Cartesii. Renati Des-Cartes Musicae compendium.

Traiecti ad Rhenum. typis Gisberti a Zyll an. 1650.

Miror Renatum des Cartes harmonicas Musicorum rationes
exposse ex Algebraicis fundamentis ac mentem qui-
quorum Pythagoricorum.

Q ab VT ad RE dicit semper esse tonum minorem
a RE ad MI semper tonum maiorem.
folio 36
a FA ad SOL tonum maiorem
a Sol ad LA tonum minorem. Ibidem

Guido Aretinus primus sex voces VT RE MI FA
SOL LA induxit nec ipsam differentiam
Toni maioris et minoris advertit primus Renatus
des Cartes ac indicio sensus discernere
induxit atti Circa finem dicit secumsisse pri-
ma aut tractatus studio aut oblivione aut
ignorantia. Ac nisi cum Renatus noluit alio
rum iudicia subire. perpetuoque tractatum hunc in
Musi ~~formis~~ delitescere cupiat

RENATI DES-CARTES MUSICÆ COMPENDIUM.

Ioannis Broscii: anno Domini 1651.

TRAJECTI AD RHENUM,
TYPIS *Gisberti à Zÿll*, & *Theodori ab Ackersdÿck*,

CIↃ IↃ C L.

TYPOGRAPHI LECTORI

S. P.

Benevole Lector.

AVctor hujus Compendii Musices adeò celebris est & clarus, ut vel nomen solum operi commendando sufficeret, nisi & in rebus Mathematicis excellens ejus ingenium, & studium, majori tuo commodo nos ad id evulgandum & aliis ejus operibus adjungendum impulisset: scripsit hoc dum Bredæ in Brabantia ageret, ejusque exemplar, à discipulo ejus nitidè descriptum, cum ad nos pervenisset, non potuimus, non illud publici quoque juris facere, Musicesque & rerum Mathematicarum studiosis, hac quoque parte gratificari: opusculum est brevitate sua commendabile & methodo ac perspicuitate artis Musicæ indagatoribus utilissimum:

ideoque rogatum volumus, ut ſtudio noſtro faveas, quo auctoris ingenium divinum publicæ utilitati, hac quoque in re teſtatum facimus. Fruere ergo hoc noſtro labore, & ſi quæ alia auctoris hujus (quem mors nuper præmatura orbi literato eripuit) monumenta nacti fuerimus, ea quam primum quoque typis noſtris publica faciemus.

VALE.

COMPEN-

COMPENDIUM MUSICÆ.

RENATI CARTESII.

Hujus objectum *est* Sonus

TInis ut delectet, varioſque in nobis moveat affectus, fieri autem poſſunt cantilenæ ſimul triſtes & delectabiles, nec mirum tam diverſa. Ita enim elegeiographi & tragœdi eo magis placent, quo majorem in nobis luctum excitant.

Media ad finem, vel *Soni affectiones duæ* ſunt præcipuæ, nempe *hujus differentiæ* in ratione durationis vel temporis, & in ratione intenſionis circa acutum aut grave, nam de ipſius ſoni qualitate, ex quo corpore & quo pacto gratior exeat, agunt Phyſici.

Id tantum videtur vocem humanam nobis gratiſſimam reddere, quia omnium maxime conformis eſt noſtris ſpiritibus. Ita forte etiam amiciſſimi gratior eſt quam inimici ex ſympathia & diſpathia affectuum, eadem ratione qua ajunt ovis pellem tenſam in tympano obmuteſcere ſi feriatur, lupinâ in alio tympano reſonante.

Prænotanda.

1°. SEnsus omnes alicujus delectationis sunt capaces.

2°. Ad hanc delectationem requiritur proportio quædam objecti cum ipso sensu, unde fit ut v: g: strepitus scloporum vel tonitruum non videatur aptus ad musicam, quia scilicet aures læderet, ut oculos solis adversi nimius splendor.

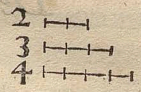
3°. Tale objectum esse debet ut non nimis difficulter & confusè cadat in sensum, unde fit ut v: g: valde implicata aliqua figura, licet regularis sit, qualis est mater in Astrolabio, non adeo placeat aspectui, quam alia quæ magis æqualibus lineis constaret, quale in eodem rete esse solet: cujus ratio est, quia plenius in hoc sensus sibi satisfacit quam in altero, ubi multa sunt quæ satis distinctè non percipit.

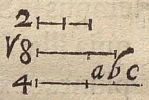
4°. Illud objectum facilius sensu percipitur, in quo minor est differentia partium.

5°. Partes totius objecti minus inter se differentes esse dicimus, inter quas est major proportio.

6°. Illa proportio Arithmetica esse debet non Geometrica, cujus ratio est, quia non tam multa in ea sunt advertenda, cum æquales sint ubique differentię. Ideoque non tanto-

tantopere ſenſus fatigetur ut omnia quę in ea ſunt diſtin-

cte percipiat: Exemplum proportio linearum 

facilius oculis diſtinguitur, quā harum 

quia

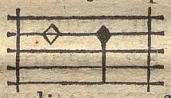
in prima oportet tantum advertere unitatem pro differentia cujuſque lineæ, in ſecunda vero partes A. B. & B. C. quæ ſunt incommenſurabiles. Ideoque, ut arbitror, nullo pacto ſimul poſſunt à ſenſu perfecte cognoſci, ſed tantum in ordine ad Arithmeticam proportionem, ita ſcilicet ut advertat in parte A. B. v: g: duas partes, quarum 3. in B. C. exiſtant, ubi patet ſenſum perpetuo decipi.

7°. Inter objecta ſenſus, illud non animo gratiſſimum eſt quod facillime ſenſu percipitur, neque etiam quod difficillime; ſed quod non tam facile, ut naturale deſiderium, quo ſenſus feruntur in objecta, plane non impleat, neque etiam tam difficulter, ut ſenſum fatiget.

8°. Denique notandum eſt varietatem omnibus in rebus eſſe gratiſſimam, quibus poſitis agamus de 1ª. ſoni affectione, nempe

De mu-

De numero vel tempore in ſonis obſervando.

Tempus in Sonis debet conſtare ęqualibus partibus; quia illæ ſunt quæ omnium facillime ſenſu percipiuntur ex 4°. prænotato, vel partibus quæ ſint in proportione dupla vel tripla, nec ulterius ſit progreſſio; quia hæ facillimè omnium auditu diſtinguuntur ex 5°. & 6°. prænotatis. Si vero magis inæquales eſſent menſuræ, auditus illarum differentias ſine labore agnoſcere non poſſet, ut patet experientia; ſi enim contra unam notam 5ª. verbi gratia, æquales vellem ponere, tunc ſine maxima difficultate cantari non poſſet. Sed dices, poſſunt 4or. notas contra unam ponere vel 8. ergo ulterius etiam ad hos numeros debemus progredi, ſed reſpondeo hos numeros non eſſe primos inter ſe, ideoque novas proportiones non generare; ſed tantum multiplicare duplicem, quod patet ex eo, quod poni non poſſint niſi combinatę, neque enim poſſum tales notas ſolas ponere ubi ſecunda eſt quarta pars primę:  ſed ſic  ubi ſecundę ultimę ſunt media pars 1ª. ſicque eſt tantum proportio dupla multiplicata.

Ex his duobus proportionum generibus in tempore, orta ſunt duo genera menſurarum in Muſica, nempe per diviſionem in 3ª. tempore, vel in 2°. hæc autem diviſio notatur percuſſione vel battuta, ut vocant, quod fit ad juvan-

juvandam imaginationem nostram, qua possimus facilius omnia cantilenæ membra percipere, & proportione quæ in illis esse debet, delectari. Hæc autem proportio talis servatur sæpissime in membris cantilenæ, ut possit apprehensionem nostram ita juvare, ut dum ultimum audimus adhuc temporis, quod in primo fuit, & quod in reliqua cantilena recordemur; quod fit, si tota cantilena vel 8.vel 16.vel 32.vel 64.&c:membris constet:ut,scilicet, omnes divisiones à proportione dupla procedant, tunc enim dum 2°. 1ª. membra audivimus, illa instar unius concipimus, dum tertium membrum adhuc illum cum 1is. conjungimus, ita ut sit proportio tripla; postea dum audimus 4um. illud cum tertio jungimus, ita ut instar unius concipiamus, deinde 2°. prima cum duobus ultimis iterum conjungimus ita ut instar unius illa 4or. concipiamus simul; & sic ad finem usque nostra imaginatio procedit, ubi tandem omnem cantilenam, ut unum quid ex multis æqualibus membris conflatum, concipit.

Pauci autem advertunt, quo pacto hæc mensura sine battuta in musica valde diminuta & multarum vocum auribus exhibeatur, quod dico fieri tantum quadam spiritus intensione in vocali musica,vel tactus in instrumentis, ita ut initio cujusque battutæ distinctiùs sonus emittatur: quod naturaliter observant cantores & qui ludunt instrumentis, pręcipue in cantilenis, ad quarum numeros solemus saltare & tripudiare: hęc enim regula ibi servatur, ut singulis corporis motibus, singulas musicę bat-

tutas diſtinguamus, ad quod agendum etiam naturaliter impellimur à Muſica: certum enim eſt ſonum omnia corpora circum quaque concutere, ut advertitur in campanis & tonitru, cujus rationem Phyſicis relinquo: ſed cum hoc in confeſſo ſit, &, ut diximus, initio cujuſque menſurę fortius & diſtinctius, ſonus emittatur, dicendum eſt etiam illum fortius ſpiritus noſtros concutere à quibus ad motum excitamur, unde ſequitur etiam feras poſſe ſaltare ad numerum ſi doceantur & aſſueſcant, quia ad id naturali tantum impetu opus eſt.

Quod autem attinet ad varios affectus, quos variâ menſurâ Muſica poteſt excitare, generaliter dico, tardiorem lentiores etiam in nobis motus excitare, quales ſunt languor, triſtitia, metus, ſuperbia &c: celeriorem vero etiam celeriores affectus, qualis eſt lętitia &c: eodem etiam pacto dicendum de duplici genere battutę, nempe quadratam, ſive quę in æqualia perpetuo reſolvitur, tardiorem eſſe quam tertiata, ſive quę tribus conſtat partibus æqualibus: cujus ratio eſt, quia hęc magis occupat ſenſum, cum in ea plura ſint advertenda, nempe tria membra, ubi in alia tantum duo: ſed hujus rei magis exacta diſquiſitio pendet ab exquiſita cognitione motuum animi, de quibus nihil plura.

Non omittam tamen tantam eſſe vim temporis in Muſica, ut hoc ſolum quandam delectationem per ſe poſſit afferre, ut patet in tympano inſtrumento bellico, in quo nihil aliud ſpectatur quam menſura, quę ideo opinor ibi eſſe poteſt non ſolum duabus vel tribus partibus conſtans;

ſtans; ſed etiam forte quinque aut ſeptem aliiſque; cum enim in tali inſtrumento ſenſus nihil aliud habeat advertendum quam tempus, idcirco in tempore poteſt eſſe major diverſitas ut magis ſenſum occupet.

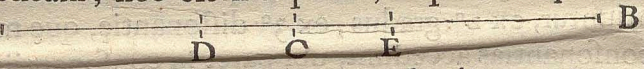
De ſonorum diverſitate circa acutum & grave.

HÆc tribus maxime modis poteſt ſpectari, vel ſcilicet in ſonis, qui ſimul emittuntur à diverſis corporibus, vel in illis qui ſucceſſive ab eadem voce, vel denique in illis qui ſucceſſive à diverſis vocibus vel corporibus ſonoris: ex primo modo conſonantię oriuntur, ex 2°. gradus, ex 3°. diſſonantię, quę magis ad conſonantias accedunt, ubi patet in conſonantiis minorem eſſe debere ſonorum diverſitatem quam in gradibus; quia ſcilicet illa magis auditum fatigaret in ſonis qui ſimul emittuntur, quam in illis qui ſucceſſive. Idem etiam in proportione dicendum de differentia graduum ab illis diſſonantiis quę in relatione tolerantur.

De Conſonantiis.

ADvertendum eſt primo uniſonum non eſſe conſonantiam, quia in illo nulla eſt differentia ſonorum in acuto & gravi, ſed illum ſe habere ad conſonantias ut unitas ad numeros.

Secundo ex duobus terminis, qui in consonantia requiruntur, illum, qui gravior est, longe esse potentiorem, atque alium quodammodo in se continere: ut patet in nervis testudinis, ex quibus dum aliquis pulsatur, qui illo 8a. vel quinta acutiores sunt, sponte tremunt & resonant, graviores autem non ita, saltem apparenter: cujus ratio sic demonstratur. Sonus se habet ad Sonum ut nervus ad nervum, atqui in quolibet nervo omnes illo minores continentur, non autem longiores, ergo etiam in quolibet sono omnes acutiores continentur, non autem contra graviores in acuto, unde patet acutiorem terminum esse inveniendum per divisionem gravioris: quam divisionem debere esse Arithmeticam, hoc est in æqualia, sequitur ex prænotatis



Sit igitur A B gravior terminus, in quo si velim acutiorem terminum primæ consonantiarum, omnium invenire, illum dividam per primum numerorum omnium, nempe per binarium, ut factum est in C, & tunc A C, A B, prima consonantiarum omnium distant ab invicem, quæ octava & diapasson appellatur; quod si rursum alias consonantias habere velim, quæ immediate sequuntur primam, dividam A B in 3. partes æquales, tuncque non habebo duntaxat unum acutum terminum, sed duos, nempe A D & A E, ex quibus nascentur duæ consonantiæ hujusdem generis, nempe duodecima, & quinta; rursus possum dividere lineam A B in 4or. partes vel in 5e.

in 5e. vel in 6. nec ulterius fit divisio: quia, scilicet, aurium imbecillitas sine labore majores sonorum differentias non posset distinguere. ? minores (R.)

Ubi notandum est ex prima divisione oriri tantum unam consonantiam: ex 2a., duas: ex 3a., tres &c: ut sequens tabula demonstrat.

Prima Figura.

1/2	Octava.										
1/3	Duodecima	2/3	Quinta								
1/4	Decima 5a.	2/4	Octava	3/4	Quarta						
1/5	Decima 7a.	2/5	10a. maj.	3/5	6a. maj	4/5	Ditonus				
1/6	Decima 9a.	2/6	12a.	3/6	Octava	4/6	Quinta	5/6	Tertia min:		

Hic nondum omnes consonantiæ sunt, sed ut reliquas inveniamus agendum est prius

De Octava.

HAnc primam esse consonantiarum omnium, & quæ facillime post unisonum auditu percipiatur, patet ex dictis, atque etiam in fistulis experimento comprobatur, quæ si validiori flatu inspirentur quam solent, statim una octava acutiorem edent sonum, neque ratio est quare immediate ad octavam deveniat potius, quam ad quintam vel alias, nisi quia octava omnium prima est, & quæ omnium minime differt ab unisono; unde præterea sequi existimo nullum sonum audiri, quin hujus octava acutior auribus quodammodo videatur resonare, unde factum est etiam in testudine, ut crassioribus nervis, qui graviores edunt sonos, alii minores adjungerentur una octava acutiores, qui semper una tanguntur & efficiunt, ut graviores distinctius audiantur: ex quibus patet nullum sonum qui cum uno octavæ termino consonabit, posse cum alio ejusdem octavæ dissonare.

Alterum est in in octava notandum, nempe illam consonantiarum omnium maximam esse, id est, omnes alias in illa contineri, vel ex illa componi, & aliis quæ in ea continentur, quod demonstrari potest ex eo, quod consonantiæ omnes constent partibus æqualibus, unde fit, ut, si illarum termini amplius quam una octava distent ab invicem, possim absque ulla divisione ulteriori gravioris termini unam

octa-

octavam acutiori addere, ex qua una cum residuo illam componi apparebit: exemplum sit A B divisus in tres æquales partes, ex quibus A C, A B distent una duodecima, dico illam duodecimam componi ex octava & ejus residuo

nempe quinta; componitur enim ex AC, A D, quod est octava, ex A D, A B, quod est quinta, & ita accidit in cæteris, unde fit ut octava non ita multiplicet numeros proportionum si alias componat, quam cæteræ omnes, ideoque sola sit quæ possit geminari, si enim illa geminetur 4. tantum efficit, vel 8. si iterum geminetur: si autem v. g. quinta, quæ post illam 1ª. est, geminetur, 9. efficiet; nam à 4. ad 6. est 5ª. Item à 6. ad 9. qui numerus longe major est quam 4ºr., & excedit seriem primorum 6. numerorum, in quibus omnes, supra consonantias inclusimus. Ex quibus sequitur cujuscunque generis consonantiarum tres esse species, nempe una est simplex, alia composita à simplici & octava, 3ª. composita à simplici & duabus octavis, nec ulterius alia species additur quæ componatur à tribus octavis & alia consonantia simplici, quia hi sunt limites, nec ultra 3. octavas fit progressio; quia scilicet tunc nimis multiplicarentur numeri proportionum, unde deducitur omnium omnino consonantiarum catalogus generalis, quem in sequenti tabula expressi.

Secunda

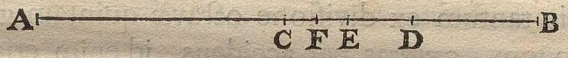
Secunda Figura.

	CONSONANTIÆ SIMPLICES.		COMPOSITÆ PRIMÆ.		COMPOSITÆ SECUNDÆ.	
Octavæ.		1/2		1/4		1/8
Quintæ.	2/3		1/3		1/6	
Ditoni.		4/5		2/5		1/5
Quartæ.	3/4		3/8		3/16	
Sextæ majores.		3/5		3/10		3/20
Tertiæ minores.	5/6		5/12		5/24	
Sextæ minores.		5/8		5/16		5/32

Hic ſextam minorem addidimus, quam tamen nondum inveneramus in ſuperiori, ſed illa poteſt educi ex dictis de octava, à qua ſi ditonus abſcindatur, reſiduum erit ſexta minor, ſed mox clarius.

Nunc vero cum jam jam dixerim omnes conſonantias in octava contineri, videndum eſt quomodo id fiat, & quo-

& quomodo ex illius diviſione procedant, ut illarum natura diſtinctius agnoſcatur. Primum autem ex prænotatis certum eſt id fieri debere per diviſionem Arithmeticam, ſive in æqualia: quid autem ſit quod dividi debeat patet in nervo A B, qui diſtat ab A C



parte C B, ſonus autem A B diſtat à ſono A C octava, ergo ſpatium octavę erit pars ſoni C B. Illa eſt igitur quæ dividi debet in duo æqualia ut tota octava dividatur, quod factum eſt in D; ex qua diviſione ut ſciamus quę conſonantia proprie & per ſe generetur, conſiderandum eſt A B, qui gravior eſt terminus, dividi in D, non in ordine ad ſe ipſum, tunc enim divideretur in C ut ante factum eſt; neque enim jam dividitur uniſonus, ſed octava, quæ duobus conſtat terminis, ideoque dum gravior terminus dividitur, id fit in ordine ad alium acutiorem, non ad ſe ipſum, unde fit ut conſonantia, quæ ex illa diviſione proprie generatur, ſit inter terminos A C, AD quæ eſt quinta, non inter A D, A B quæ quarta eſt, quia pars D B eſt tantum reſiduum, & per accidens conſonantiam generat, ex eo quod ille ſonus qui cum uno octavę termino conſonantiam efficit, etiam cum alio debeat conſonare.

Rurſum vero diviſo ſpatio C B in D, potero eadem ratione dividere C D in E, unde directe generabitur ditonus, & per accidens reliquæ omnes conſo-

nantiæ:nec ulterius idcirco C E opus eſt dividere, quod ſi tamen fieret v. g. in F unde oriretur tonus major, & per accidens minor & ſemitonia, de quibus poſtea: in voce enim ſucceſſivè admittuntur, non in conſonantiis.

Neque quis putet imaginarium illud, quod dicimus proprie tantum ex diviſione octavæ quintam generari & ditonum, cæteras per accidens, id enim etiam experientia compertum habeo in nervis teſtudinis vel alterius cujuſlibet inſtrumenti, quorum unus ſi pulſetur, vis ipſius ſoni concutiet omnes nervos qui aliquo genere quintæ vel ditoni erunt acutiores, in iis autem qui quarta, vel alia conſonantia diſtabunt, id non fiet: quæ certe vis conſonantiarum non niſi ex illarum perfectione poteſt oriri vel imperfectione, quæ ſcilicet primæ per ſe conſonantiæ ſint, aliæ autem per accidens, quia ex aliis neceſſario fluunt.

Videndum autem eſt utrum id verum ſit quod ſupra dixi, omnes conſonantias ſimplices in octava contineri, quod optime fiet, ſi C B mediam partem ſoni A B, quæ octavam continet, volvam in circulum, ita ut punctum B cum puncto C jungatur, deinde ille circulus dividatur in D & E, ut diviſum eſt C B: ratio autem, quare ita omnes conſonantiæ debent inveniri, eſt, quia nihil conſonat cum uno octavę termino, quin etiam cum alio conſonet, ut ſupra probavimus, unde fit ut ſi in ſequenti figura una pars circuli conſonantiam efficiat, reſiduum etiam debeat aliquam conſonantiam continere.

Ex

Ex hac figura apparet quam recte octava diapaſſon appelletur, quia ſcilicet omnia conſonantiarum aliarum intervalla in ſe complectitur, hic autem conſonantias ſimplices tantum adhibuimus, ubi, ſi compoſitas etiam velimus invenire, oportet duntaxat cuilibet ex ſuperioribus intervallis integrum unum circulum vel duos integros adjungere, ubi apparebit octavam omnes conſonantias componere.

Ex jam dictis elicimus omnes conſonantias ad tria

genera posse referri: vel enim oriuntur ex prima divisione unisoni, illæ quæ octavæ appellantur, & hoc est primum genus: vel 2°. oriuntur ex ipsius octavæ divisione in æqualia, quæ sunt quintæ & quartę, quas idcirco consonantias 2ª. divisionis vocare possumus: vel denique ex ipsius quintę divisione, quę consonantię sunt tertię & ultimę divisionis: rursum divisimus in illas quę per se ex illis divisionibus oriuntur, & in illas quę per accidens, tresque duntaxat per se consonantias esse diximus, quod etiam potest confirmari ex prima figura, in qua consonantias ex numeris ipsis elicuimus: in illa enim advertendum est 3es. esse duntaxat numeros sonoros 2. 3. & 5. numerus enim 4. & numerus 6. ex illis componuntur, atque ideo tantum per accidens numeri sunt sonori, ut ibi etiam patet ubi in recto ordine & recta linea non generant novas consonantias, sed duntaxat illas quę ex prioribus componuntur: v.g. 4. generat decimam quintam, 6. autem decimam nonam, per accidens autem & in linea transversa 4. generat quartam, & 6. tertiam minorem, ubi obiter notandum in numero 4or. quartam immeditate ab octava generari, & esse veluti quoddam monstrum octavę deficiens & imperfectum.

De Quinta.

De Quinta.

HÆc eſt conſonantiarum omnium gratiſſima atque auribus acceptiſſima, ideoque illa in cantilenis omnibus quodammodo præſidere & primarium locum occupare conſuevit; unde modi oriuntur, ſequitur autem illud ex 7°. prænotato; cum enim, ut ex jam dictis patet, ſive ex diviſione ſive ex numeris ipſis conſonantiarum perfectionem eliciamus, tres tantum proprie conſonantiæ reperiantur, inter quas mediam ſedem obtinet, certe erit illa quæ neque tam acriter ut ditonus, neque tam languide ut diapaſſon, ſed omnium jucundiſſime auribus reſonabit: rurſum ex 2ª. figura patet eſſe tria quintæ genera, ubi duodecima medium locum occupat, quam ideo perfectiſſimam quintam eſſe inquiemus, unde ſequeretur hac ſola in Muſica nobis utendum fore, niſi ut diximus, in ultimo prenotato, varietas neceſſaria eſſet ad delectationem.

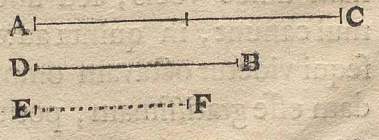
Sed objicies octavam aliquando ſolam ſine varietate poni in Muſica, cum v. g. duo eandem cantilenam unius vocis, ſed unus alio octava acutius, ſimul canunt, in quinta autem idem non accidit, unde ſequi videtur octavam omnium conſonantiarum dicendam eſſe gratiſſimam, potius quam quinta: Reſpondeo

tamen inde potius confirmari quod diximus, quam infirmari: ratio enim quare ita octava possit poni, est, quia unisonum in se complectitur, tuncque duæ voces instar unius audiuntur, quod idem in quinta non accidit, hujus enim termini magis inter se differunt, ideoque plenius auditum occupant; unde illico fastidium oriretur, si sine varietate in cantilenis sola adhiberetur, quod exemplo confirmo: ita enim in gustu citius nos tæderet, si perpetuo saccharo & ejusmodi delicatissimis eduliis vesceremur, quam si solo pane, quem tamen, non adeo, ut illa sunt, palato gratum esse nullus negat.

Comparatio

De Quarta.

HÆc infęlicissima est consonantiarum omnium, nec unquam in cantilenis adtribuetur, nisi per accidens & cum aliarum adjumento, non quidem quod magis inperfecta sit quam tertia minor aut sexta, sed quia tam vicina est quintæ, ut coram hujus suavitate tota illius gratia evanescat: ad quod intelligendum, advertendum est nunquam in Musica quintam audiri, quin etiam quarta acutior quodammodo advertatur, quod sequitur ex eo quod diximus in unisono, octavam acutiorem sonum quodammodo resonare: sit enim v. g. A C distantia D B una quinta, & hujus resonantia octava acutior sit E F. Illa certe distabit à D B una quarta, unde fit ut



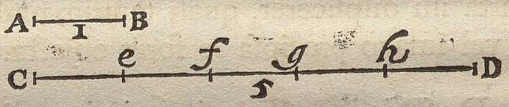
illa

illa quasi umbra quintę, quæ illam perpetuo comitetur, possit appellari, atque inde jam patet quare illa in cantilenis primo & per se, hoc est inter bassum & aliam partem, non possit reponi: cum enim dixerimus cæteras consonantias duntaxat ad variandam quintam esse utiles in Musica, certe evidens est illam fore inutilem, cum quintam non variet, quod patet, quia si illa poneretur in graviore parte, quinta acutior semper resonaret, ubi facillime auditus adverteret illam à sede propria ad inferiorem esse deturbatam, ideoque maxime quarta illi displiceret, quasi tantum umbra pro corpore, vel imago pro ipsa re foret objecta.

De Ditono, Tertia minore, & Sextis.

DItonum quarta multis nominibus perfectiorem esse patet ex dictis, quibus hoc addam, unius consonantiæ perfectionem non ex illa præcise considerata dum est simplex, sed esse desumendam simul ab omnibus hujus compositis, cujus ratio est, quia nunquam tam jejune sola audiri potest, quin hujus compositę resonantia audiatur, cum in unisono etiam octavę acutioris resonantiam contineri supra dictum sit: sic autem consideratum ditonum patet ex secunda figura minoribus numeris constare quam quarta, ideoque esse perfectiorem, qua propter etiam ibi illum ante quartam posuimus, quia in illa figura omnes consonantias juxta ordinem perfectionis voluimus collocare.

care. Hic autem explicandum eſt quare tertium genus ditoni ſit perfectiſſimum, atque in nervis teſtudinis tremulationem efficiat viſu perceptibilem, potius quam primum aut ſecundum, quod oriri exiſtimo, imo aſſero, ex eo quod in multiplici proportione conſiſtat, alia in ſuper particulari, vel multiplici & ſuper particulari ſimul: quare autem ex multiplici proportione perfectiſſimæ conſonantiæ generentur, quas idcirco in prima figura primo ordine collocavimus, ſic demonſtro: diſtet linea A B. à C D. tertio genere ditoni quocunque pacto imaginentur, ſonum ab auditu percipi,



certum eſt facilius diſtingui poſſe qualis ſit proportio inter A B. & C. D. quam v. g. inter C F. & C D. quia primum agnoſcetur directe per applicationem ſoni A B. ad partes ſoni C D. nempe C *e*, *ef*, *fg* &c: nec quicquam in fine erit reſidui, quod idem in proportione ſoni C *f*. ad C D. non accidit, ſi enim applicetur C *f*. ad *f h*. reſidium erit *h* D. per cujus reflexionem oportet agnoſcere quæ ſit proportio inter C *f*. & C D. quod longius eſt: eodem pacto illud concipietur, ſi quis dixerit ſonum aures ferire multis ictibus, idque eo celerius quo ſonus acutior eſt, tunc enim ut ſonus A B. perveniat ad uniformitatem cum ſono C D. debet tantum aures ferire quinque ictibus, dum C D. ſemel feriet; ſonus autem C *f*. non tam cito redibit ad uniſonantiam, non enim id fiet niſi poſt ſecundum ictum ſoni C D. ut patet ex demon-

demonſtratione ſuperiori. Idemque explicabitur quocunque modo ſonum audiri concipietur.

Tertia minor oritur ex ditono, ut quarta ex quinta, ideoque quarta imperfectior eſt ut ditonus quinta: nec ideo prohibenda eſt in Muſica, illa enim ad variandam quintam non eſt inutilis, imo neceſſaria; cum enim octava ubique audiatur in uniſono hęc varietatem afferre non poteſt, cum ſemper ponatur, nec ſolus ditonus ſufficit ad varietatem, nulla enim eſſe poteſt niſi ad minimum inter duo, quapropter ei tertia minor adjuncta eſt, ut illę cantilenæ, ubi frequentiores ſunt ditoni, differant ab iis in quibus ſæpius 3ª. minor iteratur.

Sexta major procedit à ditono, eademque fere ratione participat hujus naturam atque decima major & decima-ſeptima, ad quod intelligendum aſpicienda eſt prima figura ubi in numero quatuor, decima-quinta, octava & quarta reperiuntur, qui numerus primus eſt compoſitus, & qui per binarium, qui octavam repreſentat, ad unitatem uſque reſolvitur, unde fit ut conſonantiæ omnes quę ex illo generantur ad compoſitionem aptę ſint, inter quas cum quarta reperiatur, quam ſupra idcirco monſtrum octavę ſive defectivam octavam eſſe diximus, inde ſequitur illam etiam non eſſe inutilem in compoſitione, ubi non recurrunt eædem rationes: quæ impediunt quo minus ponatur ſola, tunc enim ab adjuncta perficitur neque amplius eſt quintę ſubdita.

Sexta minor eodem modo fit à tertia minore ut major à ditono, & ita tertię minoris naturam & affectiones mutuatur, neque ratio eſt quare id non eſſet.

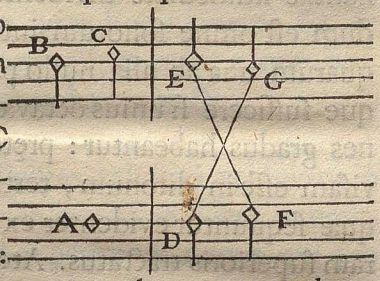
Nunc ſequeretur ut de variis conſonantiarum virtutibus ad movendos affectus loqueremur, ſed hujus rei diſquiſitio exactior poteſt elici à jam dictis, & compendii limites excedit; Illæ enim tam variæ ſunt & tam levibus circumſtantiis fultę, ut integrum volumen ad id perficiendum non ſufficeret. Id igitur tantum dicam hac de re, pręcipuam varietatem ab his quatuor ultimis oriri, quarum ditonus ex ſexta major gratiores lætioreſque ſunt quam tertia & ſexta minores, ut etiam à practicis fuit obſervatum, & facile deduci poteſt ex dictis, ubi tertiam minorem per accidens à ditono generari probavimus, ſextam autem majorem per ſe, quia nihil aliud eſt quam ditonus compoſitus.

De Gradibus ſive Tonis Muſicis.

DUabus maxime de cauſis requiruntur gradus in Muſica, nempe ut illorum adjumento ab una conſonantia ad aliam fiat tranſitus, quod tam commodè per ipſas conſonantias cum varietatè, quæ in Muſica jucundiſſima eſt, fieri non poſſet; deinde ut in certa quædam intervalla omne ſpatium, quod ſonus decurrit, ita dividant, ut per illa ſemper & commodius, quam per conſonantias, cantus incedat.

Si primo modo ſpectentur, quatuor duntaxat nec plurium ſpecierum gradus eſſe poſſe apparebit: tunc enim ex inæqualitate, quæ inter conſonantias reperitur, debent

desumi, atque consonantiæ omnes distant tantum ab invicem $\frac{1}{9}$ à parte, vel $\frac{1}{81}$ vel $\frac{1}{61}$ vel denique $\frac{1}{25}$, præter intervalla quę alias consonantias efficiunt; ergo gradus omnes consistunt in illis numeris, quorum duo primi toni appellantur major & minor, duo ultimi dicuntur semitonia majus item & minus. Est autem probandum gradus sic spectatos ex inęqualitate consonantiarum generari; quod sic ago, quotiescunque fit transitus ab una consonantia ad aliam, vel unus terminus tantum movetur vel utrumque simul, sed neutro modo potest fieri talis transitus, nisi per intervalla, quę inæqualitatem, quę est inter consonantias, designent, ergo, minoris prior pars sic demonstratur. Si verbi gr. ab A ad B sit quinta & velim ab A ad C esse sextam minorem, necessario à B ad C erit differentia, quæ est inter quintam & sextam minorem nempe 16. ut patet:



posterior autem pars minoris ut probetur, notandum, non solum spectandam esse in sonis proportionem dum simul emittuntur, sed etiam dum successive, adeo ut quantum fieri potest sonus unius vocis cum proxime pręcedenti alterius vocis debeat consonare, quod nunquam accidet nisi gradus ex inęqualitare consonantiarum oriantur; verbi gratia D E sit quinta & moveatur uterque terminus motibus contrariis ut fiat tertia minor, si D F. sit intervallum quod non oriatur ex inę-

qualitate quartę à quinta, non poterit F cum E per relationem conſonare, ſi vero inde oriatur poteſt; & ita in cęteris ut facile eſt experiri: ubi notandum eſt, quod ad illam relationem attinet, nos dixiſſe illam debere conſonare quantum fieri poteſt; non enim ſemper poteſt, ut apparebit in ſequentibus.

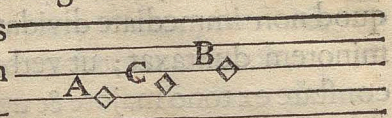
Sed ſi ſecundo modo ſpectentur illi gradus, nempe quomodo illi ordinandi ſunt in toto ſonorum intervallo, ut per illos una vox ſolitaria poſſit immediate elevari vel deprimi, tunc ex tonis jam inventis illi duntaxat habebuntur gradus legitimi, in quos conſonantiæ immediate dividentur: quod ut pateat, notandum eſt omne ſonorum intervallum dividi in octavas, quarum una ab alia nullo pacto poteſt differre, ideoque ſufficere ſi unius octavæ ſpatium ſit diviſum ut omnes gradus habeantur: pręterea illam octavam jam diviſam eſſe in ditonum, tertiam minorem & quartam: quæ ſequuntur evidenter ex dictis circa ultimam figuram ſuperioris tractatus. Atque ex his patet gradus non poſſe totam octavam dividere niſi dividant ditonum, tertiam minorem, & quartam; quod ita fit, ditonus dividitur in tonum majorem & tonum minorem, tertia minor in tonum majorem & ſemitonium majus, quarta in tertiam minorem & tonum etiam minorem, quæ rurſum tertia dividitur in tonum majorem & ſemitonium majus, & ita integra octava conſtat tribus tonis majoribus, duobus minoribus & duobus ſemitoniis majoribus, ut patet diſcurrenti: hicque habemus tria duntaxat gra-

duum

duum genera, ſemitonium minus enim excluditur ex eo quod non immediate dividat conſonantias, ſed tonum minorem duntaxat; ut verbi gratia ſi dicatur ditonum conſtare ex tono majore & utroque ſemitonio, utrumque enim ſemitonium componit tonum minorem: ſed quare, inquies, non etiam admittitur ille gradus qui oritur ex alterius diviſione, & tantum mediate dividit conſonantias, non immediate? Reſpondeo primo vocem incedere non poſſe per tam varias diviſiones & ſimul cum alia voce differenti conſonare, niſi admodum difficulter, ut facile eſt experiri; præterea ſemitonium minus jungeretur tono majori, cum quo valde ingratam diſſonantiam generaret, conſiſteret enim inter hos numeros 64. & 75. ideoque vox per tale intervallum moveri non poſſet, verum ut melius ſolvatur hæc objectio.

Notandum eſt acutum ſonum validiori vel ſpiritu in voce, vel tactu ſive pulſu in nervis indigere ut emittatur, quam gravem, quod experitur in nervis, qui quo magis tenduntur eo acutiorem edunt ſonum, atque etiam poteſt probari ex eo quod majori vi dividitur aer in minores partes, ex quibus exit ſonus acutior: ſequitur autem etiam ex his ſonum quo acutior eſt eo validius etiam aures ferire; ex qua animadverſione vera opinor & primaria ratio dari poteſt, quare gradus ſint inventi, nimirum id factum eſſe exiſtimo ne, ſi per ſolos conſonantiarum terminos vox incideret, nimia inter illos foret diſproportio in ratione intenſionis, quæ & au-

ditores & cantores fatigaret: v. g. ſi velim ab A ad B aſcendere, quia longe fortius ſonis B aures feriet quam ſonus A, ne iſta diſproportio ſit incommoda, ponitur in medio terminus C, per quem ut vere per gradum facilius & abſque tam inæquali ſpiritus contentione ad B aſcendamus, unde patet gradus nihil aliud eſſe quam medium quid inter conſonantiarum terminos ad illorum inæqualitatem moderandam, & per ſe non habere ſatis ſuavitatis ut auribus poſſint ſatisfacere, ſed tantum ſpectari in ordine ad conſonantias, adeo ut dum per unum gradum vox incedit nondum auribus fatisfiat donec ad ſecundum pervenerit, qui idcirco cum priori conſonantiam debet generare, ex quibus facile diluitur objectio ſuperior: pręterea hæc vera ratio eſt quare potius in voce ſucceſſiva gradus admittuntur quam nonæ aut ſeptimæ, quæ ex gradibus oriuntur, & aliquæ harum minoribus numeris conſtant quam gradus, quia ſcilicet hujuſmodi intervalla minimas cōſonantias non dividunt, neque ideo poſſunt inæqualitatem quæ eſt inter illarum terminos moderari, neque plura de graduum inventione, quos quidem ex diviſione ditoni bifariam, ut ditonus ex diviſione quintę oriri, poſſem probare, atque inde multa, quæ ad illorum perfectiones varias attinent, deducere, ſed longum foret atque ex dictis de conſonantiis poteſt intelligi.



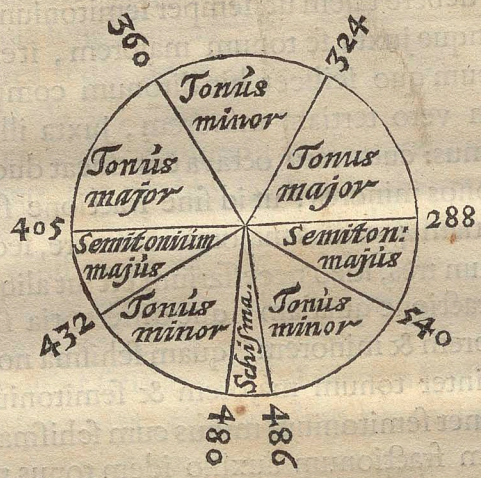
Jam vero de ordine, quo gradus illi in toto octavo ſpatio conſtituendi ſint, eſt agendum, quem dico neceſ-

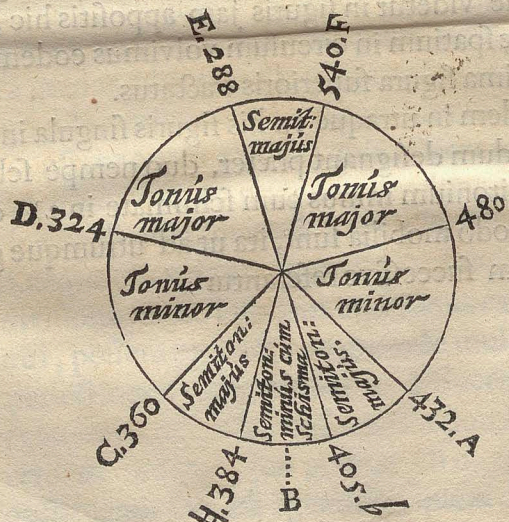
ſario

ſario eſſe debere talem ut ſemper ſemitonium majus habeat utrinque juxta ſe tonum majorem, item & tonus minor, cum quo ſcilicet hic ditonum componat; ſemitonium vero tertiam minorem, juxta illa quæ jam annotavimus: cum vero octava contineat duo ſemitonia & duos tonos minores, ut id ſine fractione fieri poſſet, deberet etiam 4. tonos majores continere, ſed quia continet tantum tres, ideo neceſſarium eſt ut aliquo in loco utamur fractione quadam, quę differentia ſit inter tonum majorem & minorem, quam ſchiſma nominamus, vel etiam inter tonum majorem & ſemitonium majus, quæ continet ſemitonium minus cum ſchiſmate, ut ſcilicet harum fractionum auxilio idem tonus major quodammodo mobilis fiat, & duorum munere fungi poſſit, quod facile videtur in figuris jam appoſitis hic, ubi totius octavæ ſpatium in circulum volvimus eodem modo, quo in ultima figura ſuperioris tractatus.

Et quidem in utraque ex his figuris ſingula intervalla unum gradum deſignant præter, duo nempe ſchiſma in prima, ſemitonium minus cum ſchiſmate in 2ª, quę duo quodammodo mobilia ſunt, ita ut ad utrumque gradum ſibi vicinum ſucceſſive referantur,

unde


360
324
Tonus minor
Tonus major
Tonus major
288
405
Semitonium majus
Semiton: majus
Tonus minor
Tonus minor
432
540
Schisma.
480
486


E.288
540.F
Semit: majus
Tonus major
Tonus major
D.324
480.G
Tonus minor
Tonus minor
Semiton: majus
Semiton: minus cum Schisma
Semiton: majus
C.360
432.A
H.384
B
405.

unde

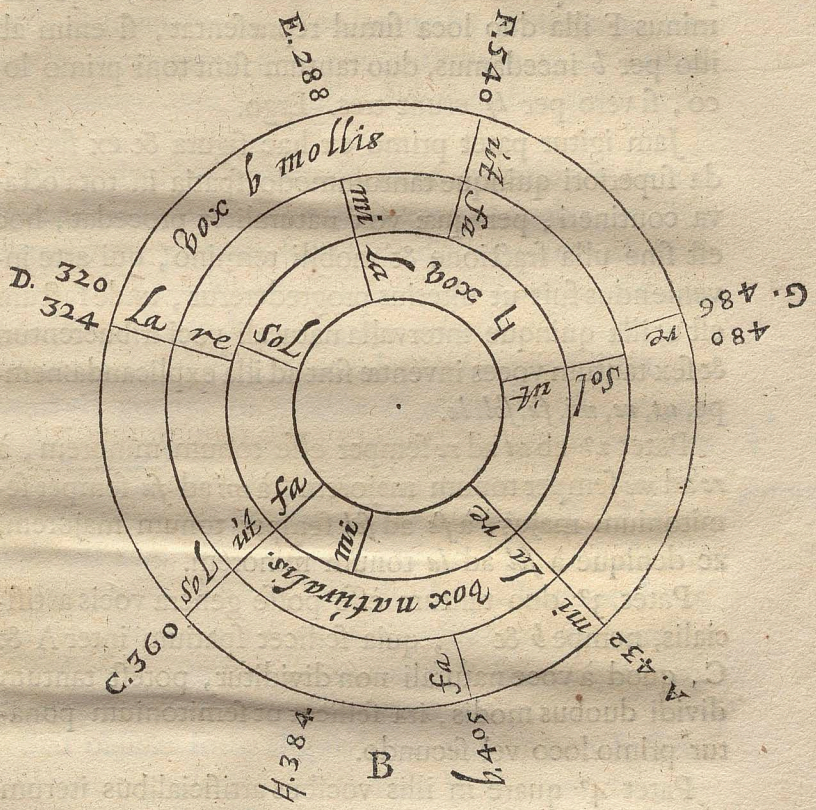
unde ſit ut non poſſimus primo in figura priori per gradus à 288 ad 405 aſcendere, niſi medium terminum quodammodo tremulum emittamus, ita ut ſi 288 reſpiciat, videatur eſſe 480. ſi vero 405 tunc videatur eſſe 486., ut ſcilcet cum utroque tertiam minorem efficiat, atque tam exigua eſt differentia inter 480 & 486, ut illius termini, qui ab utroque conſtituitur, mobilitas non perceptibili diſſonantia auditum feriat.

Deinde in ſecunda figura eodem pacto non poſſumus à termino 480 ad 324 per gradus aſcendere, niſi etiam medium terminum ita efferamus, ut ſi reſpiciat 480 ſit 384. ſi 324 ſit 405, ut cum utroque ditonum efficiat, ſed quia inter 384 & 405 tanta differentia eſt, ut nulla vox ex illis ita poſſit temperari, quin ſi conſonet cum uno ex extremis, maxime cum alio illam appareat diſſonare, idcirco alia via quęrenda eſt, qua omnium optime, ſi non omnino tale incommodum tollere, ſaltem minuere poſſimus, quæ non alia eſt quam illa quæ in ſuperiori figura reperitur, nimirum per uſum ſchiſmatis; hoc pacto, ſi velimus incedere per terminum 405, removebimus terminum G uno ſchiſmate, ut ſit 486 non amplius 480. ſi vero incedamus per 384 mutabimus terminum D & erit 320 loco 324, atque ita diſtabit tertia minore à 384.

Ex quibus patet omnia ſpatia per quę commodiſſime una vox ſolitaria poteſt moveri, in prima figura contineri : cum enim incommodum ſecundæ figuræ correctum eſt, tunc illa à prima figura non differt, ut facile eſt agnoſcere.

Patet ſecundo ex dictis illum tonorum ordinem, quem practici manum vocant, omnes modos quibus gradus ordinari poſſunt continere, illos enim in duobus figuris præcedentibus contineri ſupra probatum eſt, atqui illa manus practicorum omnes terminos utriuſque figuræ ſuperioris continet, ut facile videre eſt in ſequenti figura, in qua manum illam practicorum volvimus in circulum, ut ad figuras ſuperiores melius poſſet referri: ad hujus tamen intelligentiam notandum eſt, illam incipere à termino F, ubi idcirco numerum maximum adhibuimus, ut pateret illum terminum omnium

eſſe



esse gravissimum, probatur autem ita esse debere ex eo, quod à duobus tantum locis totius octavę divisiones possimus inchoare, ita scilicet ut in illa vel primo loco duo toni ponantur, & post unum semitonium 3. toni consequentes ultimo loco, vel contra ut 3. toni

primo loco ponantur & duo tantum ultimo, atqui terminus F illa duo loca ſimul repræſentat, ſi enim ab illo per *b* incedamus, duo tantum ſunt toni primo loco, ſi vero per ♮ erunt tres. Ergo.

Jam igitur patet primo ex hac figura & ex ſecunda ſuperiori quinque tantummodo ſpatia in tota octava contineri, per quæ vox naturaliter procedat, hoc eſt ſine ulla fractione & mobili termino, qui arte inveniendus fuit ut ulterius progrederetur, undè factum eſt ut illa quinque intervalla naturali voci tribuerentur, & ſex tantum voces inventæ ſint ad illa explicanda; nempe, *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*.

(majorem) 9/8
(R) 10/9 minorem

Patet 2°. ab *ut* ad *re* ſemper eſſe tonum (minorem), à *re* ad *mi* ſemper tonum (~~majorem~~), à *mi* ad *fa* ſemper ſemitonium majus, à *fa* ad *ſol* ſemper tonum majorem, ac denique à *ſol* ad *la* tonum minorem.

Patet 3°. duo tantum èſſe poſſe genera vocis artificialis, nempe *b* & ♮, quia ſcilicet ſpatium inter A & C, quod à voce naturali non dividitur, poteſt tantum dividi duobus modis, ita ſcilicet ut ſemitonium ponatur primo loco vel ſecundo.

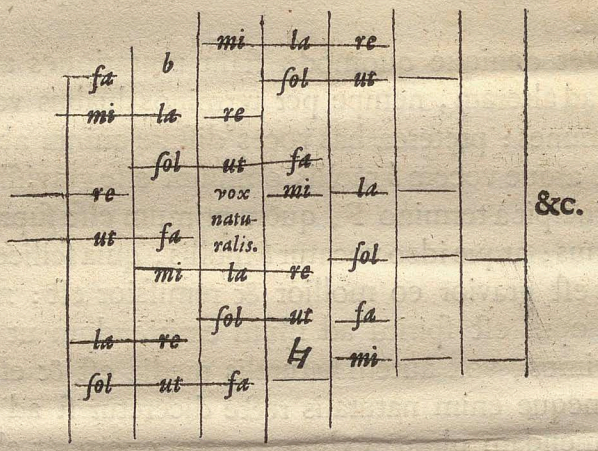
Patet 4°. quare in illis vocibus artificialibus iterum notę, *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, repetantur; cum enim verbi gratia ab A ad *b* aſcendimus, cum non alię ſint notę quę ſemitonium majus ſignificent quam *mi* & *fa*, inde ſequitur in A ponendum eſſe *mi*; in *b* autem *fa*, & ita in aliis locis ordine eſt dicendum. Neque dixeris alias potius notas fuiſſe inveniendas: illæ enim fuiſſent ſuperfluæ,

fluę, cum eadem intervalla designassent, quę ab illis notis designantur in voce naturali; pręterea incommodę, quia tanta notarum multitudo valde turbasset musicos, tam in Musica describenda, quam in canenda.

Patet denique quomodo fiant mutationes ab una voce ad alteram, nempe per terminos duabus vocibus communes: pręterea has voces distare quinta ab invicem, atque vocem *b* mollis omnium esse gravissimam, quia incipit à termino F, quem primum esse supra probavimus; atque ideo vocatur *b* mollis, quia scilicet quo tonus est gravior eo mollior & remissior est: minori enim opus est spiritu ad illum emittendum ut supra notavimus, vox autem naturalis media est & esse debet, neque enim naturalis recte diceretur si ad illam exprimendam ultra modum vocem oporteret elevare vel deprimere, denique vox ♮. ♮ quadrati appelatur, quia acutissima est & *b* molli opposita, pręterea etiam, quia dividit octavam in tritonum & falsam quintam, ideoque minus suavis est quam *b* molle.

Sed objiciet forte aliquis hanc manum non sufficere ut omnes graduum mutationes in se contineat, sicut enim in illa ostenditur quomodo nobis liberum sit à voce naturali vel ad *b* molle vel ad ♮ deflectere, ita deberent etiam in ea alii utrimque ordines adhiberi, quales in sequenti figura positi sunt, ut nobis eodem modo liberum foret à *b* molli vel ad vocem naturalem vel ad alteram partem deflectere, &

à ♮, quod confirmatur ex eo, quod practici ſępe utuntur talibus intervallis, quę explicant vel per diœſim vel per b molle, quod ideo removent à ſede propria.



Sed reſpondeo hoc pacto fore progreſſum in infinitum, in illa autem manu debuiſſe tantum unius cantilenæ mutationes exprimi: atqui illos intra tres ordines contineri demonſtratur ex eo, quod in uno quoque ordine ſex tantum termini contineantur, quorum duo mutantur dum fit mutatio ad ſequentem ordinem, & ita in illo remanent tantum 4$^{or.}$ termini ex iis qui erant in priori, quod ſi rurſum ad tertium ordinem fiat tranſitus, duo iterum gradus ex 4$^{or.}$ pręcedentibus mutabuntur, & ita remanebunt tantum duo ex iis qui erant in priori ordine, qui denique tollerentur in quarto

to ordine, si ad illum usque fieret progressio, ut patet in figura: unde evidentissimum est non fore tunc eandem cantilenam quę fuisset initio, cum nullus in ea terminus idem remaneat: quod autem additur de usu diœseon, dico illas non constituere integros ordines ut *b* molle vel ♮, sed in uno solo termino consistere, quem elevant uno, opinor, semitonio minore, reliquis omnibus cantilenæ terminis immutatis, quod quomodo & quare fiat jam satis non memini, ut possim explicare, neque item quare dum una duntaxat nota supra, *la*, elevatur, illi *b* molle solet affigi, quæ ex praxi facile deduci posse existimo, si graduum, in quibus illa adhibentur, & vocum, quæ cum illis consonantias efficiunt, numeri subducantur, resque est, opinor, digna meditatione.

Denique hic posset objici 6. voces, *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, esse superfluas, & quatuor sufficere, cum tria duntaxat sint diversa intervalla, quo pacto certe Musicam cantari posse non nego. Sed quia magna differentia est inter terminos acutum & gravem, gravisque sit longe præcipuus, ut supra notatum est, idcirco melius & commodius est diversis notis uti, quam iisdem versus acutam partem & versus gravem.

Hic autem locus exigit ut horum graduum praxim explicemus, quomodo ex illis partes Musicæ sint constitutæ, & qua ratione Musica ordinaria à practicis composita

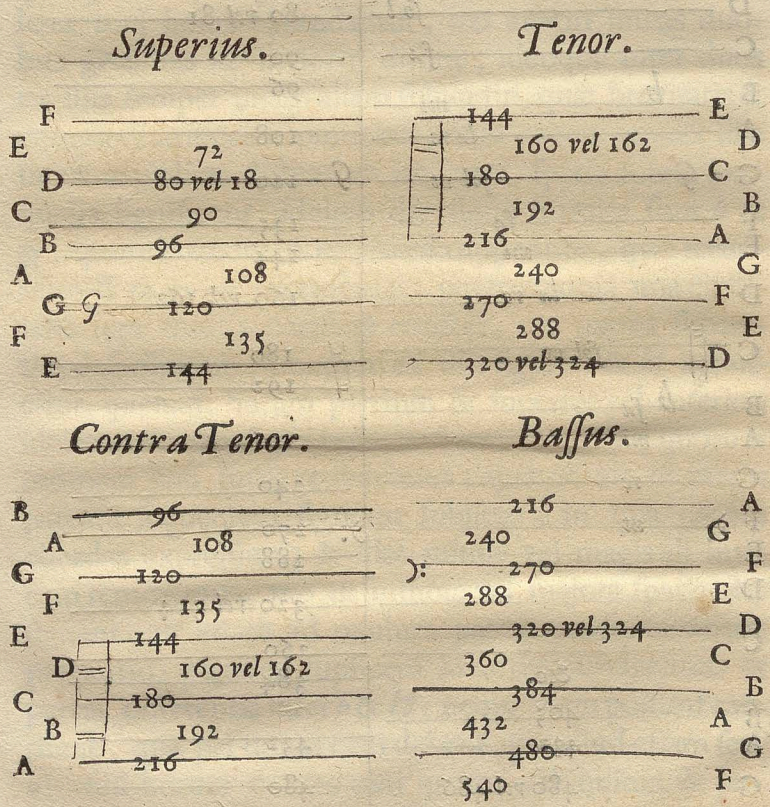
posita ad jam dicta reducatur, & consonantiæ omnes aliaque ejus intervalla calculo subduci possint. Quod ut fiat, sciendum est practicos Musicam describere intra quinque lineas, quibus etiam aliæ adduntur, si cantilenæ toni latius extendantur, has autem lineas duobus gradibus ab invicem distare, ideoque inter duos ex illis semper unam aliam subaudiri, quæ brevitatis & commoditatis causa omittitur; cum autem omnes illæ lineæ æqualiter distent ab invicem, spatia autem inæqualia significent, idcirco duo signa inventa sunt *b* & ♮, quorum unum in ea chorda apponitur, quæ terminum B *fa* ♮ *mi* repræsentat: præterea quia una cantilena sępe multis partibus constat, quę partes separatim describuntur, nondum ex illis figuris *b* & ♮ agnoscitur, quęnam harum partium sit superior vel inferior; idcirco alia tria signa inventa sunt, ♭. ♯. ♮., quorum ordinem jam supra probavimus: quæ omnia ut magis pateant sequentem figuram subjicio, in qua omnes chordas expressimus & illas minus vel magis ab invicem removimus, pro ut minora vel majora spatia designant, ut etiam ad oculum pateat consonantiarum proportio; pręterea duplicem hanc figuram fecimus ut pateat differentia inter *b* & ♮; neque enim possunt cantilenę, quæ per unum cani debent, per aliud etiam scribi, nisi horum omnes toni quarta vel quinta à propria sede removeantur, ita scilicet ut ubi stat terminus F *ut*, *fa*, ibi ponatur C *sol*, *ut*, *fa*.

b. molle

	b molle		♮ *quadratum.*
E		*la*	72
D		*sol*	80 *vel* 81
C		*fa*	90
B	*b*	*mi*	96
A		*la re*	108
G	*G*	*sol ut*	*G* 120
F		*fa*	135
E		*mi*	144
D		*la re*	160 *vel* 162
C		*sol ut*	180
B	*b* *fa*		192
A	*mi*		216
G	*re*		240
F	): *ut*		): 270
E			288
D			320 *vel* 324
C			360
	&c.		384
B	405		
A	432		432
G	480 *vel* 486		480
F	540		): 540

Ulterius non progredimur, hi enim videntur esse debere termini, cum tres octavas dividant, intra quas

omnes conſonantias contineri ſupra diximus, mihique ſuffragatur uſus practicorum, vix unquam enim hoc ſpatium excedunt.



Horum autem numerorum uſus eſt ad exacte ſciendum qualem inter ſe proportionem habeant ſingulæ notæ, qualem

quæ in omnibus unius cantilenæ partibus continentur: se habent enim ad invicem soni harum notarum, ut numeri qui in iisdem chordis sunt adhibiti, adeo ut si divisus sit nervus in 540. partes æquales, atque hujus sonus gravissimum terminum F repræsentet, ejusdem nervi partes 480. edent sonum termini G, & sic consequenter.

Atque hic quatuor partium gradus ordinavimus, ut pateat quantum distare debeant ab invicem; non quod sæpe aliis in locis claves): ♮ & ♯ non apponantur, quod fit juxta varietatem graduum quæ decurruntur ab unaquaque parte. Sed quia hic modus videtur esse maxime naturalis, & est frequentissimus.

Hic autem numeros tantum adhibuimus in chordis naturalibus, & quamdiu à sede propria non removentur, si autem diœses in quibusdam notis inveniantur, vel ♭ aut ♮ quæ illas à sede propria removeant, tum illę aliis numeris sunt explicandę, quorum quantitas ab aliis notis aliarum partium, cum quibus ejusmodi diœses consonantiam efficiunt, est desumenda.

De Dissonantiis.

QUælibet intervalla, præter illa de quibus jam loquuti sumus, dissonantiæ appellantur, sed de his tantum agere volumus, quæ necessario in

jam explicato tonorum ordine inveniūtur, adeo ut illæ in cantilenis non possint non adhiberi.

Harum tria sunt genera, quædam enim ex solis gradibus generantur & octava, aliæ ex differentia quæ est inter tonum majorem & minorem, quam schisma vocavimus, aliæ denique ex differentia quæ est inter tonum majorem & semitonium majus.

In primo genere continentur septimæ & nonæ vel decimæ sextæ, quæ sunt tantum nonæ compositæ, ut ipsæ nonę nihil aliud sunt quam gradus compositi ex octava, septimę autem residuum octavæ à qua unus aliquis gradus est ablatus, unde patet tres esse diversas nonas & tres septimas, quia tria sunt graduum genera, hę autem omnes inter hos numeros consistunt:

Nona maxima	$\frac{4}{9}$	*Septima major*	$\frac{8}{15}$
Nona major	$\frac{9}{20}$	*Septima minor*	$\frac{5}{9}$
Nona minor	$\frac{15}{32}$	*Septima minima*	$\frac{9}{16}$

Ex nonis duæ sunt majores quę oriuntur ex duobus tonis, prima ex majori, secunda ex minori, ad quarum distinctionem unam maximam nominavimus: septimę contra duę sunt minores ob eandem rationem, ideoque unam minimam vocavimus.

Has autem in sonis successive emissis vitari non posse inter diversas partes est clarissimum, sed quęret etiam forte aliquis, quare non ęque in voce successiva ejusdem partis debeant admitti quemadmodum gradus, cum quas-

quaſdam ex illis minoribus etiam numeris explicari appareat quam ipſi gradus, unde videntur auditui fore gratiores, cujus dubii ſolutio pendet ex eo, quod ſupra notavimus, vocem quo acutior eſt eo majori indigere ſpiritu ut emittatur, atque ideo gradus inventos eſſe, ut medii ſint inter terminos conſonantiarum, atque per illos facilius à gravi unius conſonantię termino ad acutum aſcendamus, vel contra, quod idem pręſtari non poſſe à ſeptimis vel nonis patet ex eo, quod harum termini magis inter ſe diſtent, quam termini conſonantiarum, ideoque cum majori inęqualitate contentionis deberent emitti.

In ſecundo genere diſſonantiarum conſiſtunt tertia minor & quinta uno ſchiſmate deficientes, Item quarta & ſexta major uno ſchiſmate auctæ; cum enim neceſſario ſit unus terminus mobilis per intervallum ſchiſmatis, in tota graduum ſerie vitari non poteſt quin ex eo tales diſſonantię in relatione, id eſt in voce ſucceſſive emiſſa à diverſis vocibus, exiſtant: plures autem inde non oriri quam jam dictę, inductione poteſt probari: hę autem in his numeris conſiſtunt

Tertia minor defectiva ----- $\frac{27}{32}$.

Quinta uno ſchiſmate defectiva ----- $\frac{27}{40}$.

Quarta uno ſchiſmate aucta --- $\frac{20}{27}$.

Sexta major ſchiſmate aucta ------- $\frac{48}{81} \mid \frac{16}{27}$.

vel sic

Tertia minor schismate defectiva	G *ad* b. / 480, 405	
	♮ *ad* D. / 384, 324	
5ª. *Vno schismate defectiva*	G *ad* D / 480, 324	
4ª. *Vno schismate aucta*	D *ad* G / 324, 240	
6ª. *Major schismate aucta*	b *ad* G / 405, 240	
	D *ad* ♮ / 324, 192	

Atque hi numeri tam magni sunt, ut per se talia intervalla tolerari posse non videantur, sed quia, ut ante notavimus, tam exiguum est schismatis intervallum ut vix auribus possit discerni, ideo illæ ex consonatiis, quarum sunt proximæ, suavitatem mutuantur: neque enim consonantiarum termini ita consistunt in indivisibili, ut si unus ex illis aliquantulum immutetur, statim omnis consonantiæ suavitas pereat, atque hæc ratio tantum potest, ut hujus generis dissonantiæ etiam in ejusdem partis voce successiva admittantur loco consonantiarum è quibus exeunt.

Tertium genus dissonantiarum constituunt tritonus & falsa quinta, in hac enim pro tono majore habetur semitonium majus, in tritono contra: atque his numeris explicantur:

Tritonus $\frac{32}{45}$ *Falsa quinta* $\frac{45}{64}$

vel sic

Tritonus	F *ad* ♮ / 540, 384	
	b *ad* E / 405, 288	
Falsa 5ª.	♮ *ad* F / 384, 270	
	E *ad* b / 288, 202½ *vel* 576, 405	

qui

qui etiam numeri nimis magni ſunt ad aliquod non ingratum auribus intervallum explicandum, neque habent valde vicinas conſonantias, ut præcedentes, ex quibus ſuavitatem mutuantur: unde fit ut hæ ultimæ in relatione debeant vitari, ſaltem quando fit lenta muſica & non diminuta; in valde diminuta enim, & quæ celeriter canitur, non ſatis auditus habet otii ut harum diſſonantiarum defectus advertat, qui defectus longe evidentior eſt ex eo quod quintæ ſint vicinæ, cum qua idcirco auditus illas comparat, atque ex præcipua hujus ſuavitate illarum imperfectionem clarius agnoſcit: atque jam omnium ſoni affectionum explicationem finiemus, ubi ſolummodo advertendum ad confirmandum quod ſupra diximus, omnem ſonorum varietatem circa acutum & grave oriri in Muſica ex his tantum numeris 2. 3. & 5: omnes omnino numeros, quibus tam gradus quam diſſonantiæ explicantur, ex illis tribus componi, & diviſione facta per illos tandem ad unitatem uſque reſolvi.

De ratione componendi & modis.

SEquitur ex dictis poſſe nos abſque gravi errore vel ſolæciſmo Muſicam componere, ſi hæc tria obſervemus:

1°. Ut omnes ſoni, qui ſimul emittentur, aliqua conſonantia diſtent ab invicem præter quartam, quæ infima audiri non debet, hoc eſt contra Baſſum.

2°. Ut

II. Ut eadem vox ſucceſſivè moveatur tantum per gradus vel conſonantias.

III. Denique, ut nequidem in relatione tritonum aut falſam quintam admittamus.

Sed ad majorem elegantiam, & concinnitatem hæc ſequentia obſervanda ſunt:

1°. Ut ab aliqua ex perfectiſſimis conſonantiis ordiamur, ita enim magis excitatur attentio quam ſi aliqua frigida conſonantia initio audiretur; vel etiam à pauſa ſive ſilentio unius vocis optime: cum enim poſtquam vox, quę incœpit, audita eſt, alia vox non expectata primum aures ferit, hujus novitas nos maxime ad attendendum provocat: de pauſa autem ſupra non egimus, quia illa per ſe nihil eſt, ſed tantum aliquam novitatem & varietatem inducit, dum vox, quę tacuit, denuo incipit cantare.

2°. Ut nunquam duæ octavæ vel duæ quintæ ſe invicem conſequantur immediate; ratio autem, quare id magis expreſſe prohibeatur in his conſonantiis quam in aliis, eſt quia hæ ſunt perfectiſſimę, ideoque dum una ex illis audita eſt, tunc plane auditui fatisfactnm eſt; & niſi illico aliâ conſonantiâ ejus attentio renovetur, in eo tantum occupatur, ut advertat parum varietatem, & quodammodo frigidam cantilenę ſymphoniam: quod

idem

idem in tertiis aliisque non accidit, immo dum illæ iterantur, sustentatur attentio augeturque desiderium, quo perfectiorem consonantiam expectamus.

3°. Ut quantum fieri potest motibus contrariis partes incedant, quod fit ad majorem varietatem: tunc enim perpetuo & motus cujusque vocis ab adversa, & consonantiæ à vicinis consonantiis sunt diversę. Item ut per gradus sæpius, quam per saltus singulæ voces moveantur.

4°. Ut, dum ab aliqua consonantia minus perfecta ad perfectiorem volumus devenire, semper ad magis vicinam deflectamus potius, quam ad remotiorem, v. g à sexta majore ad octavam, à minore ad quintam &c: atque idem de uni-sono atque de perfectissimis consonantiis est intelligendum: Ratio autem, quare id potius servetur in motu à consonantiis imperfectis ad perfectas, quam in motu perfectarum ad imperfectas, est, quia dum audimus imperfectam, aures perfectiorem expectant in qua magis quiescant, atque ad id feruntur impetu naturali, unde fit ut magis vicina debeat poni, cum scilicet illa sit quam desiderant: contra vero dum auditur perfecta, imperfectiorem nullam expectamus, ideoque non refert utra sit quæ ponatur. Verum jam dicta regula variat frequenter, neque jam possum meminisse ad quas consonantias à quibuslibet & quibus motibus deceat pervenire; hæc omnia pendent ab experientia &

usu practicorum quo cognito facile rationes omnium, & subtiles à jam dictis deduci posse existimo, & olim deduxi multas; sed jam inter peregrinandum evanuerunt.

5°. Ut in fine cantilenæ ita auribus satisfiat, ut nihil amplius expectent, & perfectam esse cantionem animadvertant, quod fiet optime per quosdam tonorum ordines semper in perfectissimam consonantiam desinentes, quos practici cadentias vocant: harum autem cadentiarum omnes species fuse Zarlinus enumerat. Idem etiam habet tabulas generales in quibus explicat, quæ consonantiæ post quamlibet aliam in tota cantilena possint poni, quorum omnium rationes nonnullas affert, sed plures opinor & magis plausibiles ex nostris fundamentis possunt deduci.

6°. Denique, ut tota simul cantilena, & unaquęque vox separatim intra certos limites contineatur, quos modos vocant, de quibus paulo post.

Atque hæc omnia exacte quidem observanda sunt in contra-puncto duarum tantum, vel etiam plurium vocum, sed non diminuto nec ullo modo variato: in cantilenis autem valde diminutis, & figuratis, ut ajunt, multa ex pręcedentibus remittuntur, quæ ut breviter explicem, prius agam de 4^{or}. partibus vel vocibus, quæ in cantilenis solent adhiberi; licet enim in quibusdam plures,

plures, vel pauciores ſæpe reperiantur, illa tamen videtur eſſe perfectiſſima, & maxime uſitata Symphonia, quę conflatur ex 4$^{or.}$ vocibus.

Prima & graviſſima omnium harum vocum, illa eſt quam Baſſum nominant, hæc præcipua, eſt & maxime aures implere debet, quia omnes alię voces illam præcipue reſpiciunt, cujus rationem ſupra diximus; hęc autem ſępe non per gradus, ſed etiam per ſaltus ſolet incedere, cujus ratio eſt, quia gradus inventi ſunt ad levandam moleſtiam, quæ oriretur ex inæqualtiate terminorum unius conſonantiæ. Si immediate unum poſt alium efferretur, cum acutior longæ fortius aures feriat quam gravis: hæc enim moleſtia, minor eſt in Baſſo quam in aliis partibus, quia ſcilicet illa graviſſima eſt, ideoque minus valido indiget ſpiritu ut emittatur quam cæteræ; præterea cum hanc, ut præcipuam, aliæ voces reſpiciant, debet magis aures ferire, ut diſtinctius audiatur, quod fit dum incedit per ſaltus, hoc eſt per terminos minorum conſonantiarum immediate potius, quam cum per gradus.

Secundam, quę Baſſo proxima eſt, Tenorem vocant, hæc etiam in ſuo genere pręcipua eſt, continet enim ſubjectum totius modulationis, & eſt veluti nervus in medio totius cantilenę corpore, qui reliqua ejus membra ſuſtinet, & conjungit. Ideoque

quantum fieri poteſt per gradus ſolet incedere, ut ejus partes ſint magis unitæ & facilius illius notæ à notis aliarum vocum diſtinguantur.

Contra-Tenor Tenori opponitur, nec alia de cauſa in Muſica adhibetur, quam ut contrariis motibus incedendo varietate delectet. Solet, ut Baſſus, per ſaltus incedere, ſed non ob eaſdem rationes, hoc enim ſit tantum ad commoditatem & varietatem, quia inter duas voces conſiſtit, quæ incedunt per gradus. Practici ita aliquando componunt ſuas cantilenas, ut infra Tenorem deſcendat, ſed hoc parvi eſt momenti, nec unquam, niſi in imitatione, conſequentia, & ſimilibus contra-punctis artificioſis, videtur ullam novitatem afferre.

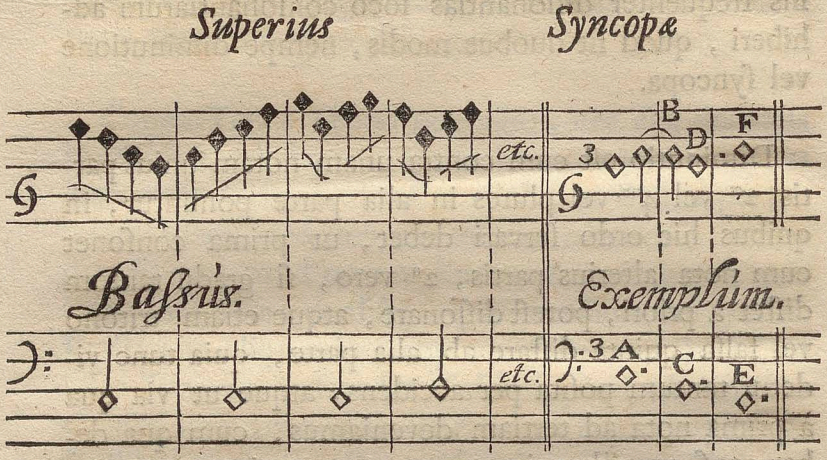
Superius eſt acutiſſima vox & Baſſo opponitur, adeo ut ſæpe contrariis motibus ſibi invicem occurrant. Hæc vox maxime per gradus debet incedere, quia cum acutiſſima ſit, differentia terminorum in illa majorem moleſtiam faceſſeret, ſi nimis diſtarent ab invicem illi termini, quos ſucceſſive efferret. Celerrime autem omnium moveri ſolet in Muſica diminuta, ut contra-Baſſus tardiſſime; cujus rationes patent ex ſuperioribus, ſonus enim remiſſior lentius aures ferit, ideoque tam celerem in eo mutationem auditus ferre non poſſet, quia illi non daretur otium ſingulos tonos diſtincte audiendi &c.

His

His explicatis non omittendum eſt in his cantilenis frequenter diſſonantias loco conſonantiarum adhiberi, quod fit duobus modis, nempe diminutione vel ſyncopa.

Diminutio eſt cum contra unam notam unius partis 2ae. vel 4or. vel plures in alia parte ponuntur, in quibus hic ordo ſervari debet, ut prima conſonet cum nota alterius partis, 2a. vero, ſi gradu tantum diſtet à priori, poteſt diſſonare, atque etiam tritono vel falſa quinta diſtare ab alia parte, quia tunc videtur tantum poſita per accidens: atque ut via qua à prima nota ad tertiam deveniamus, cum qua debet conſonare illa prima nota, atque etiam nota partis oppoſitæ. Si vero illa ſecunda nota per ſaltus incedat, hoc eſt diſtet à prima intervallo unius conſonantiæ, tunc etiam cum parte oppoſita debet conſonare, ceſſat enim præcedens ratio. Sed tunc 3a. nota poterit diſſonare ſi per gradus moveatur, cujus exemplum eſto.

Superius



Syncopa fit, cum finis notę in una voce auditur eodem tempore cum principio unius notæ adversæ partis, ut videre est in exemplo posito, ubi ultimum tempus notæ B dissonat cum initio notæ C, quod ideo fertur, quia manet adhuc in auribus recordatio notę A cum qua consonabat, & ita se habet tantum B ad C instar vocis relativę, in qua dissonantiæ perferuntur, immo etiam harum varietas efficit, ut consonantiæ, inter quas sunt sitæ, melius audiantur, atque etiam attentionem excitant; cum enim auditur dissonantia B C, augetur expectatio, & judicium de suavitate symphoniæ quodammodo suspenditur, donec ad notam D sit perventum, in qua magis auditui satisfit, & adhuc perfectius in nota E, cum qua, postquam

quam finis notæ D attentionem ſuſtinuit, nota F illico ſuperveniens optime conſonat, eſt enim octava; & quidem hæ Syncopę idcirco in cadentiis ſolent adhiberi, quia magis placet, quod diutius expectatum, tandem accedit, ideoque ſonus poſt auditam diſſonantiam in perfectiſſima conſonantia vel uniſono melius quieſcit. Hic autem gradus etiam inter diſſonantias ſunt reponendi, quicquid enim conſonantia non eſt, debet dici diſſonantia.

Præterea advertendum, auditui magis ſatisfieri in fine per octavam, quam per quintam, & omnium optimè per uni-ſonam, non quia quinta illi non ſit gratiſſima in ratione conſonandi, ſed quia in fine ſpectare debemus ad quietem, quę major reperitur in illis ſonis inter quos eſt minor differentia, vel nulla omnino, ut in uni-ſono, non ſolum autem hęc quies ſive cadentia juvat in fine: Sed etiam in medio cantilenę hujus cadentię fuga non parvam affert delectationem, cum ſcilicet una pars velle videtur quieſcere, alia autem ulterius procedit; atque hoc eſt genus figuræ in Muſica quales ſunt figuræ Rhetoricæ oratione, cujus generis etiam ſunt conſequentia, imitatio, & ſimilia, quę fiunt cum vel duę partes ſucceſſive, hoc eſt, diverſis temporibus plane idem canunt, vel plane contrarium, quod ultimum etiam ſimul facere poſſunt. Et quidem id in certis cantilenę partibus aliquando multum juvat, quod autem attinet ad contra-puncta illa artificioſa, ut vocant,

cant ; in quibus tale artificium ab initio ad finem perpetuo servatur , illa non magis arbitror ad Musicam pertinere quam Acrostica aut retrograda carmina ad Poëticam , quæ ad motus animi excitandos est inventa , ut nostra Musica.

De Modis.

CElebris est horum tractatus apud practicos , & qui sint omnes norunt , idcirco foret supervacaneum explicare : hi autem oriuntur ex eo, quod octava in ęquales gradus non sit divisa,modo enim in illa Tonus, modo semitonium reperitur: pręterea ex quinta, quia illa omnium auribus acceptissima est, & omnis cantilena hujus tantum gratia facta esse videtur,7.enim duntaxat diversis modis octava in gradus potest dividi, quorum unusquisque duobus iterum modis à quinta dividi potest, pręter duo, quorum in uno quoque semel reperitur falsa quinta loco quintę , unde orti sunt tantum duodecim modi , ex quibus etiam quatuor sunt minus elegantes , ex eo quod in horum quintis tritonus reperiatur, ita ut non possint à quinta principali & cujus gratia tota cantilena videtur componi , per gradus ascendere vel descendere. quin necessario occurrat falsa relatio tritoni aut falsę quintę. Tres in quolibet modo sunt termini principales, à quibus incipiendum & maxime finiendum, ut omnes norunt: vocantur autem modi tum ex eo quod cātilenam cohibent ne ultra modum hujus partes divagentur,

tum etiam præcipue, quia illi apti sunt ad continendum varias cantilenas, quæ diversi mode nos afficiant pro modorum varietate, de quibus multa practici verum sola experientia docti, quorum rationes multę deduci possunt ex supradictis: certum enim est in quibusdam plures ditonos vel tertias minores & in magis vel minus principalibus locis inveniri, ex quibus pęne omnem Musicę varietatem oriri supra ostendimus: pręterea etiam idem dici posset de gradibus ipsis, tonus enim major primus est & qui maxime ad consonantias accedit, & per se generatur ditoni divisione, alii per accidens, ex quibus & similibus varia de horum natura possent deduci, sed longum foret: & jam quidem sequeretur ut de singulis animi motibus, qui à Musica possunt excitari, separatim agerem, ostenderemque per quos gradus, consonantias, tempora, & similia debeant illi excitari, sed excederem compendii institutum.

Jamque terram video, festino ad littus, multaque brevitatis studio, multa oblivione, sed plura certe ignorantia hic omitto, patior tamen hunc ingenii mei partum, ita informem, & quasi ursæ fœtum nuper editum, ad te exire, ut sit familiaritatis nostræ mnemosynum & certissimum mei in te amoris monimentum, hac tamen, si placet, conditione, ut perpetuo in scriniorum vel musæi tui umbraculis delitescens aliorum judicia non perferat, qui, sicut te facturum mihi polliceor, ab hujus truncis partibus benevolos oculos non

averterent ad illas, in quibus non nulla certe ingenii mei lineamenta ad vivum expressa non inficior, nec scirent hic, inter ignorantiam militarem ab homine desidioso & libero, penitusque diversa cogitanti & agenti, tumultuose tui solius gratia esse compositum.

FINIS.

1 Duo numeri se immediate consequentes non possunt esse uterqs primi: possunt autem aliquando esse uterqs compositi: aliquando unus primus alter compositus

primi inuestigantur per cribrum imparium Eratysthenis.

2 Duo numeri se immediate consequentes sunt inter se primi: nullo autem modo possunt esse inter se compositi.

Primi inter se et compositi inter se intelligendum per propositionem Euclidis 1. lib. 7. abrumentorum.

Quaternio Pythagoricorum

1 . 2 . 3 . 4

Summa illorum

10

Duplex progressionis termini tres

1 . 2 . 4 .

Triplex vero progressionis

1 . 3 .

3 Omnis progressio naturalis numerorum ex duabus tantum Geometricis progressionibus propagari potest Dupla per prosthesin hoc est per additionem. Tripla per prostaphaeresin hoc est per additionem et subtractionem simul. iuxta necessitatem

	0	1	2	3	4	5	6	Exponentes
Dupla	1	2	4	8	16	32	64	Figurati
Tripla	1	3	9	27	81	243	729	

Exempli gratia

1	1	1
2	2	3 − 1
3	2 + 1	3
4	4	3 + 1
5	4 + 1	9 − 3 − 1
6	4 + 2 + 1	9 − 3
7	4 + 2 + 1	9 + 1 − 3
8	8	9 − 1
9	8 + 1	9
10	8 + 2	9 + 1

Accipiamus ab Arithmeticis denominationes numerorum figuratorum in utraque progressione

			Dupla	Tripla
(0)	Vnitas		1	1
(1)	Numerus		2	3
(2)	Quadratus		4	9
(3)	Cubus		8	27
(4)	QQ	quadrato quadratus	16	81
(5)	QC	quadrato cubus	32	243
(6)	CC	Cubocubus	64	729
(7)	QQC	quadrato quadratocubus	128	2187
(8)	QCC	quadrocubocubus	256	6561
(9)	CCC	Cubo cubo Cubus	512	19683
(10)			et ultra quantum vsus exposcit continuantur	
(11)				
(12)				
(13)				
(14)				
(15)				
(16)				
(17)				
(18)				

Omnes proportiones veteris Musicae desumuntur ex duabus progressionibus Geometricis dupla nimirum et tripla

Vnitas quae communis est utrique progressioni sumpta cum Numero Duplae facit diapason

V	N Duplae
1	2

Numerus Duplus cum Numero Triplo facit Diapente

Numerus duplus Numerus triplus

2 3

Numeros Triplos cum Quadrato Duplos faciet Diatessaron

Hactenus est consentiens secundo veterum Diatonicis et novis Systematis

3 4

Hic iam alternatio cessat. Si enim Quadratum Duplos sumeretur cum Quadrato Triplos esset ultra Diapason Ex eadem vero serie continuare non licet. Nam si quadratum duplos 4 sumeretur cum Cubo duplos 8 esset Diapason. At iam fuit 1.2 Ergo ne committatur Tautologia ad alia progrediamur

Cubus ~~Tripla~~ Dupla cum Quadrato Tripla
facit tonum

8 9

fit subtractione Diatessaron à Diapente

A tono desumuntur veteres
et nouae Sinfonae scilicet omnipt
Alium enim tonum veteres
indixerunt in ratione 9 ad 10.

Quadratus Triplae cum Quadrato Quadrato Duplae
facit Semiditonum cum Diapente

9 16

fit duplicatione Diatessaron

Quadrato Quadratus Duplus cum Cubo Triplus
facit Tonum cum Diapente

16 27

fit additione Toni ad Diapente

Cubus tripla cum Quadrato Cubo dupla
facit Semiditonum

27 . 32 .

Hic iterum Si Quadratocubus dupla sumeretur
cum Quadrato Quadrato Tripla esset excessus
ultra Diapason: atsi quadratocubus dupla sumere
tur cum Cubocubo eiusdem dupla esset Diapason
itaq; ad cautandam inanem repetitionem ad reliqua
pergamus

fit subtractione toni a Diatessaron

Cubocubus Duplo cum Quadrato quadrato Triplo
facit Ditonum

64 81

fit duplicatione Toni

Quadrato quadratus Triplus cum Quadrato quadrato cubo
Duplus facit Semitonum cum Diapente

81 . 128.

fit additum Diatessaron ad Semiditonum

Cubo-cubus Duplæ cum Triplæ Cubo-Cubo
facit Tritonum

512 . 729 .

fit additione toni ad Ditonum

Cubocubus Triplus cum Quadrato-Quadrato-cubo-cubo
Duplus facit Semi Diapente

729 . 1024. fit additione Sonorum numerorum
ad Diatessaron

Sequitur mutatio