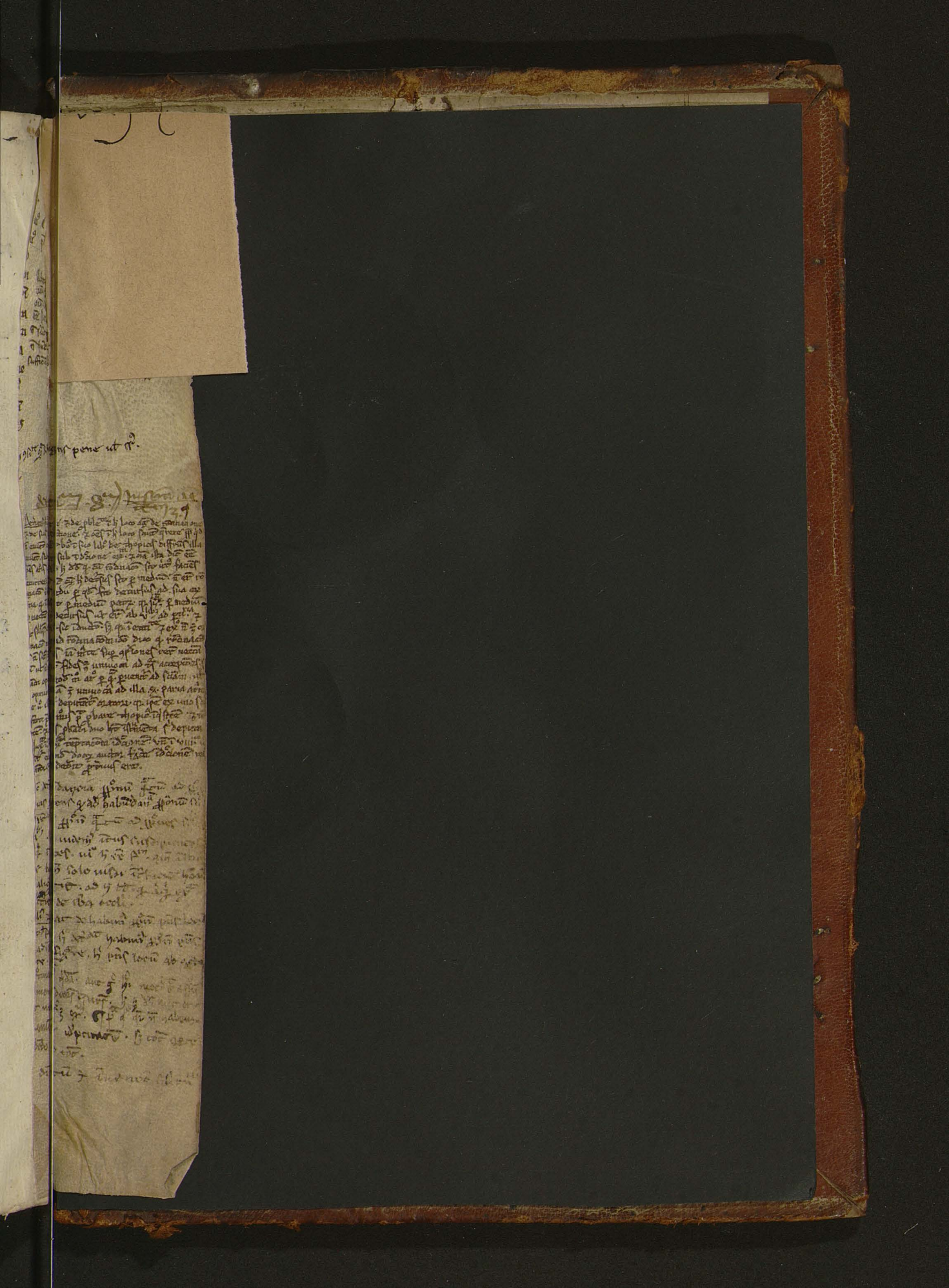
Consonantię musicę.

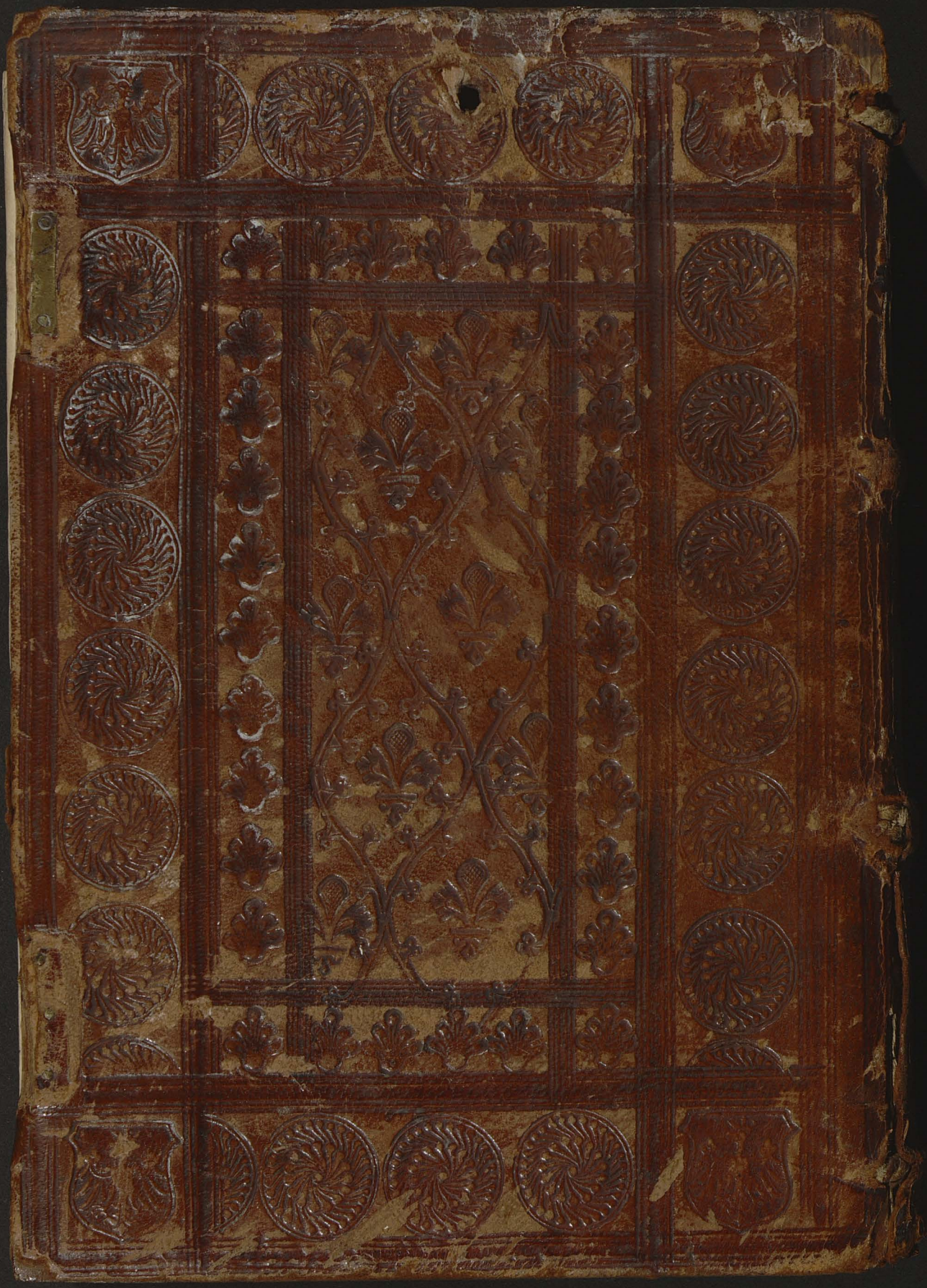


Finit arithmetica Boetij bene reuisa ac fideli studio emendata Impressa per Erhardũ ratdolt viri solertissimi eximia idustria ꝛ mira imprimẽdi arte: qua nup venetijs nũc augustę excellet nominatissimus. Anno dñi. M.cccc.lxxxviij. Mensis maij die vigesima.

a b c d e f omnes quaterni.







Nicolaus
Borbeilus
1494
Boetius
mitomat 14.