

Politechnika Lubelska
Wydział Budownictwa i Architektury

BUDOWNICTWO I ARCHITEKTURA

Vol. 10 (1) 2012

Politechnika Lubelska
Lublin, 2012

Rada Redakcyjna

PRZEWODNICZĄCA – Anna Halicka

CZŁONKOWIE

M. Bevz, E. Błazik-Borowa, T. Ciężak, S. Fic, A. Flaga, J. Kukiełka, M. Łagoda,
H. V. Nguyen, T. Sadowski, A. Sobotka, B. Szmygin

Redakcja

A. Halicka, T. Lipecki

Adres redakcji

Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Architektury
Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin
e-mail: a.halicka@pollub.pl (Anna Halicka)

Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Budownictwa i Architektury
Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin
e-mail: t.lipecki@pollub.pl (Tomasz Lipecki)

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2012

ISSN 1899-0665

Wydawca: Politechnika Lubelska
ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin

Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej
Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej
ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin
tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl
www.biblioteka.pollub.pl

SPIS TREŚCI
CONTENTS

Małgorzata Franus

- Właściwości fizyczne i mechaniczne keramzytu otrzymanego z dodatkiem glaukonitu
Physical and mechanical properties keramsite obtained with added glauconite 5

Piotr Smarzewski, Justyna Poręba, Agata Rentflejsz

- Badania doświadczalne tarcz żelbetowych z betonu wysokowartościowego z dodatkiem włókien
Experimental testing of high performance fibre reinforced concrete deep beams 15

Piotr Smarzewski, Renata Spaczyńska

- Analiza stanów granicznych tarcz żelbetowych z otworami z betonu wysokowartościowego z dodatkiem włókien
Analysis of limit state of reinforced high performance hybrid fiber concrete deep beams with openings 27

Piotr Smarzewski, Mariusz Sz waj, Andrzej Szewczak

- Analizy stanów deformacji zginanych płyt z betonu i fibrobetonu wysokowartościowego
The analysis of deformation states high strength fibre-reinforced concrete plates in flexural 37

Ewa Błazik-Borowa

- The application example of the sensitivity analysis of the solution to coefficients of the $k-\varepsilon$ model 53

Tomasz Lipecki, Ewa Błazik-Borowa, Jarosław Bęc

- Wpływ struktury wiatru na rozkład ciśnienia na powierzchni prostopadłościanu o wymiarach przekroju poprzecznego 10 cm x 20 cm
Wind structure influence on surface pressures of rectangular cylinders of cross-section dimensions 10 cm x 20 cm 69

Tomasz Lipecki, Jarosław Bęc, Ewa Błazik-Borowa

- Wpływ struktury wiatru na rozkład współczynnika ciśnienia na powierzchni modelu o przekroju kołowym o średnicy 20 cm
Wind structure influence on pressure coefficient distribution on the surface of circular cylinder of the diameter 20 cm 81

Paulina Jamińska

Wpływ sposobu zdefiniowania struktury wiatru w modelu turbulencji $k-\varepsilon$ w wersji standard na rozkład współczynnika ciśnienia na powierzchni ścian prostopadłościanu
The influence of the wind structure definition in the standard $k-\varepsilon$ model of turbulence on the distribution of pressure coefficient on the façades of the prism 93

Piotr Wielgos

Równania ruchu konstrukcji głównej z dołączonymi wielokrotnymi, strojonymi tłumikami masowymi
The equations of motion of the main structure with attached multiple tuned mass dampers 105

Sławomir Karaś

Solution of Extended Kelvin-Voigt Model 119

Jerzy Kukiełka

Prognozowanie ruchu na drogach krajowych
Traffic forecasting on national roads 131

Krzysztof Śledziewski

Współczesne metody przebudowy mostów drogowych – przykłady zastosowanych rozwiązań
Present methods of reconstruction of road bridges – examples of solutions 145

Właściwości fizyczne i mechaniczne keramzytu otrzymanego z dodatkiem glaukonitu

Małgorzata Franus

*Katedra Geotechniki, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska,
e-mail: m.franus@pollub.pl*

Streszczenie: W pracy przedstawiono ocenę właściwości fizycznych i mechanicznych keramzytu otrzymanego z dodatkiem minerału ilastego – glaukonitu oraz gliny ze złoża „Budy Mszczonowskie”. Kruszywo otrzymano metodą plastyczną przez wypalenie w temperaturze 1170°C. Oceny parametrów fizycznych dokonano na podstawie parametrów takich jak gęstość właściwa, gęstość objętościowa i nasypowa, szczelność, porowatość, nasiąkliwość wodą. Badania cech mechanicznych przeprowadzono na podstawie mrozoodporności kruszywa, wytrzymałości na miazdzenie, ścieralności w bębnie Los Angeles. Ponadto oznaczono związki barwiące w kruszywie. Wykorzystanie glaukonitu do kruszywa korzystnie wpływa na teksturę spieku powodując powstawanie szklistej błony na powierzchni granul i podwyższając ich porowatość. Badane właściwości wskazują, że otrzymane kruszywo keramzytowe z dodatkiem glaukonitu spełnia podstawowe wymagania stawiane wobec materiałów stosowanych w budownictwie.

Słowa kluczowe: keramzyt, glaukonit, cechy fizyczne i mechaniczne keramzytu.

1. Wprowadzenie

Keramzyt to powszechnie znane kruszywo lekkie, stosowane przede wszystkim w przemyśle budowlanym. Powstaje w wyniku obróbki termicznej w piecach obrotowych, poprzez wypalanie surowców mineralnych, w temperaturze do 1300°C. Kruszywo to cechuje się niską gęstością nasypową 200 – 1000 kg/m³, porowatością w granicach 80% reprezentowaną głównie przez pory zamknięte, które otoczone są zeszkliwioną powłoką powstałą w wyniku przemian termicznych minerałów ilastych.

W związku z odpowiednimi wymaganiami wobec skał ilastych, do produkcji keramzytu odpowiednie są niektóre odmiany tych skał, mianowicie są to ily poznańskie i zastoiskowe występujące w północnej części Polski, jak również ily krakowieckie pochodzące z zapadliska podkarpackiego. W chwili obecnej wykorzystywane są ily poznańskie ze złoża „Budy Mszczonowskie” oraz ily zastoiskowe ze złoża „Gniew”. Właściwości kruszywa keramzytowego sprawiają, że jest stosowany przede wszystkim w przemyśle budowlanym. Można z niego otrzymywać dobrze urabialne betony wysokich klas, pełniące funkcje wypełniające, izolacyjne lub konstrukcyjne. Z keramzytu wytwarza się również zaprawy ciepłochronne, posiadające te same własności co pustaki keramzytobetonowe. Dobrze sprawdza

się w roli izolacji cieplnej ścian fundamentowych, piwnic, podłóg stykających się bezpośrednio z gruntem lub sklepień. Jako dodatkowe ocieplenie występuje w stropach żelbetonowych monolitycznych, stropach na belkach stalowych Kleina, stropach drewnianych i innych. Odgrywa ważną rolę w drogownictwie przy budowie dróg na podłożach o niejednorodnym uwarstwieniu czy na gruntach o małej nośności. Znajduje zastosowanie przy odciążaniu konstrukcji tuneli, ścian oporowych, stropów budowli w gruncie [2]. Rozpowszechnienie tego kruszywa w budownictwie wynikało z zapotrzebowania na materiał ekologiczny i tani.

W ostatnich latach obserwuje się zjawisko modyfikowania składu surowcowego mieszanek lub poszukiwania lokalnych surowców do produkcji kruszywa lekkiego. W niniejszej pracy do wytworzenia materiału wykorzystano minerał ilasty glaukonit oraz glinę ze złoża „Budy Mszczonowskie”.

Glaukonit jest minerałem ilastym, który powszechnie występuje w trzeciorzędowych piaskach Lubelszczyzny. Ze względu na powierzchniowe występowanie oraz właściwości magnetyczne, jest łatwy do pozyskania. Występuje w osadach pochodzenia morskiego, takich jak piaski, piaskowce, margle, wapienie piaszczyste i mułowce. Zawartość minerału może wynosić 50 – 90%. Gdy nagromadzenie glaukonitu jest bardzo duże tworzy on tzw. piaski glaukonitowe. Na Lubelszczyźnie osady glaukonitowe odsłaniają się w rejonie Kozłówki, Skrobowa, Nowodworu i Majdanu Kozłowieckiego. Ich wychodnie zlokalizowano także wzdłuż doliny Wieprza.

Glaukonit na ogół przyjmuje barwę zieloną o różnych odcieniach. Intensywność zielonego koloru zależy od zawartości żelaza, potasu, krzemu oraz glinu. Bledsza barwa minerału jest skutkiem występowania większej ilości krzemu i glinu a mniejszym udziałem żelaza i potasu, zaś ciemniejsza barwa glaukonitu świadczy o procentowej przewadze żelaza oraz potasu w jego składzie [3]. Glaukonit wykazuje właściwości wymienne, sorpcyjne oraz magnetyczne, które wynikają ze składu chemicznego, budowy wewnętrznej oraz morfologii. Podatność magnetyczna spowodowana zastępowaniem glinu przez żelazo w sieci krystalicznej jest niezbędną i ważną cechą w procesie separacji minerału chociażby z piasków. Glaukonit stosowano w rzeźbiarstwie, w produkcji odlewów, mas formierskich oraz kamieniarstwie. Ze względu na zawartość w nim tlenków żelaza stosowano go w hutach szkła oraz w wyrobie pigmentów ceramicznych. Duża zawartość potasu, żelaza, magnezu i biomikroelementów w glaukonicie decyduje o wykorzystaniu go w rolnictwie, jako nawozu naturalnego. Wymiana jonowa w glaukonicie to przede wszystkim wymiana kationów. Zdolność ta wykorzystywana jest w procesach oczyszczania ścieków i wód [1].

2. Zakres badań

Badania wstępne polegały na otrzymaniu kruszywa keramzytowego metodą plastyczną a następnie na określeniu jego cech fizycznych i mechanicznych wg norm. Analizy mineralogiczno – strukturalnej dokonano w celu identyfikacji faz krystalicznych, ustaleniu ich ilości, jak również pomiaru odległości międzypłaszczyznowych sieci krystalicznych wykorzystując do tego celu dyfraktometr rentgenowski Philips X’pert APD z goniometrem PW 3020 i lampą Cu oraz monochromatorem grafitowym. Budowę morfologiczną podstawowych składników mineralnych oraz skład chemiczny otrzymanego kruszywa keramzytowego określono przy pomocy skaningowego mikroskopu skaningowego (SEM) – Quanta FEG 250.

3. Analiza otrzymanych wyników badań

3.1. Przygotowanie materiału badawczego

Kruszywo keramzytowe otrzymano metodą plastyczną przez wypalenie w temperaturze 1170°C minerału glaukonitu oraz gliny ze złoża „Budy Mszczonowskie”. Piasek kwarcowo – glaukonitowy pobrano z kopalni piasków budowlanych Nowodwór I na Lubelszczyźnie. Glinę pochodzącą z Kopalni Odkrywkowej Hłów „Budy Mszczonowskie” i glaukonit wyseparowany magnetycznie z piasków połączono w stosunku ilościowym 7:3 (gлина : glaukonit) oraz zarobiono wodą destylowaną do uzyskania stanu plastycznego. Z przygotowanej mieszanki surowcowej uformowano ręcznie kulki kruszywa keramzytowego frakcji grubej o średnicy 8 - 16 mm, które wypalono w piecu laboratoryjnym typu SM – 2002 firmy „Czyłok” w temperaturze 1170°C. Pod wpływem wysokiej temperatury próbki zmieniły barwę z zielono-brązowej na rdzawo – ceglastą. Właściwość ta jest prawdopodobnie spowodowana zmianą stopnia utlenienia żelaza a także utratą wody adsorpcyjnej.



Fot. 1. Kruszywo keramzytowe otrzymane poprzez wypalenie w temperaturze 1170°C.

Phot. 1. Lightweight of aggregate obtained by firing at a temperature 1170°C.

Otrzymane kruszywo keramzytowe poddano ocenie cech fizycznych, mechanicznych oraz strukturalno-mineralogicznych.

3.2. Rentgenowska analiza fazowa

Dyfraktogram rentgenowski składu fazowego wszystkich trzech materiałów (gliny, masy surowcowej glaukonit + glina oraz otrzymanego keramzytu) przedstawia położenia kątowe oraz natężenia odbić dyfrakcyjnych (Rys. 1).

Główne składniki mineralne gliny ze złoża „Budy Mszczonowskie” stanowią minerały ilaste, reprezentowane przez smektyt, illit, kaolinit, którym w podrzędnych ilościach towarzyszy kwarc. Fazy krystaliczne rozpoznano po podstawowych ilościach międzypłaszczyznowych d , które dla poszczególnych minerałów wyniosły dla smektytu – 15,61 Å; illitu – 10,01 Å; koalinitu – 7,14 Å oraz kwarcu – 3,44; 4,26 Å.

Na dyfraktometrze obrazującym skład wyjściowej mieszanki surowcowej składającej się z glaukonitu (30% wag.) i gliny (70% wag.) widocznie uwyraźnia

się wyższy udział minerału z grupy illitu (glaukonit). Obecność glaukonitu została stwierdzona na podstawie głównych refleksów diagnostycznych o odległościach międzypłaszczyznowych $d = 10,00 \text{ \AA}$ i $d = 4,52 \text{ \AA}$. W ceramicznym produkcie po wypaleniu stwierdzono obecność w głównej mierze wysokotemperaturowej odmiany kwarcu oraz niewielkie ilości magnetytu (wyznaczone po refleksach o $d = 2,74 \text{ \AA}$) i hematytu ($d = 2,70 \text{ \AA}$).

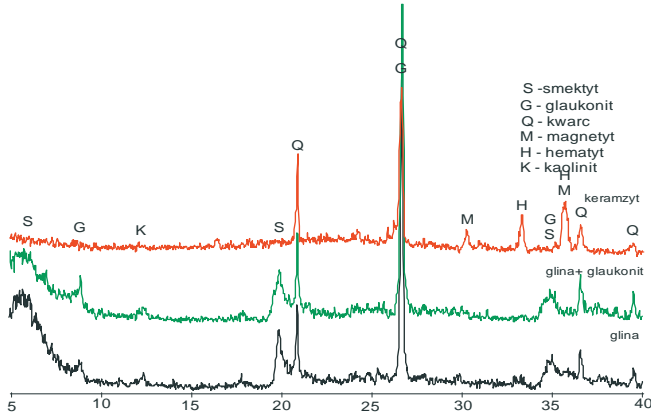
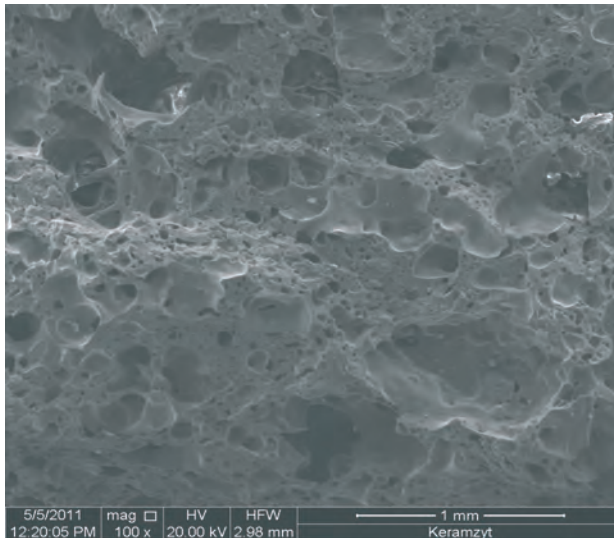


Fig. 1. Dyfraktogram rentgenowski: gliny, gliny i glaukonitu przed wypaleniem i wypalonego keramzytu.

Fig. 1. X-Ray powder diffraction clay, clay and glauconite before by firing and spent expanded clay.

3.3. Mikroskopia skaningowa

Kruszywo keramzytowe ma strukturę porowatą, a widoczne kuliste kształty porów, które dominują w wypalonym materiale przedstawiono na Fot. 2. Wielkość porów zmienia się w granicach od $500 \mu\text{m}$ do kilku μm .



Fot. 2. Porowata struktura keramzytu wypalonego w temp. 1170°C , SEM, pow. 100x.

Phot. 2. The porous structure of expanded clay calcined at 1170°C .

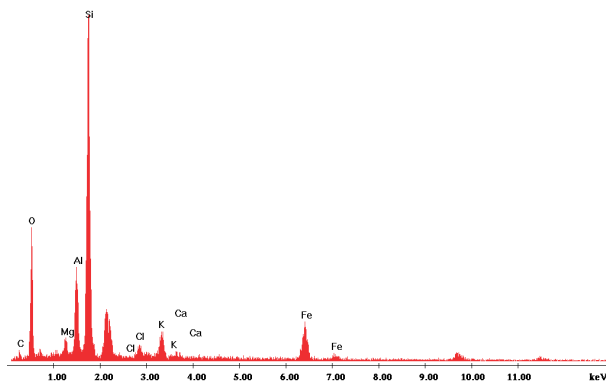
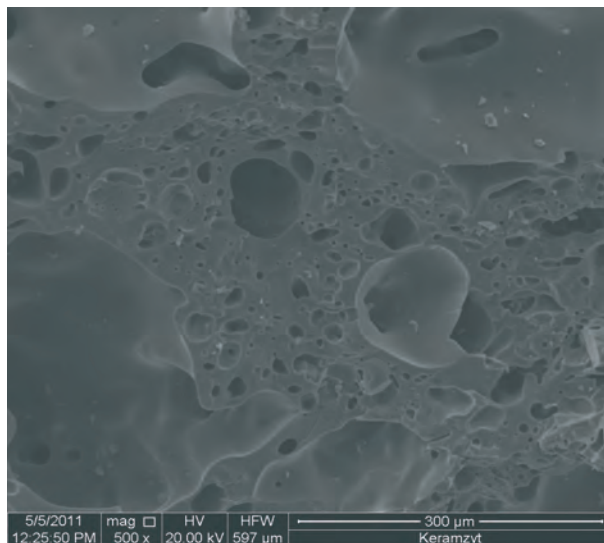


Fig. 2. Skład chemiczny keramzytu w mikroobszarze (SEM-EDS).

Fig. 2. The chemical composition of expanded clay in the microarea (SEM-EDS).

Analiza widma składu chemicznego kruszywa keramzytowego w mikroobszarze, wypalonego w temperaturze 1170°C (Fig. 2.) wskazuje, że dominują składniki takie jak krzem, glin, żelazo. Towarzyszą im również potas, wapń, magnez. Skład chemiczny prezentuje się następująco: SiO₂ – 54,36%; Fe₂O₃ – 14,52%; CO₂ – 13,38%; Al₂O₃ – 11,75%; K₂O – 3,10%; MgO – 2,25%; CaO – 0,59%; Cl₂O – 0,06%. Keramzyt wykazuje zwartą i bardzo porowatą strukturę. Rozmiar porów wynosi około 150 μm (Fot. 3).



Fot. 3. Mocno porowata struktura keramzytu wypalonego w temp. 1170°C, SEM, pow. 500x.

Phot. 3. Strongly porous structure of expanded clay calcined at 1170 °C, pow. 500x.

3.4. Ocena parametrów fizycznych keramzytu

Gęstość właściwa

Gęstość wyznaczono na podstawie normy [4]. W wyniku badania dwóch odpowiednio przygotowanych próbek keramzytu gęstość badanego materiału wyniosła 2,59 g/cm³.

W porównaniu do keramzytu MAXIT firmy Weber jest ona o $0,02 \text{ g/cm}^3$ mniejsza, co oznacza, że nie są to istotne różnice.

Gęstość objętościowa (pozorna)

Gęstość objętościową wyznaczono na podstawie normy [5]. Otrzymana gęstość pozorna keramzytu wyniosła 1250 kg/m^3 . Gęstość objętościowa produkowanych keramzytów w zależności od frakcji wynosi $900\div 1500 \text{ kg/m}^3$, zatem keramzyt z dodatkiem glaukonitu mieści się w danym przedziale i może zostać zaliczony do kruszywa lekkiego, gdyż nie przekracza gęstości objętościowej wynoszącej 2000 kg/m^3 .

Gęstość nasypowa

Gęstość nasypową keramzytu wyznaczono na podstawie normy [9]. W stanie utrzęsnym wyniosła 752 kg/m^3 , natomiast w stanie luźnym 697 kg/m^3 . Wartości gęstości zawierają się w granicach $600\text{--}800 \text{ kg/m}^3$, zatem materiał należy do klasy keramzytu 700. Może być zaliczony do kruszywa lekkiego, gdyż zgodnie z normą [22] gęstość nasypowa w stanie luźnym nie przekracza 1200 kg/m^3 . Można go zatem zastosować do produkcji betonu lekkiego (zwanego popularnie keramzytobetonem), z którego wykonuje się w różnych systemach bloczki do wznoszenia ścian nośnych i działowych, pustaki stropowe i wentylacyjne.

Szczelność

Szczelność materiału (najczęściej porowatego) to objętościowy udział samego litego tworzywa w jednostce objętości materiału. Im szczelność jest wyższa (im bliższe siebie są wartości gęstości i gęstości pozornej), tym materiał jest mniej porowaty. Szczelność opisuje ilościowo strukturę materiału. Badany keramzyt osiągnął szczelność na poziomie $0,4826$, którą określono na podstawie normy [6]. Z przeprowadzonego badania wynika, że $0,4826$ części keramzytu stanowi materiał bez porów, co oznacza, że wartość szczelności jest niska, zatem materiał jest bardzo porowaty.

Porowatość

Porowatość wyznaczono na podstawie normy [9] a jej wartość kształtuje się na poziomie $51,74\%$. Porowatość produkowanych keramzytów zawiera się w granicach $20\div 50\%$, zatem keramzyt po dodaniu glaukonitu ma nieco większą porowatość. Wysoka porowatość minimalizuje chłonność wody, a dodatkowo nadaje właściwości infiltracji, czyli zdolności grawitacyjnego przepływu wody oraz wysoką dyfuzyjność pary wodnej. Poza tym ujemne temperatury nie wpływają na zmianę właściwości kruszywa ponieważ otwarta konstrukcja porów i ich stosunkowo duże rozmiary nie zmniejszają mrozoodporności. Dzięki dużej porowatości badany keramzyt jest również dobrym izolatorem akustycznym. Może być użyty do produkcji lekkich pustaków stropowych oraz bloczków ściennych o niskiej przewodności.

Jamistość

Jamistość materiału ziarnistego określa względny, objętościowy udział jam międzyziarnowych w jednostce objętości tego materiału. Przy jej określaniu nie bierze się pod uwagę ilość porów zawartych w poszczególnych ziarnach materiału. Jamistość oznaczono metodą bezpośrednią [8].

Oznaczenie jamistości kruszywa w stanie utrzęsonym metodą pośrednią obliczono z wartości średnich obliczeń gęstości pozornej oraz gęstości nasypowej w stanie utrzęsonym. Jamistość keramzytu w stanie utrzęsonym wyniosła 40% natomiast otrzymana metodą bezpośrednią wyniosła 45%, zatem zawiera się w przedziale 40÷45%. Gdy jej wartość jest w przedziale 25–30% to zawartość kruszywa do projektowania betonu jest najbardziej korzystna, zatem przy produkcji betonu z badanego keramzytu ilość potrzebnego zaczynu będzie większa.

Nasiąkliwość wodą

Nasiąkliwość jest to zdolność materiału do wchłaniania wody w określonych warunkach badań i określono ją na podstawie normy [9]. Nasiąkliwość badanego keramzytu wyniosła 5,4%, a produkowanych keramzytów zawiera się w granicach 18÷30%. Zdolność wchłaniania wody przez badany keramzyt jest znacznie niższa i pory nie ulegają całkowitemu nasyceniu wodą. Może być wykorzystany zatem jako izolacja termiczna na gruncie czy do drenażu opaskowego.

Związki barwiące

Zasada metody polegała na wizualnym stwierdzeniu związków barwiących w kruszywie, na podstawie intensywności i rozmiarów barwnego zaplamienia sączka w wyniku poddania próbki kruszywa działaniu pary wodnej [14]. Wskaźnik zabarwienia dla badanych próbek wyznaczony wyniósł 0, zatem nie istnieje zagrożenie zabarwienia betonu pod wpływem warunków atmosferycznych.

Mrozoodporność

Oznaczanie mrozoodporności polegało na określeniu procentowego ubytku masy kruszywa oraz zmian w nim zachodzących (pęknięcia) w wyniku poddawania cykлом zamrażania i odmrażania nawilżonej próbki na podstawie normy [21]. Uzyskano procentowy ubytek masy w ilości 0,3%. Zgodnie z normą PN-EN 12620:2002: Kruszywa do betonu [20] keramzyt zaliczany jest do kategorii F_1 jako kruszywo stosowane do betonu częściowo nasyconego wodą nie zawierającą soli [12]. Wynika to z faktu, że procentowy ubytek masy wynosi 0,3%, czyli jest mniejszy niż wymagane w tej kategorii maksimum 2%, zatem spełnia warunek mrozoodporności.

Wytrzymałość na miażdżenie

Wytrzymałość kruszywa na miażdżenie jest to wytrzymałość na działanie siły nacisku równej 50 kN, wyrażonej ubytkiem jego masy, a badanie przeprowadzone zgodnie z normą [10]. Miarą oznaczenia wytrzymałości kruszywa na miażdżenie jest wskaźnik rozkruszenia, który dla keramzytu wyniósł 1,3%. Wskaźnik ten dla betonów powinien wynosić nie więcej niż 16% dla kruszyw do betonu klasy LB 25 i nie więcej niż 22% dla kruszyw do betonów klasy poniżej LB 25 (obecnie LC 20/22) [13]. Zgodnie z normą PN-86/B-06712, przedstawiającą wymagania kruszyw mineralnych stosowanych do betonów, mieszanka grubego kruszywa łamanego ze skał osadowych powinna posiadać wskaźnik rozkruszenia nie większy niż 24% dla marki 10 oraz 16% dla marki 20 [12].

Wskaźnik rozkruszenia dla wyprodukowanego keramzytu z dodatkiem glaukonitu, przyjmuje wartość dużo mniejszą zatem może mieć zastosowanie do wyrobu betonów wysokich klas oraz do oczyszczania ścieków [15].

Ścieralność w bębnie Los Angeles

Ścieralność kruszywa jest to odporność na oddziaływanie o charakterze ścierającym, wyrażona ubytkiem jego masy, a oznaczenie przeprowadzono zgodnie z normą [11]. Miarą przeprowadzonego badania jest obliczenie ścieralności częściowej oraz całkowitej.

Uzyskano wynik badania ścieralności częściowej \hat{S}_{cz} równy 4,7%, a następnie ścieralności całkowitej \hat{S}_c próbek keramzytu, która wyniosła 21,0%. Wskaźnik jednorodności kruszywa X_s , otrzymany po podstawieniu wartości \hat{S}_{cz} i \hat{S}_c wyniósł 22%. Niskie wartości ścieralności całkowitej oraz wskaźnika jednorodności ścierania keramzytu mieszczą się w kryteriach opisanych norm, nie przekraczając wartości 25% w przypadku obu parametrów [16, 17, 18]. Zatem można stwierdzić, że keramzyt z dodatkiem glaukonitu stanowi odpowiedni materiał, który wykorzystać można do budowy warstwowych konstrukcji drogowych. Ponadto zgodnie z normą PN-S/98-02205 wskaźnik różnoziarnistości przyjmuje wartość odpowiednią dla materiału, który można wykorzystać w drogownictwie przy budowie nasypów [19].

4. Wnioski

Z analizy przeprowadzonych badań wynika, że glaukonit występujący w trzeciorzędowych osadach kwarcowo - glaukonitowych Wyżyny Lubelskiej (kopalnia piasków budowlanych Nowodwór I), jest skutecznym minerałem do produkcji kruszywa keramzytowego, jako dodatek do masy surowcowej. Otrzymane kruszywo keramzytowe spełnia podstawowe wymagania stawiane wobec materiałów stosowanych w budownictwie. Dobra odporność kruszywa na mróz, wysoka temperatura, działanie substancji agresywnych oraz niska ścieralność i duża wytrzymałość na miążdżenie świadczy o korzystnym wpływie glaukonitu na otrzymany materiał. Powstały keramzyt może być wykorzystany do produkcji betonów lekkich, z których wykonuje się elementy stropowe, bloczki fundamentowe, pustaki ścienne, wentylacyjne oraz narażone na wysoką temperaturę pustaki kominowe. Ponadto może być wykorzystany jako izolacja cieplna, przeciwwilgociowa oraz akustyczna. Bardzo dobra nasiąkliwość kruszywa (5,4%), wysoka porowatość szacowana na poziomie 51,74%, wysoka wartość jamistości 40%÷45% wskazuje na liczne zawartości wolnych przestrzeni między ziarnami. Zeszklwiona powierzchnia granul powstała po wypaleniu materiału może ograniczać zapotrzebowanie na zaczyn przy produkcji betonu z badanego kruszywa. Dzięki niskiej wartości ścieralności całkowitej oraz wskaźnika jednorodności ścierania stanowi odpowiedni materiał, który wykorzystać można do budowy warstwowych konstrukcji drogowych.

Literatura

- [1] Franus M., *Zastosowanie glaukonitu do usuwania śladowych ilości metali ciężkich*, Politechnika Lubelska, 2010.
- [2] *Keramzyt w Geotechnice*, Weber Leca.
- [3] Krzowski Z., *Glaukonit z osadów trzeciorzędowych region lubelskiego i możliwości jego wykorzystania do analiz geochronologicznych*, Politechnika Lubelska, 1995.
- [4] PN-76/B-06714/03: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczanie gęstości w piknometrze*.

- [5] PN-76/B-06714/05: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie gęstości pozornej na wadze hydrostatycznej.*
- [6] PN-76/B-06714/08 *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie szczelności.*
- [7] PN-76/B-06714/09: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie porowatości.*
- [8] PN-76/B-06714/10: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie jamistości.*
- [9] PN-77/B-06714/07: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie gęstości nasypowej.*
- [10] PN-77/B-06714/18: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie nasiąkliwości.*
- [11] PN-78/B-06714/40: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie wytrzymałości na miazdzenie.*
- [12] PN-79/B-06714/42: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie ścieralności w bębnie Los Angeles.*
- [13] PN-86/B-06712: *Kruszywa mineralne do betonu.*
- [14] PN-86/B-23006: *Kruszywa do betonu lekkiego.*
- [15] PN-88/B-06714/36: *Kruszywa mineralne. Badania. Oznaczenie związków barwiących.*
- [16] PN-92/B-06712: *Wypełnienia lekkie złóż biologicznych do oczyszczania ścieków.*
- [17] PN-96/B-11111: *Kruszywa mineralne. Kruszywa naturalne do nawierzchni drogowych; Żwir i mieszanka.*
- [18] PN-96/B-11112: *Kruszywa mineralne. Kruszywa łamane do nawierzchni drogowych.*
- [19] PN-97/S-06102: *Drogi samochodowe. Podbudowy z kruszyw stabilizowanych mechanicznie.*
- [20] PN-98/S-02205: *Drogi samochodowe. Roboty ziemne. Wymagania i badania.*
- [21] PN-EN 12620:2004: *Kruszywa do betonu.*
- [22] PN-EN 13055-1:2002: *Kruszywa lekkie. Część 1: Kruszywa do betonu, zaprawy i rzadkiej zaprawy. Zatępnik C: Oznaczenie mrozoodporności kruszyw lekkich.*

Physical and mechanical properties keramsite obtained with added glauconite

Małgorzata Franus

*Department of Geotechnics, Faculty of Civil and Sanitary Engineering,
Lublin University of Technology, e-mail: m.franus@pollub.pl*

Abstract: This paper presents the assessment of the physical and mechanical properties lightweight of aggregate obtained from the addition of expanded clay mineral clay – glauconite and clay from the bed, “Buda Mszczonowska”. Crushed plastic was prepared by firing at a temperature of over 1170 ° C. Evaluation of physical parameters was based on parameters such as density, bulk density and bulk density, tightness, porosity, water absorption. The study of mechanical properties was carried out on the basis of aggregate hardness, resistance to crushing, abrasion in the drum Los Angeles. In addition, the compounds were determined in the aggregate coloring. Use glauconite in the lightweight of aggregate is beneficial for the texture of the sinter resulting in the formation of a glassy layer on the surface of the granules, and by increasing their porosity. Investigated the properties indicate that

the resulting lightweight of aggregate with glauconite meets the basic requirements for materials used in construction.

Keywords: lightweight of aggregate, glauconite, physical and mechanical properties lightweight of aggregates.

Badania doświadczalne tarcz żelbetowych z betonu wysokowartościowego z dodatkiem włókien

Piotr Smarzewski, Justyna Poręba, Agata Rentflejsz

*Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Architektury,
Politechnika Lubelska, e-mail: p.smarzewski@pollub.pl*

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki badań tarcz żelbetowych z betonu i fibrobetonu wysokowartościowego poddanych działaniu centralnie przyłożonej siły skupionej. Badania przeprowadzono dla trzech elementów tarczowych ze zbrojeniem głównym w postaci prętów dolnych, górnych, strzemion pionowych i poziomych w strefach przypodporowych, z alternatywnym zbrojeniem siatkami lub włóknami stalowymi i polipropylenowymi między punktami podparcia elementów. Analizy wyników dokonano na podstawie obrazów odkształceń głównych, zależności siły w funkcji czasu oraz zależności przemieszczeń pionowych w przekrojach podłużnych elementów.

Słowa kluczowe: elementy żelbetowe, fibrobeton wysokowartościowy, tarcze.

1. Wprowadzenie

Fibrobeton jest quasi plastycznym materiałem kompozytowym składającym się z kruchej matrycy betonowej i równomiernie rozłożonych włókien stalowych, z tworzyw sztucznych, węglowych, szklanych lub pochodzenia organicznego pełniących rolę zbrojenia rozproszonego. Obecność włókien w strukturze betonu, w zależności od ich rodzaju, może wpływać na redukcję zarysowań i polepszenie właściwości wytrzymałościowych kompozytu. Ze względu na złożoność jego struktury i cech, odmiennych od konwencjonalnego betonu, stosowanie fibrobetonu w znacznym stopniu oparte jest na wynikach badań eksperymentalnych i intuicji inżynierskiej. Zasady projektowania konstrukcji fibrobetonowych znormalizowano dotychczas w Norwegii, Stanach Zjednoczonych, Japonii, Kanadzie, Francji, Szwecji, czy też Australii. W pracach [1-7] przedstawiono charakterystyki tych kompozytów i wskazano kierunki ich przyszłego rozwoju. Ostatnio trochę uwagi poświęcono hybrydyzacji włókien w betonie, czyli optymalnemu połączeniu kilku ich rodzajów o odmiennych właściwościach w celu stworzenia nowoczesnych kompozytów o bardzo dużej odporności na pękanie w szerokim zakresie rozwarcia rys [8]. W literaturze napotkano na nieliczne wyniki badania belek, płyt i tarcz żelbetowych wzmocnianych włóknami stalowymi lub polipropylenowymi [9-13]. Badania doświadczalne tarcz żelbetowych wykonanych z betonów wysokowartościowych z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych nie były przedmiotem żadnych publikacji.

Badania przedstawione w niniejszym artykule wykonano w celu określenia wpływu dodatku włókien stalowych i polipropylenowych do betonu wysokowartościowego na pękanie tarcz żelbetowych poddanych działaniu siły skupionej przyło-

żonej w środku rozpiętości. Badania przeprowadzono w prasie hydraulicznej przy wykorzystaniu systemu do trójwymiarowych pomiarów przemieszczeń i odkształceń.

2. Badania doświadczalne

2.1. Przygotowanie elementów tarczowych

Przedmiotem badań są trzy tarcze o wymiarach 1000 x 500 x 100 mm. Tarcze wykonano z mieszanki betonowej z grupy betonów bardzo wysokowartościowych z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych. Wskaźnik woda/składniki wiążące wynosi 0,19. Każdy z elementów charakteryzuje zmienna ilość włókien dodanych do mieszanki i układ zbrojenia prętami stalowymi. Składy ilościowe mieszanek betonowych przedstawiono w Tabeli 1.

Tabela 1. Składy ilościowe mieszanek betonowych.
Table 1. Quantitative composition of concrete mixes.

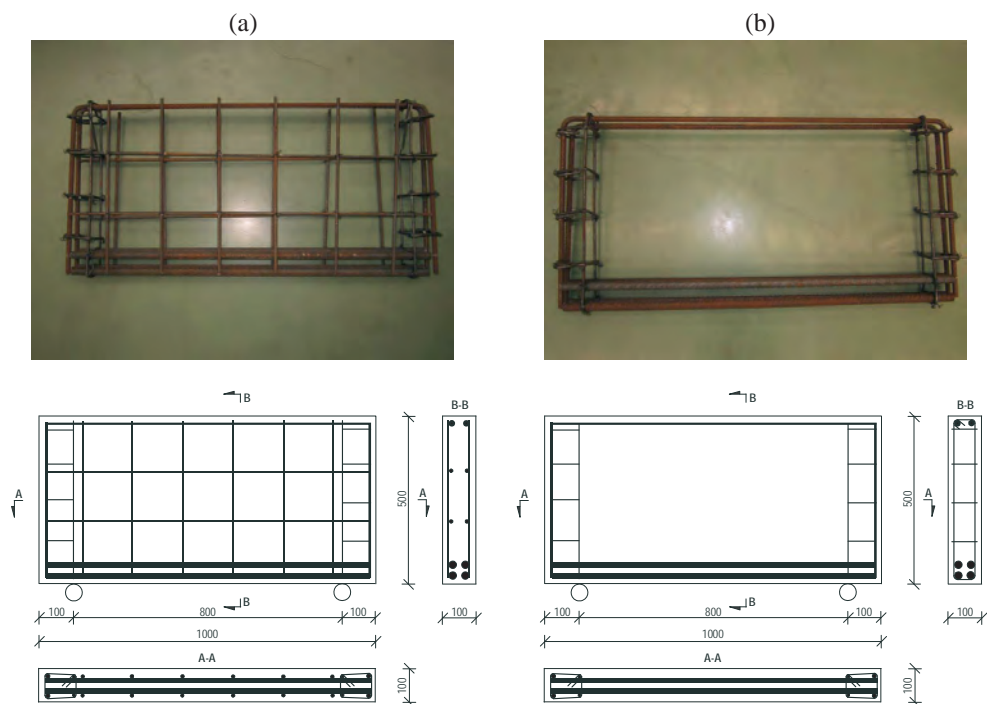
		TARCZA 1 receptura I	TARCZA 2 receptura II	TARCZA 3 receptura III
		1000 x 500 x 100 mm		
skład mieszanki		ilość [kg/m ³]		
matryca betonowa	cement CEM I 52,5R		596	
	mikrokrzemionka		149	
	granodioryt 2-8 mm		990	
	piasek kwarcowy		500	
	superplastyfikator		39	
	woda		139	
włókna	stalowe	–	78	156
	polipropylenowe	–	2,3	4,5

Tarczę 1 wykonano wg receptury I bez zbrojenia rozproszonego. W tarczy żelbetowej zbrojenie główne stanowią cztery pręty dolne o średnicy $\phi 22$ mm i dwa górne $\phi 12$ mm scalone strzemionami pionowymi i poziomymi z prętów gładkich $\phi 6$ mm w strefach przypodporowych, wzmocnione dodatkowo dwustronnie mocowanymi siatkami z prętów $\phi 8$ mm, Rys. 1a.

Tarcze 2 i 3 wykonano z fibrobetonu odpowiednio wg receptur II i III. Układ zbrojenia jest podobny do tarczy 1. W obu elementach pominięto zbrojenie dwiema siatkami z prętów żebrowanych $\phi 8$ mm na rzecz włókien stalowych i polipropylenowych, Rys. 1b.

Cement portlandzki CEM I 52,5R LAFARGE charakteryzuje się wysoką wytrzymałością początkową i dużą szybkością wydzielania ciepła w początkowym okresie twardnienia. Mikrokrzemionka zagęszczona, dodana do mieszanki betonowej pozytywnie wpływa na porowatość i wodoprzepuszczalność betonu. Jej ziarna redukują pęcznienie, wpływają na wzrost wytrzymałości betonu, zmiany mikrostruktury warstwy stykowej zaczynu cementowego i kruszywa oraz zwiększają szczelność i trwałość stwardniałej mieszanki betonowej. Na kruszywo składa się piasek kwarcowy oraz granodioryt o frakcji 2-8 mm. Zastosowany granodioryt jest kwaśną

skąłą magmową typu głębinowego o strukturze średniokrystalicznej wydobywaną na Ukrainie. Przed dodaniem kruszywa do mieszanki, wykonano oznaczenie składu ziarnowego metodą przesiewania na sucho. Na podstawie uzyskanych wyników i normowych krzywych granicznych stwierdzono, że materiał spełnia wymagania dotyczące składu uziarnienia kruszyw mineralnych do betonu. Superplastyfikator BASF wykazuje bardzo dobre zdolności upłynniające, powoduje wyraźnie lepszą dyspersję cząstek cementu i posiada wyjątkową zdolność do utrzymywania odpowiedniej konsystencji. W wyniku zastosowania powstaje jednolita mieszanka betonowa o niskich oporach tarcia wewnętrznego, co skutkuje znaczną poprawą urabialności betonu, bardzo istotną szczególnie w przypadku dodawania włókien. Dzięki swojej strukturze molekularnej, umożliwia bardzo dobre upłynnienie mieszanki, którą dodatkowo cechuje wysoka odporność na wahania temperatury. Włókna stalowe Baumix 50 o długości 50 mm i średnicy 1 mm wykonano ze stali niskowęglowej ciągniętej na zimno. Specjalistyczne wygięcie końcówek włókien wpływa na lepsze zakotwienie w betonie, co zwiększa jego odporność na pęknięcie przy zginaniu. Dodatkowo włókna cechuje wysoka odporność na zmęczenie, wysoka wytrzymałość na rozciąganie oraz eliminacja rys i spękań. Włókna polipropylenowe wytłaczane z granulatu polipropylenowego są połączone w wiązki i cięte na długość 12 mm. Dodawane są do mieszanki betonowej w celu zmniejszenia skurczu plastycznego i ograniczenia powstania rys skurczowych w stwardniałym betonie. Ponadto włókna wpływają na zwiększenie wodoszczelności, mrozoodporności, spowolnienie karbonatyzacji i podwyższenie wytrzymałości betonu.



Rys. 1. Wymiary i układ zbrojenia elementów: (a) tarcza 1, (b) tarcze 2 i 3.

Fig. 1. Dimensions and reinforcement arrangement in: (a) deep beam 1, (b) deep beams 2 and 3.

2.2. Badania pomocnicze

Zakres badań obejmuje określenie charakterystyk materiałowych betonu, fibrobetonu i prętów stalowych.

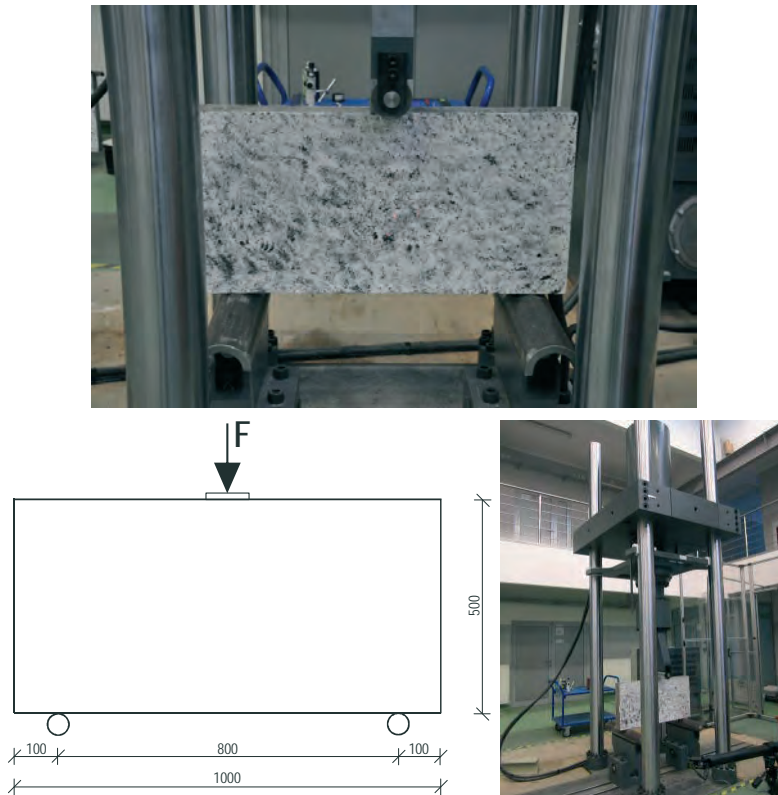
Próbki betonowe i fibrobetonowe przygotowano według receptur I, II i III w formach spełniających wymagania normowe. W szczególności dla materiałów wykonano badania wytrzymałościowe na ściskanie, na rozciąganie przez rozłupywanie, na rozciąganie przy zginaniu i moduły sprężystości. Badania wytrzymałości na ściskanie przeprowadzono na kostkach o boku 150 mm, próbkach powstałych w wyniku złamania przy zginaniu beleczek i odwiertach rdzeniowych wykonanych w dużych elementach belkowych. Badania wytrzymałości na rozciąganie przez rozłupywanie przeprowadzono na próbkach sześciennych o boku 150 mm, a badanie wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu na elementach belkowych o wymiarach 600 x 150 x 150 mm. Moduły sprężystości określono na walcach $\phi 150 \times 300$ mm. Badania przeprowadzono po 53 dniach dojrzewania betonu w prasach Walter-Bai AG i Zwick-Roell o maksymalnych siłach nacisku 3000 kN. Wytrzymałości betonu na ściskanie i rozciąganie, według I receptury, wynosiły odpowiednio $f_c = 106,7$ MPa i $f_{ct} = 4,9$ MPa.

Badania stalowych prętów o średnicach $\phi 6$, $\phi 8$, $\phi 12$ i $\phi 22$ mm i długości 300 mm przeprowadzono w hydraulicznej prasie MTS 810 o zakresie obciążenia 0-100 kN. Pręty mocowano przy pomocy specjalnych szczęk utrzymujących, nie pozwalających na ewentualny poślizg i błędy pomiarowe. Podczas badania mierzono aktualną siłę, wydłużenie pręta i przemieszczenie poprzeczne aż do zerwania próbki. Na podstawie otrzymanych wyników obliczono charakterystyczne granice plastyczności, charakterystyczne wytrzymałości na rozciąganie, moduły sprężystości i współczynniki Poissona prętów stalowych.

2.3. Badania tarcz żelbetowych wzmocnionych włóknami

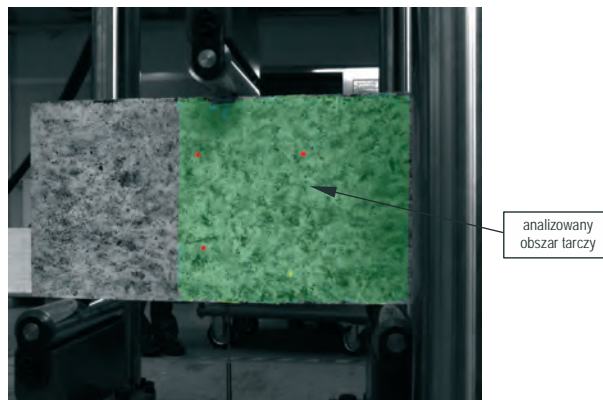
Badania tarcz żelbetowych wzmocnionych włóknami przeprowadzono w czterokolumnowej prasie hydraulicznej Zwick/Roell (Rys. 2) do badania elementów o maksymalnej wysokości 2000 mm, szerokości 900 mm i rozstawem podpór 3000 mm. Podczas badania wykonano pomiary trójwymiarowych odkształceń przy pomocy systemu Aramis. System służy do analiz, obliczenia i dokumentacji stanów deformacji. Na podstawie zdjęć wykonanych cyfrowymi kamerami może rozpoznać strukturę powierzchni mierzonego obiektu, a po ich nagraniu dokonać porównania i obliczenia przemieszczenia i odkształcenia w charakterystycznych punktach [14].

Przed rozpoczęciem badania tarcze dwustronnie pobielono i z tyłu każdej naniesiono siatkę o wymiarze oczka 200 mm x 200 mm. Na powierzchniach przednich od strony fotografowanej dwiema kamerami naniesiono losowe desenie wykonane czarną farbą. Taki zabieg jest konieczny w przypadku materiałów niejednorodnych mających zbyt małą ilość punktów charakterystycznych istotnych dla obliczeń systemu Aramis. Następnie tarcze ustawiano w prasie wg schematu statycznego zilustrowanego na Rys. 2. Kolejnym krokiem było odpowiednie kalibrowanie systemu Aramis. Znając kąt pomiędzy osiami kamer uzyskano współrzędne trójwymiarowe ze współrzędnych dwuwymiarowych odczytanych z obydwu kamer. W systemie ustawiono szybkość zapisu zdjęć i określono pole pomiarowe, na którym przeprowadzono obliczenia (Rys. 3).



Rys. 2. Schemat obciążenia tarczy i jej ustawienie w prasie Zwick/Roell.

Fig. 2. The scheme of loading a deep beam and its location in Zwick/Roell press.



Rys. 3. Obszar pomiarowy tarczy w systemie Aramis.

Fig. 3. The measurement area for the deep beam in Aramis system.

Tarcze 1, 2 i 3 obciążano przez płytkę stalową o wymiarach 100 mm x 100 mm x 25 mm ustawioną w miejscu przyłożenia siły. Podczas obciążania tarczy 1, na tylnej powierzchni zaznaczano rozwój zarysowania. W przypadku tarczy 1 badania przerwano w chwili nagłego spadku obciążenia, natomiast w przypadku tarcz 2 i 3, gdy przez dłuższy okres czasu nie zaobserwowano przyrostu obciążenia.

3. Analiza wyników

3.1. Zakres analizy

Wyniki z badań opracowano w programie Aramis, stanowiącym uzupełnienie systemu pomiarowego. Po wykonaniu obliczeń zdefiniowano globalny układ współrzędnych, interpolowano brakujące punkty, uwydatniano efekty lokalne dla odkształceń głównych i przemieszczeń oraz zdefiniowano przekroje do analiz. Wybrane obrazy pola pomiarowego, a także dane potrzebne do wykonania wykresów eksportowano z programu, systematyzowano i przedstawiono po obróbce graficznej w analizach wyników.

Analizę zachowania się tarcz pod obciążeniem statycznym przedstawiono w oparciu o:

- obrazy zarysowania dla obciążenia $P = 350$ kN w postaci map odkształceń głównych,
- obrazy zarysowania dla obciążenia P_{max} przedstawione w postaci map odkształceń głównych,
- zależności siły w funkcji czasu,
- zależności przemieszczeń pionowych tarczy 1 i 2 na długości zdefiniowanego przekroju poziomego 3,
- obserwacje z przeprowadzonych badań.

Obserwacja rozwoju rys oraz powierzchniowe pomiary odkształceń i przemieszczeń elementów tarczowych pozwoliły na uchwycenie różnic w ich pracy.

3.2. Propagacja rys

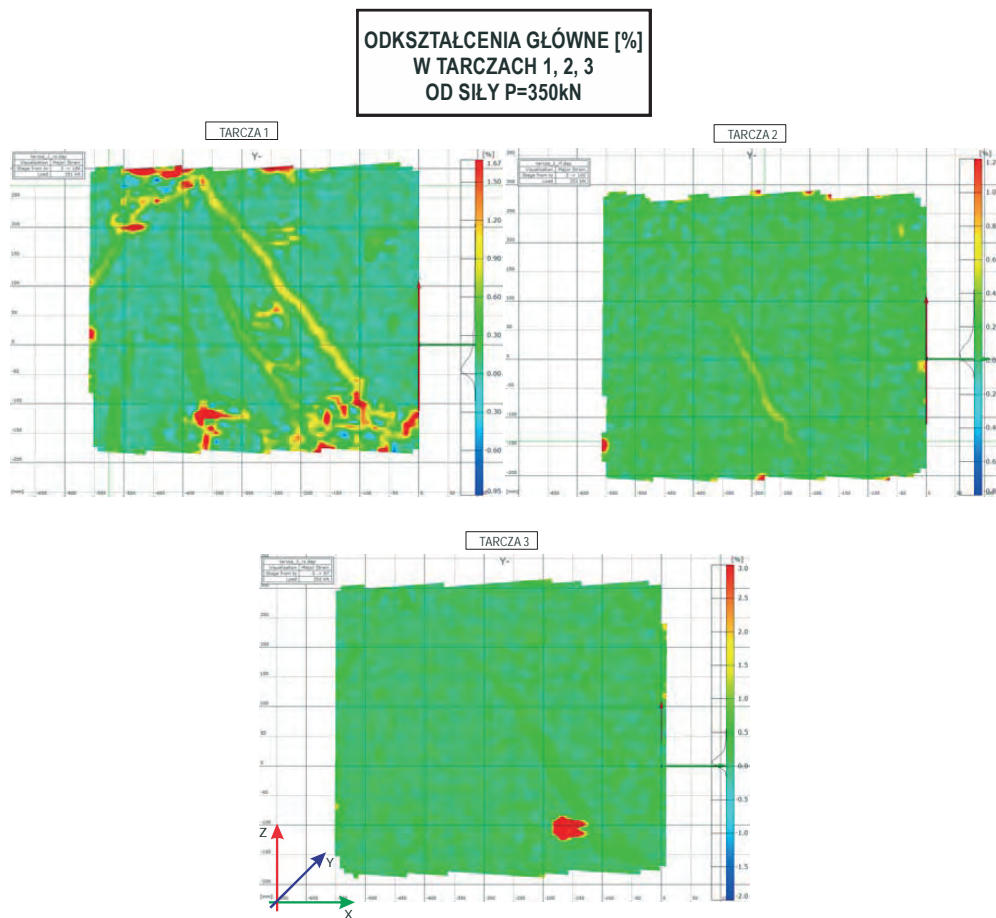
Moment powstania pierwszej rysy jest charakterystyczny dla każdej tarczy (tablica 2). W tarczy 1 pierwsze zarysowanie powstało przy wartości obciążenia wynoszącej 290 kN. W tarczy 2 moment pojawienia się rysy nastąpił dla siły 310 kN. Początek zarysowania tarczy 3 zaobserwowano przy sile wynoszącej 380 kN.

Tabela 2. Wartości sił przy pierwszym zarysowaniu i sił maksymalnych.

Table 2. The forces on the first cracking and maximum strength.

Element	Siła przy pierwszym zarysowaniu	Siła maksymalna	$(P_{cr}/P_{max})100$
	P_{cr}	P_{max}	
	[kN]	[kN]	[%]
Tarcza 1	290	915	32
Tarcza 2	310	527	59
Tarcza 3	380	571	67

Wpływ zbrojenia rozproszonego na zarysowanie elementów przedstawiono na Rys. 4 w postaci map odkształceń głównych dla obciążenia na poziomie 350 kN. Zaobserwowano że, wraz ze wzrostem zawartości włókien w matrycy betonowej, wyraźnie maleje stopień zarysowania elementów tarczowych.



Rys. 4. Obrazy odkształceń głównych pod obciążeniem $P = 350 \text{ kN}$.

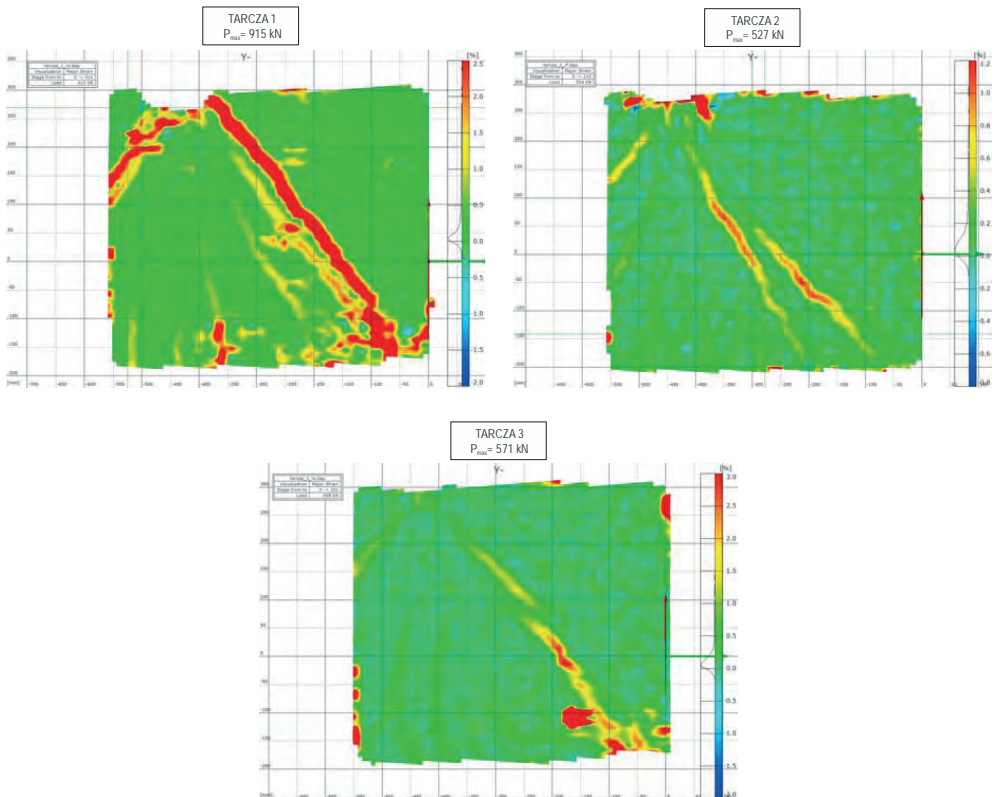
Fig. 4. Maps of major strains under load $P = 350 \text{ kN}$.

Ostateczny obraz zarysowania tarcz 1, 2 i 3 przedstawiono na Rys. 5 w formie map odkształceń głównych dla sił maksymalnych przeniesionych przez elementy.

Pierwsza rysa w tarczy 1 powstała na linii łączącej dolną podporę z miejscem przyłożenia siły. W następnej kolejności pojawiły się rysy ukośne równoległe do rysy pierwotnej, przesunięte do środka tarczy i rysy prostopadłe propagujące od dolnej krawędzi tarczy. W późniejszych etapach powstawały i pogłębiały się zarysowania ukośne, a także rysy w strefach podporowych od miążdżenia betonu. Zarówno w tarczy 2, jak i 3 nie pojawiły się rysy pionowe przy ich dolnych krawędziach. W tarczy 2 jako pierwsza powstała rysa ukośna przesunięta w kierunku środka, postępująca ku górze. Druga rysa ukośna powstała na linii połączenia podpory i miejsca przyłożenia siły i postępowała ku dolnej krawędzi. Obydwie rysy mieściły się w obszarze strefy środkowej tarczy. Zniszczenie tarcz 2 i 3 powstało w wyniku zmiążdżenia betonu w strefach przyłożenia obciążenia na ich górnych krawędziach.

W tarczy żelbetowej szerokość rys narastała proporcjonalnie, aż do chwili nagłego zniszczenia w strefie obciążenia. W tarczach żelbetowych z włóknami rysy

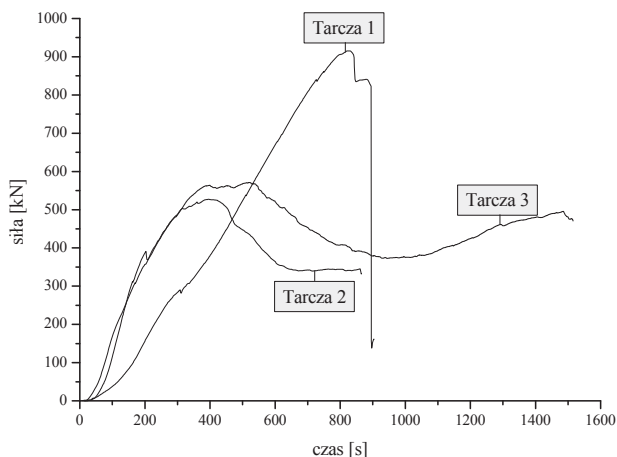
rozwijały się znacznie wolniej. W końcowych etapach badania strefy zniszczenia powstały w obszarach przyłożonej siły i w strefach podporowych. Zniszczenie na skutek miażdżenia matrycy nie miało charakteru nagłego. Obserwowano natomiast powolne i ciągłe rozchodzenie się struktury betonu wzmocnionego włóknami.



Rys. 5. Obrazy odkształceń głównych przy siłach maksymalnych.
Fig. 5. Maps of major strains under maximum load.

3.3. Stany deformacji elementów tarczowych

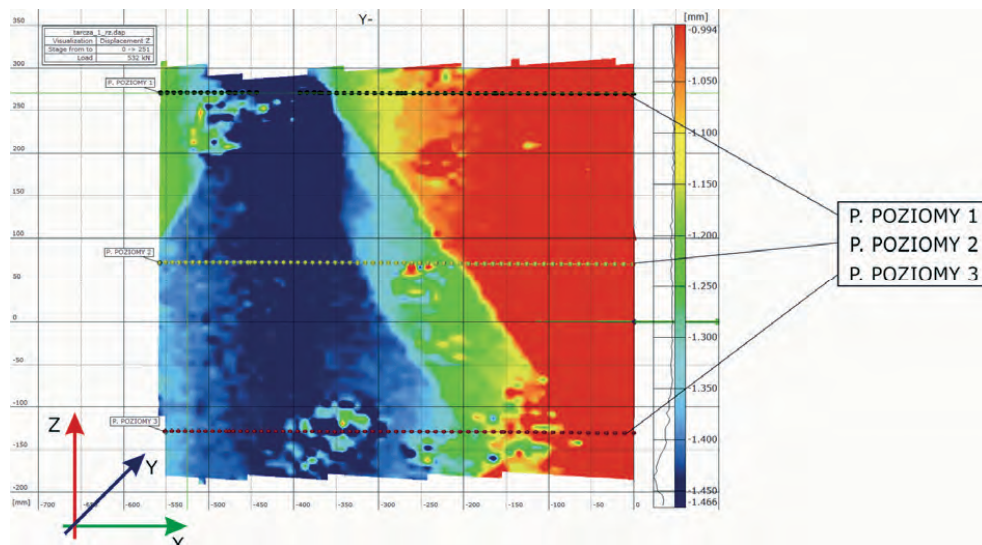
Na Rys. 6 przedstawiono zależności siły do czasu dla trzech badanych tarcz. Krzywa tarczy 1 wskazuje na kruchość betonu bez dodatku włókien. Po przekroczeniu wartości granicznej następuje gwałtowne i kruche miażdżenie materiału. Wykresy tarcz 2 i 3 wskazują na znaczną ciągliwość fibrobetonu. Porównując krzywe dla tarcz 2 i 3 można zauważyć, że zawartość użytych włókien wpływa na zdolność do przenoszenia obciążeń po osiągnięciu maksymalnych sił. Tarczę 3 z większą zawartością włókien charakteryzuje największa ciągliwość materiału. Maksymalna siła przeniesiona przez tarcze jest największa w przypadku tarczy 1 i wynosi 915 kN. Wynika ona z dużego stopnia zbrojenia tarczy 1 w strefie środkowej na całej wysokości. Tarcze 2 i 3 przeniosły maksymalne obciążenia znacznie niższe, odpowiednio równe 527 kN i 571 kN.



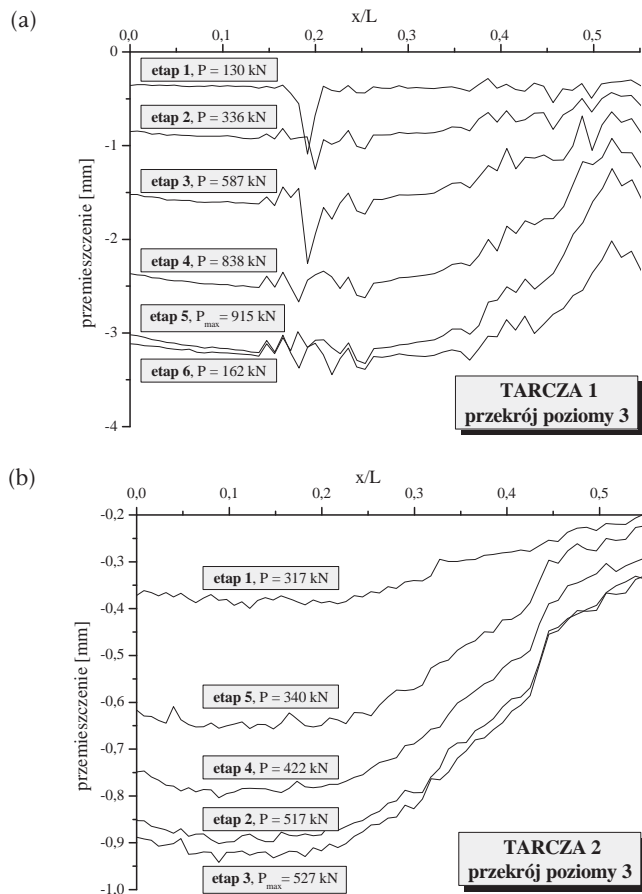
Rys. 6. Zależności siła-czas dla tarcz.
 Fig. 6. The force-time relation for deep beams.

Na Rys. 7 zilustrowano rozmieszczenie analizowanych przekrojów poziomych tarcz, a na Rys. 8 przedstawiono zmiany przemieszczeń pionowych na długości pola pomiarowego tarczy 1 i 2 w kolejnych etapach obciążania w przekroju poziomym 3.

Przemieszczenia pionowe przy granicznym obciążeniu w tarczy 1 są ponad trzykrotnie większe niż tarczy 2 zarówno w strefie przypodporowej jak i w środku rozpiętości elementu.



Rys. 7. Lokalizacja przekrojów poziomych tarcz na przykładzie tarczy 1.
 Fig. 7. Location of horizontal section deep beams on the example of the deep beam 1.



Rys. 8. Przeszyczenia na dlugości elementu w przekroju poziomym 3: a) tarcza 1, b) tarcza 2.
Fig. 8. Displacements of the length of the element in the third horizontal section: a) deep beam 1, b) deep beam 2.

4. Podsumowanie

Badania doświadczalne potwierdziły skuteczność dodatku włókien stalowych i polipropylenowych w celu poprawy odporności betonu wysokowartościowego na pękanie w elementach tarczowych. Na podstawie analiz otrzymanych wyników stwierdzono, że:

- włókna stalowe negatywnie wpływają na urabialność mieszanki,
- obecność włókien w matrycy korzystnie wpływa na hamowanie propagacji rys,
- moment powstania pierwszej rysy w tarczach z włóknami następuje później niż w tarczy bez włókien; zarysowanie tarcz fibrobetonowych pojawiło się przy obciążeniach stanowiących około 60-70% maksymalnych sił, natomiast w tarczy bez włókien pierwsza rysa powstała przy 30% granicznej siły,
- rozwój rys w tarczach z włóknami postępuje wolno, a szerokości rys są mniejsze niż w tarczy bez dodatku włókien,

- ilość dodanych włókien ma wpływ na moment powstania pierwszych rys,
- zbrojenie włóknami zwiększa wytrzymałość betonu na rozciąganie,
- w tarczach ze zbrojeniem rozproszonym nie powstają rysy pionowe przy ich dolnych krawędziach,
- włókna korzystnie wpływają na pracę tarcz w obszarach niesprężystych po zarysowaniu betonu i uplastycznieniu prętów stalowych oraz na charakter zniszczenia,
- tarcza z 2% zawartością włókien stalowych wykazuje bardzo dużą ciągliwość materiału,
- przemieszczenia pionowe tarczy z włóknami są trzykrotnie mniejsze w porównaniu do przemieszczeń tarczy bez włókien.

W najbliższej przyszłości planowane są dalsze badania eksperymentalne oraz analizy numeryczne tarcz żelbetowych z betonów wysokowartościowych wzmocnionych dwiema rodzinami włókien.

Literatura

- [1] Brandt A.M., *Cement Based Composites: Materials, Mechanical Properties and Performance*, Taylor and Francis. London and New York 2009.
- [2] Glinicki M.A., *Beton ze zbrojeniem strukturalnym*, XXV Ogólnopolskie warsztaty pracy projektanta konstrukcji, Szczyrk 2010.
- [3] Brandt A.M., *Fibre reinforced cement-based (FRC) composites after over 40 years of development in building and civil engineering*, *Composite Structures* 86 (2008) 3-9.
- [4] CNR-DT 204/2006, *Guide for the Design and Construction of Fiber-Reinforced Concrete Structures*, Rome-CNR, October 2007.
- [5] Foster S.J., *The application of steel-fibres as concrete reinforcement in Australia: from material to structure*, *Materials and Structures* 42 (2009) 1209-1220.
- [6] Walraven J.C., *High performance fiber reinforced concrete: progress in knowledge and design codes*, *Materials and Structures* 42 (2009) 1247-1260.
- [7] Prisco M., Plizzari G., Vandewalle L., *Fibre reinforced concrete: new design perspectives*, *Materials and Structures* 42 (2009) 1261-1281.
- [8] Banthia N., Gupta R., *Hybrid fiber reinforced concrete (HyFRC): fiber synergy in high strength matrices*, *Materials and Structures* 37 (2004) 707-716.
- [9] Ułańska D., *Charakterystyka betonu z włóknami polipropylenowymi w strefie rozciąganej zbrojonych belek*, XLVI Konferencja naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Wrocław- Krynica 2000.
- [10] Domański T., Czkwianianc A., *Wpływ zbrojenia rozproszonego na parametry mechaniczne betonu*, *Przegląd Budowlany* 6 (2006).
- [11] Chiaia B., Fantilli A.P., Vallini P., *Combining fiber-reinforced concrete with traditional reinforcement in tunnel linings*, *Engineering Structures* 31 (2009) 1600-1606.
- [12] Vengatachalapathy V., Ilangovan R., *A Study on Steel Fibre Reinforced Concrete Deep Beams with and without Openings*, *International Journal of Civil Engineering* 1(3) (2010).
- [13] Fairbairn E.M.R., Toledo Filho R.D., Formagini S., Rosa J.I., Battista R.C., *Experimental analysis and modeling of ultra high performance fiber reinforced concrete plates*, 1-8 (in press).
- [14] ARAMIS v6: *Podręcznik użytkownika – Oprogramowanie*. Germany, 2007.

Experimental testing of high performance fibre reinforced concrete deep beams

Piotr Smarzewski, Justyna Poręba, Agata Rentflejsz

*Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: p.smarzewski@pollub.pl*

Summary: The article presents the results of testing reinforced deep beams made of high performance concrete and fibre-concrete in the scheme of centrally placed load. The test was conducted for three deep beam elements of the of the main reinforcement bars in the form of lower, upper, horizontal and vertical stirrups in support areas of alternative reinforcement grids or steel and polypropylene fibers between the points of support elements. Analysis of results was based on the maps of major strains, the relations of force in the function of time and the relations of vertical displacements of the length of the members in the horizontal section.

Keywords: reinforced concrete elements, high performance fibre concrete, deep beams.

Analiza stanów granicznych tarcz żelbetowych z otworami z betonu wysokowartościowego z dodatkiem włókien

Piotr Smarzewski, Renata Spaczyńska

*Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Architektury,
Politechnika Lubelska, e-mail: p.smarzewski@pollub.pl*

Streszczenie: W artykule przedstawiono analizy wytrzymałościowe tarcz z otworami wykonanych z betonu wysokowartościowego z dodatkiem włókien hybrydowych - stalowych i polipropylenowych. Porównano wyniki badań nośności na ścinanie z wartościami obliczonymi analitycznie na podstawie własnej propozycji oceny teoretycznej nośności elementów tarczowych powstałej przez modyfikacje wzorów empirycznych.

Słowa kluczowe: elementy żelbetowe, fibrobeton wysokowartościowy, tarcze z otworami.

1. Wprowadzenie

Tarcze są elementami konstrukcyjnymi wykorzystywanymi w inżynierii lądowej przeważnie w wysokich budynkach i budowlach morskich. W wielu przypadkach konieczne jest wykonywanie w nich otworów na okna, drzwi, kanały wentylacyjne i klimatyzacyjne. Od 1972 roku przeprowadzono liczne prace eksperymentalne i analityczne w celu zbadania zachowania tarcz z i bez otworów. Badania dotyczyły analizy nośności tych elementów w zależności od ich wymiarów, schematu obciążenia, sposobu podparcia, rozmieszczenia i kształtu otworów oraz sposobu betonowania [1-8].

Jednorodne rozproszenie włókien stalowych w betonie skutkuje poprawą wytrzymałości statycznej i dynamicznej, ciągliwości, charakterystyki pochłaniania energii, odporności na ścieranie i wytrzymałości zmęczeniowej. Cechy te są pożądane w betonach zbrojonych tradycyjnie. Takie wzmocnienie żelbetu może być bardzo korzystne również w elementach tarczowych z otworami, w których o zniszczeniu decyduje ich nośność na ścinanie. W literaturze napotkano na nieliczne wyniki badania elementów tarczowych wzmacnianych włóknami stalowymi lub polipropylenowymi [7-8]. Badania doświadczalne tarcz żelbetowych z otworami wykonanych z betonów wysokowartościowych z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych nie były przedmiotem żadnych publikacji.

Przedmiotem pracy są trzy elementy tarczowe z betonu wysokowartościowego z dwoma symetrycznie zlokalizowanymi otworami kwadratowymi. Badania przeprowadzono w celu określenia wpływu dodatku włókien stalowych i polipropylenowych do betonu wysokowartościowego na pękanie i nośność na ścinanie tarcz żelbetowych poddanych działaniu siły skupionej przyłożonej w środku rozpiętości.

Interpretacja wyników badań pozwoliła oszacować zmienność wytrzymałości tarcz w zależności od procentowej ilości włókien stalowych. Wpływ zawartości włókien w tarczach badano przez pomiary ugięcia i obserwacje rozkładów rys. Na podstawie ich obrazów zauważono, że w każdym z elementów zniszczenie nastąpiło na skutek ścinania. Maksymalne naprężenia ścinające otrzymane na drodze doświadczalnej porównano z wartościami obliczonymi na podstawie własnej zależności zaproponowanej w oparciu zmodyfikowane wzory Konga i Sharpa [4] oraz Vengatachala-
pathy i Ilangovan [8]. Graniczną nośność tarcz uzyskaną teoretycznie porównano z wartościami eksperymentalnymi.

2. Badania doświadczalne

2.1. Przygotowanie elementów tarczowych

Przedmiotem badań są trzy tarcze o wymiarach 1000 x 500 x 100 mm z dwoma otworami 150 x 150 mm. Tarcze wykonano z betonu wysokowartościowego bez lub z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych. Elementy charakteryzuje zmienna ilość dodanego zbrojenia strukturalnego i odmienny układ zbrojenia prętami stalowymi. Wskaźnik woda/składniki wiążące wynosi 0,27. Składy ilościowe mieszanek betonowych podano w Tabeli 1.

Tabela 1. Składy ilościowe mieszanek betonowych.
Table 1. Quantitative composition of concrete mixes.

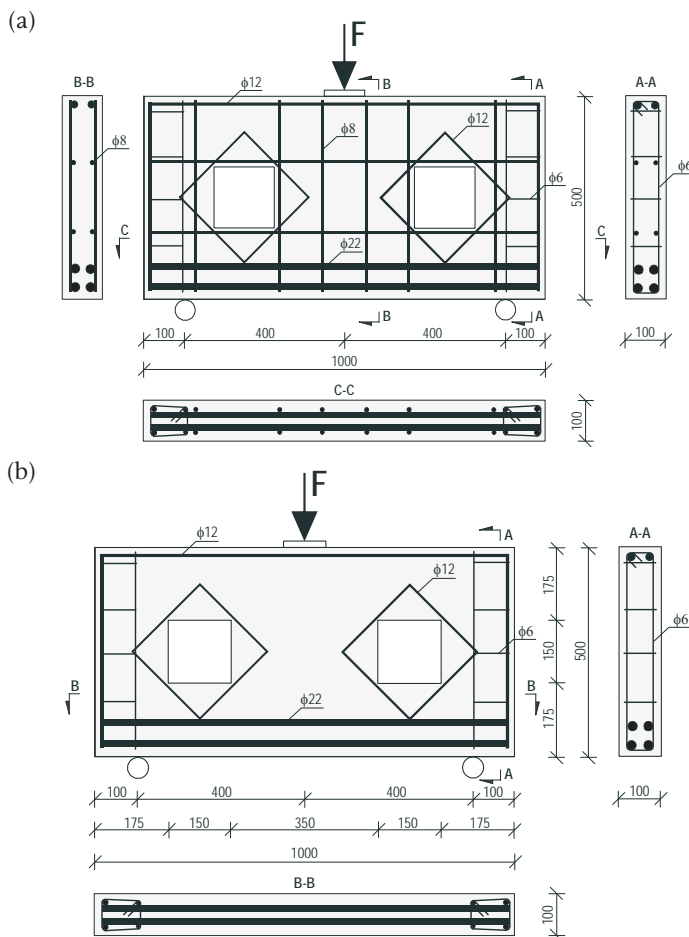
		Tarcza R1	Tarcza R2	Tarcza R3
		1000 x 500 x 100 mm		
Skład mieszanki		ilość [kg/m ³]		
Beton wysokowartościowy	cement CEM I 52,5R		596	
	mikrokrzemionka		59,6	
	granodioryt 2-8 mm		990	
	piasek		500	
	superplastyfikator		20	
	woda		177	
Włókna	stalowe	–	78	117
	polipropylenowe	–	0,5	1

Do wykonania betonu zastosowano cement portlandzki CEM I 52,5R, kruszywo do betonu złożone z mieszanki piasku zwykłego i łamanej skały granodiorytowej o maksymalnym wymiarze ziaren 8 mm wysuszone do stałej masy w temperaturze 105°C oraz wodę wodociągową. Jako dodatki wykorzystano: dla tarczy R1 – superplastyfikator i mikrokrzemionkę, a dla tarcz R2 i R3 – superplastyfikator, mikrokrzemionkę i włókna polipropylenowe oraz stalowe.

Tarczę R1 wykonano bez zbrojenia rozproszonego. W tarczy żelbetowej zbrojenie główne stanowią cztery pręty dolne o średnicy $\phi 22$ mm i dwa górne $\phi 12$ mm scalone strzemiętami pionowymi i poziomymi z prętów gładkich $\phi 6$ mm w strefach przypodporowych, wzmocnione dodatkowo dwustronnie mocowanymi siatkami z prętów $\phi 8$ mm o wymiarach oczek około 200 mm oraz po jednym pręcie $\phi 12$ mm wzmacniającym oba otwory, Rys. 1a. Tarcze R2 i R3 wykonano z betonu z włóknami. Układ zbrojenia jest zbliżony do tarczy R1. W obu elementach pominięto zbrojenie dwiema siatkami z prętów żebrowanych $\phi 8$ mm na rzecz rozproszonego

zbrojenia w postaci włókien stalowych i polipropylenowych, Rys. 1b. Dodatkowo przeprowadzono badania wytrzymałości betonu i fibrobetonu na ściskanie, na rozciąganie przez rozłupywanie, na rozciąganie przy zginaniu i modułu sprężystości. Badania wytrzymałości na ściskanie wykonano na odwiertach walcowych wykonanych w elementach belkowych. Walce o średnicy 100 mm i wysokości 100 mm ściskano w prasie Walter-Bai AG o maksymalnym obciążeniu 3000 kN. Wytrzymałości betonu i fibrobetonów na ściskanie według receptur R1, R2 i R3 wyniosły odpowiednio $f_{c1} = 117$ MPa, $f_{c2} = 109$ MPa i $f_{c3} = 114$ MPa.

Badania stalowych prętów o średnicach $\phi 6$, $\phi 8$, $\phi 12$ i $\phi 22$ mm i długości 300 mm przeprowadzono w hydraulicznej prasie MTS 810 o zakresie obciążenia 0-100 kN. Pręty mocowano przy pomocy szczęk uniemożliwiających ich ewentualny poślizg i błędy pomiarowe. Podczas badania mierzono aktualną siłę, wydłużenie pręta i przemieszczenie poprzeczne aż do zerwania próbki. Na podstawie otrzymanych wyników obliczono charakterystyczne granice plastyczności, charakterystyczne wytrzymałości na rozciąganie, moduły sprężystości i współczynniki Poissona prętów stalowych.

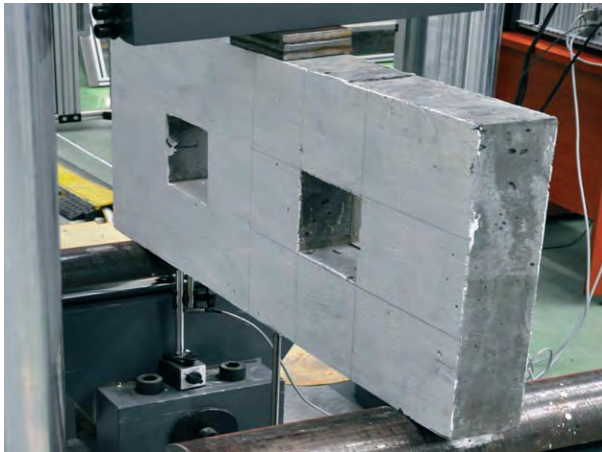
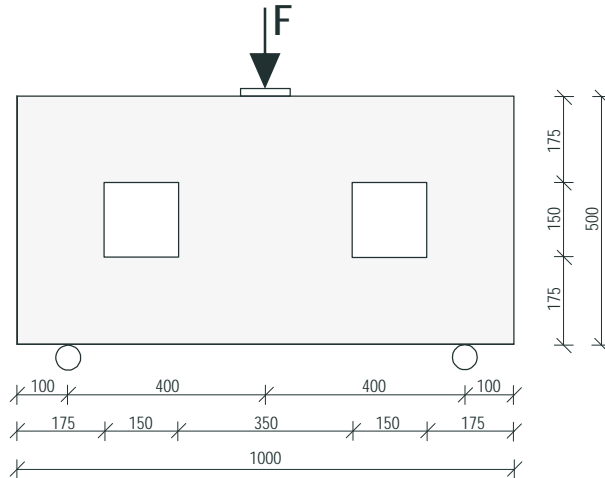


Rys. 1. Wymiary i układ zbrojenia tarcz: a) R1, b) R2 i R3.

Fig. 1. Dimensions and reinforcement arrangement in deep beams: a) R1, b) R2 and R3.

2.2. Badania tarcz żelbetowych z otworami

Badania tarcz przeprowadzono w prasie hydraulicznej. Schemat obciążenia i sposób ustawienia elementów przedstawiono na Rys. 2.



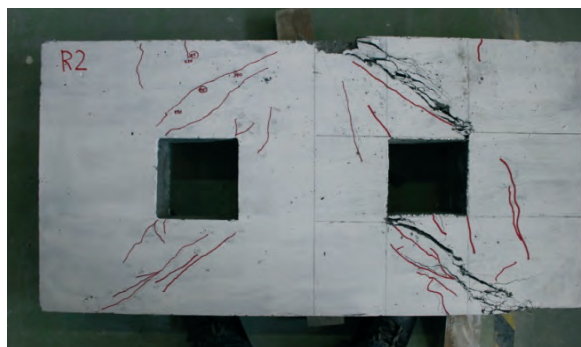
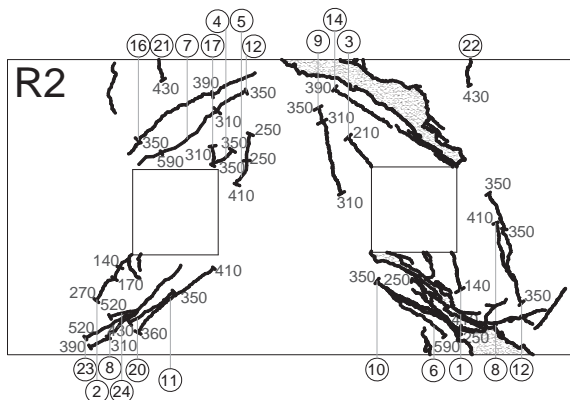
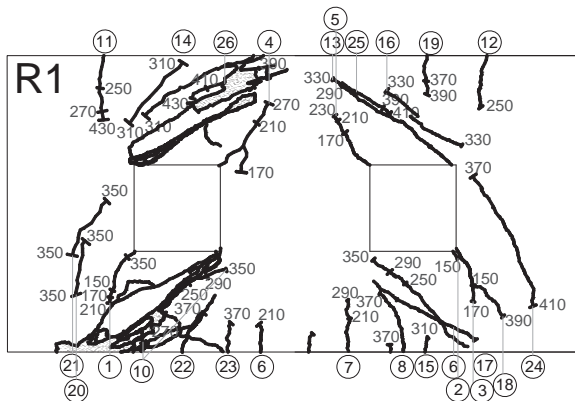
Rys. 2. Schemat obciążenia tarcz i ustawienie elementu R1 w prasie hydraulicznej.
Fig. 2. The scheme of loading and location R1 member in hydraulic press.

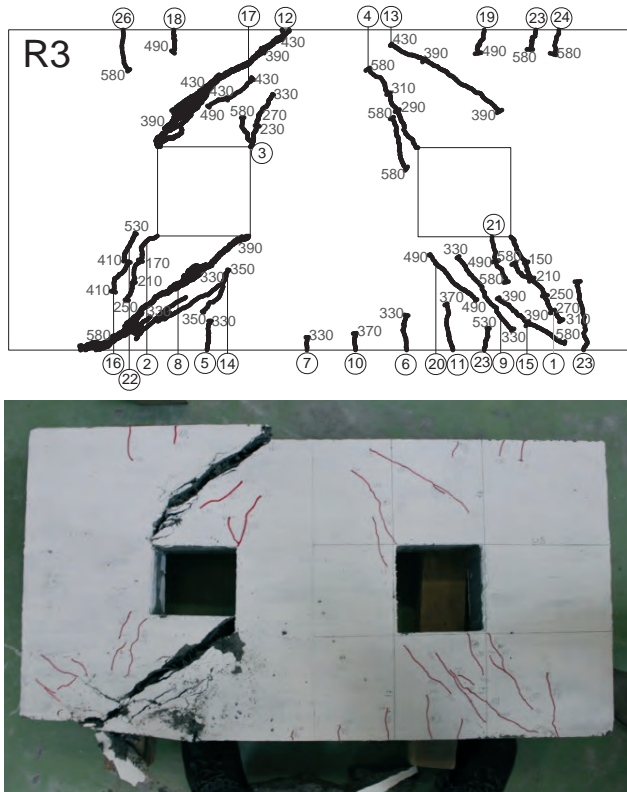
Podpory stanowiły dwa wałki stalowe o rozstawie 80 cm. Obciążenie przekazano etapami co 20 kN za pośrednictwem płytek stalowych do utraty nośności. W każdym etapie rejestrowano szerokości rozwarcia rys, nanoszono ścieżki ich postępu i zaznaczano wartości sił. W środku przęseł i przy podporach wykonano pomiary ugięć. Wszystkie elementy tarczowe uległy zniszczeniu wskutek przekroczenia nośności na ścinanie.

3. Analiza wyników

3.1. Stany zarysowania

Na Rys. 3 zilustrowano rozwój zarysowania w elementach tarczowych.





Rys. 3. Rozmieszczenie rys w tarczach.
Fig. 3. Development of cracks in deep beams.

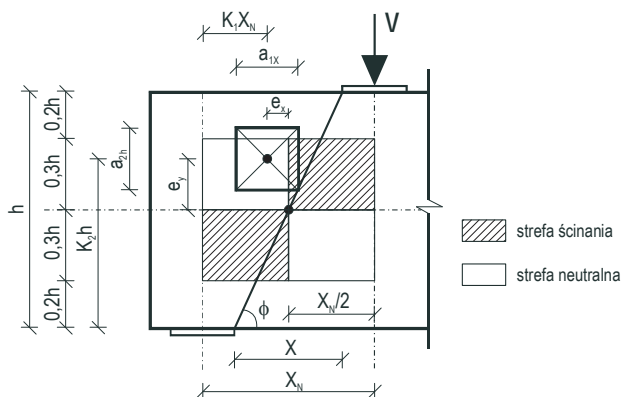
Pierwsza rysa w tarczy R1 powstała przy sile 130 kN. Z naroży obu otworów prawego i lewego w kierunku strefy przyłożenia siły, bieżyły odpowiednio rysy nr 25 oraz 26 powstałe przy siłach 260 i 390 kN. Największy przyrost szerokości rys nastąpił dla obciążenia 400 kN. Zaobserwowano również obszary miażdżenia betonu w miejscach podparcia tarczy. Rysy ukośne nr 4, 10 i 26 wywołane ścinaniem są odpowiedzialne za zniszczenie elementu. Przy dolnej podstawie zaobserwowano powstawanie małych prostokątnych rys drugorzędnych zapoczątkowane przez lokalne maksimum naprężeń powstałe przy powierzchni zbrojenia pomiędzy rysami pierwotnymi.

W tarczy R2 pierwsza rysa powstała później niż w tarczy żelbetowej R1 przy obciążeniu równym 140 kN. Niszcząca rysa ukośna nr 14 pojawiła się dla wartości siły 390 kN w górnym rogu prawego otworu i propagowała się w kierunku jej miejsca przyłożenia. Znaczny przyrost szerokości rys przypadła dla siły 500 kN, a przy obciążeniu skupionym 600,6 kN nastąpiło zniszczenie elementu tarczowego, które ze względu na zawartość zbrojenia rozproszonego nie miało gwałtownego charakteru. W miejscach podparcia i strefie obciążenia beton uległ zmiędzeniu. W odróżnieniu od tarczy R1 przy dolnej krawędzi nie zaobserwowano powstawania rys prostokątnych od rozciągania przy zginaniu. Jedynie przy górnej krawędzi tarczy pojawiły się nieliczne rysy prostokątne. Zarówno ilości rys jak i ich szerokości są znacznie mniejsze niż w przypadku tarczy R1.

Tarcza R3 uległa zarysowaniu przy obciążeniu 150 kN. Rysa nr 8 powstała przy przyłożonej sile 330 kN i przebiegała od miejsca podparcia elementu do dolnego naroża otworu. Natomiast rysa nr 12 pojawiła się przy sile o wartości 390 kN i przebiegała równoległe do rysy nr 8 ponad prawym otworem tarczy rozwijając się od jego naroża do punktu obciążenia. Bardzo znaczące przyrosty rys zauważono przy 530 kN. Zniszczenie tarczy nastąpiło przy sile 596,3 kN i miało zbliżony charakter do elementu R2. Dalsze obciążenia nie wywołały już powstania kolejnych rys i nie doprowadziły do całkowitego zniszczenia elementu tarczowego R3. W przeciwieństwie do poprzednich elementów, w znacznym stopniu ograniczone zostało rozwarcie rys. Za zniszczenie elementu odpowiadały rysy ukośne nr 8 i 12 wywołane ścinaniem. Przy dolnej krawędzi odnotowano ponadto powstanie rys od zginania, prostopadłych do zbrojenia głównego.

3.2. Wyznaczanie obciążenia granicznego dla tarcz z otworami

W obliczeniach nośności na ścinanie elementów tarczowych zaproponowano własną zależność stanowiącą modyfikację empirycznych wzorów Konga i Sharpa dla tarcz żelbetowych z otworami [4] oraz Vengatachalapathy i Ilangoan dla tarcz żelbetowych z dodatkiem włókien stalowych [8]. Eksperymenty przeprowadzone na tarczach z otworami [4] dowiodły, że na ich powierzchniach istnieją pola podatne na ścinanie, które może wystąpić w ukośnym przekroju między punktami przyłożenia siły i podparcia. Na Rys. 4 przedstawiono rozkład naprężeń w tarczy z otworem. Wielkości e_y , e_x są współrzędnymi środka ciężkości otworu względem punktu równowagi naprężeń.



Rys. 4. Rozkład naprężeń ścinających w tarczy z otworem w strefie podporowej.

Fig. 4. Distribution of the shear stress in the deep beam with opening in the support zone.

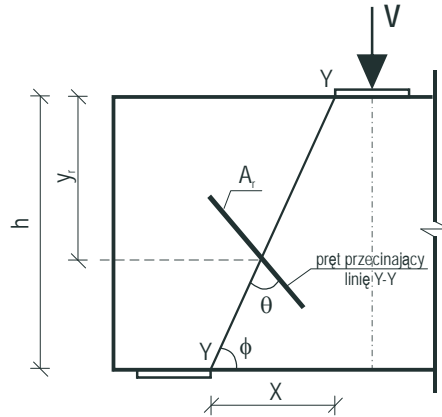
Nośność na ścinanie żelbetowych tarcz z otworami bez dodatku oraz z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych obliczono na podstawie następującego wzoru:

$$V = f_1 f_2 f_{ctk,fl}^n \left[1 - \frac{0,35X}{h} \right] bh + \frac{\sum f_{yk} A_r y_r \sin^2 \theta}{h} \quad (1)$$

w którym: V – maksymalna siła poprzeczna, f_1 – współczynnik redukcji zależny od wielkości otworu, f_2 – współczynnik redukcji ze względu na położenie otworu

w strefie ścinania, X – efektywna rozpiętość strefy ścinania, h , b – wysokość i szerokość elementu, $f_{ctk,fl}$ – charakterystyczna wytrzymałość betonu na rozciąganie przy zginaniu, n – współczynnik uwzględniający wzrost w fibrobetonach nośności na ścinanie, wytrzymałości na pęknięcie i zjawisko mostkowania rys, dla włókien stalowych równy $n = 1,4$; dla betonu bez włókien $n = 1$, f_{yk} – charakterystyczna granica plastyczności prętów zbrojenia głównego lub usztywniającego, A_r – pole przekroju zastosowanego zbrojenia przecinającego linię Y-Y na rys. 5, y_r – odległość od punktu przecięcia linii Y-Y przez dany pręt zbrojeniowy do wierzchu elementu, θ – miara kąta nachylenia osi pręta do przekroju pomiędzy punktami przyłożenia siły i podparcia.

Na Rys. 5 zilustrowano schemat opisujący wielkości V , X , h , y_r , A_r , θ ze wzoru (1).



Rys. 5. Schemat obliczeniowy do wzoru (1) [4].

Fig. 5. Diagram calculation in equation (1) [4].

Wzór (1) jest złożony z dwóch składników. Pierwszy z nich:

$$f_1 f_2 f_{ctk,fl}^n [1 - 0,35X/h] bh \quad (1a)$$

uwzględnia wpływ betonu i geometrii otworów na nośność elementów tarczowych. Natomiast drugi:

$$\left(\sum f_{yk} A_r y_r \sin^2 \theta \right) / h \quad (1b)$$

odnosi się do wpływu zbrojenia przecinającego przekrój ścinany (Rys. 5). Wartości współczynników redukcji obliczane są według poniższych zależności:

$$f_1 = (1 - a_{1X})(1 - 1,667a_{2h}) \quad (2)$$

$$f_2 = h + 2(K_2 h)^r X \sqrt{\frac{(K_1 X_N - K_2 h)^2}{a_{1X}^2 - a_{2h}^2}} \quad (3)$$

a_{1X} , a_{2h} – wymiary otworu, $K_2 h$, $K_1 X_N$ – współrzędne środka ciężkości otworu względem punktu podparcia tarczy, X_N – rozpiętość strefy ścinania w osiach, r – współczynnik uwzględniający położenie otworu; $r = 2$, gdy środek otworu leży w strefie ścinania; $r = 1$, gdy środek leży w strefie neutralnej (Rys. 4).

W Tabeli 2 przedstawiono zestawienie wyników granicznych sił ścinających tarcz obliczonych analitycznie według wzoru (1) zaproponowanego w oparciu o zmodyfikowane wzory empiryczne [4,8] i uzyskanych doświadczalnie.

Tabela 2. Porównanie wyników teoretycznej i doświadczalnej maksymalnej siły ścinającej.
Table 2. Comparison of the results of theoretical and experimental maximum shear force.

Nr tarczy	Wartość siły obliczonej	Wartość siły przeniesionej	Stosunek nośności teoretycznej do eksperymentalnej
	[kN]	[kN]	[%]
Tarcza R1	446,9	464,6	96,2
Tarcza R2	572,3	600,6	95,3
Tarcza R3	572,3	596,3	95,3

4. Podsumowanie

Na podstawie analizy wyników stwierdzono, że:

- w badanych elementach tarczowych z otworami dominującym naprężeniem było ścinanie, o czym świadczą rozkłady rys ukośnych,
- w końcowych etapach obciążenia powstały niewielkie rysy od rozciągania wzdłuż dolnych krawędzi tarcz,
- rysy w tarczach z włóknami powstają później, są mniejszej szerokości i propagują się wolniej niż w tarczy bez dodatku włókien,
- znacznie zwiększa się nośność na ścinanie tarcz z otworami wzmocnianych włóknami od tarczy z otworami zbrojonej tradycyjnie,
- dodanie włókien do betonu powoduje zwiększenie wytrzymałości, odporności na pierwsze zarysowanie i kruche pęknięcie oraz plastyczności w fazach niesprężystego zachowania materiału,
- wyniki granicznych sił ścinających tarcz obliczone analitycznie według zaproponowanego wzoru dobrze odzwierciedlają wyniki doświadczalne, jednakże zależność powinna być jeszcze zweryfikowana na większej ilości reprezentatywnych elementów tarczowych,
- elementy R2 i R3 miały bardzo zbliżoną wartość granicznej siły ścinającej, lecz tarcza R3 z większą zawartością włókien stalowych na poziomie 1,5% charakteryzowała się znacznie lepszymi parametrami ciągliwości materiału,
- zbrojenie rozproszone bardzo dobrze przejmuje rolę siatki ortogonalnej, powiększając jednocześnie nośność całego elementu o około 20%.

W najbliższej przyszłości planowane są badania eksperymentalne oraz analizy numeryczne zachowania się tarcz żelbetowych z otworami wykonanych z betonów wysokowartościowych i dodatkowo wzmocnionych włóknem stalowym i polipropylenowym poddanych obciążeniom statycznym i dynamicznym.

Literatura

- [1] Leonhardt F., Mönning E., *Vorlesungen über Massivbau, teil.2, Sonderfalle der Bemessung im Stahlbetonbau*, Springer Verlag, Berlin 1975.
- [2] Singh R., Ray S.P., Reddy C.S., *Some tests on reinforced concrete deep beams with and without opening in the web*, The Indian Concrete Journal 54(7) (1980) 189.

- [3] Foster S.J., Gilbert R.I., *Tests on high strength concrete deep beams*, The University of New South Wales, Sydney, Australia, June 1996, str. 57.
- [4] Kong F.K., *Reinforced concrete deep beams*, Taylor & Francis Books, 2002, str. 299.
- [5] El Maaddawy T., Sherif S., *FRP composites for shear strengthening of reinforced concrete deep beams with openings*, *Composite Structures* 89 (2009) 60-69.
- [6] Arabzadeh A., Aghayari R., Rahai A.R., *Investigation of experimental and analytical shear strength of reinforced concrete deep beams*, *International Journal of Civil and Structural Engineering* 9(3) (2011) 207-214.
- [7] Shanmugam. N.E., Swaddiwudhipong S., *The ultimate load behavior of fiber reinforced concrete deep beams*, *The Indian Concrete Journal* 58(8) 12-14.
- [8] Vengatachalapathy V., Ilangovan R., *A Study on steel fibre reinforced concrete deep beams with and without openings*, *International Journal of Civil and Structural Engineering* 1(3) (2010) 509-517.

Analysis of limit state of reinforced high performance hybrid fiber concrete deep beams with openings

Piotr Smarzewski, Renata Spaczyńska

*Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: p.smarzewski@pollub.pl*

Abstract: The article presents the analysis of the strength of reinforced deep beams with openings made of high performance hybrid fibre concrete – steel and polypropylene. We compared the results of the shear capacity of the analytically calculated values based on its own assessment of the theoretical capacity of the proposals deep beams members created by modifications of empirical formulas.

Keywords: reinforced concrete members, high performance fibre concrete, deep beams with openings.

Analizy stanów deformacji zginanych płyt z betonu i fibrobetonu wysokowartościowego

Piotr Smarzewski, Mariusz Sz waj, Andrzej Szewczak

*Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Architektury,
Politechnika Lubelska, e-mail: p.smarzewski@pollub.pl*

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki badań zginanych płyt żelbetowych wykonanych z betonu wysokowartościowego o wskaźniku woda/spoiwo równym 0,2 z dodatkiem włókien stalowych i polipropylenowych uzyskane z wykorzystaniem systemu ARAMIS, do bezkontaktowych trójwymiarowych pomiarów odkształceń. Płyty zbrojono siatkami z prętów $\phi 8$ mm, a czynnikiem zmiennym w badaniach była procentowa zawartość dodatku włókien do betonu. W wyniku przeprowadzonych eksperymentów stwierdzono istotny wpływ kombinacji zbrojenia strukturalnego na nośność płyt.

Słowa kluczowe: elementy żelbetowe, beton wysokowartościowy, włókna stalowe, włókna polipropylenowe, płyty, system ARAMIS.

1. Wprowadzenie

We współczesnych czasach beton wysokowartościowy jest materiałem coraz częściej stosowanym w budownictwie. Przez lata rozwijano technologie jego produkcji i sposoby badań. Poprzez wprowadzanie do mieszanki różnych dodatków i domieszek poprawiano rozmaite właściwości betonu. W następstwie dodania włókien uzyskano nowy kompozyt ze zbrojeniem rozproszonym o wyższej wytrzymałości na rozciąganie, dużej odporności na pęknięcie, podwyższonej udarność i wytrzymałości zmęczeniowej [1-6]. Pomimo, że badania tego materiału trwają już blisko pół wieku, wciąż wyznaczane są przyszłe kierunki jego rozwoju [7-9]. Koncepcją, której ostatnio poświęca się dużo uwagi, jest hybrydyzacja włókien. W betonie wysokowartościowym kilka typów włókien łączy się w celu utworzenia ich optymalnego składu ilościowego i jakościowego [10]. Zazwyczaj można połączyć makro- z mikrowłóknami lub włókna o podobnej wielkości, ale różnym module sprężystości. Przykładem jest zastosowanie włókien stalowych lub węglowych o wysokim module sprężystości z włóknami polipropylenowymi o niskim module sprężystości. Prawdłowo zakotwione w betonie włókno o wysokim module uzyskuje optymalną zdolność wzmocnienia przy małych i średnich rysach. Z kolei włókno o niskim module rozwinię pełną zdolność wzmocnienia przy dużych rysach. Tak połączone włókna powinny utworzyć kompozyt o wysokiej wytrzymałości przy szerokim zakresie rozwarcia rys.

Przedmiotem badań doświadczalnych są płyty żelbetowe z betonu wysokowartościowego wzmocnione włóknami stalowymi i polipropylenowymi. Taka koncepcja nowoczesnego kompozytu ma ostatnio kilku zwolenników [11-13].

Celem badania było określenie wpływu dodatku włókien na nośność i odkształcalność żelbetowych elementów płytowych. W pracy zaprezentowano wyniki i analizy bezkontaktowych, trójwymiarowych pomiarów stanów deformacji elementów.

2. Przygotowanie i badania płyt żelbetowych ze zbrojeniem rozproszonym z wykorzystaniem systemu ARAMIS

Płyty żelbetowe o wymiarach 1000 x 800 x 60 mm w ilości 3 sztuk wykonano według receptur nr 1, nr 2 i nr 3 przedstawionych w Tabeli 1.

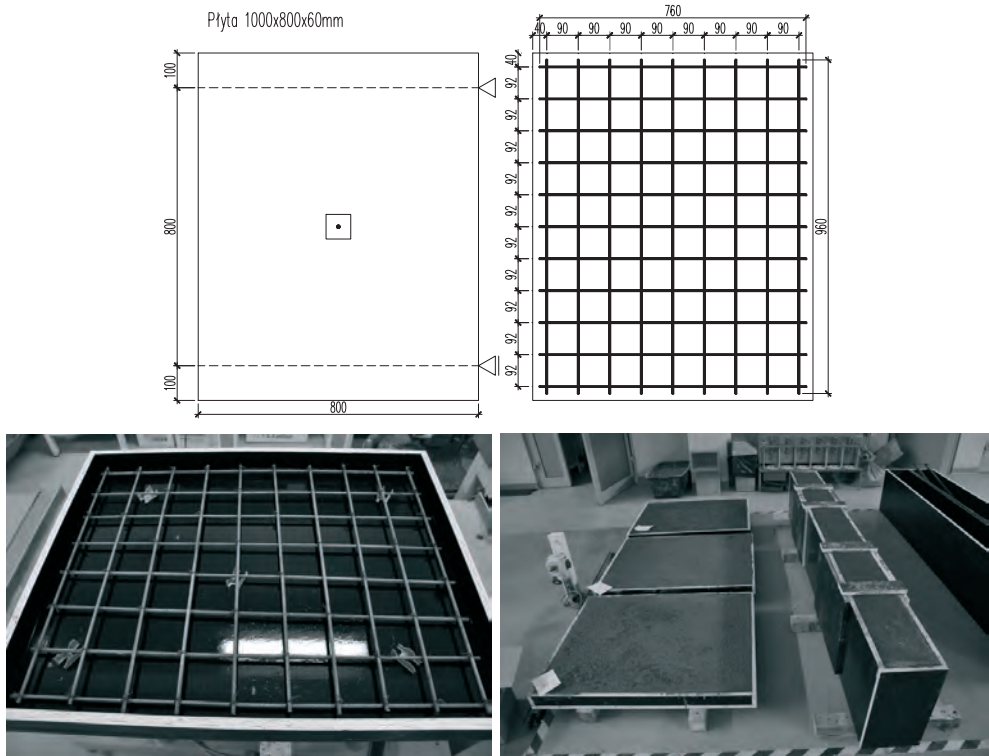
Tabela 1. Receptury mieszanek betonowych.

Table 1. Recipe concrete mixes.

Skład	Symbol	Płyta 1	Płyta 2	Płyta 3
		Receptura nr 1	Receptura nr 2	Receptura nr 3
		Ilość [kg/m ³]	Ilość [kg/m ³]	Ilość [kg/m ³]
Cement CEM I 52,5R	C	596	596	596
Granodioryt 0-8 mm	K	990	990	990
Piasek kwarcowy	P	500	500	500
Mikrokrzemionka	M	59,6	59,6	59,6
Superplastyfikator	S	20	20	20
Woda	W	196	196	196
Włókna stalowe	W_{sf}	–	39	78
Włókna polipropylenowe	W_{pf}	–	0,5	0,5

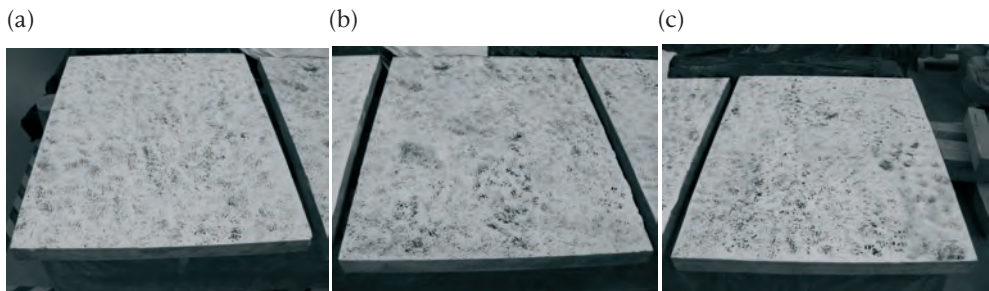
Przygotowane mieszanki betonowe charakteryzowały wskaźniki: wodno-spoiwowy $W/(C+M) = 0,21$, ilości kruszywa do cementu i mikrokrzemionki $(K+P)/(C+M) = 2,27$, procentowej zawartości superplastyfikatora $[S\rho_S/(C+M+K+P)]100\% = 1,07\%$ ($\rho_S = 1150 \text{ kg/m}^3$), procentowej zawartości włókien stalowych odpowiednio w recepturach nr 2 i nr 3 – $V_{sf2} = (W_{sf2}/\rho_{sf})100\% = 0,5\%$, $V_{sf3} = 1\%$ ($\rho_{sf} = 7800 \text{ kg/m}^3$), procentowej zawartości włókien polipropylenowych identycznej w obu recepturach $V_{pf2} = V_{pf3} = (W_{pf}/\rho_{pf})100\% = 0,06\%$ ($\rho_{pf} = 900 \text{ kg/m}^3$).

Formy płyt żelbetowych wykonano ze sklejki używanej do deskowań. Zbrojenie płyt wykonane w postaci siatek z prętów żebrowanych o średnicy 8 mm i ze zmiennym dodatkiem włókien przedstawiono na Rys. 1. Formy przed betonowaniem posmarowano środkiem andyadhezyjnym, a po ułożeniu mieszanki zagęszczano na stoliku wibracyjnym. Gotowe elementy przykrywano mokrymi materiałami płóciennymi i pielęgnowano przez 7 dni.



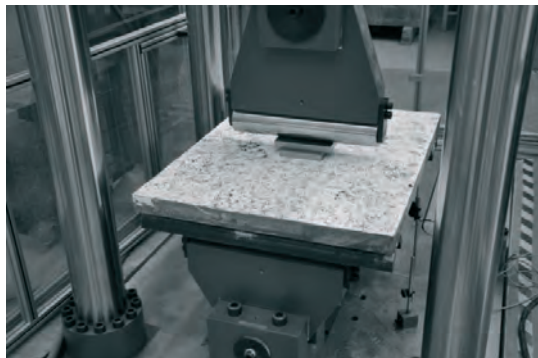
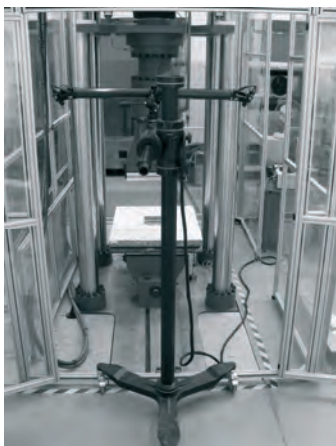
Rys. 1. Wymiary, układ zbrojenia oraz widok płyty przed i po betonowaniu.
 Fig. 1. Size, reinforcement system and the view of the plate before and after concreting.

Przygotowane elementy z naniesionym losowo deseniem do bezkontaktowych pomiarów stanów deformacji pokazano na Fot. 1.



Fot. 1. Płyty żelbetowe przygotowane do badania z wykorzystaniem systemu ARAMIS: a) nr 1, b) nr 2, c) nr 3.
 Phot. 1. Reinforced concrete plates prepared for tests in ARAMIS system: a) no 1, b) no 2, c) no 3.

Badania laboratoryjne przeprowadzono w prasie hydraulicznej Zwick/Roell ze sterowaniem szybkością przyrostu przemieszczenia i rejestracją wartości sił oraz ugięć. Na Fot. 2 zilustrowano stanowisko badawcze ze statywem i kamerami cyfrowymi systemu pomiarowego. Przed przystąpieniem do badań kamery cyfrowe ustawiono na nieruchomym statywie i wykonano kalibrację urządzenia przy pomocy krzyża kontrolnego.



Fot. 2. Stanowisko badawcze płyt żelbetowych.

Phot. 2. Laboratory stand for testing reinforced concrete plates.

ARAMIS jest systemem do trójwymiarowych pomiarów stanów odkształceń elementów oraz analiz, obliczeń i wykonania graficznej dokumentacji wyników. Czytelne obrazy pomiarów umożliwiają pełniejsze zrozumienie zachowania badanych obiektów. System wykonuje zdjęcia kamerami cyfrowymi i rozpoznaje strukturę mierzonych powierzchni. Stan zerowych odkształceń odzwierciedla pierwsze wykonane zdjęcie. Wszystkie fotografie są zapisywane, aż do zniszczenia elementu. Po ich scaleniu można porównać i obliczyć przemieszczenia oraz odkształcenia. W systemie porównywane są zdjęcia, a następnie przypisywane charakterystycznym obszarom prostokątne płaszczyzny zwane fasetkami, o wymiarach boków po kilkanaście pikseli. Identyfikacja ich ma miejsce na kolejnych obrazach [14]. Elementy systemu pomiarowego przedstawiono na Fot. 3. Podstawowymi składnikami są czujnik pomiarowy wraz z dwiema kamerami cyfrowymi i stabilną bazą do ich mocowania, urządzenie wyzwalająco-sterujące zasilające kamery i zapisujące zdjęcia oraz komputer dużej mocy obliczeniowej wraz z oprogramowaniem.

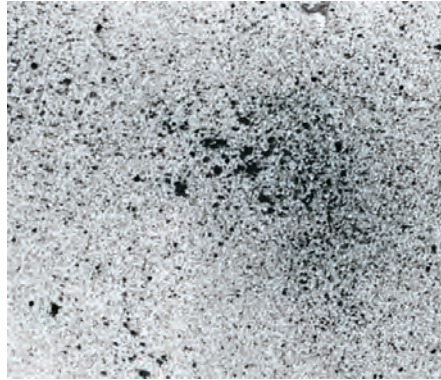


Fot. 3. Elementy systemu pomiarowego ARAMIS.

Phot. 3. Elements of ARAMIS measuring system.

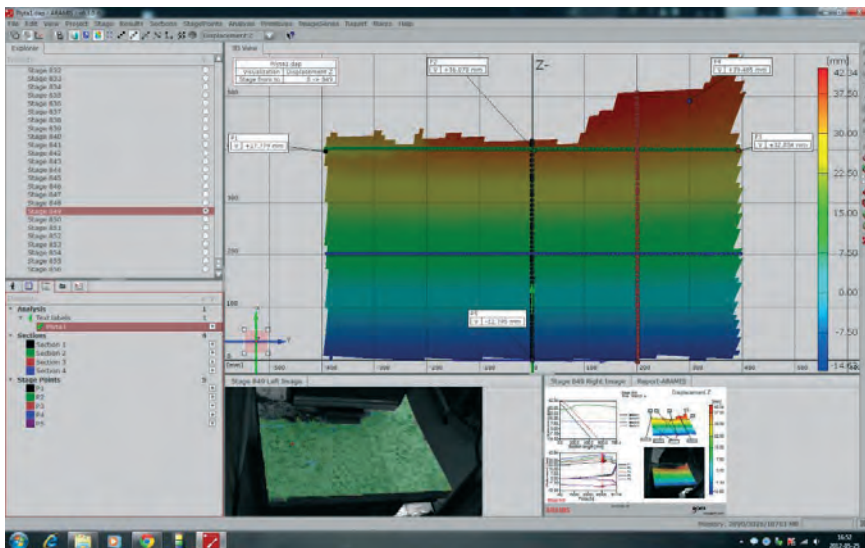
ARAMIS jest użyteczny w pomiarach stanów odkształceń obiektów wywołanych obciążeniami statycznymi lub dynamicznymi. Bardzo ważne jest właściwe przygotowanie powierzchni próbki poprzez naniesienie regularnego lub losowego desena (Fot. 4), dzięki któremu są przeliczane przemieszczenia w punktach charak-

terystycznych. Zakres pomiaru czujnika jest szeroki i obejmuje bardzo duże pole o wymiarze boku od 1 mm do 2000 mm. Odkształcenia względne można uzyskać w zakresie od 0,01% do kilkuset procent. Do ich pomiarów w trzech kierunkach potrzeba dwóch kamer zamocowanych na nieruchomym statywie. Przed badaniem system należy skalibrować na polu pomiarowym.



Fot. 4. Powierzchnia płyty z losowo naniesionym deseniem.
 Phot. 4. Plate surface with a random pattern.

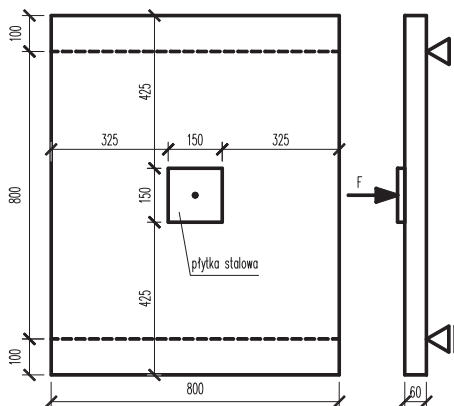
Większość funkcji systemu pomiarowego jest kontrolowana przez oprogramowanie. Widok okna dialogowego wykonany podczas obróbki wyników z badania płyty przedstawiono na Fot. 5.



Fot. 5. Widok okna dialogowego programu ARAMIS.
 Phot. 5. View of ARAMIS dialog box.

System ARAMIS można zastosować w badaniach materiałów: przy określaniu wytrzymałości i wymiarowaniu części elementów konstrukcji, w badaniach zachowań nieliniowych oraz procesów pełzania i starzenia, przy sprawdzaniu modeli weryfikowanych np. Metodą Elementów Skończonych, przy określaniu charakterystyk materiałowych, podczas procesów deformacji i przy obliczaniu odkształceń.

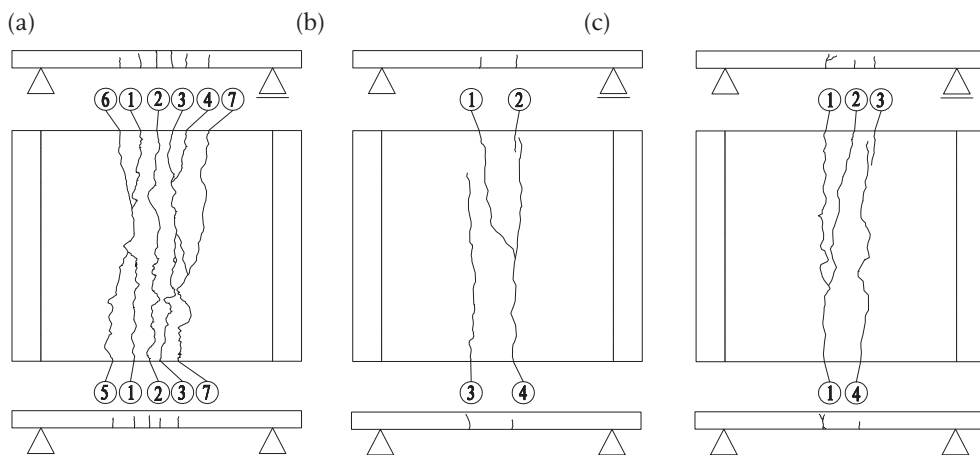
Płyty żelbetowe obciążano miejscowo, poprzez centrycznie ustawioną płytkę stalową wg schematu przedstawionego na Rys. 2, przy stałym wzroście przemieszczenia tłoka prasy hydraulicznej. Podczas badania rejestrowano przemieszczenie tłoka, aktualną siłę i ugięcia płyt za pomocą czujników LVDT.



Rys. 2. Schemat obciążenia i podparcia płyt.
Fig. 2. Schematic of load and support plates.

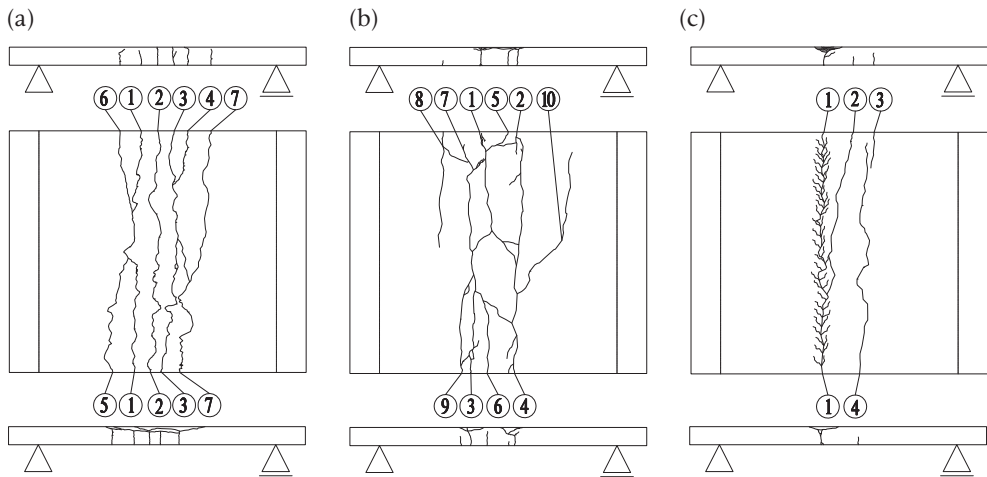
3. Analiza wyników badania płyt

Obrazy rozwoju rys sporządzono na podstawie szczegółowej dokumentacji fotograficznej. Pierwsze rysy pojawiły się w środku rozpiętości wszystkich elementów. W przypadku płyt nr 2 i 3 rysy miało to miejsce po dwukrotnie dłuższym czasie niż na płycie nr 1. Wraz ze wzrostem obciążenia powstawały rysy prostopadłe na całej szerokości płyt. Ich ilość była skorelowana z procentową zawartością włókien. W dalszych etapach obciążenia obserwowano odpryskiwanie betonu na górnych powierzchniach płyt. Obrazy zarysowania płyt na etapach obciążenia siłą 57 kN i końcowych etapach obciążenia zilustrowano odpowiednio na Rys. 3 i 4.



Rys. 3. Obrazy rozwoju rys w płytach na tym samym etapie obciążenia $F=57$ kN: a) nr 1, b) nr 2, c) nr 3.

Fig. 3. The images of crack development at the same level of loading $F=57$ kN: a) no 1, b) no 2, c) no 3.

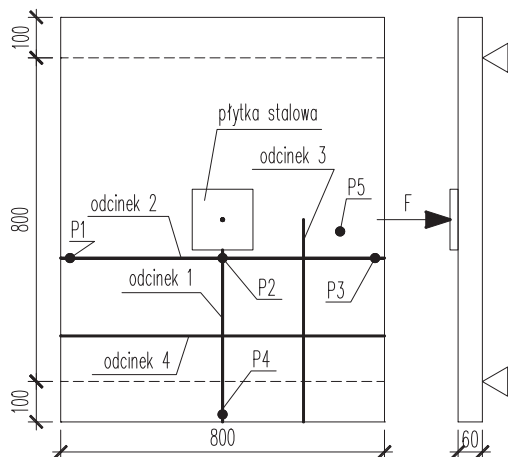


Rys. 4. Obrazy rozwoju rys w końcowej fazie badania płyty: a) nr 1, b) nr 2, c) nr 3.

Fig. 4. The maps of crack development in the final phase of the study for the plate: a) no 1, b) no 2, c) no 3.

Płyta nr 3 z 1% zawartością włókien stalowych miała wyraźnie odmienny obraz zarysowania. Podczas badania tylko jedna rysa stale powiększała swoją szerokość, a dodatkowo w końcowej fazie obciążania na całej jej długości powstały promieniście odchodzące od niej drobne rysy, Rys. 4c. Badanie prowadzono do momentu, aż włókna strefy ściskanej betonu uległy całkowitemu zmiążdżeniu, a pęknięcia pojawiające się w strefie rozciąganej miały szerokości przekraczające 5 mm w płytach nr 1 i nr 2 oraz 15 mm w płycie nr 3.

System ARAMIS umożliwia sporządzenie wykresów odpowiedzi elementów płytowych w dowolnym punkcie lub na długości wybranego odcinka. Na Rys. 5 zilustrowano schemat płyt z zaznaczonymi charakterystycznymi punktami i odcinkami przyjętymi do analiz.

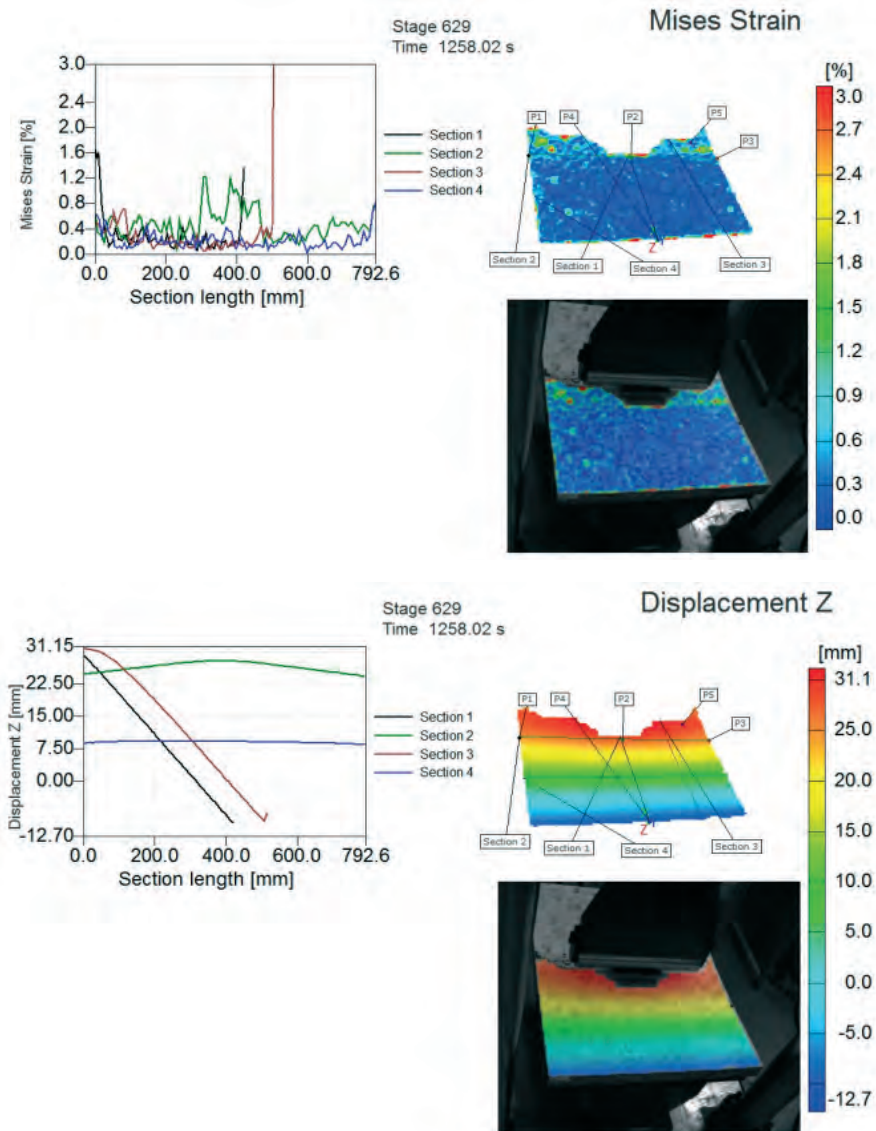


Rys. 5. Schemat poglądowy przyjętych do analiz punktów i odcinków dla płyt w programie ARAMIS.

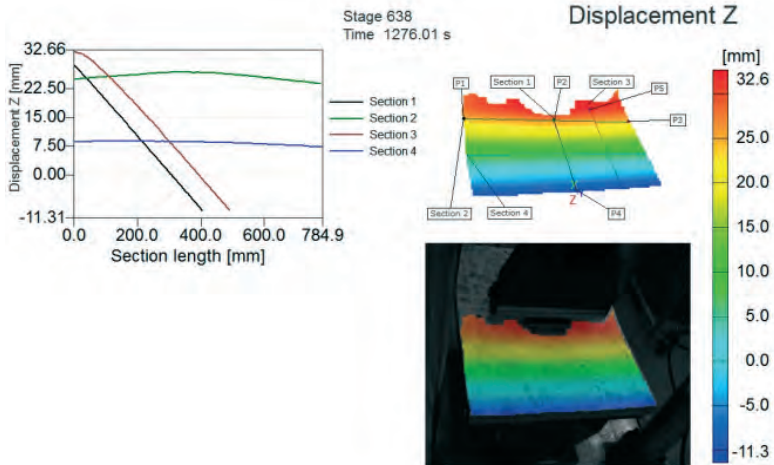
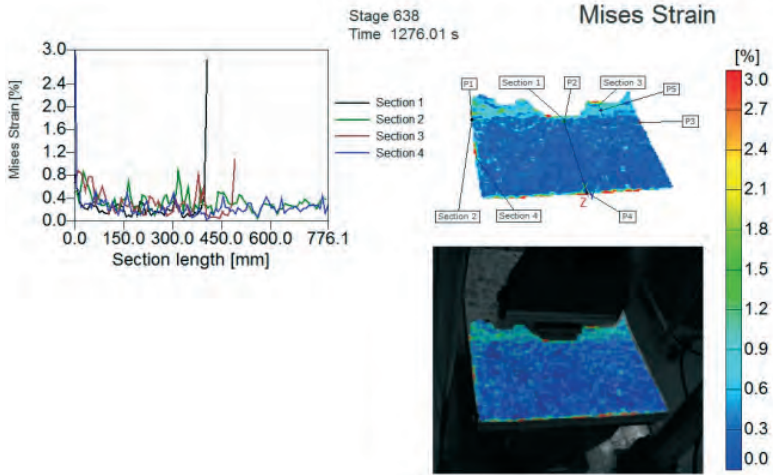
Fig. 5. Reference scheme of characteristic points and sections selected for the analysis in ARAMIS.

Wyniki odkształceń i przemieszczeń pionowych charakterystycznych odcinków 1-4 analizowanych obszarów płyt nr 1-3 przedstawiono w formie raportów. Zamieszczone na Rys. 6 obrazy i wykresy stanów deformacji płyt odpowiadają największym przyłożonym siłom.

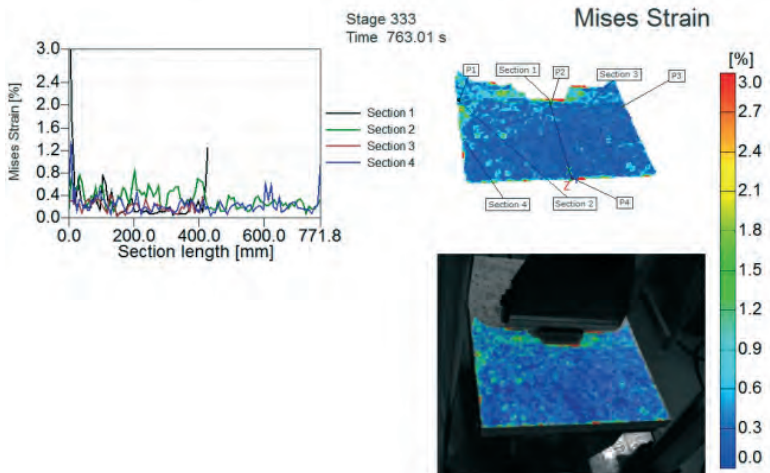
Płyta 1 – $F_{max} = 66,1$ kN

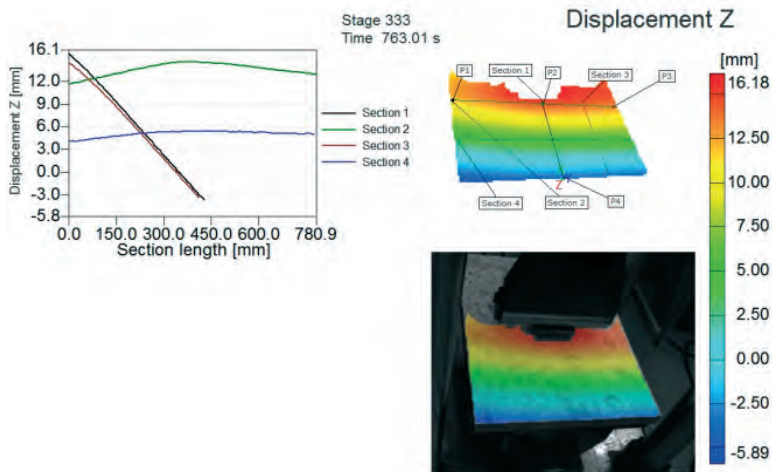


Płyta 2 – $F_{max} = 72,4$ kN



Płyta 3 – $F_{max} = 72,2$ kN





Rys. 6. Raporty odkształceń i przemieszczeń pionowych płyt przy maksymalnych obciążeniach.
Fig. 6. Reports of strains and horizontal displacements of plates at maximum loads.

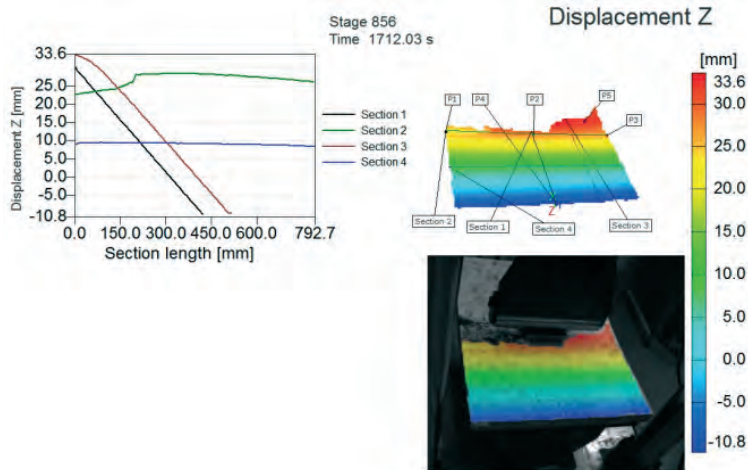
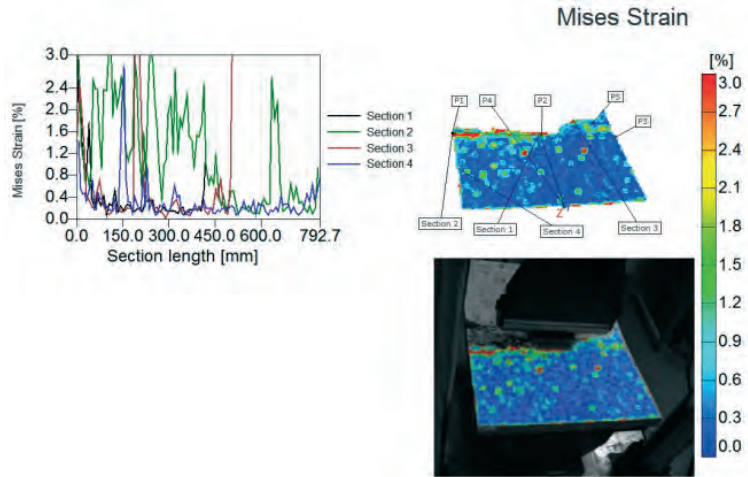
Najszybciej zniszczyła się płyta nr 1 bez dodatku włókien. Jej pionowe przemieszczenie dla maksymalnej wartości obciążenia równej 66,1 kN osiągnęło wartość 31,2 mm. Pas największych przemieszczeń pionowych, o wartościach od 25 mm do 31,2 mm, miał szerokość 200 mm i przebiegał centralnie w poprzek płyty. Maksymalne wartości odkształceń, które pojawiły się w połowie płyty na odcinku 3 i znacznie przekroczyły 3%, miały związek z lokalnym miażdżeniem betonu w tym obszarze.

Przemieszczenie płyty nr 2 dla maksymalnej wartości obciążenia równej 72,4 N osiągnęło wartość 32,7 mm. Pas maksymalnych przemieszczeń pionowych o wartościach z przedziału 25-32,7 mm zmniejszył się do około 100 mm. Zarejestrowano znacznie mniejsze odkształcenia elementów do 1,2% na długości wszystkich analizowanych odcinków. Odkształcenia równe 2,8% pojawiły się lokalnie na odcinku 1 w strefach odprysków betonu.

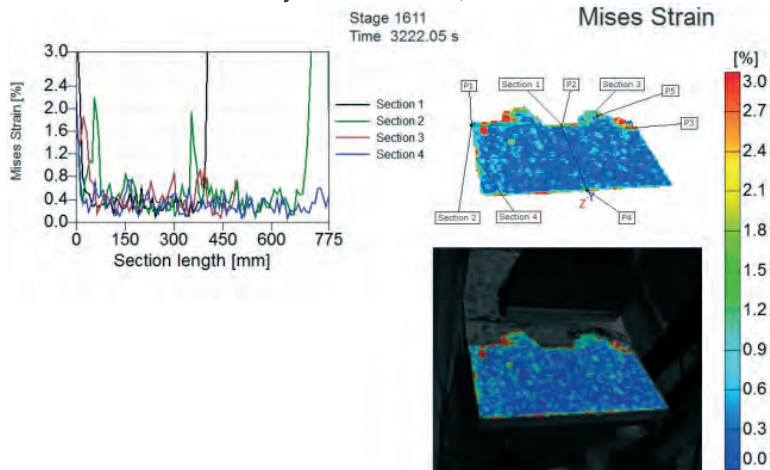
Przemieszczenie płyty nr 3 dla maksymalnej wartości obciążenia 72,2 kN osiągnęło wartość 16,2 mm. Przy zbliżonej wartości obciążenia do płyty nr 2 pojawiło się miejscowe miażdżenie betonu z włóknami. Odkształcenia w tych obszarach były największe, lecz nie przekraczały 1,2%. Maksymalne przemieszczenia pionowe pojawiły się w centralnie usytuowanym pasie o szerokości 70 mm i miały wartości w zakresie 12-16,2 mm przy obciążeniu większym o 18,2% w stosunku do maksymalnego obciążenia płyty nr 1.

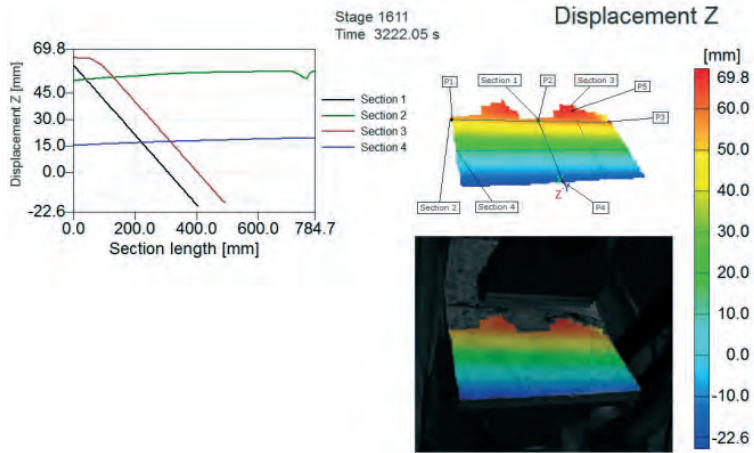
Na Rys. 7 przedstawiono raporty odkształceń i przemieszczeń pionowych płyt 1-3 na ostatnich etapach obciążenia.

Płyta 1 – $F_u = 45,4$ kN

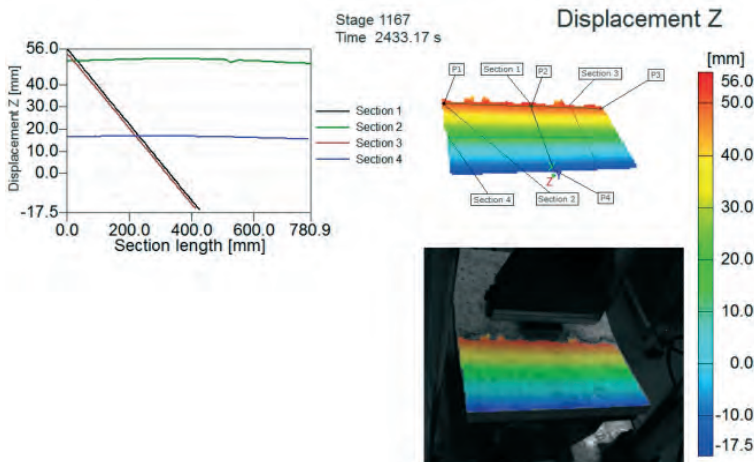
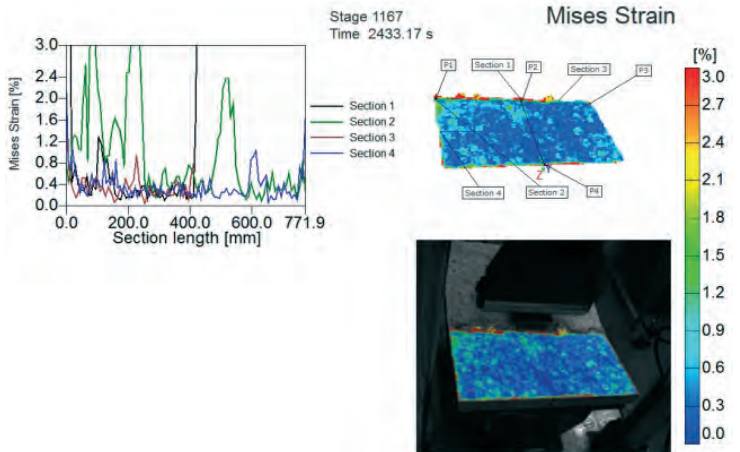


Płyta 2 – $F_u = 40,8$ kN





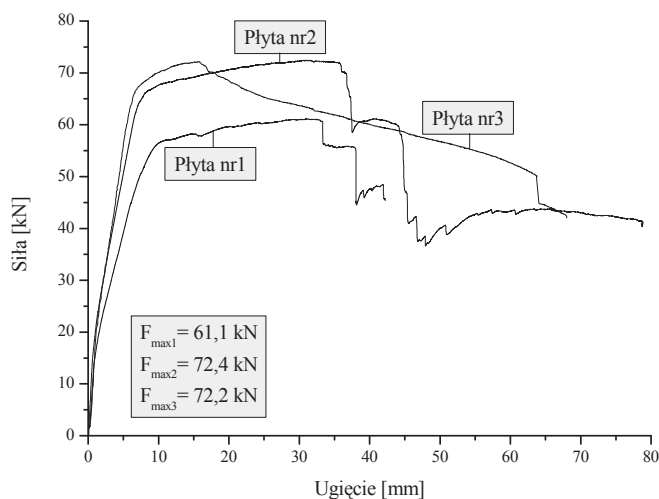
Płyta 3 – $F_u = 42,1$ kN



Rys. 7. Raporty odkształceń i przemieszczeń pionowych płyt na ostatnich etapach obciążenia.
Fig. 7. Reports of strains and vertical displacement in plates 1-3 at the final stage of loading.

Na ostatnim etapie obciążenia płyty nr 1 największe odkształcenia wystąpiły na prawie całym odcinku 2 o wartościach powyżej 2%. Maksymalne przemieszczenia pojawiły się na odcinku 3 i osiągały do 33,6 mm. W płycie nr 2 odkształcenia wynosiły przeważnie do 2% i wystąpiły na małych fragmentach powierzchni. Największe przemieszczenie pionowe było ponad dwukrotnie większe od przemieszczenia w płycie nr 1 i wynosiło 69,8 mm. W płycie nr 3 o większej procentowej zawartości zbrojenia rozproszonego odkształcenia włókien ścisanych fibrobetonu były większe niż w płycie nr 2 i na dłuższych odcinkach obserwowano nasilone efekty miażdżenia matrycy. Przemieszczenia w tym przypadku były również znaczne i osiągały 56 mm na odcinkach 1 i 3.

Na podstawie wyników pomiarów sporządzono wykresy zależności siła – ugięcie trzech badanych elementów, Rys. 8.

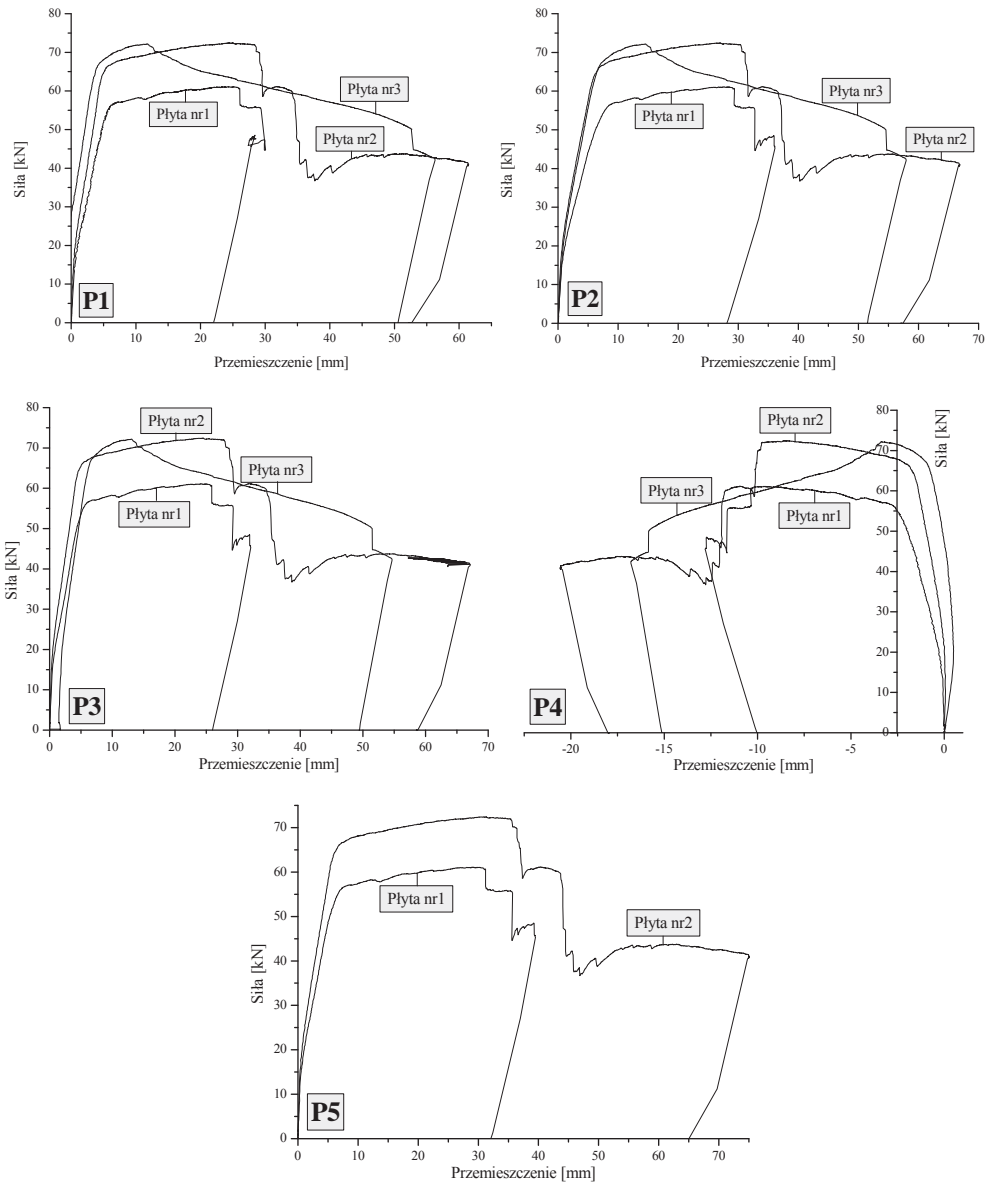


Rys. 8. Zależność siła-ugięcie badanych płyt.

Fig. 8. The force-displacement relation for tested plates.

Na podstawie zależności siła – ugięcie stwierdzono, że przy maksymalnym obciążeniu 61,1 kN płyta nr 1 ugięła się o 31,2 mm. W przypadku płyty nr 2 z dodatkiem włókien stalowych w ilości 0,5% zaobserwowano, że odpowiedź elementu jest podobna do płyty nr 1, ale największe obciążenie jest wyższe o 18,5% przy ugięciu 31 mm. W przypadku płyty nr 3 z 1% dodatkiem włókien stalowych zauważono, że ugięcie dla obciążenia 72,2 kN wynosi jedynie 15,6 mm. Po uplastycznieniu zbrojenia spadek nośności jest łagodny, bez wyraźnych załamań na wykresie, gdyż włókna stalowe hamują ewolucję rys.

Zależności siła-przemieszczenie pionowe w punktach P1-P5 dla płyt nr 1-3 przedstawiono na Rys. 9.



Rys. 9. Zależności siła-przemieszczenie pionowe w punktach P1-P5 dla płyt nr1-nr3.
 Fig. 9. Load-vertical displacement relations in points P1-P5 for plates 1-3.

Zależność siła-przemieszczenie płyty nr 2 o zawartości włókien stalowych 0,5% i włókien polipropylenowych 0,06% ma w początkowych stadiach obciążenia, we wszystkich kontrolowanych punktach, podobny przebieg do krzywej otrzymanej dla płyty nr 1. Jednak zakres obciążenia i odpowiedzi elementu z włóknami jest dużo wyższy. Zakres pracy sprężystej jest zbliżony we wszystkich elementach, ale oczywiście największą sztywnością wykazała się płyta nr 3. Różne są natomiast wartości sił, przy których materiał rozpoczął pracę jako sprężysto-plastyczny. Po uplastycznieniu zbrojenia stalowego całkowicie zmienia się charakter odpowiedzi

plyty nr 3. W płycie nr 1 kształt wykresu wynika ze współpracy kruchej matrycy i prętów stalowych. W płycie nr 2 włókna stalowe w niewielkim stopniu wpływają na cechy kompozytu, natomiast mają istotny wpływ na jej wzrost wytrzymałości i sztywności. W płycie nr 3 z dodatkiem 1% włókien stalowych i 0,06% włókien polipropylenowych, po uplastycznieniu zbrojenia tradycyjnego można zaobserwować włączenie się do współpracy włókien. Kompozyt nabiera cech materiału plastycznego z łagodnie postępującym osłabieniem.

4. Podsumowanie

Badania doświadczalne potwierdziły skuteczność stosowania dodatku włókien stalowych i polipropylenowych w celu poprawy wytrzymałości betonu wysokowartościowego na rozciąganie przy zginaniu w elementach płytowych. Na podstawie analiz otrzymanych wyników stwierdzono, że dodatek włókien stalowych w ilości 0,5% zwiększa wytrzymałość na rozciąganie matrycy betonu wysokowartościowego oraz sztywność elementu. Ponadto zastosowanie włókien polipropylenowych nawet w niewielkiej ilości jest skuteczne i poprawia wydajność pracy zdeformowanych włókien stalowych w betonie. Gwałtowne uwolnienie energii zarejestrowano jedynie w płycie żelbetowej. W płytach z włóknami zaobserwowano hamowanie nagłego pęknięcia betonu w efekcie pomostowania włókien. Wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu płyt nr 2 i nr 3 wzrosła o ponad 18% w porównaniu do płyty żelbetowej nr 1. W badanych elementach ze zbrojeniem rozproszonym nie powiększyła się ona wraz z wzrostem procentowego dodatku włókien. Zniszczenie płyty żelbetowej z betonu wysokowartościowego wzmocnionej włóknami stalowymi w ilości 1% i włóknami polipropylenowymi w ilości 0,06% miało charakter plastyczny, stopniowy i łagodny, gdyż każda rysa jest mostkowana przez włókna, co przekłada się na łagodny mechanizm zniszczenia i dużą ciągliwość elementu.

W najbliższej przyszłości planowane są dalsze badania eksperymentalne porównujące zachowanie betonu zbrojonego i żelbetu z dodatkiem włókien w elementach konstrukcyjnych, jak również symulacje numeryczne mechanizmów zniszczenia elementów żelbetowych z betonów wysokowartościowych wzmocnionych dwiema rodzinami włókien oraz optymalizacja tych kompozytów.

Literatura

- [1] Brandt A.M., *Toughness of fibre reinforced cement based materials*, Archives of Civil Engineering XLII (4), 1996.
- [2] Glinicki A., Litorowicz A., Zieliński M., *Badanie odporności fibrobetonów na pęknięcie przy zginaniu*, Materiały Budowlane 3 (2002) 74-76.
- [3] Domański T., Czkwianianc A., *Wpływ zbrojenia rozproszonego na parametry mechaniczne betonu*, Przegląd Budowlany 6 (2006).
- [4] Brandt A.M., *Fibre reinforced cement-based (FRC) composites after over 40 years of development in building and civil engineering*, Composite Structures 86 (2008) 3-9.
- [5] Brandt A.M., *Cement Based Composites: Materials, Mechanical Properties and Performance*, Taylor and Francis, London and New York 2009.
- [6] Foster S.J., *The application of steel-fibres as concrete reinforcement in Australia: from material to structure*, Materials and Structures 42 (2009) 1209-1220.
- [7] Walraven J.C., *High performance fiber reinforced concrete: progress in knowledge and design codes*, Materials and Structures 42 (2009) 1247-1260.

- [8] Prisco M., Plizzari G., Vandewalle L., *Fibre reinforced concrete: new design perspectives*, Materials and Structures 42 (2009) 1261-1281.
- [9] Glinicki M.A., *Beton ze zbrojeniem strukturalnym*, XXV Ogólnopolskie warsztaty pracy projektanta konstrukcji, Szczyrk 2010.
- [10] Bantia N., Gupta R., *Hybrid fiber reinforced concrete (HyFRC): fiber synergy in high strength matrices*, Materials and Structures 37 (2004) 707-716.
- [11] Cucchiara C., La Mendola L., Papia M., *Efectiveness of stirrups and steel fibres as shear reinforcement*, Cement & Concrete Composites 26 (2004) 777-786.
- [12] Chiaia B., Fantilli A.P., Vallini P., *Combining fiber-reinforced concrete with traditional reinforcement in tunnel linings*, Engineering Structures 31 (2009) 1600-1606.
- [13] Fairbairn E.M.R., Toledo Filho R.D., Formagini S., Rosa J.I., Battista R.C., *Experimental analysis and modeling of ultra high performance fiber reinforced concrete plates*, 1-8 (in press).
- [14] ARAMIS v6: *Podręcznik użytkownika – Oprogramowanie*. Germany, 2007.

The analysis of deformation states high strength fibre-reinforced concrete plates in flexural

Piotr Smarzewski, Mariusz Sz waj, Andrzej Szewczak

*Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: p.smarzewski@pollub.pl*

Abstract: The article presents the results of bending tests on reinforced concrete made of high strength concrete with water/(cement+microsilica) ratio of 0.2 with addition of steel and polypropylene fibres obtained with the system of non-contact three-dimensional displacement measuring system – ARAMIS. The plates were reinforced with grids and the variable was the content of fibres in concrete. The experiments proved significant influence of structural reinforcing combinations on load capacity of plates.

Keywords: reinforced concrete elements, high strength concrete, steel fibres, polypropylene fibres, plates. ARAMIS system.

The application example of the sensitivity analysis of the solution to coefficients of the k - ε model

Ewa Błazik-Borowa

*Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: e.blazik@pollub.pl*

Abstract: The paper presents the dependence between the degree of approximation of flow property functions and the sensitivity coefficients which are results of sensitivity analysis of solution to the coefficients of the k - ε turbulence model. It is shown that the model coefficients are factors of derivatives in the set of equations which describes the k - ε turbulence model. Because of this fact, when the term with the given parameter is large enough then the value of this parameter, being only the factor, has also larger influence on the solution. The numerical research is preceded by the description of calculation of sensitivity coefficients and their physical sense. The problem is presented for three tasks of incompressible steady flow around square and rectangular models with use of the standard and RNG versions of the k - ε turbulence model.

Keywords: coefficients of the k - ε turbulence model, sensitivity analysis, two-dimensional flow around square and rectangular cylinders.

Nomenclature:

$C_{\varepsilon 1}$ [-] – coefficient of the k - ε model

$C_{\varepsilon 2}$ [-] – coefficient of the k - ε model

C_{μ} [-] – coefficient of the k - ε model

C_m [-] – common indication for coefficients of the k - ε model

I_u [%] – turbulence intensity

P_k [m^2/s^3] – production of the kinetic turbulence energy

Re [-] – Reynolds number

k [m^2/s^2] – kinematic turbulence energy

p [Pa] – pressure

\underline{u} [m/s] – velocity vector

u_0 [m/s] – inlet velocity

u_t [m/s] – value of velocity along the wall

u_t^* [-] – friction velocity

x_n [m] – distance between centers of cells adjacent to a wall and this wall

x_n^* [-] – non-dimensional distance between centers of cells adjacent to walls and these walls

x_1, x_2 – longitudinal and transversal wind tunnel coordinate axes

ε [m^2/s^3] – dissipation of kinematic turbulence energy

κ [-] – Kármán's constant

μ_t [Ns/m^2] – turbulent dynamic viscosity

σ_k [-] – coefficient of the k - ε model

σ_ε [-] – coefficient of the k - ε model

ρ [kg/m^3] – air density

Subscripts and Superscripts:

m – reference to coefficients of the k - ε model

\sim – indication of the sensitivity coefficient of a flow property

∇ – Nabla operator

1. Introduction

The sensitivity analysis serves to check the influence of the small changes of the model parameters on the problem solution. The method is widely applied in the solid mechanics and often used in a design process. Many papers (comp. [1, 2]) describe the usage of sensitivity analysis for evaluation of influence of geometrical parameters or materials parameters on the efficiency of industrial processes. The sensitivity analysis is also applied in the fluid mechanics. This application occurs more rarely, because the problems met in the fluid mechanics are non-linear ones. However, in the last years one can find in the literature (e.g. [3, 4]) the sensitivity analysis as the tool for the design of channels geometry or for research of influence of a body motion in a flow on properties of this flow (pressure, velocity etc.).

In this paper the sensitivity analysis is used to examine how changing the coefficients of the k - ε model influences on the calculation results of the flow properties. The proposal concept of the use of the sensitivity analysis and led out dependencies have been made by the author herself. The results had been presented in the papers [5-7]. Here are presented the examples of applications of sensitivity analysis, which come from the fact that sensitivity coefficients strongly depend on the approximation degree of flow properties. The problem is presented for three tasks of incompressible steady flow around square and rectangular models with use of the standard and RNG versions of the k - ε turbulence model.

2. The sensitivity analysis

The sensitivity analysis is a method used to examine the influence of changing input parameters on the calculation results. In this paper, the sensitivity analysis is used to examine how changing the coefficients of the k - ε model influences on the calculation results of the flow properties. For steady incompressible flow there are the following flow properties: pressure p , components of velocity vectors $\underline{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$, kinematic turbulence energy k , dissipation of kinematic turbulence energy ε and turbulent dynamic viscosity μ_t . These properties are calculated from the system of differential equations which consists of the continuity equation, Navier-Stokes equations, and in the case of the k - ε turbulence model (comp. [8-10]), the turbulence kinematic energy equation, the dissipation rate of the kinematic turbulence energy equation and equation of the turbulence dynamic viscosity. Since

these equations contain semi-empirical coefficients (for example, in the standard version of the k - ε model there are the following coefficients $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, C_μ , σ_k and σ_ε) the calculation results depend on their values. These relationships are described by sensitivity coefficients which may be determined from the system of differential equations obtained after differentiating the equations of the k - ε model in relation to the parameter marked as C_m . For the standard version of the k - ε model this system may be written as (comp. [5-7]):

$$\nabla \cdot \tilde{u}_m = 0 \quad (1)$$

$$\rho((\tilde{u}_m \cdot \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \tilde{u}_m) = -\nabla \tilde{p}_m + \tilde{\mu}_m \Delta \mathbf{u} + (\mu + \mu_t) \Delta \tilde{u}_m \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \rho((\tilde{u}_m \cdot \nabla) k + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \tilde{k}_m) = \\ & = \left(\nabla \frac{\tilde{\mu}_m}{\sigma_k} \right) \cdot (\nabla k) + \frac{\tilde{\mu}_m}{\sigma_k} \Delta k + \left(\nabla \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot (\nabla \tilde{k}_m) + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \Delta \tilde{k}_m + \rho \frac{\partial P_k}{\partial C_m} - \rho \tilde{\varepsilon}_m + q_{km} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \rho((\tilde{u}_m \cdot \nabla) \varepsilon + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \tilde{\varepsilon}_m) = \left(\nabla \frac{\tilde{\mu}_m}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot (\nabla \varepsilon) + \frac{\tilde{\mu}_m}{\sigma_\varepsilon} \Delta \varepsilon + \left(\nabla \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot (\nabla \tilde{\varepsilon}_m) + \\ & + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \Delta \tilde{\varepsilon}_m + \rho C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \frac{\partial P_k}{\partial C_m} + \frac{\rho P_k C_{\varepsilon 1} - 2\rho \varepsilon}{k} \tilde{\varepsilon}_m - \frac{\rho P_k C_{\varepsilon 1} \varepsilon - \rho \varepsilon^2}{k^2} \tilde{k}_m + q_{\varepsilon m} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tilde{\mu}_m - \rho C_\mu \frac{2k}{\varepsilon} \tilde{k}_m + \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon^2} \tilde{\varepsilon}_m = q_{\mu m} \quad (5)$$

where q_{km} , $q_{\varepsilon m}$ and $q_{\mu m}$ are the terms which are located on the right-hand side and their relationship to each parameter is described with the following formulas:

- for the $C_{\varepsilon 1}$ parameter

$$q_{\varepsilon 1} = P_k \frac{\varepsilon}{k} \quad (6)$$

- for the $C_{\varepsilon 2}$ parameter

$$q_{\varepsilon 2} = -\rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (7)$$

- for the C_μ parameter

$$q_{\mu 3} = \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (8)$$

- for the σ_k parameter

$$q_{k 4} = - \left(\nabla \frac{\mu_t}{\sigma_k^2} \right) \cdot (\nabla k) - \frac{\mu_t}{\sigma_k^2} \Delta k \quad (9)$$

- for the σ_ε parameter

$$q_{\varepsilon 5} = - \left(\nabla \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon^2} \right) \cdot (\nabla \varepsilon) - \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon^2} \Delta \varepsilon. \quad (10)$$

Sensitivity coefficients may be calculated from the set of Eq. (1-10), but in this paper they are evaluated on the basis of the following formula:

$$\tilde{s}_m = \frac{w_2 - w_1}{\Delta C_m} \quad (11)$$

where w_1 , w_2 are the results of calculations of the flow problem at $C_m - \Delta C_m/2$ and $C_m + \Delta C_m/2$, respectively. The discussion of choosing values of ΔC_m and the influence of these values on the results of the sensitivity analysis is presented in the paper [6].

It is shown above that the model coefficients are the factors of derivatives in the set of equations which describes the $k-\varepsilon$ turbulence model. Because of this fact, when the term with the given parameter is large enough, then the value of this parameter, being only the factor, has also the larger influence on the solution. If we analyze problems with the same degree of the approximation of the function, then the larger sensitivity means larger computational errors, because it shows areas with the largest gradients of the flow property function. If we have various orders of approximation of the function, then the largest sensitivity will show us the best of the applied methods of approximation. The more exact approximation usually produces larger values of the derivatives of flow properties and their sensitivity to the parameters of the model. And therefore the results of sensitivity analysis can be applied to:

- show the influence of the $k-\varepsilon$ model parameters on the results of calculations,
- determine the area with the largest errors,
- check quality of solutions and approximation methods,
- research the quality of FVM (Finite Volume Method) meshes.

3. The numerical analysis

3.1. The numerical model

In order to confirm relationships described above the sensitivity analysis for a few tasks is presented in this paper. To determine the sensitivity coefficients on the basis of Eq. (11) the calculations results obtained from the FLUENT commercial software at two values of the model coefficients are used. The calculations have been made for the following problems:

- model No 1 – the square is located in free flow (Fig. 1), the edge dimension is equal to $D = 0.04$ m, the inflow velocity is constant $u_0 = 10$ m/s and the turbulence intensity $I_u = 0.7\%$,
- model No 2 – the square is placed at the ground (Fig. 2), the edge dimension is $h_s = 0.06$ m, the turbulence intensity $I_u = 9.5\%$ and the inflow velocity is described by the following formulas:

$$u_1(x_2) = 19.7 \text{ m/s} \left(\frac{x_2}{h_s} \right)^{0.2} \text{ for } x_2 < 0.2 \text{ m,}$$

$$u_1(x_2) = 25 \text{ m/s for } x_2 \geq 0.2 \text{ m,} \quad (12)$$

- model No 3 – the rectangle is placed at the ground (Fig. 3), the height of the model is $h_r = 0.4$ m, the width is $a = 0.2$ m, the turbulence intensity is $I_u = 6.0\%$ and the inflow velocity is described by following formulas:

$$u_1(x_2) = 9.67\text{m/s} \left(\frac{x_2}{0.5h_r} \right)^{0.15} \quad \text{for } x_2 < 0.25\text{m} \text{ and } 1.17\text{m} < x_2 < 1.42\text{m}$$

$$u_1(x_2) = 10\text{m/s} \text{ for } 0.25\text{m} < x_2 < 1.17\text{m}. \tag{13}$$

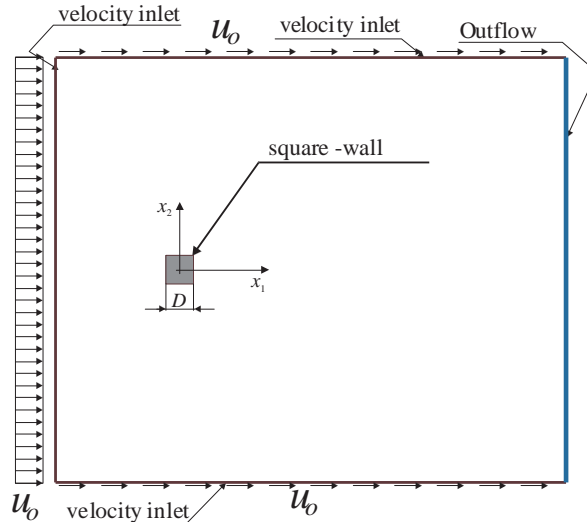


Fig. 1. The computational domain for model No 1.

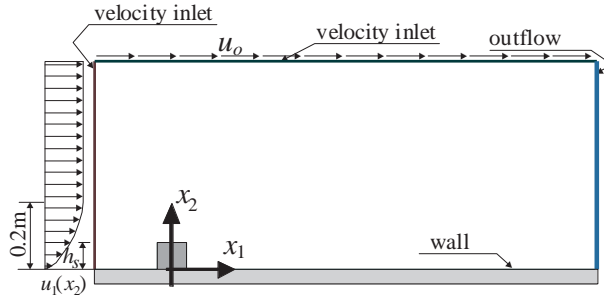


Fig. 2. The computational domain for model No 2.

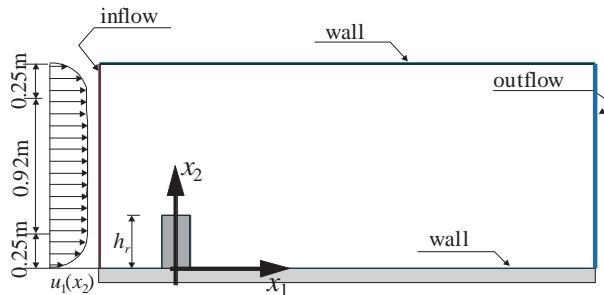


Fig. 3. The computational domain for model No 3.

The first and the second problems have been calculated by using the standard version of the k - ε model with the following set of turbulence model coefficients: $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $C_{\mu} = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_{\varepsilon} = 1.3$. For the third task the calculations have been made with use of both the standard and RNG versions. The model coefficients for the RNG version are equal to $C_{\varepsilon 1} = 1.42$, $C_{\varepsilon 2} = 1.68$, $C_{\mu} = 0.0845$.

The aim of the paper is to show that the sensitivity coefficients depend on the degree of task approximation. To receive different degrees of approximation for single model, the calculations for the same grid, but different kinematic viscosities have been performed. Thanks to the such formulation of the problem the flows with different gradients are obtained and we are avoiding the impact of differences between solutions caused by, for example, the numbers of iterations or the demanded level of convergence. The second way to obtain the differences in the values of gradients around the walls has been the application of the standard boundary layer model. For this model in the Fluent software the velocity u_t along a wall is described by the following formulas ([10-12]):

$$u_t = \frac{\partial u_t}{\partial x_n} x_n \text{ for } x_n^* < 11.225$$

$$u_t^* = \frac{1}{\kappa} \ln(E x_n^*) \text{ for } 11.225 \leq x_n^* \quad (14)$$

The terms from above equations are described by relationships:

- friction velocity

$$u_t^* = x_n^* \text{ for } 11.225 > x_n^*$$

$$u_t^* = \frac{1}{\kappa} \ln(E x_n^*) \text{ for } 11.225 \leq x_n^* \quad (15)$$

- non-dimensional distance of centers of cells adjacent to walls

$$x_n^* = \frac{\rho C_{\mu}^{1/4} k^{1/2} x_n}{\mu} \quad (16)$$

The dissipation of the turbulent kinetic energy is calculated from the equation [11]:

$$\varepsilon = \frac{C_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{\kappa x_n} \quad (17)$$

This model of the boundary layer is applied in the first row of cells adjacent to walls only, and therefore, non-dimensional distance should be kept in the range $x_n^* \in (30;60)$. If the distance x_n^* is smaller than proper one the flow properties are described by wall functions in too narrow areas of calculation domain adjacent to the wall. It causes simplification of the functions of flow properties, and next, significant reduction of the gradients of flow properties. On the other hand, for too big distances x_n^* and too big sizes of mesh cells the functions describing flow properties are also simplified by using too coarse mesh. It comes from the fact the

gradients of flow properties are not calculated on the basis of exact derivatives of the function but they are calculated on the basis of numerical methods with correctness dependent on the mesh density. The gradients of the flow functions have significant influence on the sensitivity of flow properties to the turbulence model coefficients, but the sensitivity values also depend on other parameters, the errors of calculations in particularly. Hence, sometimes the similarly high sensitivity is obtained for two tasks: one of these tasks with mesh with the correct non-dimensional distance x_n^* and the other task with this parameter only close to the proper value. But this fact just confirms the statement that the quality of a FVM mesh around a wall has the most significant influence on the sensitivity coefficients and vice-versa.

Table 1. The x_n^* value for model No 1.

Re	μ	x_n^*	No. of volumes
[/]	[Ns/m ²]	[/]	
$2.7 \cdot 10^2$	$1.7894 \cdot 10^{-3}$	1.0	6440
$2.7 \cdot 10^3$	$1.7894 \cdot 10^{-4}$	4.9	6440
$2.7 \cdot 10^4$	$1.7894 \cdot 10^{-5}$	47.0	6440
$2.7 \cdot 10^5$	$1.7894 \cdot 10^{-6}$	470.0	6440
$2.7 \cdot 10^6$	$1.7894 \cdot 10^{-7}$	4700.0	6440

Table 2. The x_n^* value for model No 2.

Re	μ	x_n^*	No. of volumes
[/]	[Ns/m ²]	[/]	
$1.0 \cdot 10^2$	$1.7894 \cdot 10^{-2}$	0.3	7830
$1.0 \cdot 10^3$	$1.7894 \cdot 10^{-3}$	2.4	7830
$1.0 \cdot 10^4$	$1.7894 \cdot 10^{-4}$	5.0	7830
$1.0 \cdot 10^5$	$1.7894 \cdot 10^{-5}$	50	7830
$1.0 \cdot 10^6$	$1.7894 \cdot 10^{-6}$	490	7830
$1.0 \cdot 10^7$	$1.7894 \cdot 10^{-7}$	4970	7830

Table 3. The x_n^* value for model No 3.

Re	μ	x_n^* the standard version	x_n^* the RNG version	No. of volumes
[/]	[Ns/m ²]	[/]	[/]	
$2.2 \cdot 10^2$	$1.7894 \cdot 10^{-2}$	1.08	1.01	77275
$2.2 \cdot 10^3$	$1.7894 \cdot 10^{-3}$	5.0	3.96	77275
$2.2 \cdot 10^4$	$1.7894 \cdot 10^{-4}$	41.5	16.3	77275
$2.2 \cdot 10^5$	$1.7894 \cdot 10^{-5}$	548.3	143.0	77275
$2.2 \cdot 10^6$	$1.7894 \cdot 10^{-6}$	3369.0	1929.8	77275

Tables 1, 2 and 3 contain values of the non-dimensional distances x_n^* for analyzed tasks. The proper values of x_n^* are bolded in the tables. Since the proper value x_n^* has not been obtained for the RNG method used for model No 3, the adjacent values are treated as close to proper ones.

3.2. The calculation results

The results of the sensitivity analysis are sensitivity coefficients. The calculation results, which are presented in this paper, have been calculated from Eq. (11) with the following increase of the model coefficients: $\Delta C_{\varepsilon 1} = \Delta C_{\varepsilon 2} = \Delta \sigma_k = \Delta \sigma_\varepsilon = 0.01$ and $\Delta C_\mu = 0.001$. The numerical calculations have been made with use of the commercial software Fluent. The different values of tolerance of calculation divergence have been applied in each of the tasks.

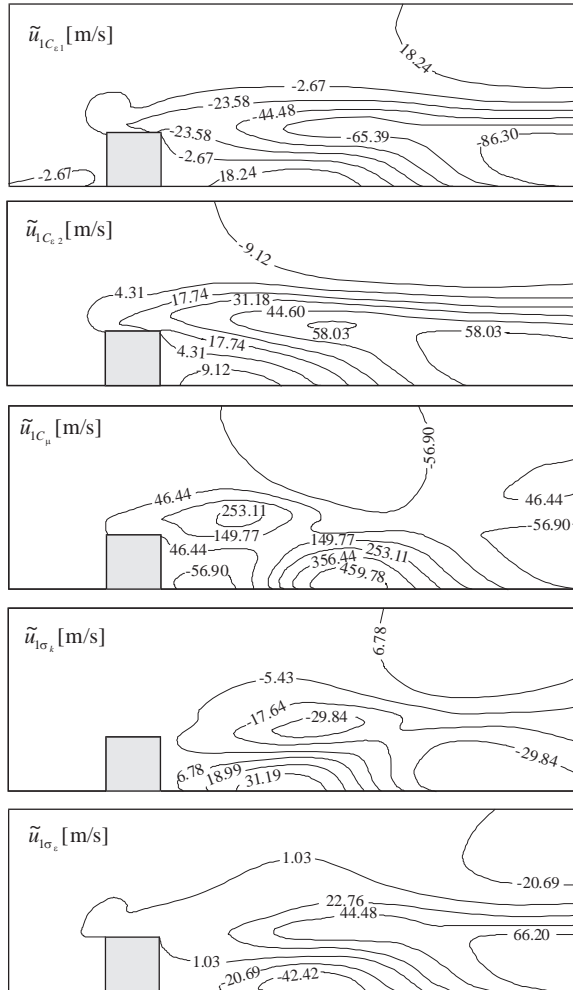


Fig. 4. The fields of the velocity sensitivities for model No 2.

The tasks for model No 1 and No 2 have been calculated with the best possible tolerance of the calculation convergence. The calculations for model No 3 have been performed at the same tolerance equal to $5 \cdot 10^{-4}$. The exemplary fields of the sensitivity coefficients for model No 2 are shown in Fig. 4. As shown in Figure 4, behind the square, where the vortex is formed and the velocity gradient is large, the velocity sensitivity to the model coefficients is greater than in areas with almost constant values of velocities.

Figure 5 presents the graphs of velocity sensitivities to all coefficients of the standard $k-\varepsilon$ model behind model No 1 at $x_1/D = 4.0$. The biggest sensitivity is usually obtained for the Reynolds number equals 10^3 - 10^4 . It should be noted that the task with $Re \sim 10^4$ result with the proper value of non-dimensional distance in the boundary layer which gives the proper mesh around the square. The task with $Re \sim 10^3$ has similar sensitivity of flow properties to the model coefficients, but as it has been previously explained, sometimes for the non-dimensional distance x_n^* close to proper value the big values of sensitivity are caused by nearly proper discretization of the problem and by the errors of calculation. Of course, the quality of the mesh has significantly bigger influence than the errors of calculations.

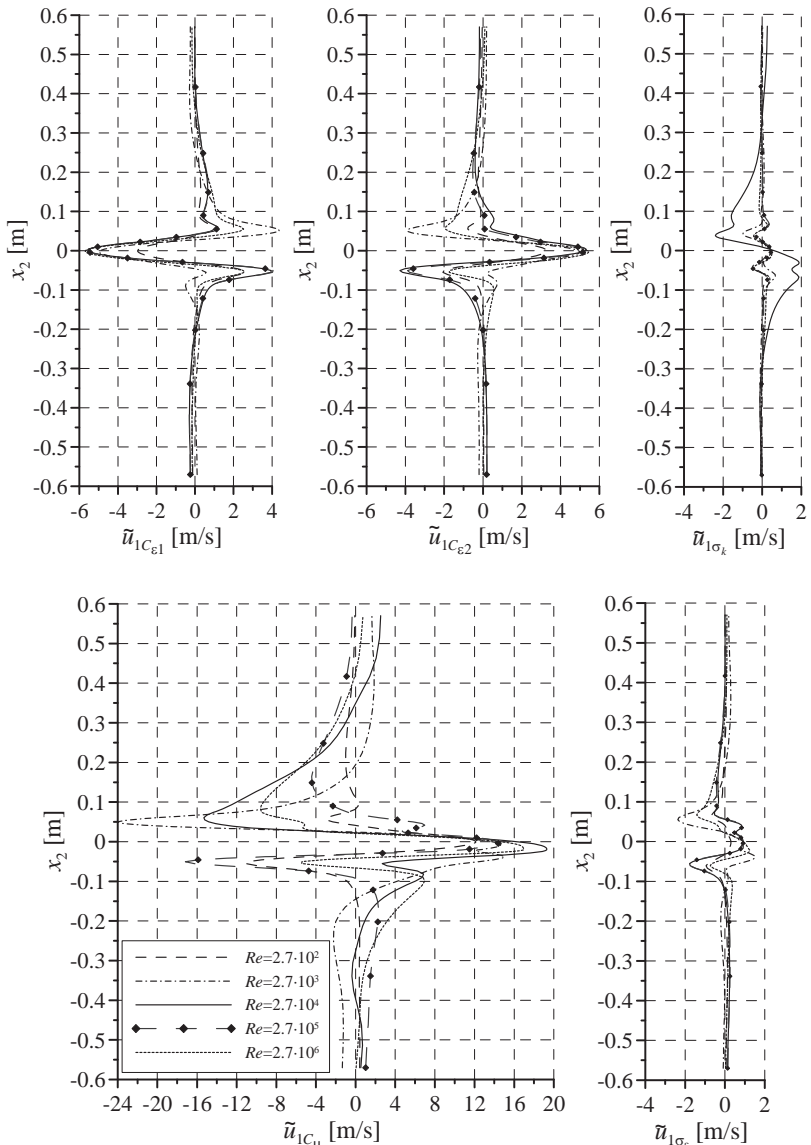


Fig. 5. The graphs of the velocity sensitivities behind model No 1 at $x_1/D = 4.0$.

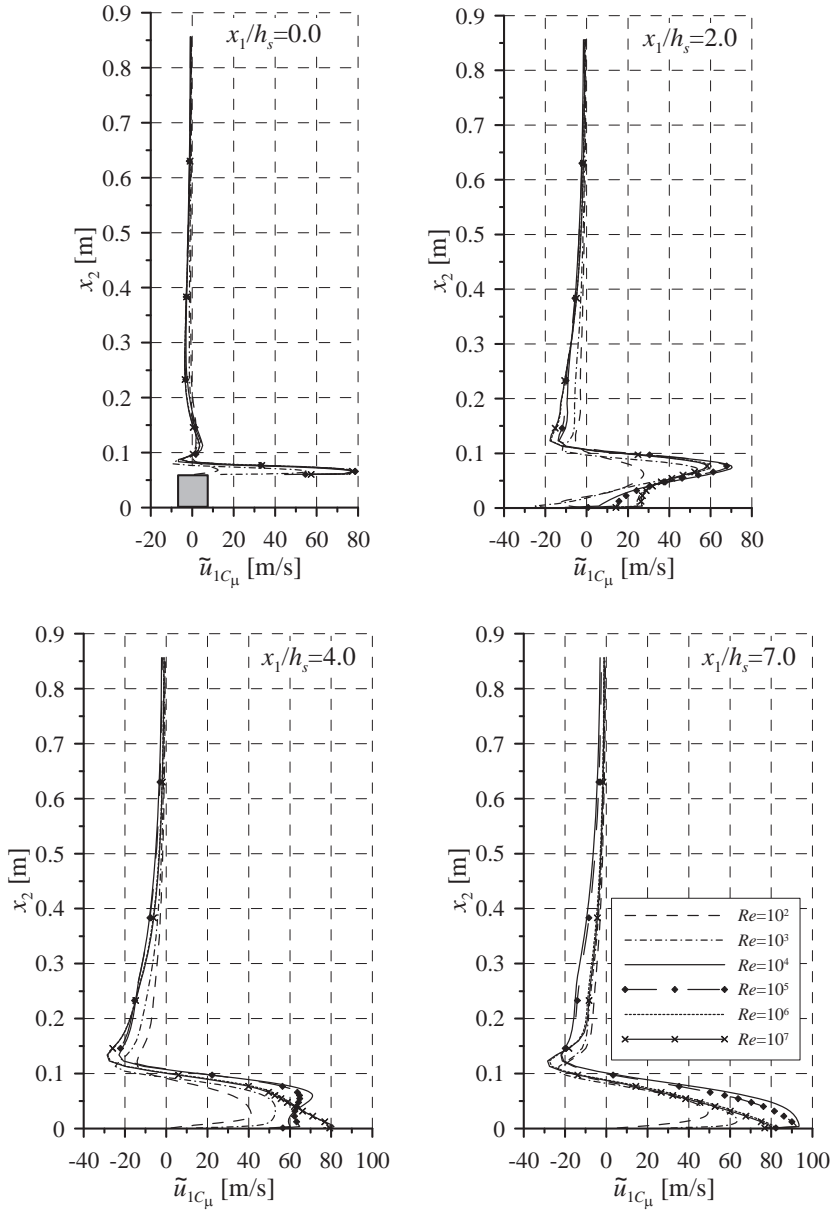


Fig. 6. The exemplary graphs of the velocity sensitivities \tilde{u}_{1C_μ} around model No 2.

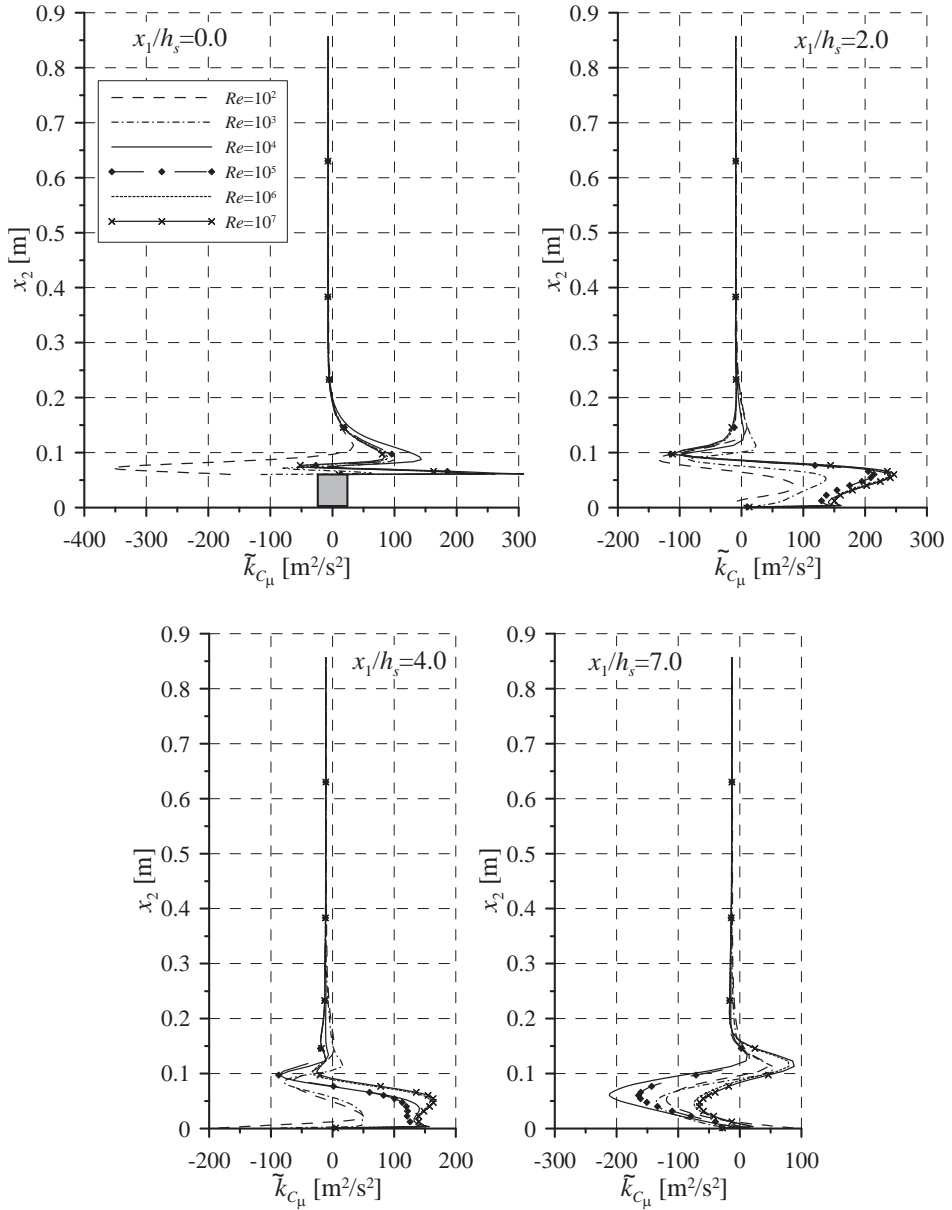


Fig. 7. The exemplary graphs of the turbulence kinetic energy sensitivities \tilde{k}_{C_μ} around model No 2.

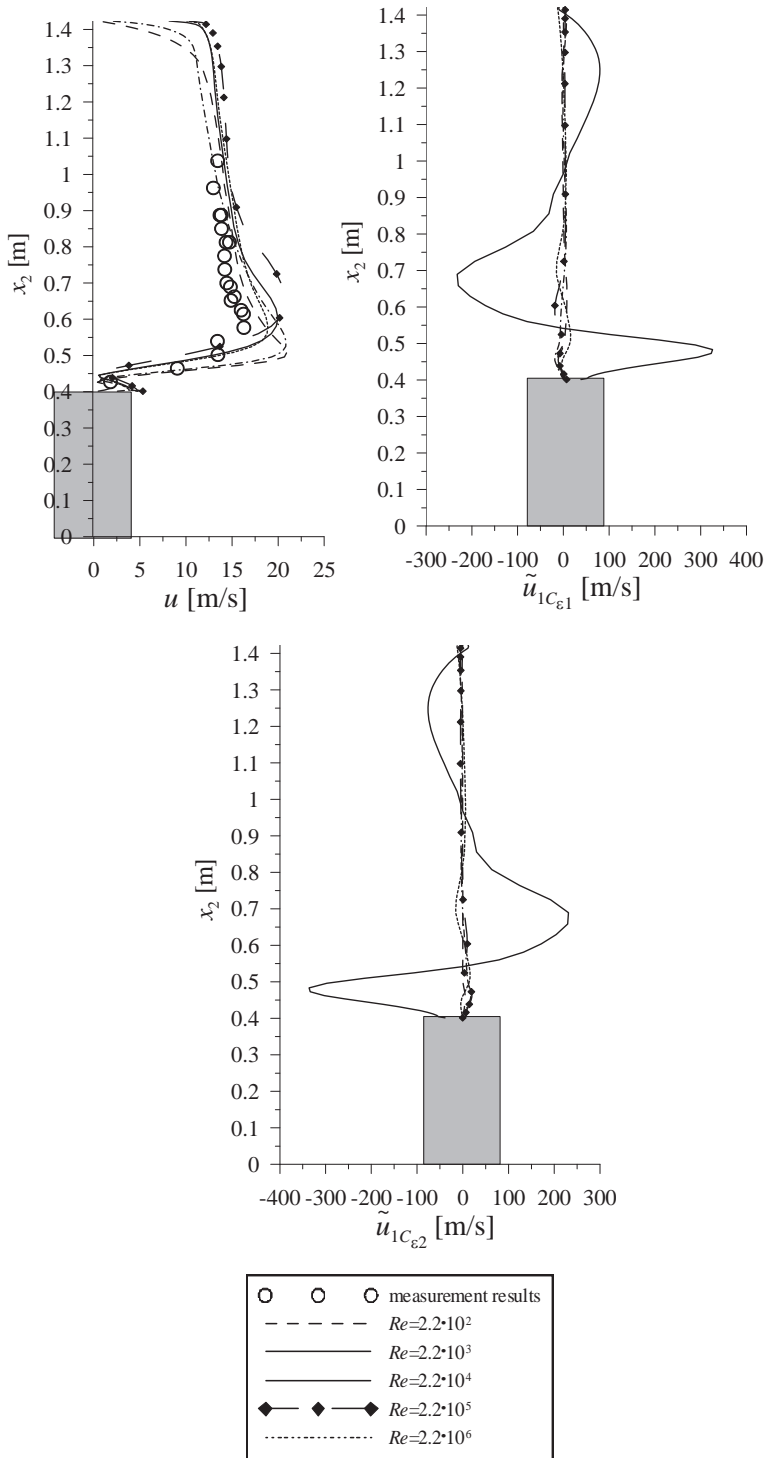


Fig. 8. The graphs of the velocity and its sensitivities to C_{e1} and C_{e2} above model No 3 at $x_1/h_r = 0.0$ obtained from the standard version.

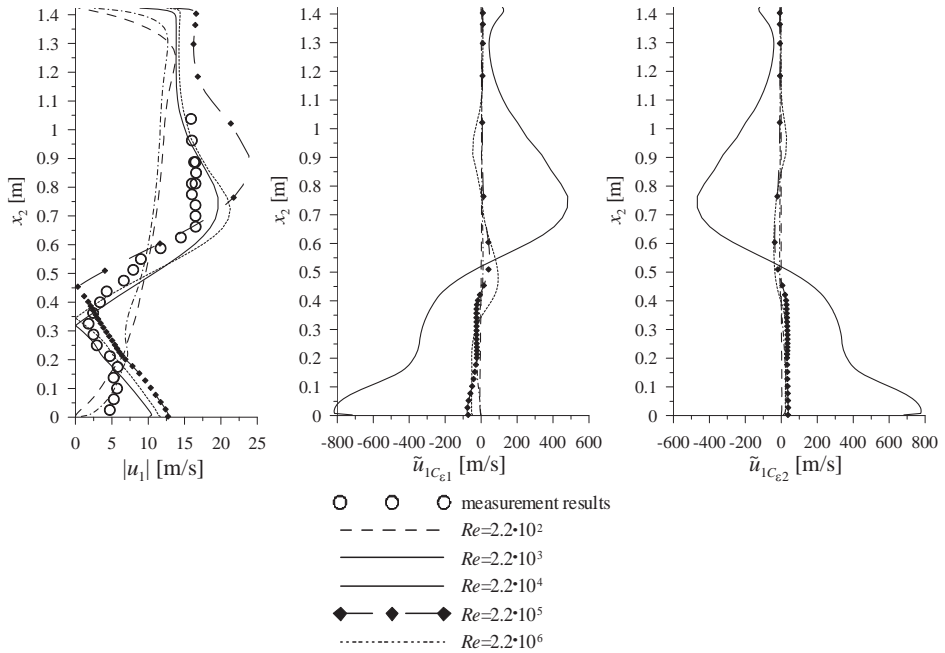


Fig. 9. The graphs of the velocity u_1 and its sensitivities to C_{e1} and C_{e2} above model No 3 at $x_1/h_r = 2.0$ obtained from the standard version.

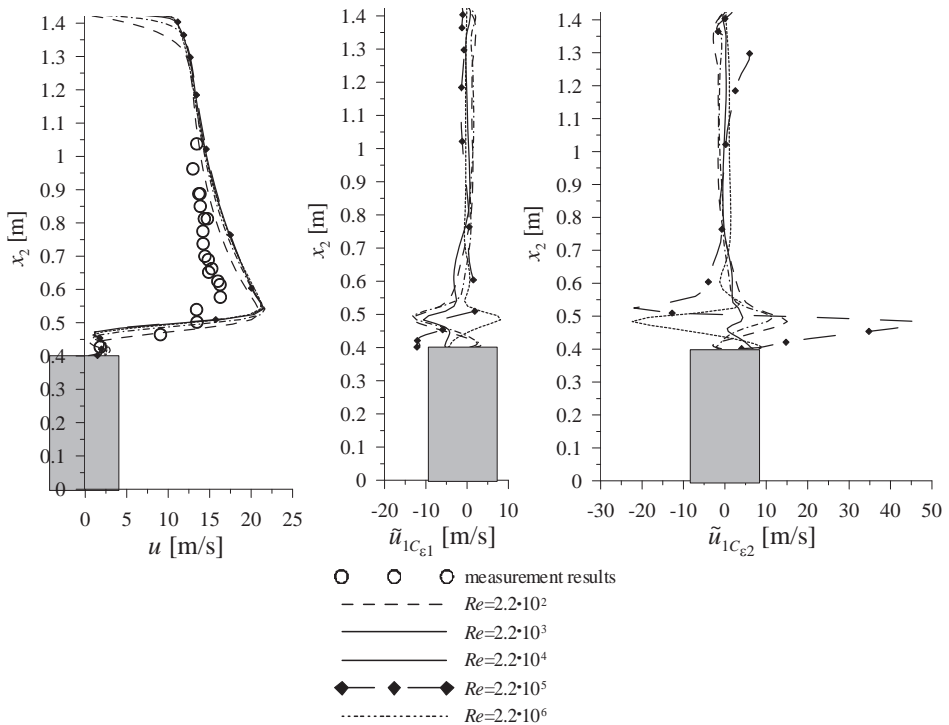


Fig. 10. The graphs of the velocity and its sensitivities to C_{e1} and C_{e2} above model No 3 at $x_1/h_r = 0.0$ obtained from the RNG version.

Figures 6 and 7 present graphs of the velocity and turbulence kinetic energy as functions of the coefficient C_μ for model No 2. Here, the proper value of non-dimensional distance is obtained for Reynolds number equal to 10^4 and 10^5 . For this exercise, the tendency of the bigger sensitivity for the better FVM mesh is kept, but in graphs of the sensitivities of turbulent kinematic energy the disturbances of these relationships are visible. The flow parameter sensitivities for Reynolds number bigger than 10^4 are similar, but for the cross sections at $x_1/h_s = 2.0$ the biggest values of the sensitivity are obtained for $Re = 10^7$.

The sensitivities of flow properties to the model coefficient C_μ do not clearly show the dependence between the quality of the mesh and the sensitivity because this coefficient is not the multiplier of the gradient of flow properties. It is the multiplier at ratio square turbulence kinetic energy and its dissipation. On the other hand the bigger sensitivity for higher Reynolds numbers can be caused by bigger errors of calculations. If the errors are too big the analysis of the quality mesh can be difficult or, for many cases, impossible.

Figures 8-11 show the flow property sensitivities together with the comparison of own measurement at $Re = 2 \cdot 10^5$ and calculation results for model No 3. The setup of measurement and their results are described in the papers [13] and [14].

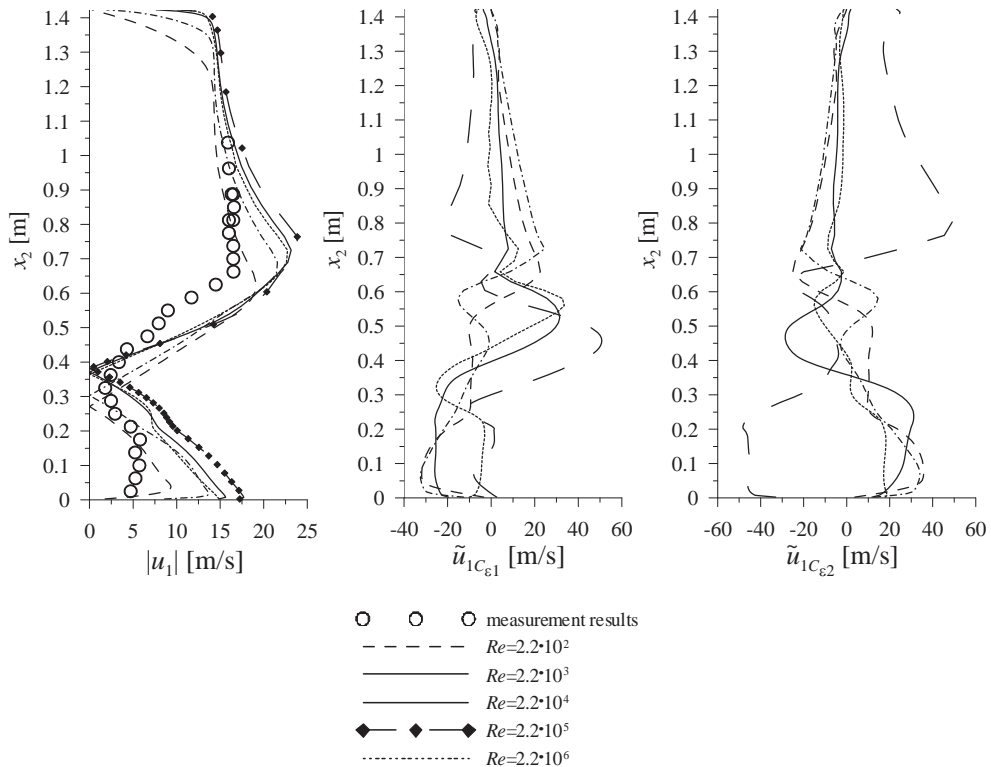


Fig. 11. The graphs of the velocity u_1 and its sensitivities to C_{e1} and C_{e2} behind model No 3 at $x_1/h_r = 2.0$ obtained from the RNG version of the $k-\varepsilon$ model.

The comparison of flow property sensitivities obtained from standard and RNG versions confirms that the sensitivity is bigger for calculation with bigger

errors. It is well known that the RNG version gives smaller calculation errors. Here, it is also visible that the results of calculation for the RNG method are closer to measurements than results for the standard version and simultaneously the sensitivity coefficients are smaller for the RNG version. It confirms thesis that at the same approximation of flow properties the bigger sensitivity occurs for bigger errors of calculations.

It is worth remarking that areas of high gradient coincide with areas of high sensitivity. This may be seen at ground and around objects in all figures.

For model No 3 the used meshes are treated as the best for $Re = 10^4$ for the standard version and close to the best mesh for $Re = 10^4$ and $Re = 10^5$ for the RNG method. It comes both from non-dimensional distances of the centers of cells adjacent to walls being proper and from the comparison of calculations and measurements results.

The graphs of sensitivity coefficients shown in Figures 8-11 as in the former figures, keep the tendency of bigger sensitivity for better meshes of calculation domains.

3.3. The discussion of results

The simple dependence between Reynolds number and sensitivity cannot be noticed in Figures 5÷10. The change of the sensitivity is connected with the correctness of the flow properties approximation and with the quality of the mesh. The bigger sensitivity means better approximation of the flow properties and it is clearly seen for the components of the velocity. The better approximation of the flow properties is obtained for the better mesh. In other cases the meshes are too coarse at bigger Reynolds numbers or too dense at smaller Reynolds numbers. The sensitivity decreases for more coarse meshes because non-linear functions are „straightened” as the result of the incorrect approximation. Too dense mesh causes the velocity and other flow properties to be described by correct curvilinear functions only in small part of the boundary layer. In other parts they are assumed as constants in cells, and it also reduces the gradients in boundary layer. The variable x_n^* in the Fluent software is used to calculate the thickness of laminar sublayer near the wall, and so it determines the profile of the velocity function. The one-order growth of the Reynolds number causes the one-order growth of the x_n^* distance. In the case of too large non-dimensional distance value the viscosity layer of the flow is too wide and in the case of too the small number x_n^* it is too narrow. In effect velocity values in the boundary layer are incorrectly evaluated.

Each thesis of this paper is confirmed, but in graphs there are also areas with the biggest intensity for the non-proper mesh. The explanation of this situation may be the fact that in calculation domain there are regions with the proper mesh and the regions with the worse one. The next explanation are possibilities to obtain the bigger calculation errors for areas with high gradient of flow properties and hence to obtain bigger sensitivities which are not connected with the level of approximation.

4. Conclusions

The paper presents the results of sensitivity analysis of solutions to coefficients of the $k-\varepsilon$ turbulence model and the relationship between the degree of approxima-

tion of flow properties functions and values of sensitivity coefficients. It seems that this dependence can be useful, for example, to test the quality of the FVM mesh. It is shown that if several meshes of the finite volume method are made and next the sensitivity coefficients are calculated, then for the given Reynolds number the better mesh gives the bigger sensitivities.

References

- [1] Haug H.J., Choi K.K., Komkov V., *Design sensitivity analysis of structural systems*, Academic Press, Orlando, 1986.
- [2] Kleiber M., Antúnez H., Hien T.D., Kowalczyk P., *Parameter Sensitivity in Nonlinear Mechanics*, John Wiley & Sons, 1997.
- [3] Mohammadi B., Molho J.I., Santiago J. G., *Incomplete sensitivities for the design of minimal dispersion fluidic channels*, *Comput. Methods Appl. Mech. Engineering* 192 (2003) 4131-4145.
- [4] Fernández M.A., Moubachir M., *Sensitivity analysis for an incompressible aeroelastic system*, *Mathematical Model and Methods in Applied Sciences* 12(8) 2002 1109-1130.
- [5] Błazik-Borowa E., *The sensitivity analysis of the flow around a square cylinder to parameters of the $k-\varepsilon$ method*, *The Proc. of the 12th ICWE*, Vol. II, 2007, 1919-1926.
- [6] Błazik-Borowa E., *Analysis of the channel flow sensitivity to the parameters of the $k-\varepsilon$ method*, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 58 (2008) 1257-1286.
- [7] Błazik-Borowa E., *The research of the solution quality for the $k-\varepsilon$ turbulence method with using sensitivity analysis of flow properties to model coefficients* in Lang P.R., Lombargo F.S. eds. *Atmospheric Turbulence, Meteorological Modeling and Aerodynamics*, Nova-publisher, New York, 2010, pp. 239-276.
- [8] Launder B.E., Spalding D.B., *Mathematical models of turbulence*, Academic Press, London and New York, 1972.
- [9] Launder B.E., Spalding D.B., *The numerical computation of turbulent flows*, *Computer Methods in Applied Mech. and Eng.* 3 (1974) 269-289.
- [10] Johansson A.V., *Engineering turbulence models and their development with emphasis on explicit algebraic Reynolds stress models* in Oberlack M., Busse F.H. eds. *Theories of Turbulence*, CISM Courses and Lectures, Springer Wien, New York, 2002, pp. 253-300.
- [11] *FLUENT 6.1 Documentation*, Fluent Inc, 2003.
- [12] Schlichting H., *Boundary layer theory*, McGraw-Hill Book Company, 1979.
- [13] Błazik-Borowa E., Bęc J., Nowicki T., Lipecki T., Szulej J., *Field measurements of pressure and wind velocity around square and rectangular cylinders*, *Proc. of 5th European&African Conference on wind Engineering*, Florencja, 2009, pp. 185-188.
- [14] Błazik-Borowa E., Bęc J., Nowicki T., Lipecki T., Szulej J., *The measurements of parameters for 2-D flow around square and rectangular cylinders at the ground*, *Archives of Mechanics and Civil Engineering* 11 (2011) 533-551.

Wpływ struktury wiatru na rozkład ciśnienia na powierzchni prostopadłościanu o wymiarach przekroju poprzecznego 10 cm x 20 cm

Tomasz Lipecki, Ewa Błazik-Borowa, Jarosław Bęc

*Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska,
e-mail: t.lipecki@pollub.pl, j.bec@pollub.pl, e.blazik@pollub.pl*

Streszczenie: W pracy przedstawiono badania modelowe w tunelu aerodynamicznym, przeprowadzone w odniesieniu do pionowo zamocowanego prostopadłościanu o wymiarach przekroju poprzecznego 10 cm x 20 cm. Wyniki przedstawione zostały w formie rozkładów współczynnika średniego ciśnienia wiatru na powierzchni ścian modelu. W trakcie badań analizowano wpływ struktury wiatru opisaną za pomocą funkcji pionowego profilu prędkości średniej, profilu intensywności turbulencji oraz funkcji gęstości widmowej mocy na wartości współczynnika ciśnienia. W pomiarach uwzględniono także zmienny kąt natarcia wiatru na model.

Słowa kluczowe: tunel aerodynamiczny, współczynnik ciśnienia, przekrój prostokątny, struktura wiatru.

1. Wprowadzenie

Oddziaływanie wiatru na konstrukcje o prostokątnym przekroju poprzecznym jest badane od lat, zarówno w skali modelowej w tunelach aerodynamicznych i wodnych, jak i w skali rzeczywistej. Dodatkowo, jako alternatywa dla kosztownych badań, stosowane są coraz powszechniej obliczenia oparte na komputerowej mechanice płynów. Jedną z technik wykorzystywanych w badaniach modelowych są pomiary powierzchniowe ciśnienia. Eksperymenty są prowadzone przeważnie dla modeli 2D i coraz częściej, wraz z rozwojem techniki pomiarowej, również dla modeli 3D. Badania w tunelach aerodynamicznych częściej dotychczas wykonywano na makietach o przekroju poprzecznym kwadratowym niż prostokątnym.

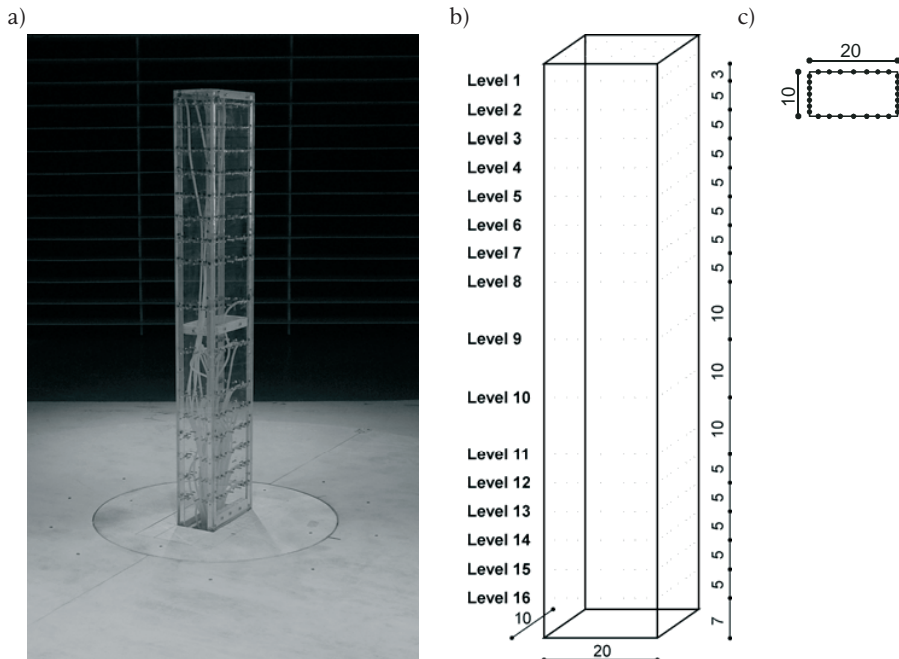
Różne aspekty opływu trójwymiarowego wokół prostopadłościanów o stosunku wymiarów boków przekroju poprzecznego 3, 2, 1,5, 1, 0,67, 0,5, 0,33 badań Wacker [1]. Wyniki prezentowane w pracach Liang i in. [2,3] również dotyczyły prostopadłościanów o stosunku wymiarów 1, 2, 3, 4. Wpływ smukłości modelu dla różnych przekrojów (0,34, 0,5, 0,63, 1, 1,59, 2, 2,98) na oddziaływanie wiatru był tematem pracy Lin i in. [4]. Autorzy w pracy Tamura i in. [5] opisali wyniki pomiarów dla prostokątów o stosunku boków 0,34, 0,4, 0,5, 1, przy różnym kącie natarcia wiatru. Badania o szerokim zakresie prowadzili również Cheng i Tsai [6]. Badali oni prostokąty o stosunku boków 0,2, 0,25, 0,33, 0,5, 1, 2, 3, 4, 5 i różnej smukłości całego modelu 3, 4, 5, 6 i 7, w kilku przypadkach napływu powietrza. Wyniki pomiarów o równie rozległym zakresie przedstawili Zhang i Gu [7] dla przekrojów 1, 0,67, 0,5, 0,33, 1,5, 2 i 3 i dwóch wariantów napływającego powietrza.

W niniejszej pracy podjęto się analizy rozkładów współczynnika średniego ciśnienia na powierzchni prostopadłościanu o wymiarach boków 10 cm x 20 cm, a więc stosunku wymiarów 1:2 (0,5) lub 2:1 (2). W pomiarach i analizach uwzględniono kąt natarcia wiatru zmieniający się od 0° (2:1) do 90° (1:2). Ponadto badano wpływ struktury wiatru w sześciu przypadkach znacząco różniącego się napływu. Wyniki badań przedstawiono między innymi w trakcie 13th International Conference on Wind Engineering i opublikowano w pracy Lipecki i in. [8].

2. Opis badań

Eksperyment opisany w niniejszej pracy przeprowadzony został w Laboratorium Inżynierii Wiatrowej z tunelem aerodynamicznym z warstwą przyścienną funkcjonującym w Instytucie Mechaniki Budowli na Wydziale Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej. Dokładny opis konstrukcji tunelu przedstawiono w wielu pracach między innymi: Flaga i in. [9], Flaga i Lipecki [10], Flaga [11].

Pionowy model prostopadłościanu o wysokości 100 cm i o wymiarach przekroju poprzecznego 10 cm x 20 cm został zamocowany sztywno na stole obrotowym umieszczonym w sekcji pomiarowej tunelu (Rys. 1a). Badania prowadzono przy obrocie stołu wraz z modelem co 15° , w zakresie od 0° do 90° . Punkty pomiarowe zostały rozmieszczone na 16 poziomach (Rys. 1b). Na każdym poziomie umieszczono 28 punktów pomiarowych, według schematu przedstawionego na Rys 1c. Punkty pomiarowe ulokowano również na płaskiej pokrywie modelu.



Rys. 1. Analizowany model: a) widok modelu w przestrzeni pomiarowej tunelu aerodynamicznego, b) rozmieszczeni punktów pomiarowych wzdłuż wysokości modelu, wymiary w [cm], c) rozmieszczenie punktów pomiarowych na obwodzie modelu.

Fig. 1. The analyzed model: a) the view of the model in the wind tunnel test section, b) the location of pressure taps along the height, dimensions in [cm], c) the location of pressure taps around model circumference.

W trakcie badań przeprowadzono analizę wpływu struktury wiatru opisanej za pomocą pionowego profilu średniej prędkości wiatru, pionowego profilu turbulencji oraz funkcji gęstości widmowej mocy na wartości i rozkład współczynnika średniego ciśnienia na powierzchni modelu. W analizach zastosowano sześć znacząco różniących się wymienionymi parametrami wariantów napływu powietrza. Dokładny opis badań prowadzących do zdefiniowania struktury napływającego wiatru został opisany w pracach Bęc i in. [12, 13].

3. Wyniki pomiarów

W trakcie pomiarów rejestrowano ciśnienia dynamiczne w punktach pomiarowych na powierzchni modelu. W badaniach wykorzystano 8 skanerów ciśnień umożliwiających jednoczesny pomiar na 8 kanałach każdy. W związku z ograniczoną do 64 ilością punktów jednoczesnego pomiaru, konieczne było wykonywanie serii badań z rejestracją danych z punktów pomiarowych ułożonych w kolejnych sekcjach modelu. Sygnały docierające ze skanerów rejestrowane były z wykorzystaniem systemu Iotech DaqBook 2005 obsługiwanego przez oprogramowanie IotechDaqView.

Ciśnienie dynamiczne w każdym z punktów pomiarowych zostało uśrednione w czasie 30 sekund. Jako wyniki końcowe pomiarów przyjęto współczynniki średniego ciśnienia, czyli uśrednione ciśnienie w punkcie pomiarowym podzielone przez średnie ciśnienie dynamiczne zmierzone na wysokości referencyjnej $z_{ref} = 70$ cm przed modelem w obszarze niezaburzonego przepływu. Współczynnik średniego ciśnienia został wyrażony za pomocą wzoru:

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho v_0^2} \quad (1)$$

w którym: p – średnie ciśnienie w danym punkcie pomiarowym na powierzchni modelu, ρ – gęstość powietrza, v_0 – prędkość wiatru w przepływie niezaburzonym przed modelem, na wysokości referencyjnej $z_{ref} = 70$ cm, czyli $\frac{1}{2} \rho v_0^2$ to ciśnienie referencyjne.

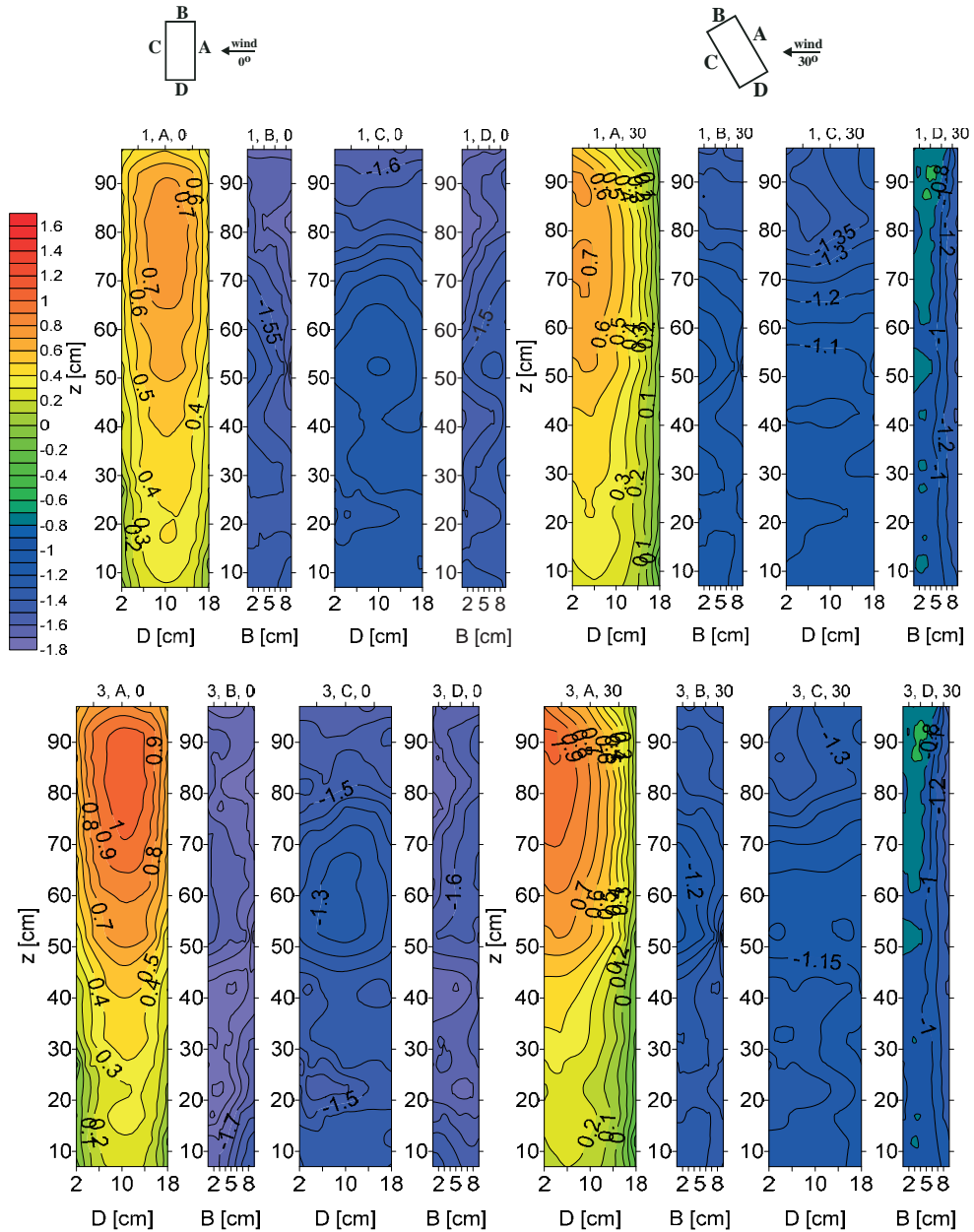
W niniejszej pracy przedstawiono przykładowe wyniki pomiarów dotyczące:

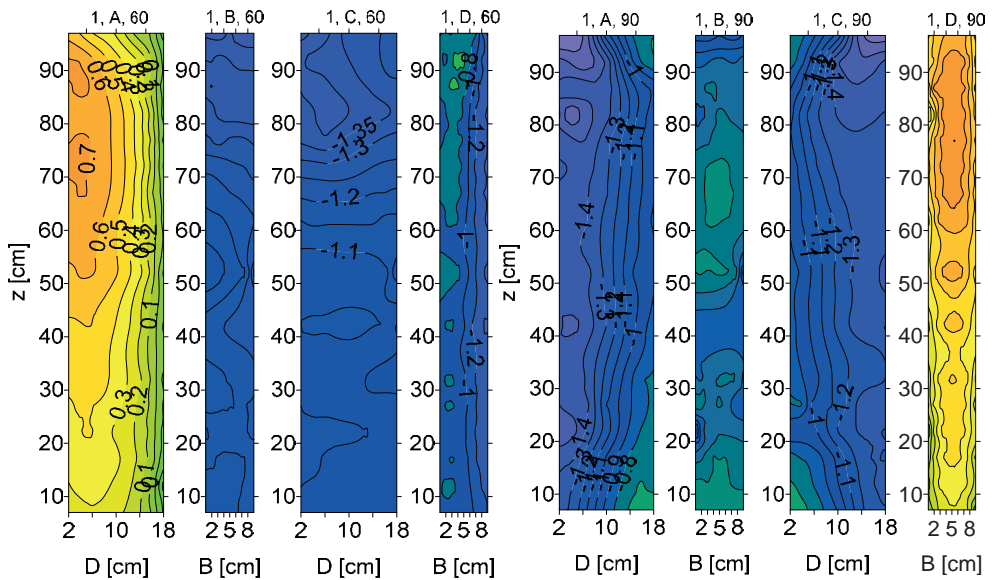
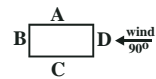
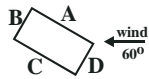
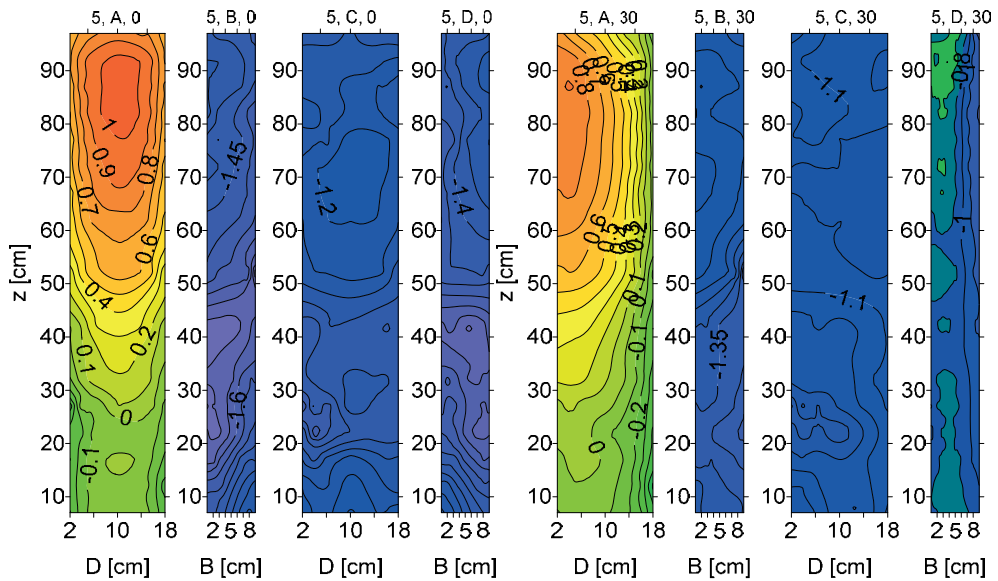
- rozkładów powierzchniowych współczynnika średniego ciśnienia na wszystkich ścianach modelu w funkcji kąta natarcia wiatru – Rys. 2;
- rozkładów obwodowych współczynnika średniego ciśnienia, w funkcji kąta natarcia wiatru, w zależności od wariantu napływu powietrza – Rys. 3;
- rozkładów pionowych współczynnika średniego ciśnienia, w funkcji kąta natarcia wiatru, w zależności od wariantu napływu powietrza – Rys. 4.

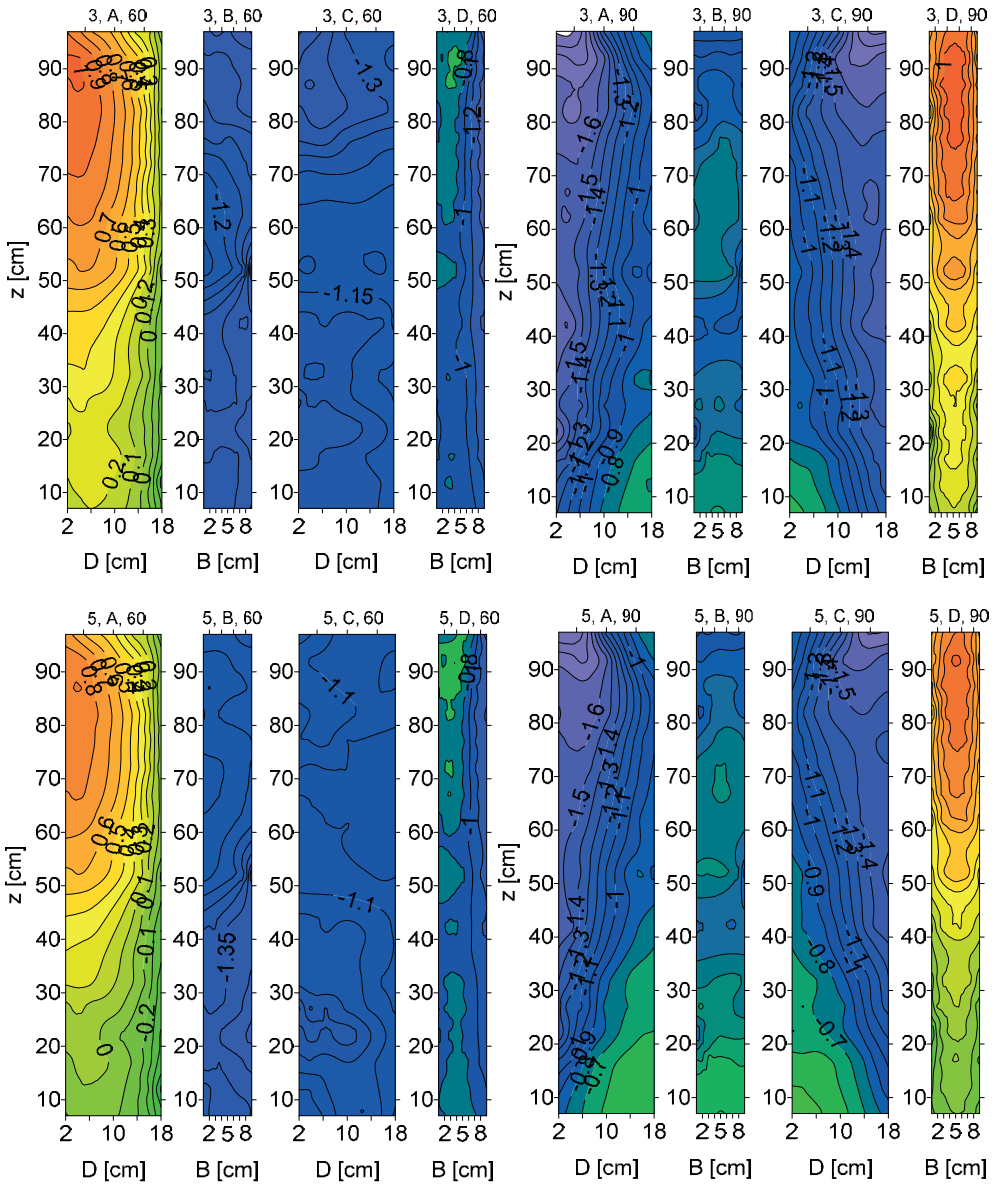
Na rysunkach wprowadzono następujące oznaczenia ścian: w ustawieniu 0° ściana A jest nawietrzną (prostopadła do średniego kierunku napływu wiatru), B, D są ścianami bocznymi, zaś C to ściana zawietrzna. Tak określone oznaczenia zostały wykorzystane do opisu ścian dla innych kątów natarcia wiatru i tak na przykład w przypadku, gdy kąt natarcia wiatru równy jest 90° (krótsza ściana jest prostopadła do napływu), wówczas ściany A i C to ściany boczne, B – zawietrzna, D – nawietrzna.

Na wszystkich wykresach powierzchniowych zastosowano taką samą skalę odniesienia, maksymalne parcie $C_{p,max} = 1,6$, natomiast ekstremalne ssanie

$C_{p,min} = -1,8$. Na rys. 3 i 4, a więc na rozkładach obwodowych i pionowych zastosowano tę samą kolorową skalę wykresów, zgodnie z dołączoną legendą.

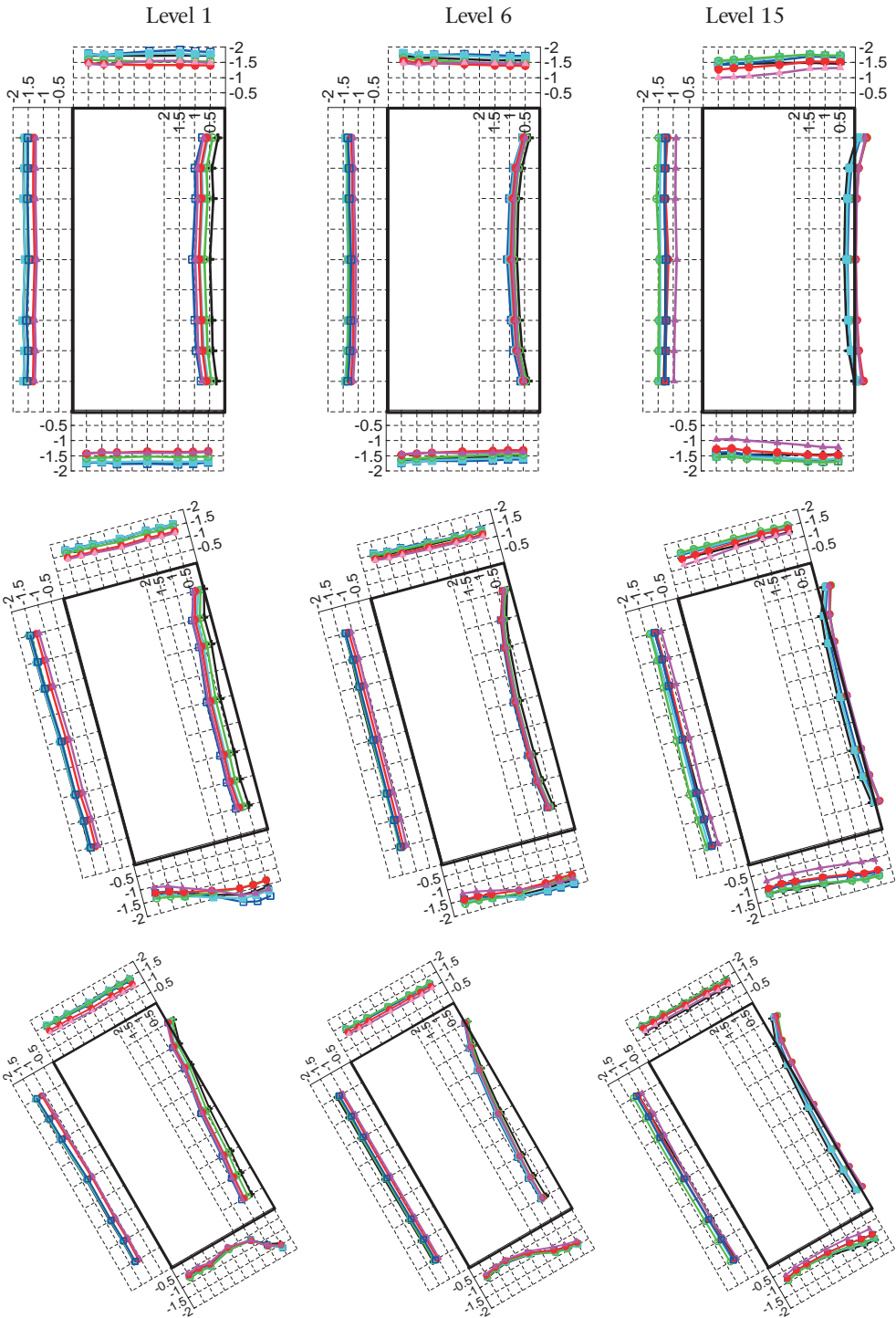


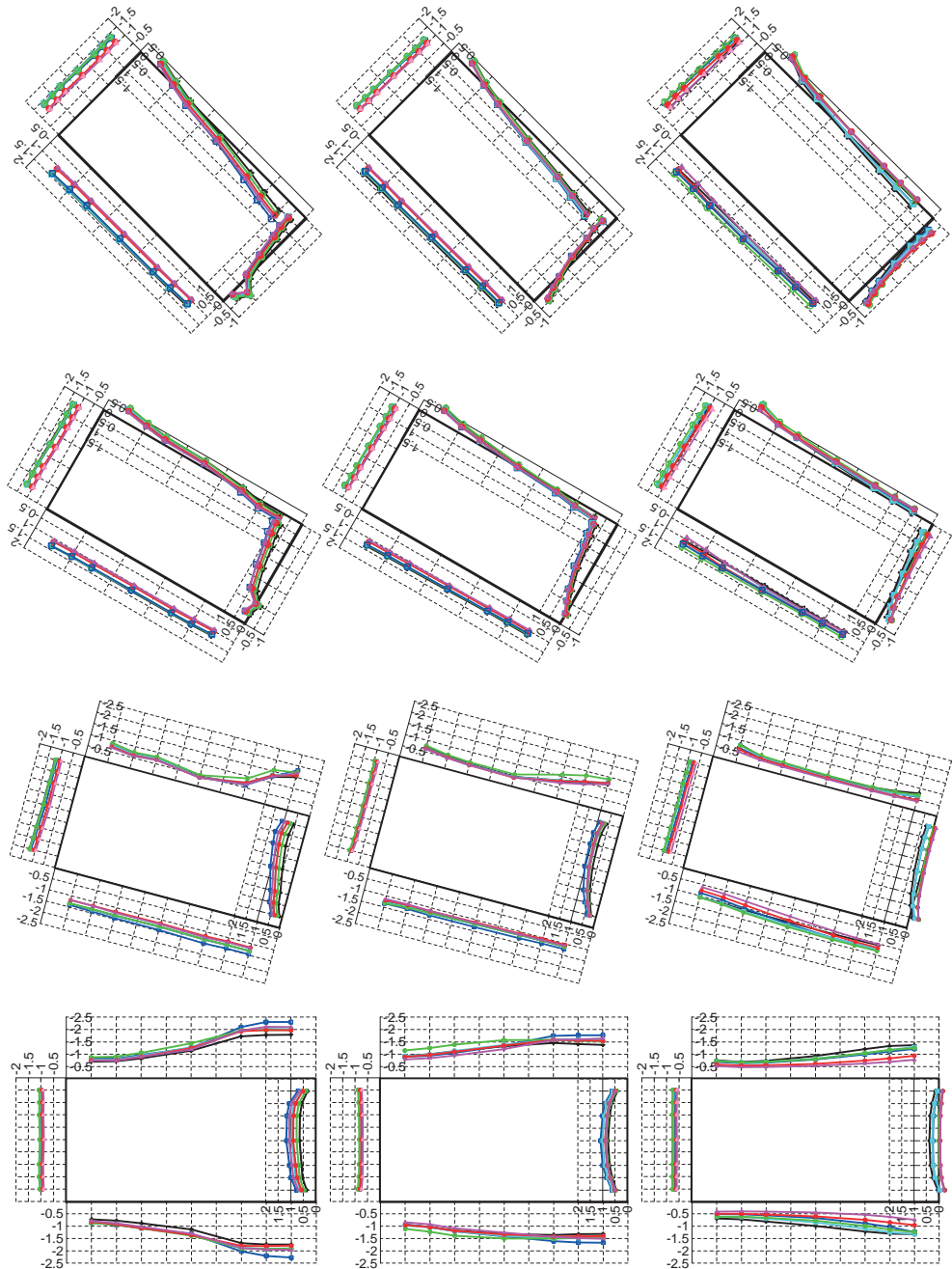




Rys. 2. Rozkłady przestrzenne współczynnika średniego ciśnienia w przypadku profili 1, 3, 5, dla wybranych kątów natarcia wiatru 0°, 30°, 60°, 90°.

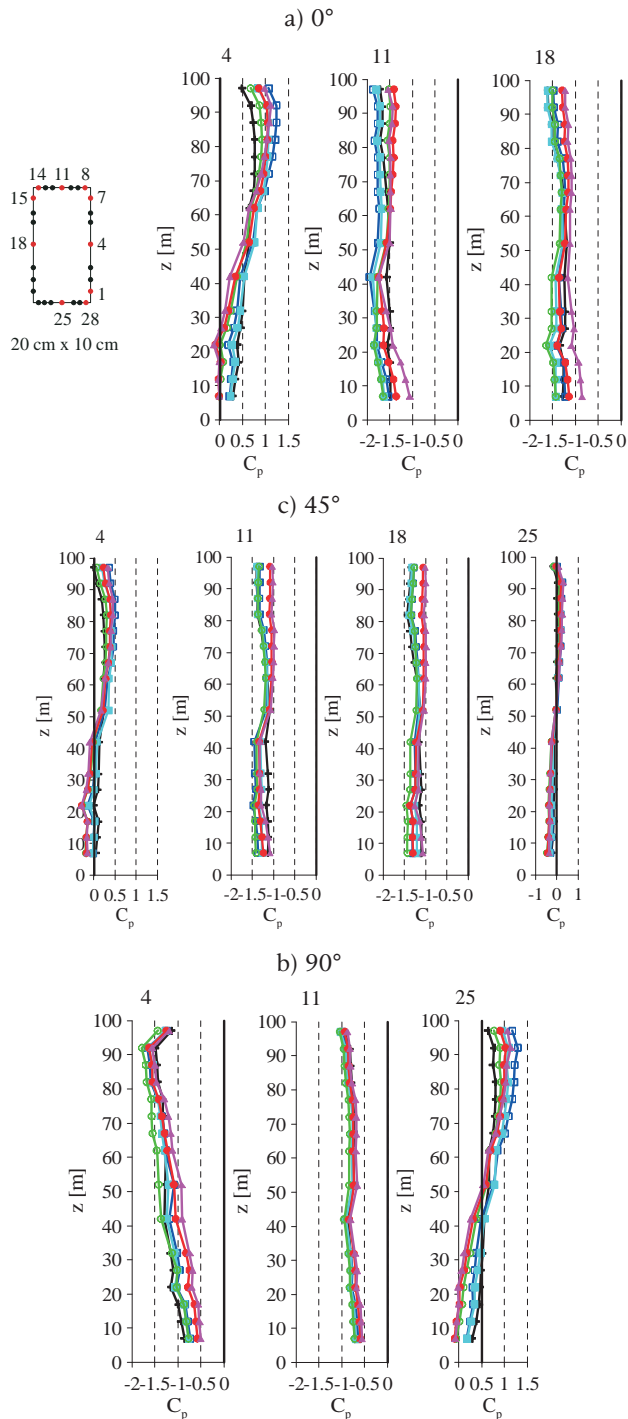
Fig. 2. Spatial pressure distributions for wind profiles 1, 3, 5, for angle of wind attack equal to 0°, 30°, 60°, 90°.





Rys. 3. Rozkład współczynnika średniego ciśnienia na poziomach 1, 6 i 15, w przypadku kąta natarcia wiatru równego 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , w różnych przypadkach napływu powietrza.

Fig. 3. The pressure coefficient distributions at levels 1, 6 and 15 for the angle of wind attack equal to 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , for different cases of wind profile.



Rys. 4. Pionowe rozkłady współczynnika średniego ciśnienia w punktach środkowych każdej ze ścian, w przypadku kąta napływu wiatru równego a) 0° , b) 45° , c) 90° .

Fig. 4. Vertical distributions of the mean pressure coefficient in central locations on every wall, for angles of wind incidence equal to a) 0° , b) 90° , c) 45° .

4. Analiza wyników

Na podstawie wykresów przedstawionych na Rys. 2-4 można stwierdzić, że zmiany struktury wiatru mają bardzo duży wpływ na rozkłady i wartości współczynnika ciśnienia. Jednak to zmiany kąta natarcia wiatru na model determinują te rozkłady, co też potwierdzone zostało w badaniach. Można zauważyć, że najniekorzystniejszą sytuacją jest ustawienie prostopadłościanu jedną ze ścian prostopadle do kierunku średniej prędkości wiatru (kąty 0° i 90°). Przy takich ustawieniach otrzymano ekstremalną wartość ssania na ścianach bocznych, szczególnie na wyższych poziomach pomiarowych, gdzie największe wartości bezwzględne uzyskano w przypadku profilu 2. Zmiany wartości współczynnika wzdłuż długości ścian bocznych są zdecydowanie mniejsze w przypadku kąta natarcia wiatru równego 0° w porównaniu do kąta 90° . W przypadku ustawienia bokiem krótszym do napływu (90°) zmiany wartości wzdłuż ściany bocznej wynoszą do 200% w obrębie jednego profilu i kilkadziesiąt procent między profilami w tym samym punkcie. Zmiany wzdłuż ściany krótszej (0°) są mniejsze, zaś różnice między profilami sięgają w tym przypadku kilkudziesięciu procent.

Znaczną zmianę współczynnika można zauważyć dla kątów 15° i 30° , przy których występuje wzrost wartości na ścianie krótszej przy krawędzi nawietrznej, szczególnie w pobliżu swobodnego końca. Dla kątów pośrednich pomiędzy 0° a 90° , linie łączące te same wartości współczynników rozkładają się mniej więcej równolegle do krawędzi modelu (Rys. 2).

Analiza zamieszczonych wykresów nie pozwala jednoznacznie określić zależności rozkładu wartości współczynnika C_p od wykładnika występującego w profilu potęgowym, czy od gęstości widmowej mocy. Można jednak zauważyć, że maksymalne wartości parcia po stronie nawietrznej otrzymano w przypadku profilu 2, co jest szczególnie widoczne powyżej wysokości referencyjnej 70 cm, ponieważ prędkość wiatru jest tam wyższa. Ponadto w przypadku profilu 2 maksimum gęstości widmowej mocy jest jednym z największych na tej wysokości. Podobne charakterystyki struktury wiatru otrzymano w przypadku profilu 6. Maksymalna wartość spektrum jest nawet wyższa niż w przypadku 2, ale maksymalne parcie jest niższe. W przypadku profilu 2 większa wartość ekstremum spektrum jest uzyskiwana przy niższych częstotliwościach, co może tłumaczyć większą wartość współczynnika ciśnienia.

Różnice bezwzględne pomiędzy wartościami C_p na tym samym poziomie w różnych przypadkach napływu są większe na wyższych poziomach. Porównując rozkłady pionowe C_p z profilami można zauważyć podobną kolejność ułożenia linii określających poszczególne przypadki (Rys. 4). Ponadto, różnica wartości współczynnika między górnymi i dolnymi poziomami pomiarowymi, w obrębie jednego profilu jest bardzo znaczna. Kolejność wykresów opisujących współczynnik ciśnienia zmienia się również wzdłuż wysokości modelu. Najmniejsze zmiany pionowe zaobserwowano dla profilu 1.

5. Wnioski

Parametry określające strukturę wiatru w tunelu aerodynamicznym silnie wpływają na rozkład i wartości współczynnika średniego ciśnienia na powierzchni modelu prostopadłościanu o wymiarach poprzecznych 10 cm x 20 cm. Różnice

między obliczonymi wartościami współczynnika ciśnienia mogą sięgać nawet kilkaset procent w obrębie jednego profilu oraz na tym samym poziomie pomiędzy profilami. Głównymi czynnikami determinującymi wartości C_p jest pionowy profil średniej prędkości wiatru oraz pionowy profil turbulencji. Wydaje się, że również ważnym czynnikiem wpływającym na ciśnienia jest wartość maksimum gęstości widmowej mocy, a przede wszystkim kształt tej funkcji przy niskich częstotliwościach. To zagadnienie będzie przedmiotem przyszłych badań.

Literatura

- [1] Wacker J., *Towards reliability-based local design wind pressures for simple rectangular-shaped buildings*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 53 (1994) 157-175.
- [2] Liang S., Liu S., Li Q. S., Zhang L., Gu M., *Mathematical model of acrosswind dynamic loads on rectangular tall buildings*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 90 (2002) 1757-1770.
- [3] Liang S., Li Q. S., Liu S., Zhang L., Gu M., *Torsional dynamic wind loads on rectangular tall buildings*, Engineering Structures 26 (2004) 129-137.
- [4] Lin N., Letchford C., Tamura Y., Liang B., Nakamura O., *Characteristics of wind forces acting on tall buildings*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 93 (2005) 217-242.
- [5] Tamura Y., Kikuchi H., Hibi K. *Peak normal stresses and effects of wind direction on wind load combinations for medium-rise buildings*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 96 (2008) 1043-1057.
- [6] Cheng C. M., Tsai M. S., *Along wind design wind load for tall buildings (I) Results of wind tunnel tests*, The 5th International Advanced School on wind Engineering, The GCOE Program at Tokyo Polytechnic University. Opole, Poland, 2009.
- [7] Zhang J., Gu M., *Distribution of background equivalent static wind load on high-rise buildings*, Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China 3(3) (2009) 241-248.
- [8] Lipecki T., Bęc J., Błazik-Borowa E., *Surface pressures on rectangular cylinders – the dependence on aspect ratio, wind structure and angle of wind attack*, The 7th International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and Applications (BBAA7), Shanghai, China; September 2-6, 2012.
- [9] Flaga A., Błazik-Borowa E., Podgórski J., *Aerodynamika smukłych budowli i konstrukcji prętowo-cięgnowych*, Monografia, Politechnika Lubelska, Lublin, 2004, 391.
- [10] Flaga A., Lipecki T. (editors), *Environmental effects on buildings, structures, materials and people*, Lublin University of Technology, 2007, 404.
- [11] Flaga A., *Inżynieria wiatrowa. Podstawy i zastosowania*, Arkady, Warszawa, 2008, 719.
- [12] Bęc J., Lipecki T., Błazik-Borowa E., *Research on wind structure in the wind tunnel of Wind Engineering Laboratory of Cracow University of Technology*, Journal of Physics: Conference Series 318 (2011) 072003, doi: 10.1088/1742-6596/318/7/072003.
- [13] Bęc J., Lipecki T., Błazik-Borowa E., Szulej J., *Badania struktury przepływu w tunelu aerodynamicznym Laboratorium Inżynierii Wiatrowej Politechniki Krakowskiej*, Fizyka Budowli w Teorii i Praktyce 6(2) (2011) 5-10.

Wind structure influence on surface pressures of rectangular cylinders of cross-section dimensions 10 cm x 20 cm

Tomasz Lipecki, Ewa Błazik-Borowa, Jarosław Bęc

Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Lublin University of Technology, e-mails: t.lipecki@pollub.pl, j.bec@pollub.pl, e.blazik-borowa@pollub.pl

Abstract: The paper deals with results of measurements which have been carried out in the wind tunnel. Vertical, fixed prism of the cross-section dimensions 10 cm x 20 cm was the object of the experiment. Distributions of mean wind pressure coefficient on the surface of the prism were accepted as results presentation. The following parameters of the wind structure were analysed: vertical mean wind speed profile, turbulence intensity profile, power spectral density functions with respect to their influence on pressure coefficient values. Changes of the angle of wind attack were taken into consideration.

Keywords: wind tunnel, pressure coefficient, rectangular prism, wind structure.

Wpływ struktury wiatru na rozkład współczynnika ciśnienia na powierzchni modelu o przekroju kołowym o średnicy 20 cm

Tomasz Lipecki, Jarosław Bęc, Ewa Błazik-Borowa

*Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska,
e-mail: t.lipecki@pollub.pl, j.bec@pollub.pl, e.blazik@pollub.pl*

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki i analizę badań modelowych przeprowadzonych w tunelu aerodynamicznym w odniesieniu do opływu pojedynczego walca kołowego. Wyniki dotyczą zmian wartości zredukowanego współczynnika średniego ciśnienia na powierzchni modelu oraz jego odchylenia standardowego. W badaniach analizowano 6 przypadków struktury napływającego wiatru opisanej za pomocą funkcji pionowego profilu średniej prędkości wiatru, pionowego profilu intensywności turbulencji oraz funkcji gęstości widmowej mocy. Wysokość badanego modelu oraz jego średnica wynosiły odpowiednio $H = 100$ cm i $D = 20$ cm.

Słowa kluczowe: tunel aerodynamiczny, współczynnik ciśnienia, walec kołowy, struktura wiatru.

1. Wprowadzenie

Opływ walca o przekroju kołowym jest badany w tunelach aerodynamicznych i w skali rzeczywistej, a również za pomocą technik CFD od wielu lat. Eksperymenty prowadzone są, między innymi w celu określenia rozkładu ciśnienia na powierzchni, jak w niniejszej pracy, ale również w celu określenia współczynników aerodynamicznych siły oporu i siły bocznej, liczby Strouhala, korelacji obciążenia wzdłuż obwodu przekroju, jak i wzdłuż wysokości cylindra, określenia parametrów wzbudzenia wirowego i wielu innych. Większość testów modelowych prowadzona była w subkrytycznym zakresie liczby Reynoldsa (Re), w przypadku modeli o gładkiej powierzchni i w warunkach przepływu 2D. Ostatnio jednak badania modelowe koncentrują się na wpływie zmiennej chropowatości powierzchni modelu oraz wpływie turbulencji napływu na odpowiedź walca, jak również na opływie 3D wokół modelu, ze szczególną uwagą położoną na opływ wokół swobodnego końca.

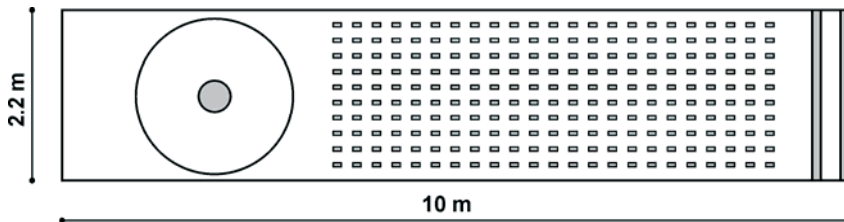
Opływ wokół modelu 3D walca zamontowanego wspornikowo analizowali liczni badacze: Uematsu i Yamada [1, 2] oraz Garg i Niemann [3] i Garg i in. [4]. Wpływ smukłości walca na jego odpowiedź przy wzbudzeniu wirowym opisali Lee i Park [5] oraz Park i Lee [6]. Ci sami autorzy opływ swobodnego końca analizowali w pracy Park i Lee [7] oraz w następnej Park i Lee [8], w której uwzględnili również modyfikacje kształtu swobodnego końca. Opływ walca ze swobodnym końcem i zmienną smukłością badany był również przez Luo i in. [9]. Charakter wirów wokół wierzchołka walca, z wykorzystaniem techniki PIV, badali Sumner and Heseltine [10, 11], Sumner i in. [12] przy różnych smukłościach modeli.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań modelowych w tunelu aerodynamicznym w odniesieniu do rozkładu współczynnika średniego ciśnienia dynamicznego wywieranego przez wiatr na powierzchnię walca kołowego o średnicy zewnętrznej $D = 20$ cm. Badania zostały przeprowadzone w różnych przypadkach struktury napływającego powietrza opisanej za pomocą profilu średniej prędkości wiatru, profilu turbulencji oraz funkcji gęstości widmowej mocy. Cylinder był zamontowany pionowo na stole obrotowym w sekcji pomiarowej tunelu aerodynamicznego, a więc badany opływ miał charakter trójwymiarowy.

2. Opis badań

2.1. Tunel aerodynamiczny

Wszystkie badania eksperymentalne opisane w niniejszej pracy przeprowadzone zostały w Laboratorium Inżynierii Wiatrowej z tunelem aerodynamicznym z warstwą przyścienną funkcjonującym w Instytucie Mechaniki Budowli na Wydziale Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej. Badania zostały wykonane przy zamkniętym obiegu powietrza wewnątrz przestrzeni pomiarowej. Podstawowe wymiary sekcji pomiarowej tunelu wynoszą: 2,2 m – szerokość, 1,4 m do 1,6 m – wysokość, 10 m – długość. Symulacja warstwy przyziemnej, a więc profilu średniej prędkości wiatru i profilu turbulencji, odbywa się w początkowej części przestrzeni pomiarowej na długości 6 m z wykorzystaniem odpowiednich układów barierek, iglic i klocków. W celu redukcji efektu blokady przepływu w konstrukcji tunelu zastosowano podwójną ścianę boczną – wewnętrzną szczelinową i zewnętrzną pełną (Flaga i in. [13], Flaga i Lipecki [14], Flaga [15]). Model badawczy mocowany był w części centralnej sekcji pomiarowej na stole obrotowym. Rzut z góry przestrzeni pomiarowej pokazano na Rys. 1.



Rys. 1. Widok z góry przestrzeni pomiarowej tunelu aerodynamicznego.

Fig. 1. The top view of the boundary layer wind tunnel working section.

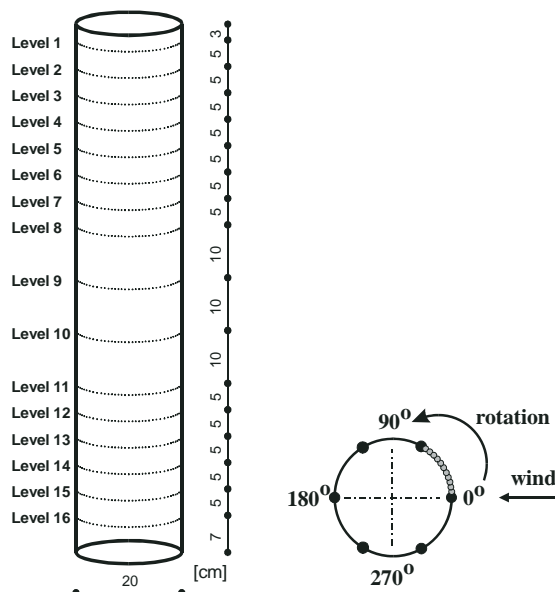
2.2. Analizowany model

Model przedstawiony w niniejszej pracy ma następujące wymiary: wysokość $H = 100$ cm, średnica $D = 20$ cm, zatem smukłość H/D wynosi 5. Model został wykonany z rury PCV o grubości 5 mm i zainstalowany na stole obrotowym w sekcji pomiarowej tunelu aerodynamicznego. Wyniki badań zostały przedstawione podczas 13th International Conference on Wind Engineering (Bęc i in. [16]).

Wyniki prezentowane w niniejszej pracy zostały opracowane na podstawie pomiarów ciśnień dynamicznych na powierzchni walca, które po uśrednieniu i podzieleniu przez wartości ciśnienia referencyjnego doprowadziły do wartości współczynników ciśnienia. W badaniach wykorzystano 8 skanerów ciśnień, z których każdy umożliwiał jednoczesny pomiar ciśnienia w 8 punktach. Skanery

te służą do pomiaru ciśnień różnicowych typu równoległego i bazują na piezorezystywnych, dwukierunkowych sensorach ciśnienia Motorola MPX2010. Analogowe sygnały napięciowe ze skanera ciśnień zostały przetworzone na sygnały cyfrowe i archiwizowane z wykorzystaniem systemu Iotech DaqBook 2005 obsługiwanego przez oprogramowanie IotechDaqView.

Punkty pomiarowe rozmieszczono wzdłuż obwodu walca na 16 poziomach wzdłuż wysokości. Kąt pomiędzy promieniami związanymi z dwoma sąsiednimi punktami pomiarowymi wynosił 60° , a więc w jednoczesnym pomiarze na danym poziomie występowało 6 punktów. W celu zwiększenia dokładności model obracany był 12 razy co 5° , zatem zakres obrotu to 0° do 60° . Pokrywa modelu została również wyposażona w punkty pomiarowe w celu określenia opływu 3D wokół swobodnego końca. Rozkład punktów pomiarowych pokazano schematycznie na Rys. 2



Rys 2. Rozkład punktów pomiarowych na powierzchni walca (wymiary w [cm]).

Fig. 2. The distribution of pressure taps on the surface of the model (dimensions in [cm]).

2.3. Struktura wiatru

W niniejszej pracy przedstawiono wpływ charakterystyk opisujących pole wiatru na rozkład współczynnika średniego ciśnienia wiatru. Prędkość przepływu zmierzono w 28 punktach rozmieszczonych co 5 cm na wysokości tunelu, w odległości 1 m przed środkiem mocowania modeli na stole obrotowym, przy 45 różnych ustawieniach elementów turbulizujących. Do pomiarów prędkości wykorzystano termomanometry jedno- i dwuwłókowe oraz układ pomiarowy ATU2001. W pojedynczym pomiarze, z częstotliwością próbkowania 500 Hz, w czasie 6 sekund zapisywano przebiegi czasowe zmian dwóch składowych prędkości wiatru: wzdłuż tunelu i w kierunku pionowym. Każdy taki pomiar został powtórzony 3 razy.

Do generowania pola wiatru zastosowano metodę Counihana, która jest metodą bierną i polega na użyciu klocków wysuwanych z podłogi na odpowiednią wysokość nadających chropowatość powierzchni oraz barierek i iglic generujących

wiry w przepływie. Elementy turbulizujące wykorzystane w badaniach pokazano na Rys. 3.

W wyniku analiz, spośród 45 przypadków wybrano do dalszych badań 6 wariantów przepływu. Charakterystyki pionowych profili średniej prędkości wiatru zostały zestawione w Tabeli 1 i pokazane na Rys. 4a wraz z profilami turbulencji (Rys. 4b). Szczególną uwagę przy opisie pola wiatru zwrócono na funkcje gęstości widmowej mocy i ich wpływ na rezultaty pomiarów. Wykresy funkcji gęstości widmowej mocy zestawiono na Rys. 4c. Jako opis struktury wiatru przyjęto:

1. Profil wiatru – wzór potęgowy:

$$\bar{v}(z) = k \cdot z^\alpha \quad \text{dla } z > z_{min}, \quad (1)$$

gdzie k i α są współczynnikami wyznaczonymi metodą najmniejszych kwadratów, z_{min} jest minimalną wysokością, wyprowadzoną z zależności, że wartości prędkości wiatru na wysokości 70 cm są sobie równe w różnych wariantach napływu, z jest wysokością.

2. Profil intensywności turbulencji:

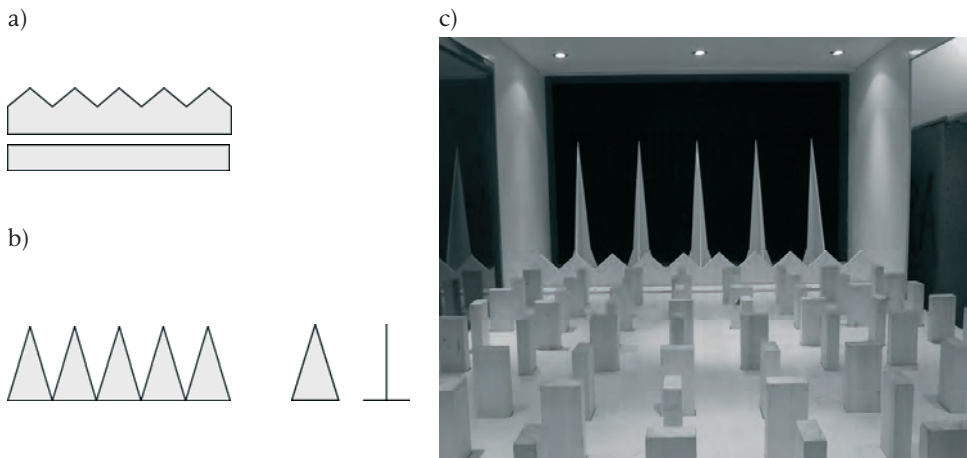
$$I_v(z) = \frac{\sigma(z)}{\bar{v}(z)} \quad (2)$$

gdzie $\sigma(z)$ jest odchyleniem standardowym.

3. Gęstość widmowa mocy – spektrum zbliżone do spektrum Davenporta:

$$G(f) = \frac{bf^2}{(1+cf^2)^d} \quad (3)$$

gdzie b , c , d są współczynnikami dobranymi metodą najmniejszych kwadratów, f jest częstotliwością. Szczegółowy opis badania struktury wiatru przedstawiono w pracach: Bęc i in. [17, 18].

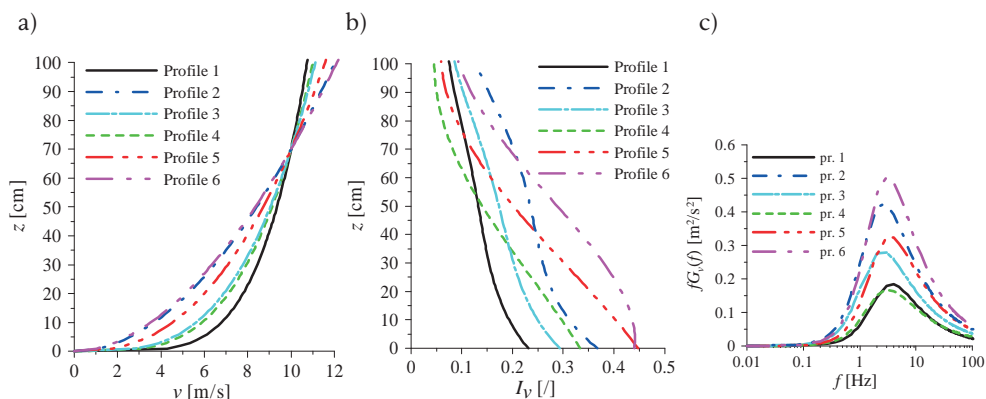


Rys. 3. Elementy turbulizujące w tunelu aerodynamicznym: a) bariery, b) iglice, c) widok tunelu aerodynamicznego w przypadku profilu 5.

Fig. 3. Turbulizing elements in the wind tunnel: a) barriers, b) spires, c) the view of the wind tunnel in case of the profile 5.

Tabela 1. Parametry profilu wiatru.
Table 1. The wind speed profiles parameters.

	k	α
Profile 1	4,2590	0,1952
Profile 2	2,5202	0,3187
Profile 3	2,9948	0,2781
Profile 4	1,6319	0,4210
Profile 5	1,0531	0,5241
Profile 6	0,9251	0,5546



Rys. 4. Struktura wiatru: a) profil średniej prędkości wiatru, b) profil intensywności turbulencji, c) przykładowa funkcja gęstości widmowej mocy.

Fig. 4. Wind structure: a) profile of the mean wind speed, b) profile of the turbulence intensity, c) exemplary power spectral density.

3. Wyniki pomiarów

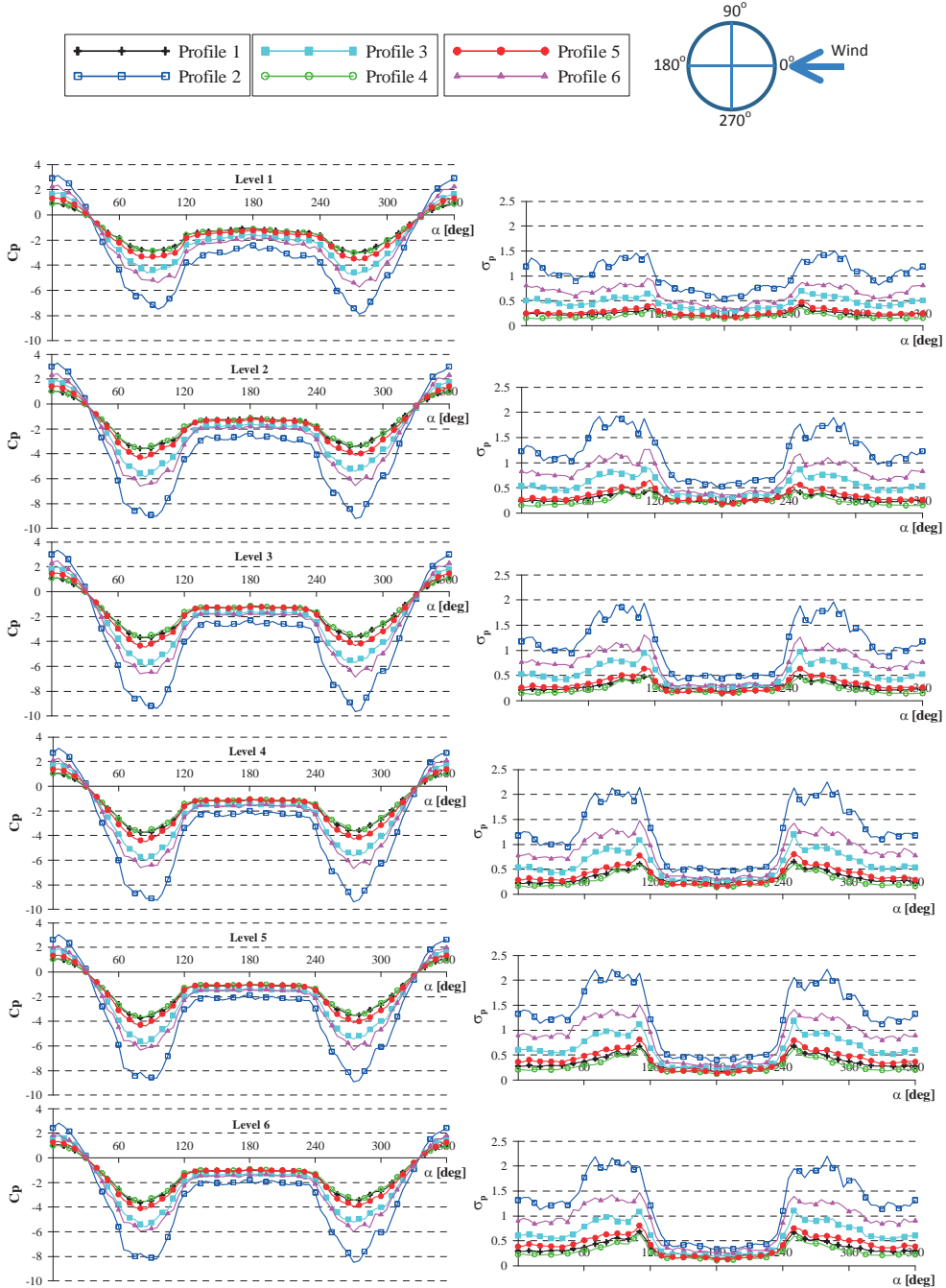
Ciśnienie dynamiczne zostało zarejestrowane w każdym z punktów pomiarowych umiejscowionych na powierzchni modelu. Średnie ciśnienie na powierzchni zostało wyznaczone poprzez uśrednienie czasowe zapisanych przebiegów czasowych ciśnień dynamicznych. Następnie zostały obliczone współczynniki średniego ciśnienia otrzymane przez podzielenie ciśnienia średniego w punkcie pomiarowym przez średnie ciśnienie referencyjne zmierzone przed modelem w przepływie niezaburzonym. Obliczono także ich odchylenia standardowe. Unormowane wartości ciśnienia (współczynnik ciśnienia) i odchylenia standardowego zostały wyznaczone ze wzorów:

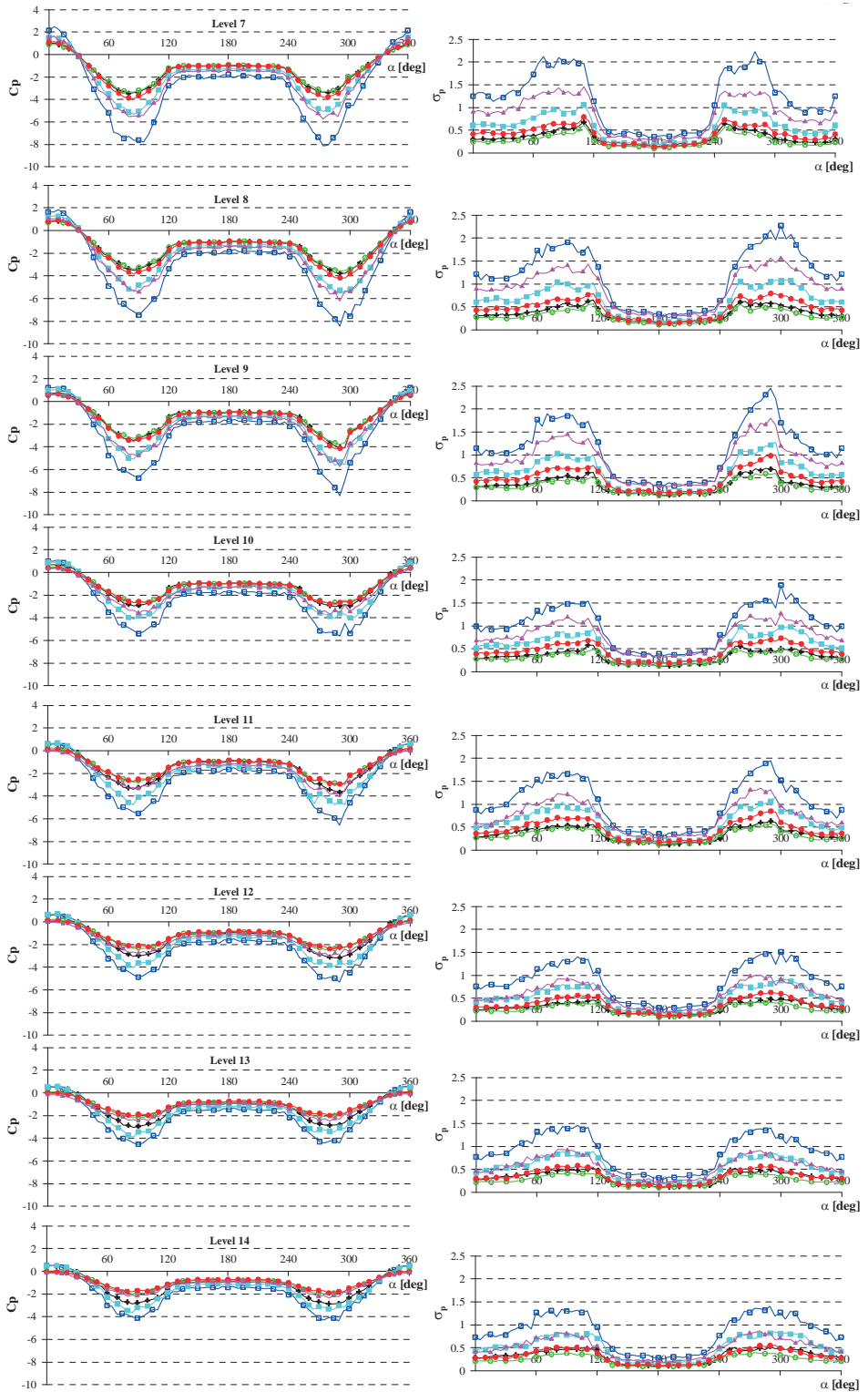
$$C_p = \frac{p}{\frac{1}{2} \rho v_0^2} \quad (4)$$

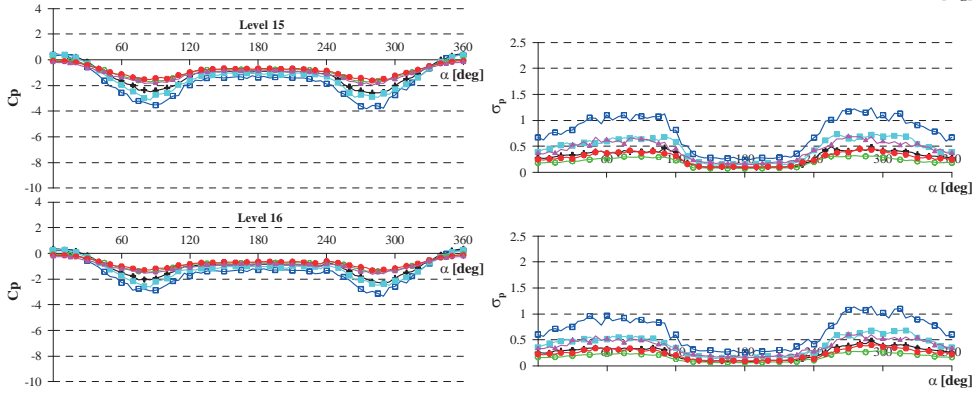
$$\sigma_p = \frac{\sigma}{\frac{1}{2} \rho v_0^2} \quad (5)$$

w których: p , σ – średnie ciśnienie oraz odchylenie standardowe w danym punkcie pomiarowym na powierzchni modelu, ρ – gęstość powietrza, v_0 – prędkość wiatru w przepływie niezaburzonym przed modelem.

Poniżej na Rys. 5 zestawiono przykładowe wartości C_p i σ_p w formie rozkładów wzdłuż obwodu walca. Kolejne wykresy odpowiadają poszczególnym poziomom pomiarowym, a linie na wykresach sześciu analizowanym wariantom napływu powietrza. Ponadto, na rys. 6. przedstawiono współczynnik C_p w rozwinięciu powierzchniowym.

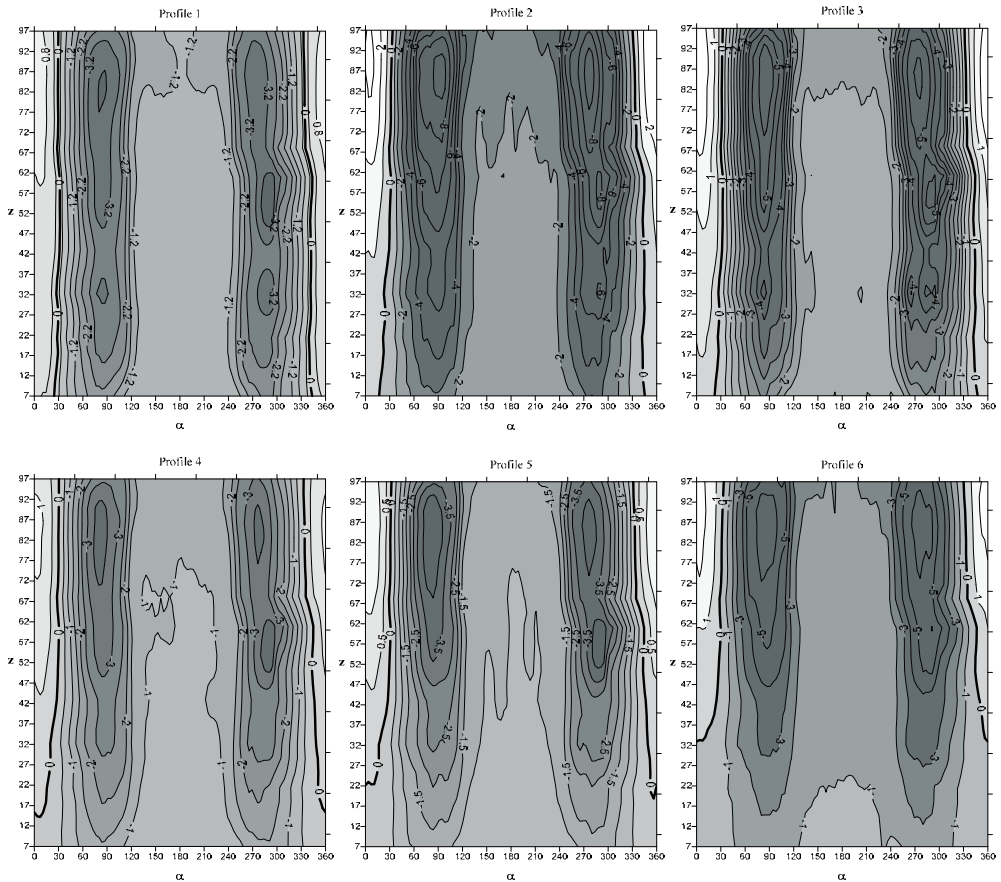






Rys. 5. Rozkład obwodowy współczynnika średniego ciśnienia C_p (z lewej) oraz zredukowanego odchylenia standardowego σ_p (z prawej), na kolejnych poziomach pomiarowych, w analizowanych przypadkach przepływu powietrza.

Fig. 5. Circumferential distribution of the mean pressure coefficient C_p (left) and reduced standard deviation σ_p (right), at consecutive measuring levels, in different cases of air flow.



Rys. 6. Rozkład współczynnika średniego ciśnienia C_p na powierzchni walca.

Fig. 6. Distribution of the mean pressure coefficient C_p on the cylinder surface.

4. Analiza wyników

Jak wynika z zamieszczonych wykresów (Rys. 5 i Rys. 6) współczynnik średniego ciśnienia dla strony nawietrznej (dla kąta $\alpha = 0^\circ$, przy czym α jest kątem opisującym położenie punktu na obwodzie) rośnie wraz z wysokością poziomu pomiarowego. Jest to oczywiście skutkiem rosnącej wraz z wysokością średniej prędkości wiatru. Z drugiej strony zredukowane odchylenie standardowe maleje w kierunku zbliżania się poziomu pomiarowego do posadowienia, a różnice w wartościach są znacznie większe niż w przypadku współczynników ciśnienia. Na poziomach najniższych wartość współczynnika ciśnienia zmienia po stronie nawietrznej znak na ujemny, a więc wzdłuż całego obwodu występuje ssanie.

Po stronie zawietrznej występuje tylko ssanie. Wartości C_p i σ_p po stronie zawietrznej (dla kąta $\alpha \approx 180^\circ$) nieznacznie wzrastają wraz z wysokością. Maksymalne wartości ssania pojawiają się dla kąta $\alpha \approx 75^\circ$ i maleją w kierunku podłoża.

Kąt, przy którym następuje zmiana znaku współczynnika ciśnienia, a więc zmiana parcia na ssanie wynosi dla górnych poziomów pomiarowych około $\alpha \approx 30^\circ$. Ponadto, kąt ten zmniejsza się w kierunku podstawy i, jak już wspomniano, przy podłożu występuje tylko ssanie, w przypadku wariantów napływu charakteryzujących się znacznymi wartościami intensywności turbulencji (profile 4, 5, 6).

Różnice w wartościach C_p i σ_p powyżej poziomu referencyjnego, gdzie prędkości wiatru mają tę samą prędkość we wszystkich przypadkach napływu (70 cm) są powodowane głównie faktem, że prędkości wiatru powyżej tego poziomu różnią się znacznie między sobą.

W celu lepszego zobrazowania zmian współczynnika ciśnienia wzdłuż wysokości, na Rys. 7 pokazano pionowe zmiany wartości C_p w charakterystycznych położeniach na obwodzie walca: dla kąta $\alpha = 0^\circ$ (maksymalne parcie po stronie nawietrznej), dla kąta $\alpha \approx 30^\circ$ (zmiana znaku z parcia na ssanie z boku modelu), dla kąta $\alpha \approx 75^\circ$ (maksymalne ssanie z boku modelu), dla kąta $\alpha \approx 180^\circ$ (ssanie po stronie zawietrznej). Analizowane wartości zestawiono w zależności od struktury napływu. Dla porównania pokazano również rozkład obwodowy współczynnika ciśnienia rekomendowany przez Eurokod 1.

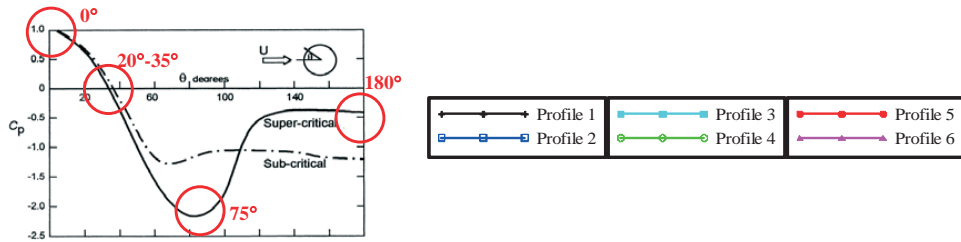
Jak wynika z Rys. 7 charakter zmian wartości współczynnika ciśnienia po stronie nawietrznej odpowiada zmianom prędkości wiatru wraz z wysokością (por. wykresy profili).

Porównując wykresy gęstości widmowej mocy w zakresie od 0 do 2 Hz (na wysokości 51 cm) z wykresami współczynnika C_p można zauważyć, że kolejność wykresów jest taka sama na tej wysokości. Wszelako jednoznaczne określenie wpływu gęstości widmowej mocy nie jest możliwe i wymaga dalszych analiz. Spowodowane jest to głównie faktem, że w przyjętych wariantach napływu nie udało się osiągnąć takiego samego rozkładu gęstości widmowych mocy wzdłuż wysokości modelu.

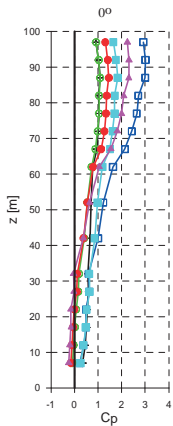
W związku z tym dalsze analizy, które pozwolą w sposób jasny określić wpływ zarówno turbulencji, jak i gęstości widmowej mocy, będą związane z określeniem współczynników sił oporu i bocznej w różnych wariantach napływu.

W trakcie badań wykonano szereg pomiarów na modelach o różnej smukłości, co również pozwoli na późniejsze rozszerzenie i uogólnienie wniosków analiz.

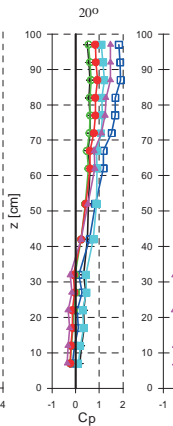
a)



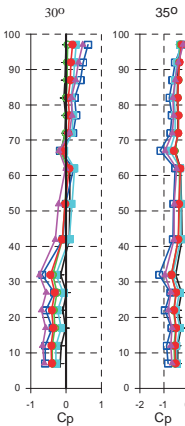
b)



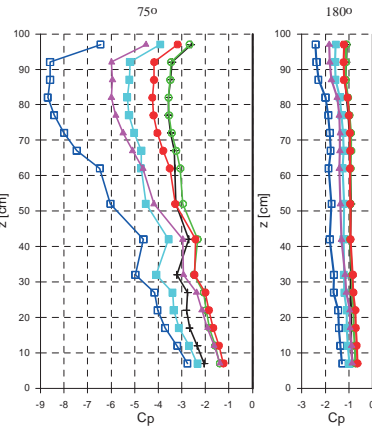
c)



d)



e)



Rys. 7. Zmiany średniego współczynnika ciśnienia wiatru wraz z wysokością, w charakterystycznych punktach wzdłuż obwodu walca. a) rozkład normowy – Eurokod 1, b) $\alpha = 0^\circ$, c) $\alpha \approx 30^\circ$, d) $\alpha = 75^\circ$, e) $\alpha = 180^\circ$.

Rys. 7. Changes in values of the mean pressure coefficient along the height, in characteristic locations on the circumference: a) standard distribution – Eurocode 1, b) $\alpha = 0^\circ$, c) $\alpha \approx 30^\circ$, d) $\alpha = 75^\circ$, e) $\alpha = 180^\circ$.

5. Wnioski

Rozkłady współczynnika średniego ciśnienia, jak również jego odchylenia standardowego są silnie uzależnione od profilu napływającego wiatru. Wartości zmieniają się wzdłuż wysokości modelu przy tej samej strukturze napływu, jak również na tych samych wysokościach w przypadku różnych wariantów napływu. Na poziomach pomiarowych położonych powyżej poziomu referencyjnego współczynnik ciśnienia rośnie wraz ze wzrostem wykładnika wzoru potęgowego α , natomiast poniżej tego poziomu można zaobserwować zmniejszanie się współczynnika wraz ze wzrostem α , co wprost wynika ze wzoru opisującego pionowy profil prędkości średniej. Rozkład funkcji gęstości widmowych mocy ma również wpływ na wartości współczynnika ciśnienia i odchylenia standardowego. Wartości C_p są większe w przypadku przepływu opisanego funkcją gęstości widmowej mocy charakteryzującej się wyższymi wartościami maksymalnymi. Planuje się przeprowadzenie dalszych analiz, które pozwolą jasno sprecyzować zależności pomiędzy strukturą napływu, a obciążeniem wiatrem budynku.

Literatura

- [1] Uematsu Y., Yamada M., *Effects of aspect ratio and surface roughness on the time-averaged aerodynamic forces on cantilevered circular cylinders at high Reynolds numbers*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 54/55 (1995) 301-312.
- [2] Uematsu Y., Yamada M., *Fluctuating wind pressures on buildings and structures of circular cross-section at high Reynolds numbers*, Proceedings of the 9th International Conference on Wind Engineering, New Delhi, India, 1995, pp. 129-130.
- [3] Garg R.K., Niemann H.J., *On three dimensionality of fluctuating aerodynamic forces on circular cylindrical structures*, Proceedings of the 9th International Conference on Wind Engineering, New Delhi, India, 1995, pp. 129-140.
- [4] Garg R.K., Niemann H.J., Kasperski M., Chaundhry A., *Aspect ratio effects on the aerodynamics of short circular cylindrical structures*, Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, Denmark, 1999, pp. 1649-1655.
- [5] Lee S.J., Park C.W., *Aspect ratio effect on the near wake of a free-ended circular cylinder in a cross-flow*, Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, Denmark, 1999, pp. 1687-1692.
- [6] Park C.W., Lee S.J., *Free-end effects on the near wake flow structure behind a finite circular cylinder*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 88 2000 231-246.
- [7] Park C.W., Lee S.J., *Flow structure around a finite circular cylinder embedded in various atmospheric boundary layers*, Fluid Dynamic Research 30(4) (2002) 197-215.
- [8] Park C.W., Lee S.J., *Effects of free-end corner shape on flow structure around a finite cylinder*, Journal of Fluids and Structures 19 (2004) 141-158.
- [9] Luo S.C., Gan T.L., Chew Y.T., *Uniform flow past one (or two in tandem) finite length circular cylinder(s)*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 59 (1996) 69-93.
- [10] Sumner D., Heseltine J.L., *Tip vortex structure for a circular cylinder with free ends*, Proceedings of the 5th Colloquium on Bluff Body Aerodynamics & Applications, 2004, pp. 423-426.
- [11] Sumner D., Heseltine J.L., *Tip vortex structure for a circular cylinder with a free end*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 96 (2008) 1185-1196.
- [12] Sumner D., Heseltine J.L., Dansereau O.J.P., *Wake structure of a finite circular cylinder of small aspect ratio*, Experiments in Fluids 37 (2004) 720-730.
- [13] Flaga A., Błazik-Borowa E., Podgórski J., *Aerodynamika smukłych budowli i konstrukcji prętowo-cięgnowych*, Monografia, Politechnika Lubelska, Lublin, 2004, 391.
- [14] Flaga A., Lipecki T. (editors), *Environmental effects on buildings, structures, materials and people*, Lublin University of Technology, 2007, 404.
- [15] Flaga A., *Inżynieria wiatrowa. Podstawy i zastosowania*, Arkady, Warszawa, 2008, 719.
- [16] Bęc J., Lipecki T., Błazik-Borowa E., *The analysis of wind structure influence on the pressure distribution on the surface of a circular cylinder*, 13th International Conference on Wind Engineering, 2011, Holandia.
- [17] Bęc J., Lipecki T., Błazik-Borowa E., *Research on wind structure in the wind tunnel of Wind Engineering Laboratory of Cracow University of Technology*, Journal of Physics: Conference Series 318 (2011) 072003, doi: 10.1088/1742-6596/318/7/072003.
- [18] Bęc J., Lipecki T., Błazik-Borowa E., Szulej J., *Badania struktury przepływu w tunelu aerodynamicznym Laboratorium Inżynierii Wiatrowej Politechniki Krakowskiej*, Fizyka Budowli w Teorii i Praktyce 6(2) (2011) 5-10.

Wind structure influence on pressure coefficient distribution on the surface of circular cylinder of the diameter 20 cm

Tomasz Lipecki, Ewa Błazik-Borowa, Jarosław Bęc

*Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mails: t.lipecki@pollub.pl, j.bec@pollub.pl, e.blazik@pollub.pl*

Abstract: The paper deals with results and analyses of the model investigations which were performed in wind tunnel and were focused on the flow around single circular cylinder. Presented results are related to variations in the distribution of the normalized mean pressure coefficient on the surface of the model as well as its standard deviation. Six cases of the approaching flow were taken into consideration. The flow was described by vertical profile of the mean wind speed, vertical profile of the intensity of turbulence, and power spectral density functions. The height and dimension of the model were respectively equal: $H = 100$ cm, $D = 20$ cm. Selected results of measurements have been shown in the paper as the effect of these experiments.

Keywords: wind tunnel, pressure coefficient, circular cylinder, wind structure.

Wpływ sposobu zdefiniowania struktury wiatru w modelu turbulencji $k-\varepsilon$ w wersji standard na rozkład współczynnika ciśnienia na powierzchni ścian prostopadłościanu

Paulina Jamińska

Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska, e-mail: p.jaminska@pollub.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wpływ sposobu zdefiniowania energii kinetycznej turbulencji k oraz dyssypacji energii kinetycznej turbulencji ε na rozkład współczynnika ciśnienia wiatru na powierzchni modelu o przekroju poprzecznym w kształcie prostokąta. Symulacje komputerowe przeprowadzono dla czterech wariantów definicji k i ε , najczęściej spotykanych w literaturze. Uwzględniono przypadki, w których część danych na temat struktury wiatru wykorzystanych w analizach pochodziła z badań doświadczalnych w tunelu aerodynamicznym. Wyniki, przedstawione w postaci współczynnika ciśnienia, zostały poddane analizie ze względu na ich adekwatności do użycia w inżynierii wiatrowej. Wszystkie obliczenia wykonano w programie ANSYS FLUENT przy użyciu modelu turbulencji przepływu $k-\varepsilon$. Obliczenia zostały wykonane dla modelu prostopadłościanu 3D.

Słowa kluczowe: turbulencja przepływu, struktura wiatru, model $k-\varepsilon$, komputerowa mechanika płynów.

1. Wprowadzenie

Inżynieria wiatrowa zajmuje się m.in. oddziaływaniem wiatru na obiekty inżynierskie oraz ludzi w zależności od rodzaju terenu, na którym się znajdują. Badania interakcji budowla-wiatr przez wiele lat były przeprowadzane w skali modelowej w tunelach aerodynamicznych oraz w skali naturalnej na rzeczywistych obiektach. Wraz z rozwojem technologii i zwiększeniem mocy obliczeniowej komputerów coraz popularniejsze stają się badania o charakterze obliczeniowym. Współczesne symulacje numeryczne przeprowadza się przeważnie z wykorzystaniem Komputerowej Mechaniki Płynów (*Computational Fluid Dynamics* – CFD). Możliwość wykonania symulacji numerycznej na etapie projektowania konstrukcji pozwala na znaczne zmniejszenie kosztów i czasu analizy w porównaniu do badań w skali naturalnej lub w tunelu aerodynamicznym.

CFD wykorzystuje kilka głównych metod modelowania przepływu tj. RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), DNS (*Direct Numerical Simulation*) i LES (*Large Eddy Simulation*). Obecnie, numeryczne odwzorowanie oddziaływania wiatru na konstrukcje, najbardziej zbliżone do rzeczywistego oddziaływania, uzyskuje się przy użyciu metody LES. W powyższej metodzie symulowane są wiry o wymiarze

zbliżonym do wymiaru oczek siatki modelu. Natomiast mniejsze wiry są uwzględniane za pomocą lepkości zastępczej. Podstawowymi ograniczeniami metody LES są możliwości obliczeniowe komputerów, a potrzebny na wykonanie obliczeń czas powoduje, że jest to metoda bardzo kosztowna. Z tych powodów najczęściej wykorzystywaną w obliczeniach jest metoda RANS (w szczególności model turbulencji $k-\varepsilon$), która jest dużo tańsza w zastosowaniu. Model $k-\varepsilon$ posiada jednak pewne ograniczenia i niedoskonałości, z których należy sobie zdawać sprawę w czasie wykonywania obliczeń. Stałe empiryczne występujące w modelu mogą różnić się w zależności od stosowanego programu obliczeniowego. W związku z tym może zaistnieć potrzeba dokonania analizy wrażliwości wyników ze względu na dobór tych stałych dla konkretnego przypadku (Błazik-Borowa, 2008 [1]). Kluczowe znaczenie ma zastosowanie odpowiednich założeń i uproszczeń zależnych od wielkości i rodzaju domeny obliczeniowej.

Model turbulencji przepływu $k-\varepsilon$ obejmuje kilka odmian, m.in.: standard $k-\varepsilon$, Renormalisation Group (RNG) $k-\varepsilon$, Realizable $k-\varepsilon$ (Easom, 2000 [2]). Warianty te różnią się przede wszystkim: sposobem wyznaczania lepkości turbulencji i liczby Prandtla, oraz stałymi występującymi w równaniach opisujących energię kinetyczną turbulencji – k i dyssypację energii kinetycznej turbulencji – ε . Opis modelu $k-\varepsilon$ w wersji standard oraz wpływ różnego sposobu definiowania k i ε na rozkład współczynnika ciśnienia na powierzchni badanego modelu, zostaną przedstawione w kolejnych rozdziałach.

2. Model $k-\varepsilon$

Model turbulencji $k-\varepsilon$ należy do rodziny modeli RANS opierających się na wprowadzeniu do równań ruchu Naviera-Stokesa uśrednień w czasie. Dla płynu nieściśliwego otrzymujemy równanie ciągłości składowych prędkości średniej i fluktuacyjnej:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u'_i}{x_i} = 0 \quad (2)$$

oraz równanie ruchu Reynoldsa:

$$\rho \frac{d\bar{u}_i}{dt} = \rho \bar{f}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_m} (2\mu \bar{s}_{im} - \overline{\rho u'_i u'_m}) \quad (3)$$

gdzie: u_i – składowa wektora prędkości, x_i – współrzędne w globalnym układzie współrzędnych, ρ – gęstość płynu, μ – dynamiczna lepkość płynu, f_i – składowe wektora sił zewnętrznych, $-\rho u'_i u'_m$ – naprężenia Reynoldsa.

W związku z wystąpieniem w równaniach ruchu Naviera-Stokesa (1), (2), (3) większej ilości niewiadomych niż samych równań, układ jest niemożliwy do rozwiązania bez wprowadzenia dodatkowych wzorów na składowe tensora naprężeń (Easom, 2000 [2]). Model $k-\varepsilon$ opisuje składowe tensora naprężeń turbulentnych Reynoldsa według hipotezy Boussinesqa. Zgodnie z tą hipotezą naprężenia

turbulentne są proporcjonalne do prędkości deformacji i wyrażone są za pomocą dynamicznego współczynnika lepkości turbulencji μ_t (Launder i Spalding, 1972 [3]) opisanego wzorem:

$$\mu_t = C_\mu l \vartheta = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

gdzie: l – skala turbulencji, ϑ – składowa fluktuacyjna prędkości, C_μ – stała modelu, k – energia kinetyczna turbulencji, ε – dyssypacja energii kinetycznej turbulencji.

Układ równań różniczkowych (por. Błazik-Borowa, 2008 [1]) modelu standard $k-\varepsilon$ dla płynu nieściśliwego przyjmuje postać:

- równanie ciągłości:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

- równanie ruchu Reynoldsa:

$$\rho \frac{d\bar{u}_i}{dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial}{\partial x_m} \left[\left(\mu + \mu_t \right) \bar{s}_{im} \right] \quad (6)$$

- równanie transportu energii kinetycznej turbulencji:

$$\rho \frac{dk}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_m} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_m} \right] + 2 \mu_t \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} - \rho \varepsilon \quad (7)$$

- równanie transportu szybkości dyssypacji energii kinetycznej turbulencji:

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_m} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_m} \right] + 2 C_{\varepsilon 1} \mu_t \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (8)$$

gdzie: s_{ij} – składowe tensora prędkości odkształcenia liniowego, σ_k – liczba Prandtla w odniesieniu do energii kinetycznej turbulencji, σ_ε – liczba Prandtla w odniesieniu do dyssypacji energii kinetycznej turbulencji, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ – stałe modelu standard $k-\varepsilon$ (Launder i Spalding, 1972 [3]).

Model $k-\varepsilon$ w wersji standard jest najczęściej używanym modelem turbulencji przepływu. Zaimplementowano go w większości programów stosowanych w dziedzinie mechaniki płynów, np. w programie ANSYS FLUENT. Model ten pozwala przeprowadzać analizy skomplikowanych zadań za pomocą komputerów jedno-procesorowych. Przy tym zużywa stosunkowo mało nakładów czasowych i pieniężnych. Niestety model $k-\varepsilon$ posiada również wiele wad wynikających z zastosowania uproszczeń i przybliżeń, które powodują, że należy stosować go tylko dla przepływów w pełni turbulentnych. Ponadto, może powodować przeszacowanie wartości ciśnienia prędkości wiatru na ścianach nawietrznych oraz na dachu obiektu znajdującego się w przepływie.

Równania modelu standard $k-\varepsilon$ opisujące strukturę wiatru powinny odwzorowywać rzeczywisty przepływ. W związku z tym naukowcy od lat poszukują sposobów na lepsze dopasowanie profili energii kinetycznej turbulencji oraz jej dyssypacji do badanego przypadku.

Richards i Hoxey (1993) [4] zauważyli, że do wysokości 200 m od powierzchni ziemi, a więc w atmosferycznej warstwie przyziemnej (ABL – *Atmospheric Boundary Layer*), naprężenia ścinające nie zmieniają się wraz z wysokością domeny, lecz są równe wartości przy podłożu. W związku z tym, przyjęto, że dla domen obliczeniowych dużo niższych niż ABL, wykorzystując model turbulencji k - ε w wersji standard, równania określające pionowe profile średniej prędkości wiatru U , energii kinetycznej turbulencji k oraz dyssypacji energii kinetycznej turbulencji ε , upraszczają się do postaci:

$$\bar{U}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z + z_o}{z_o} \right) \quad (9)$$

$$k(z) = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (10)$$

$$\varepsilon(z) = \frac{u_*^3}{\kappa(z + z_o)} \quad (11)$$

gdzie: z – współrzędna wzdłuż wysokości domeny, z_o – współczynnik chropowatości terenu, κ – stała von Karmana, u_* – prędkość tarciova, zdefiniowana wzorem:

$$u_* = \frac{u_{ref} \kappa}{\ln \left(\frac{z_{ref}}{z_o} \right)} \quad (12)$$

w którym: u_{ref} – prędkość referencyjna, z_{ref} – wysokość referencyjna.

Powyższy sposób opisu struktury wiatru w modelu standard k - ε był używany wielokrotnie, a dodatkowe uwagi zamieszczono w pracy Blocken i in. (2007) [5]. Opisane podejście jest również zalecane przez Organizację na Rzecz Rozwoju i Technologii COST (Franke i in., 2007 [6]). W rzeczywistości jednak, przy użyciu wspomnianych równań, naprężenia ścinające nie są stałe na całej wysokości domeny. W obrębie drugiej komórki, od podłoża domeny obliczeniowej, pojawiają się zaburzenia profili k i ε (Norris i Richards, 2010 [7]).

Przyjmując, że domena obliczeniowa mieści się w zakresie ABL możemy założyć, że produkcja energii kinetycznej turbulencji jest równa w przybliżeniu jej dyssypacji (Tominaga i in., 2008 [8]):

$$\varepsilon(z) \cong P_k(z) \cong C_\mu^{1/2} k(z) \frac{d\bar{U}(z)}{dz} \quad (13)$$

Wartość k może być wyznaczona ze wzoru na intensywność turbulencji:

$$I_u(z) = \frac{\sigma_u(z)}{\bar{U}(z)} \quad (14)$$

$$k(z) = \frac{\sigma_u^2(z) + \sigma_v^2(z) + \sigma_w^2(z)}{2} \cong \sigma_u^2(z) = (I_u(z) \bar{U}(z))^2 \quad (15)$$

Jeśli przyjmiemy, że przepływ odpowiada przepływowi płynu nieściśliwego w rurach, możemy wykorzystać sugerowane przez program FLUENT i często używane równania (Zhang i in., 2012 [9]), do wyznaczania k i ε :

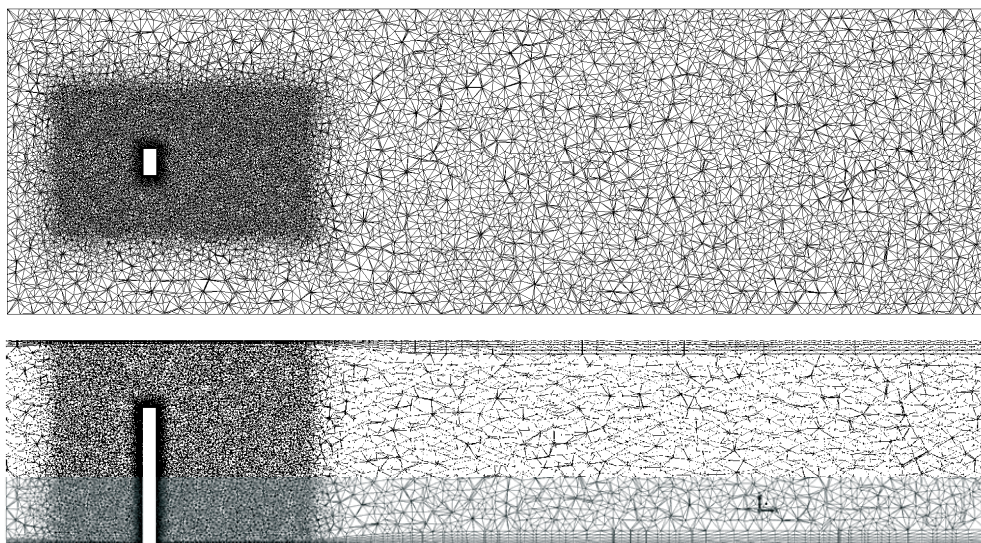
$$k(z) = \frac{3}{2} \left(\overline{U}(z) I_u(z) \right)^2 \quad (16)$$

$$\varepsilon(z) = C_\mu^{\frac{3}{4}} \frac{k(z)^{3/2}}{L} \quad (17)$$

gdzie: L – wysokość turbulencji.

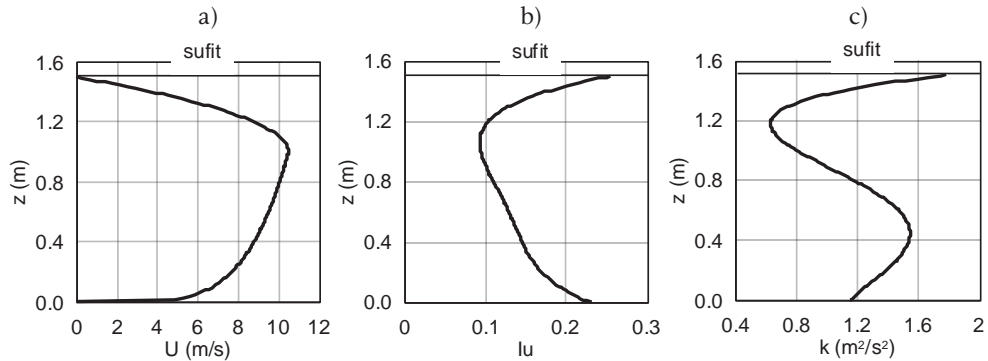
3. Obliczenia własne

W celu określenia wpływu różnego sposobu definiowania numerycznego struktury wiatru na rozkład współczynnika ciśnienia prędkości wiatru na powierzchni badanego modelu, przeprowadzono obliczenia dla kilku wariantów. Symulacje wykonano w programie ANSYS FLUENT w wersji 14.0 wykorzystując metodę objętości skończonych, model $k-\varepsilon$ w wersji standard oraz algorytm COUPLED. Siatka domeny obliczeniowej o wymiarach 7,2 m x 2,2 m x 1,6 m zawierała ponad 2 miliony komórek typu TETRA i HEXA (Rys. 1). Siatkę zagęszczono przy krawędziach modelu, w obszarze spodziewanego oderwania wirów oraz przy podłożu i suficie domeny (komórki HEXA). Ponieważ przeprowadzone analizy mają w przyszłości odnosić się do badań modelowych wymiary domeny odwzorowują wymiary tunelu aerodynamicznego Laboratorium Inżynierii Wiatrowej (LIW) w Krakowie. Badany model trójwymiarowego prostopadłościanu został ustawiony pionowo w obszarze domeny obliczeniowej, dłuższą krawędzią prostopadłe do napływu wiatru i miał wymiary 0,1 m x 0,2 m x 1,0 m.



Rys. 1. Schemat siatki obliczeniowej: a) widok z góry, b) widok z boku.

Fig. 1. Mesh scheme: a) top view, b) side view.



Rys. 2. Parametry wiatru uzyskane na podstawie badań w tunelu aerodynamicznym: a) pionowy profil średniej prędkości wiatru, b) pionowy profil intensywności turbulencji, c) pionowy profil energii kinetycznej turbulencji.

Fig. 2. Wind parameters from the wind tunnel measurements: a) vertical profile of the mean wind speed, b) vertical profile of the turbulence intensity, c) vertical profile of the turbulence kinetic energy.

Profile średniej prędkości wiatru U oraz intensywności turbulencji I_u (Rys. 2a, b) przyjęto na podstawie badań przeprowadzonych w tunelu aerodynamicznym LIW dla przypadku terenu niezabudowanego (Bęc i in. 2011 [10]). Pomiarów profili pionowych dokonano przed modelem, w obszarze przepływu niezaburzonego i odniesiono do punktu referencyjnego na wysokości 0,71 m. Na Rys 2c pokazano profil k obliczony na podstawie badań modelowych.

We wszystkich rozważonych przypadkach wykorzystano profil prędkości średniej wiatru U uzyskany na podstawie badań w tunelu aerodynamicznym. Profile energii kinetycznej turbulencji i dyssypacji energii kinetycznej turbulencji, które zostały zadane na wlocie domeny obliczeniowej zestawiono, dla wszystkich przypadków, na Rys. 3.

Obliczenia komputerowe przeprowadzono dla czterech przypadków różnego sposobu zdefiniowania parametrów wiatru przyjętych na wlocie domeny obliczeniowej (w obszarze warunku brzegowego „napływ” – *velocity inlet*), mianowicie:

Przypadek C1

Pierwszy wariant analizy przeprowadzono analogicznie do badań przedstawionych w pracy Blocken i in. (2007) [11]. Zgodnie z zaleceniami, na wlocie domeny, zamiast wartości stałej z równania (10), zadano profil k uzyskany z pomiarów w tunelu. Profil ε został wyznaczony na podstawie równania (11), gdzie u_{ref} i Z_{ref} wynoszą odpowiednio 9,788 m/s i 0,71 m.

Przypadek C2

Zgodnie z zaleceniami przedstawionymi w pracach Yoshie i in. (2007) [12], Tominaga i in. (2008) [8] profil prędkości średniej U oraz profil energii kinetycznej turbulencji k przyjęto na podstawie badań. Natomiast profil dyssypacji energii ε wyznaczono zgodnie z równaniem (13).

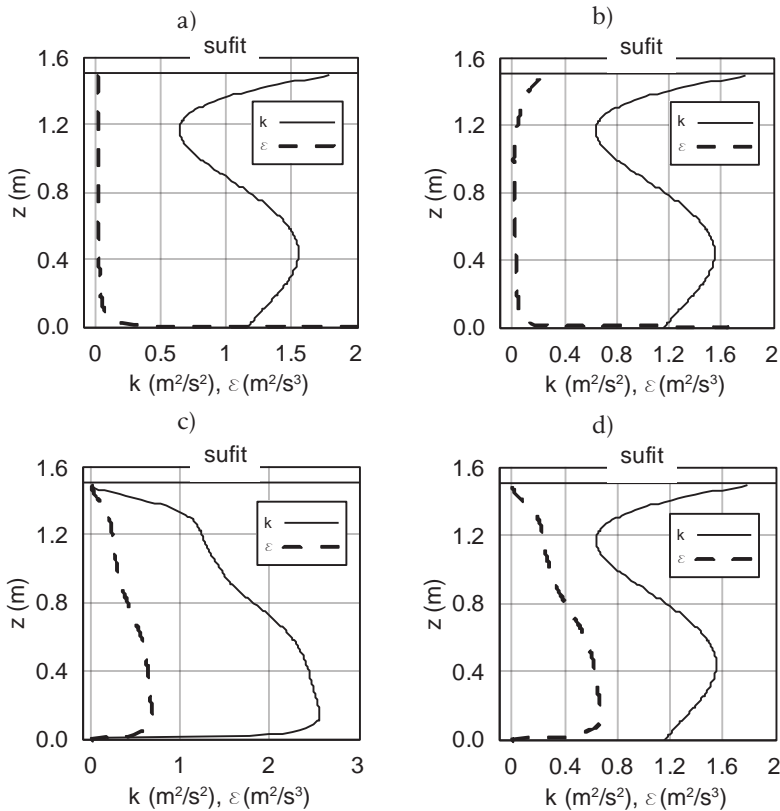
Przypadek C3

Przyjęto warunki brzegowe sugerowane w programie FLUENT i wykorzystane między innymi w pracy Zhang i in. (2012) [9], gdzie profil k oraz profil ε wyznaczono odpowiednio na podstawie równań (16) i (17). Przyjęto profil intensywności

turbulencji I_u zgodny z przeprowadzonymi badaniami oraz domyślną dla programu wartość stałej modelu C_μ .

Przypadek C4

Wariant został uzyskany poprzez modyfikację C3, która polegała na zmianie profilu k wyznaczonego na podstawie równania (16) na profil uzyskany na podstawie pomiarów w tunelu.



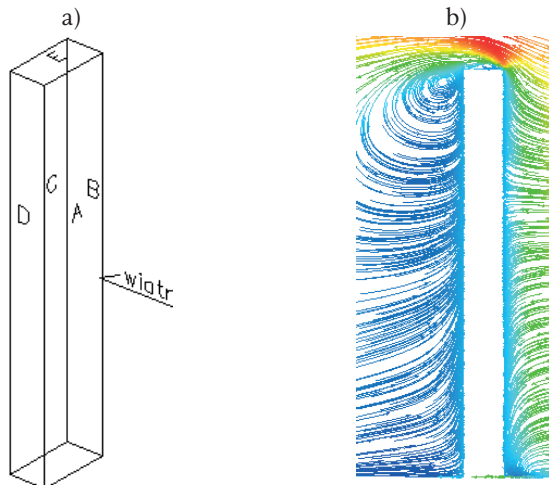
Rys. 3. Pionowe profile energii kinetycznej turbulencji k oraz dyssypacji energii kinetycznej turbulencji ε użyte w symulacji numerycznej, w przypadkach: a) C1, b) C2, c) C3, d) C4.
 Fig. 3. CFD simulation vertical profiles of turbulent kinetic energy and turbulence dissipation rate, in cases: a) C1, b) C2, c) C3, d) C4.

Podczas przeprowadzonych analiz przyjęto warunki brzegowe na wlocie domeny zgodnie z omówionymi powyżej przypadkami. Na ścianach domeny równoległych do kierunku przepływu wykorzystano warunek „symetria” (*symmetry*). Na podłożu oraz suficie domeny zastosowano warunek „ściana” (*wall*) „bez poślizgu” (*no slip*) płynu po ścianie. Na ścianie równoległej do wlotu domeny użyto warunku „wypływ” (*outflow*).

4. Analiza wyników obliczeń

Symulacje komputerowe przeprowadzono dla czterech opisanych wariantów aż do uzyskania zbieżności i ustabilizowania się wartości prędkości, energii kinetycznej turbulencji i jej dyssypacji. Oznaczenia ścian modelu, na które oddziaływał

wiatr, wraz ze schematem przepływu przez przekrój pionowy wzdłuż domeny obliczeniowej przedstawiono na Rys. 4. Zgodnie z zastosowanymi oznaczeniami ściana A jest ścianą nawietrzną, C – zawietrzną, natomiast B i D – bocznymi.



Rys. 4. Schematy: a) oznaczenia ścian modelu, b) przepływu przez przekrój pionowy domeny.
Fig. 4. Plots of: a) wall notations, b) vertical flow through the domain.

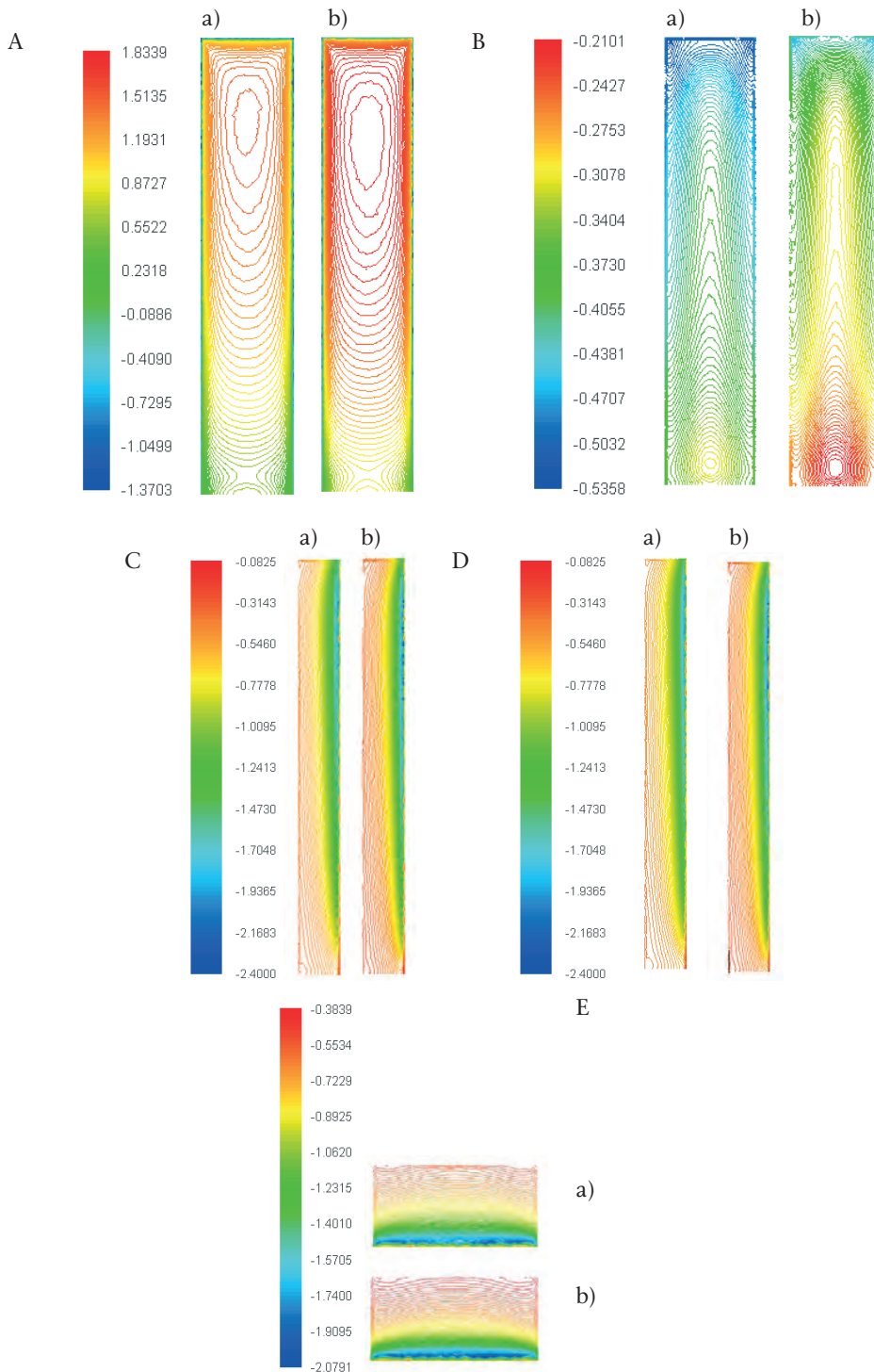
W Tabeli 1 zestawiono wyniki przeprowadzonych analiz w postaci wartości ekstremalnych bezwymiarowego współczynnika ciśnienia na wszystkich ścianach modelu (zgodnie z oznaczeniami na Rys. 4). Procentowe wartości wyników wyznaczono względem przypadku C1, według formuły:

$$\delta = \frac{C_{p,Ci} - C_{p,C1}}{C_{p,C1}} \cdot 100\% \quad (18)$$

w której $C_{p,C1}$, $C_{p,Ci}$ – wartości ekstremalnego współczynnika ciśnienia odpowiednio w przypadku C1 oraz C_i , $i = 1, 2, 3, 4$.

Różnice w wynikach współczynnika ciśnienia sięgają aż 67% dla przypadku C3 (ściana D – boczna). Warto również zauważyć, że najbardziej rozbieżne są wyniki C_p dla przypadków C1 i C3. W pozostałych przypadkach uzyskano zbliżone do siebie wyniki. W przypadku ściany A (nawietrznej) zestawiono tylko wartości maksymalne parcia.

Na Rys. 5 przedstawiono powierzchniowe rozkłady współczynnika ciśnienia, na wszystkich ścianach modelu, dla dwóch przypadków C1 i C3, dających najbardziej różniące się wyniki. We wszystkich wariantach schemat rozkładu C_p jest podobny, a różnice występują jedynie w wartościach. Na środku ściany nawietrznej (A), na ok. 90% wysokości modelu w przypadkach C1 i C2 oraz ok. 80% wysokości w przypadkach C3 i C4 można zauważyć punkt stagnacji, w którym występuje maksymalne parcie. Znaczne zaburzenie występuje na ścianach B i D w przypadku C3 – na krawędzi nawietrznej u dołu ściany C_p zmniejsza się do -0,0825. Ponadto można zaobserwować, że rozkład ciśnienia na obu bocznych ścianach nie jest identyczny. Jest to spowodowane nie w pełni symetryczną siatką obliczeniową. W celu uniknięcia podobnych zaburzeń, kolejne analizy obliczeniowe zakładają ulepszenie symetrii siatki obliczeniowej.



Rys. 5. Powierzchniowy rozkład współczynnika ciśnienia na ścianach modelu: a) przypadek C1, b) przypadek C3.

Fig. 5. Spatial pressure coefficient distribution on walls: a) case C1, b) case C3.

Tabela 1. Ekstremalne wartości współczynnika ciśnienia C_p , na poszczególnych ścianach modelu.
 Table 1. Extreme values of pressure coefficient C_p on particular walls of the model.

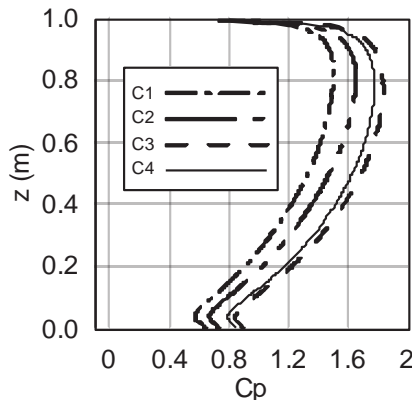
ściana A	$C_{p,max}$	δ					
	[-]	[%]	ściana B	$C_{p,min}$	δ	$C_{p,max}$	δ
				[-]	[%]	[-]	[%]
C1	1,4995		C1	-2,2071		-0,2001	
C2	1,6489	10	C2	-2,3027	4	-0,1614	-19
C3	1,8340	22	C3	-2,4000	9	-0,1430	-29
C4	1,7745	18	C4	-2,3174	5	-0,1662	-17

ściana C	$C_{p,min}$	δ	$C_{p,max}$				
	[-]	[%]	[-]	[%]	[-]	[%]	
C1	-0,5358		-0,3100				
C2	-0,5176	-3	-0,2793	-10			
C3	-0,4688	-13	-0,2101	-32			
C4	-0,4830	-10	-0,2335	-25			

ściana D	$C_{p,min}$	δ	$C_{p,max}$				
	[-]	[%]	[-]	[%]	[-]	[%]	
C1	-2,2389		-0,2502				
C2	-2,3448	5	-0,2160	-14			
C3	-2,3464	5	-0,0825	-67			
C4	-2,3774	6	-0,1652	-34			

ściana E	$C_{p,min}$	δ	$C_{p,max}$				
	[-]	[%]	[-]	[%]	[-]	[%]	
C1	-1,9796		-0,4721				
C2	-2,0150	2	-0,4491	-5			
C3	-2,0791	5	-0,3891	-18			
C4	-2,0582	4	-0,4055	-14			

Największe i jednocześnie najbardziej do siebie zbliżone wartości współczynnika ciśnienia otrzymano dla przypadków C3 i C4 (Rys. 6). Oba warianty różnią się tylko wartością k , stąd można wnioskować, że profil uzyskany na podstawie równania (16) oraz z badań w tunelu aerodynamicznym daje miarodajne rezultaty. Analiza przypadków C3 i C4 została przeprowadzona przy wykorzystaniu równań dla przepływu w rurach, zalecanych przez program FLUENT. Z tego powodu wartości współczynnika C_p znacznie odbiegają od wyników uzyskanych dla przypadków C1 i C2, gdzie użyto wzorów odpowiednich dla inżynierii wiatrowej.



Rys. 6. Rozkład współczynnika ciśnienia wzdłuż osi pionowej ściany nawietrznej dla przypadków C1, C2, C3 i C4.

Fig. 6. Pressure coefficient distribution along the height of the windward wall for cases C1, C2, C3 and C4.

Niniejszy artykuł ma na celu wykazanie wpływu różnic pomiędzy sposobami definicji struktury wiatru na rozkład współczynnika ciśnienia. Nie można więc określić, zastosowanie, którego przypadku daje najlepsze wyniki, tzn. najbardziej zbliżone do wyników badań modelowych. Stąd też, planowane jest porównanie wyników badań w tunelu aerodynamicznym z wynikami symulacji komputerowych przeprowadzonych przy użyciu modeli turbulencji standard $k-\varepsilon$, oraz RNG, dla omówionych przypadków C1, C2, C3, C4.

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy zaleca się, aby w przypadku stosowania modelu turbulencji $k-\varepsilon$, zastanowić się nad naturą badanego przepływu, w szczególności sposobem opisu struktury wiatru. Na podstawie przeglądu literatury oraz własnych obliczeń wydaje się zasadne stwierdzenie, że w przypadku badań modeli w zakresie inżynierii wiatrowej, a więc w obrębie ABL, należy stosować wariant modelu C1 lub C2. Jeżeli mamy do dyspozycji wyniki w postaci profili przepływu uzyskane w badaniach modelowych w tunelu aerodynamicznym, należy użyć ich jako warunków brzegowych obliczeń. Jeśli nie jest to możliwe, można skorzystać z omawianych w artykule wzorów (10), (11), (13). Należy podkreślić, że planowane jest porównanie wyników obliczeń, również wykorzystujących inne modele turbulencji, z wynikami badań w tunelu aerodynamicznym. Pozwoli to na sformułowanie bardziej jednoznacznych wniosków.

Podczas prowadzonych obliczeń nie zauważono znacznych różnic pomiędzy wektorami składowej prędkości przepływu wzdłuż tunelu. Rozbieżności dotyczą głównie wartości ciśnień osiąganych na ścianach modelu, lecz nie przepływu przez domenę. Ponadto, warto zwrócić uwagę na zaburzenia występujące przy podłożu, które pojawiają się pomimo zastosowania standardowych warunków warstwy przyściennej.

Zastosowanie modelu standard $k-\varepsilon$ przy wykonywaniu symulacji numerycznych często może prowadzić do uzyskania błędnych wyników lub ich przeszacowania, w szczególności dla złożonych przepływów oraz posiada małą czułość na duże gradienty ciśnień. Mimo to, przy odpowiedniej definicji energii kinetycznej turbulencji oraz dyssypacji energii kinetycznej turbulencji, model standard $k-\varepsilon$ pozwala na uzyskanie zadowalających wyników dla prostych modeli (takich jak prostopadłościanny), które w przyszłości mogą zostać ekstrapolowane do obliczeń bardziej skomplikowanych przypadków jak również wykorzystane w innych modelach symulacji numerycznych.

Literatura

- [1] Błazik-Borowa E., *Problemy związane ze stosowaniem modelu turbulencji $k-\varepsilon$ wyznaczenia parametrów opływu budynków*, Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2008.
- [2] Easeom G., *Improved Turbulence Models for computational Wind Engineering*, PhD Thesis, Nottingham, 2000.
- [3] Launder B.E., Spalding D.B., *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*, Academic Press, Londyn 1972.
- [4] Richards P.J., Hoxey R.P., *Appropriate boundary conditions for computational wind engineering model using the $k-\varepsilon$ turbulence model*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 46&47 (1993) 145-153.

- [5] Blocken B., Stathopoulos T., Carmeliet J., *CFD simulation of the atmospheric boundary layer: wall function problems*, Atmospheric Environment 41 (2007) 238-252.
- [6] Franke, J., Hellsten, A., Schlünzen, H. and Carissimo, B. (Eds.) *Best Practice Guideline for the CFD Simulation of Flows in the Urban Environment*, COST Office, Brussels 2007.
- [7] Norris S.E., Richards P.J., *Appropriate boundary conditions for computational wind engineering models revisited*, The fifth International Symposium on Computational Wind Engineering, 2010.
- [8] Tominaga Y., Mochida A., Yoshie R., Kataoka H., Nozu T., Yoshikawa M., Shirasawa T., *AJ guidelines for practical applications of CFD to pedestrian wind environment around buildings*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 96 (2008) 1749-1761.
- [9] Zhang J., Yang Q., Li Q.S., *Application of nonlinear eddy viscosity model in simulations of flows over bluff body*, BBAA7 2012.
- [10] Bęc J., Lipecki T., Błazik-Borowa E., Szulej J., *Badania struktury przepływu w tunelu aerodynamicznym Laboratorium Inżynierii Wiatrowej Politechniki Krakowskiej*, Materiały XIII Konferencji Fizyki Budowli w Teorii i Praktyce, Łódź 2011.
- [11] Blocken B., Carmeliet J., Stathopoulos T., *CFD evaluation of wind speed conditions in passages between parallel buildings – effect of wall-function roughness modifications for the atmospheric boundary layer flow*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 95, 2007.
- [12] Yoshie R., Mochida A., Tominaga Y., Kataoka H., Harimoto K., Nozu T., Shirasawa T., *Cooperative Project for CFD prediction of pedestrian wind environment In the Architectural Institute of Japan*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 95, 2007.

The influence of the wind structure definition in the standard k - ε model of turbulence on the distribution of pressure coefficient on the façades of the prism

Paulina Jamińska

*Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: p.jaminska@pollub.pl*

Abstract: The paper deals with the influence of the definition of turbulence kinetic energy k and dissipation of turbulence kinetic energy ε on wind pressure coefficient distribution on walls of rectangular model. The investigation includes computer simulations for the four cases of boundary conditions, the most common in the literature. In some analysed cases, the wind structure characteristics used in computations were derived from experimental studies performed in the wind tunnel. The results in the form of pressure coefficients were analyzed on the basis of their relevance to the use in the field of wind engineering. All calculations were performed in ANSYS FLUENT with use of standard k - ε model. The 3D model of the flow around the prism was considered in calculations.

Keywords: turbulent wind flow, wind structure, k - ε model, Computational Fluid Dynamics.

Równania ruchu konstrukcji głównej z dołączonymi wielokrotnymi, strojonymi tłumikami masowymi

Piotr Wielgos

Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska,
e-mail: p.wielgos@pollub.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono matematyczny model konstrukcji głównej z wbudowanymi wielokrotnymi strojonymi tłumikami drgań. Bardzo ważną kwestią, związaną z tym modelem jest budowa globalnej macierzy tłumienia ustroju. Przedstawione zostaną własne propozycje elementów MES, opisujących dodatkowe elementy dołączone do ustroju głównego w postaci strojonych tłumików drgań. Omówione zostaną także korzyści płynące z zastosowania nowych elementów MES.

Słowa kluczowe: wielokrotne strojone tłumiki masowe, globalna macierz tłumienia, elementy MES.

1. Wstęp

Niniejszy artykuł jest rozwinięciem artykułu Wielgos (2011) [1]. W niniejszej pracy skupiono się na pasywnej metodzie redukcji drgań, w szczególności na budowie macierzy tłumienia ustroju z dołączonymi strojonymi, masowymi tłumikami drgań.

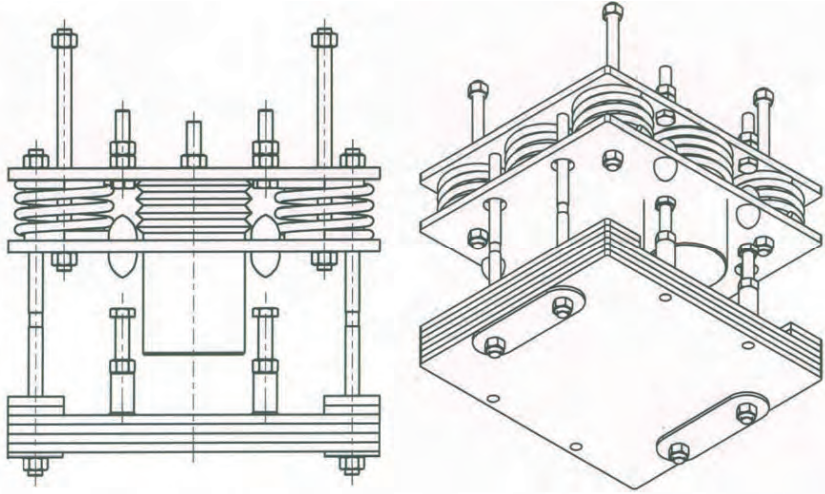
W pierwszej części pracy przedstawione zostaną podstawowe dane o pasywnych wiskotycznych tłumikach drgań, następnie omówione zostaną sposoby wbudowania ich w konstrukcję główną. Końcowym efektem pracy jest propozycja własnych elementów MES opisujących dodatkowe elementy dołączone do ustroju głównego w postaci strojonych tłumików masowych. Modele elementów MES zostały omówione także w pracy Wielgos (2010) [2].

2. Strojone tłumiki masowe (STM)

Strojony tłumik masowy (czasem nazywany dynamicznym tłumikiem drgań) składa się z dodatkowo dołączonej masy do konstrukcji głównej, za pomocą więzów o właściwościach sprężystych oraz tłumiących. Redukcję drgań uzyskuje się poprzez przepływ i rozpraszanie energii pomiędzy konstrukcją główną a STM. Strojony tłumik masowy, jak sama nazwa mówi, jest „nastrojony” na konkretną wartość $\omega_t = \omega_i$ (lub na wartość bliską tej częstości $\omega_t \cong \omega_i$) wybranej częstości drgań własnych konstrukcji głównej. Zastosowany STM wytłumia w zasadzie tą częstość, na którą został nastrojony, w ogólności jednak w przypadku występowania kilku bliskich sobie częstości drgań własnych i umiejscowieniu tłumika w miejscu, gdzie rzędne postaci drgań własnych są znaczące, będzie on także tłumił te częstości drgań własnych. Zazwyczaj bliskie sobie częstości drgań własnych występują w ustrojach

bardzo złożonych, takich jak przekrycia wielkopołaciowe, mosty czy kładki podwieszane lub wiszące.

Schematyczny rysunek takiego tłumika, działającego na kierunku pionowym, przedstawiono na Rys. 1.

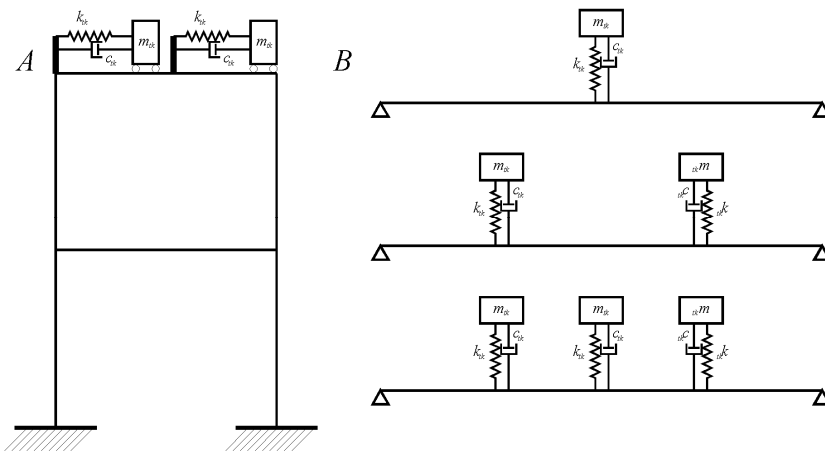


Rys. 1. Schemat strojonego tłumika masowego – STM.

Fig. 1. Scheme of the tuned mass damper –TMD.

3. Sposoby wbudowania tłumików drgań w konstrukcję główną

W przypadku strojonych tłumików masowych istnieje wiele różnorodnych wariantów ich wbudowania. Podstawowym kryterium umieszczenia STM w konstrukcji jest ich usytuowanie. STM lokuje się w miejscach największych rzędnych postaci drgań dla częstości, na którą STM został „nastrojony”. Przykładowe rozmieszczenie tłumików pokazano na Rys. 2.



Rys. 2. Schemat strojonych tłumików masowych STM w konstrukcję główną.

Fig. 2. Scheme of tuned mass dampers (TMD) built into the main structure.

Na schemacie A przedstawiono dwa tłumiki STM działające na kierunku X , które mogą być nastrojone na pierwszą częstotliwość drgań własnych ustroju. Można także nastroić jeden z nich na drugą częstotliwość drgań własnych. W przypadku schematu B mamy do czynienia z ustrojem belkowym, w którym możliwe jest nastrojenie na pierwszą giętną częstotliwość drgań własnych, lub tylko drugą. Może także wystąpić przypadek, kiedy środkowy tłumik nastrojony jest na pierwszą częstotliwość drgań własnych, zaś dwa pozostałe na drugą częstotliwość drgań własnych ustroju. W przypadku zastosowania kilku STM na konstrukcji można wprowadzić nazwę *wielokrotne, strojone tłumiki drgań* (WSTM).

Każdy dodatkowo zamontowany STM, wiąże się z wprowadzeniem do ustroju nowego stopnia swobody, który związany jest z ruchem masy tłumika na kierunku jego działania.

4. Równania ruchu układu głównego z dołączonymi WSTM

Podobnie jak w przypadku ustroju, składającego się z podstruktur wykonanych z różnych materiałów, tak i w przypadku dołączenia WSTM do układu głównego, poszczególne macierze modelu można rozbić na dwie podmacierze:

- konstrukcja główna (przez N – oznaczmy stopnie swobody układu głównego);
- dołączone WSTM (przez N_t – oznaczmy liczbę dołączonych tłumików).

Równania ruchu mogą być wtedy zapisane w postaci:

$$(\mathbf{M}_{KG} + \mathbf{M}_T)\ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{C}_{KG} + \mathbf{C}_T)\dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{K}_{KG} + \mathbf{K}_T)\mathbf{q}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (1)$$

Globalna liczba stopni swobody układu będzie wynosić $N + N_t$ (każdy tłumik zestawu WSTM powoduje zwiększenie globalnej liczby stopni swobody o jeden). Poniżej przedstawiono postacie macierzy \mathbf{C}_T , \mathbf{K}_{KG} , \mathbf{M}_T , przy założeniu, że dodatkowe stopnie swobody wynikające z zastosowania WSTM występują z ostatnimi numerami:

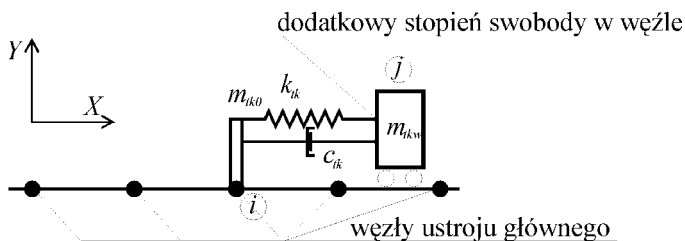
$$\mathbf{M}_{KG} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{K:N,N} & \mathbf{0}_{N,N_t} \\ \mathbf{0}_{N_t,N} & \mathbf{0}_{N_t,N_t} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{KG} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{K:N,N} & \mathbf{0}_{N,N_t} \\ \mathbf{0}_{N_t,N} & \mathbf{0}_{N_t,N_t} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{KG} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{K:N,N} & \mathbf{0}_{N,N_t} \\ \mathbf{0}_{N_t,N} & \mathbf{0}_{N_t,N_t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

W przypadku konstrukcji wielomateriałowych, składających się z materiałów o różnych właściwościach sprężystych czy też o różnych właściwościach tłumiących, macierze \mathbf{M}_K , \mathbf{K}_K , \mathbf{C}_K , należy budować według znanych modeli np. Rayleigha czy Cogeya

Przejdźmy teraz do macierzy związanych z wydzieloną podstrukturą WSTM. Każdy ze strojonych tłumików masowych (STM) wprowadza dodatkowo jeden stopień swobody układu. Poniżej zostanie przedstawiony sposób budowy poszczególnych macierzy w przypadku ustroju dwuwymiarowego, a następnie jego uogólnienie na układ przestrzenny. Wprowadzone zostaną pojęcia elementu STM–2D oraz elementu STM–3D. Są to całkowicie nowe elementy MES, które mogą być zastosowane w programach obliczeniowych MES.

4.1. Element STM-2D

Na poniższym rysunku przedstawiono schemat dołączenia STM do ustroju głównego. Dołączenie STM do ustroju głównego, powoduje wprowadzenie dodatkowego stopnia swobody, na kierunku działania STM. Dlatego też wprowadzono węzeł j , w którym uwzględniono dodatkowy stopień swobody układu STM. Węzeł i odpowiada węzłowi, do którego dołączany jest tłumik zaś węzeł j jest węzłem swobodnym (Rys. 3).



Rys. 3. Schemat dołączenia STM-2D do ustroju głównego.

Fig. 3. TMD-2D attaching to the main system scheme.

Masa k -tego STM – m_{tk} , składa się z masy związanej z konstrukcją STM – m_{tk0} oraz z masy własnej (drgającej) – m_{tkw} :

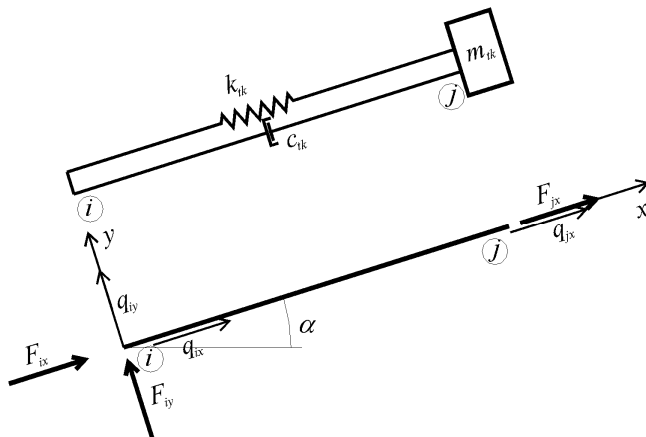
$$m_{tk} = m_{tkw} + m_{tk0} \quad (3)$$

W celu uniknięcia skomplikowanego opisu sił działających na ustrój główny na kierunku prostopadłym do kierunku działania STM (siły bezwładności od masy m_{tkw} w ogólności mogą oddziaływać na różne węzły ustroju głównego), przyjęto założenie upraszczające w postaci skupienia tych sił w węźle i , do którego dołączany jest k -ty STM. W węźle i do którego dołączany jest STM, skupiona jest więc: masa konstrukcji STM (m_{tk0}) na obu kierunkach X , Y oraz masa drgająca (m_{tkw}) na kierunku prostopadłym do kierunku działania STM (Y). W węźle j , tj. na dodatkowym stopniu swobody, skupiona jest cała masa własna (m_{tkw}) na kierunku działania STM (X).

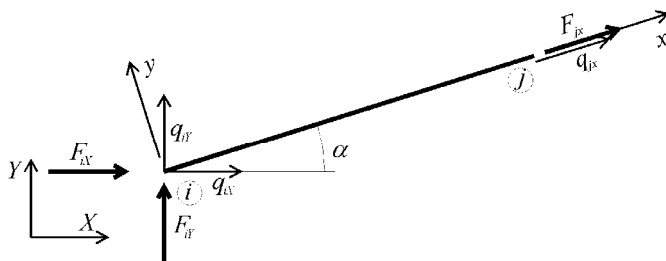
W ogólności węzeł j ma te same współrzędne co węzeł i , i jak stwierdzono wcześniej, służy on tylko do ujednoczenia opisu sił na dodatkowym stopniu swobody (dodatkowy stopień swobody w węźle i).

Kierunek działania elementu STM-2D, w ogólności, nie musi się pokrywać z globalnym układem współrzędnych. Na Rys. 4 oraz Rys. 5 przedstawiono schemat elementu tłumika STM-2D oraz sił, działających na element w układzie lokalnym i globalnym.

Kierunek działania STM określa wektor kierunkowy w globalnym układzie współrzędnych XY w postaci $w_k = [L_x, L_y]$. Pojedynczy STM może wykonywać drgania tylko po kierunku x lokalnego układu współrzędnych, a więc z założenia $q_{jy} = q_{iy}$, oraz $F_{jy} = 0$. Transformacji do układu globalnego podlegają wielkości sił i przemieszczeń węzła początkowego i , zaś w węźle j pozostawiany jest układ lokalny (jest to zagadnienie znane w MES przy uwzględnianiu podpory ukośnej przy budowie globalnej macierzy K).



Rys. 4. Schemat elementu strojonego tłumika masowego (STM-2D) w układzie lokalnym.
 Fig. 4. Scheme of the tuned mass damper element (TMD-2D) in the local coordinate system.



Rys. 5. Schemat elementu strojonego tłumika masowego (STM-2D) w układzie globalnym.
 Fig. 5. Scheme of the tuned mass damper element (TMD-2D) in the global coordinate system.

Element k – ty (k – ty WSTM) ma następujące dane $m_{tk} = m_{tkw} + m_{tk0}$, k_{tk} , c_{tk} . Wektory przemieszczeń węzłów elementu oraz siły węzłowych w układzie lokalnym będą miały następującą postać:

$$\mathbf{q}_k^e = \begin{bmatrix} q_{ix} \\ q_{iy} \\ q_{jx} \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_k^e = \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{jx} \end{bmatrix} \quad (4)$$

zaś w układzie globalnym:

$$\mathbf{q}_k^e = \begin{bmatrix} q_{iX} \\ q_{iY} \\ q_{jX} \end{bmatrix} \quad \mathbf{q}_k^e = \begin{bmatrix} q_{iX} \\ q_{iY} \\ q_{jX} \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_k^e = \begin{bmatrix} F_{iX} \\ F_{iY} \\ F_{jX} \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_k^e = \begin{bmatrix} F_{iX} \\ F_{iY} \\ F_{jX} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Macierze \mathbf{M}_k^e , \mathbf{K}_k^e , \mathbf{C}_k^e dla k – tego WSTM w lokalnym układzie współrzędnych mają następującą postać:

$$\mathbf{M}_k^e = \begin{bmatrix} m_{tk0} & 0 & 0 \\ 0 & m_{tk0} + m_{tkw} & 0 \\ 0 & 0 & m_{tkw} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_k^e = \begin{bmatrix} k_{tk} & 0 & -k_{tk} \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_{tk} & 0 & k_{tk} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_k^e = \begin{bmatrix} c_{tk} & 0 & -c_{tk} \\ 0 & 0 & 0 \\ -c_{tk} & 0 & c_{tk} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Jak widać z powyższych postaci macierzy \mathbf{K}_k^e , macierz elementu STM jest bardzo podobna do macierzy sztywności płaskiego elementu kratownicowego. Natomiast w macierzy mas \mathbf{M}_k^e występuje różnica w postaci skupienia całej masy własnej na kierunku x w węźle j , zaś na kierunku y w węźle i (w przypadku płaskiego elementu kratowego macierz jest diagonalna).

Zazwyczaj masa konstrukcji STM – m_{tk0} , może zostać zaniedbana, jako o rząd wielkości mniejsza od masy własnej STM – m_{tkw} . Macierz mas elementu STM–2D, w układzie lokalnym, może wtedy zostać zapisana w formie:

$$\mathbf{M}_k^e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{tkw} & 0 \\ 0 & 0 & m_{tkw} \end{bmatrix} \quad (7)$$

W dalszych rozważaniach przyjęto więc uproszczenie:

$$m_{ik} = m_{tkw} \quad (8)$$

Dla pojedynczego elementu k możemy zapisać następujące równanie równowagi dynamicznej:

$$\mathbf{M}_k^e \ddot{\mathbf{q}}^e(t) + \mathbf{C}_k^e \dot{\mathbf{q}}^e(t) + \mathbf{K}_k^e \mathbf{q}^e(t) = \mathbf{f}^e(t) \quad (9)$$

Transformacja poszczególnych macierzy elementu z układu lokalnego do globalnego odbywa się za pomocą znanych z MES wzorów (por. Rakowski i in., 1992 [3]):

$$\mathbf{q}^e(t) = \mathbf{R}^e \mathbf{q}^e(t) \quad \mathbf{q}^e(t) = (\mathbf{R}^e)^T \mathbf{q}^e(t) \quad (10)$$

$$\mathbf{f}^e(t) = \mathbf{R}^e \mathbf{f}^e(t) \quad \mathbf{f}^e(t) = (\mathbf{R}^e)^T \mathbf{f}^e(t) \quad (11)$$

gdzie macierz obrotu elementu jest dana wzorem:

$$\mathbf{R}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Macierz \mathbf{R}_i jest macierzą obrotu węzła początkowego, zaś macierz \mathbf{R}_j węzła końcowego nie podlega obrotowi. Macierz obrotu węzła początkowego dana jest wzorem:

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_j = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie: $c = \cos\alpha$, $s = \sin\alpha$.

Mnożąc lewostronnie równanie (9) przez \mathbf{R}^e oraz, uwzględniając związek otrzymujemy równanie ruchu w układzie globalnym:

$$\mathbf{R}^e \mathbf{M}_k^e (\mathbf{R}^e)^T \ddot{\mathbf{q}}^e(t) + \mathbf{R}^e \mathbf{C}_k^e (\mathbf{R}^e)^T \dot{\mathbf{q}}^e(t) + \mathbf{R}^e \mathbf{K}_k^e (\mathbf{R}^e)^T \mathbf{q}^e(t) = \mathbf{R}^e \mathbf{f}^e(t) \quad (14)$$

Poszczególne macierze w układzie globalnym będą miały następującą postać:

$$\mathbf{M}_k^e = \mathbf{R}^e \mathbf{M}_k^e (\mathbf{R}^e)^T \quad \mathbf{M}_k^e = \mathbf{R}^e \mathbf{M}_k^e (\mathbf{R}^e)^T \quad (15)$$

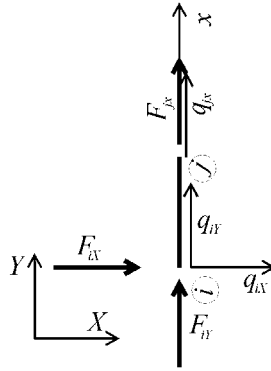
$$\mathbf{K}_k^e = \mathbf{R}^e \mathbf{K}_k^{ie} (\mathbf{R}^e)^T \quad \mathbf{K}_k^e = \mathbf{R}^e \mathbf{K}_k^{ie} (\mathbf{R}^e)^T \quad (16)$$

$$\mathbf{C}_k^e = \mathbf{R}^e \mathbf{C}_k^{ie} (\mathbf{R}^e)^T \quad \mathbf{C}_k^e = \mathbf{R}^e \mathbf{C}_k^{ie} (\mathbf{R}^e)^T \quad (17)$$

Jeżeli układ lokalny k – tego WSTM jest zgodny z układem globalnym ($c = 1, s = 0$) to macierze, $\mathbf{M}_k^e, \mathbf{K}_k^e, \mathbf{C}_k^e$ są odpowiednio równe $\mathbf{M}_k^{ie}, \mathbf{K}_k^{ie}, \mathbf{C}_k^{ie}$.

Jeżeli układ lokalny jest obrócony o $\pi/2$ ($c = 0, s = 1$, por. Rys. 6), to po wymnożeniu przez macierze obrotów elementu macierzy w lokalnym układzie współrzędnych, uzyskujemy następujące wzory na macierze $\mathbf{M}_k^e, \mathbf{K}_k^e, \mathbf{C}_k^e$:

$$\mathbf{M}_k^e = \begin{bmatrix} m_{ik} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ik} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_k^e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{ik} & -k_{ik} \\ 0 & -k_{ik} & k_{ik} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_k^e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{ik} & -c_{ik} \\ 0 & -c_{ik} & c_{ik} \end{bmatrix} \quad (18)$$



Rys. 6. Schemat STM-2D obróconego o $\pi/2$, w układzie globalnym.

Fig. 6. Scheme of TMD-2D turned of the angle $\pi/2$, in the global coordinate system.

Jeżeli przepiszemy równanie macierzowe dla tego przypadku do standardowej postaci otrzymamy:

$$F_{ix} = m_{ik} \ddot{q}_{ix}(t) \quad (19)$$

$$F_{iy} = c_{ik} (\dot{q}_{iy}(t) - \dot{q}_{jy}(t)) + k_{ik} (q_{iy}(t) - q_{jy}(t)) \quad (20)$$

$$F_{jx} = m_{ik} \ddot{q}_{jx}(t) + c_{ik} (\dot{q}_{jx}(t) - \dot{q}_{iy}(t)) + k_{ik} (q_{jx}(t) - q_{iy}(t)) \quad (21)$$

Zazwyczaj w węzle j nie działa żadne obciążenie zewnętrzne, gdyż wiązałyby się to z przykładaniem obciążenia bezpośrednio do tłumika. Jeżeli teraz porównamy równanie (21) z równaniem dla układu o dwóch stopniach swobody:

$$m_1 \ddot{q}_1(t) + c_1 \dot{q}_1(t) + c_2 (\dot{q}_1(t) - \dot{q}_2(t)) + k_1 q_1(t) + k_2 (q_1(t) - q_2(t)) = p(t)$$

$$m_2 \ddot{q}_2(t) + c_2 (\dot{q}_2(t) - \dot{q}_1(t)) + k_2 (q_2(t) - q_1(t)) = 0 \quad (22)$$

to należy stwierdzić, iż otrzymaliśmy identyczną formułę. Wartości sił F_{ix}, F_{iy} należy przyłożyć do warunków równowagi węzła i . Jak widać ze wzoru (19), na węzeł początkowy przyłożona jest siła bezwładności F_{ix} prostopadła do kierunku działania STM oraz siła F_{iy} dana wzorem (20).

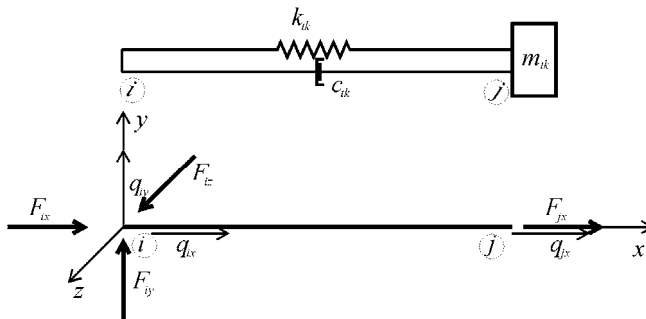
Podamy jeszcze postacie macierzy \mathbf{M}_k^e , \mathbf{K}_k^e , \mathbf{C}_k^e dla układu obróconego o $\pi/4$ ($c = s = \sqrt{2}/2$):

$$\mathbf{M}_k^e = \begin{bmatrix} \frac{m_{tk}}{2} & \frac{-m_{tk}}{2} & 0 \\ -\frac{m_{tk}}{2} & \frac{m_{tk}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{tk} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_k^e = \begin{bmatrix} \frac{k_{tk}}{2} & \frac{k_{tk}}{2} & \frac{-\sqrt{2}k_{tk}}{2} \\ \frac{k_{tk}}{2} & \frac{k_{tk}}{2} & \frac{-\sqrt{2}k_{tk}}{2} \\ \frac{-\sqrt{2}k_{tk}}{2} & \frac{-\sqrt{2}k_{tk}}{2} & k_{tk} \end{bmatrix} \quad (23)$$

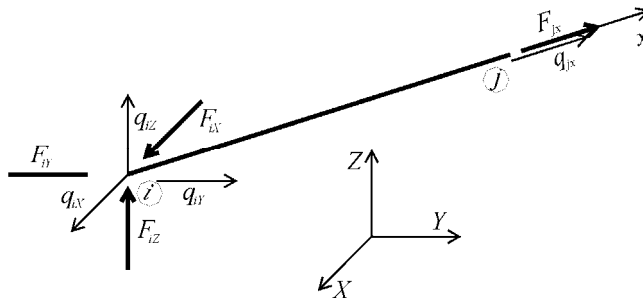
$$\mathbf{C}_k^e = \begin{bmatrix} \frac{c_{tk}}{2} & \frac{c_{tk}}{2} & \frac{-\sqrt{2}c_{tk}}{2} \\ \frac{c_{tk}}{2} & \frac{c_{tk}}{2} & \frac{-\sqrt{2}c_{tk}}{2} \\ \frac{-\sqrt{2}c_{tk}}{2} & \frac{-\sqrt{2}c_{tk}}{2} & c_{tk} \end{bmatrix} \quad (24)$$

4.2. Element STM-3D

Uogólnimy nasze rozważania dla układów przestrzennych. Na Rys. 7 oraz Rys. 8 przedstawiono siły, działające na element w układzie lokalnym i globalnym.



Rys. 7. Schemat elementu strojonego tłumika masowego (STM-3D) w układzie lokalnym.
Fig. 7. Scheme of the tuned mass damper element (TMD-3D) in the local coordinate system.



Rys. 8. Schemat elementu strojonego tłumika masowego (STM-3D) w układzie globalnym.
Fig. 8. Scheme of the tuned mass damper element (TMD-2D) in the global coordinate system.

Podobnie jak w poprzednim przypadku, dla elementu płaskiego, do układu globalnego transformujemy tylko węzeł początkowy i STM. Węzeł końcowy pozostaje w układzie lokalnym (związany z kierunkiem działania tłumika). Poniżej przedstawiono wektory przemieszczeń węzłowych elementu oraz sił węzłowych w układzie lokalnym:

$$\mathbf{q}_k^{ve} = \begin{bmatrix} q_{ix} \\ q_{iy} \\ q_{iz} \\ q_{jx} \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_k^{ve} = \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{iz} \\ F_{jx} \end{bmatrix} \quad (25)$$

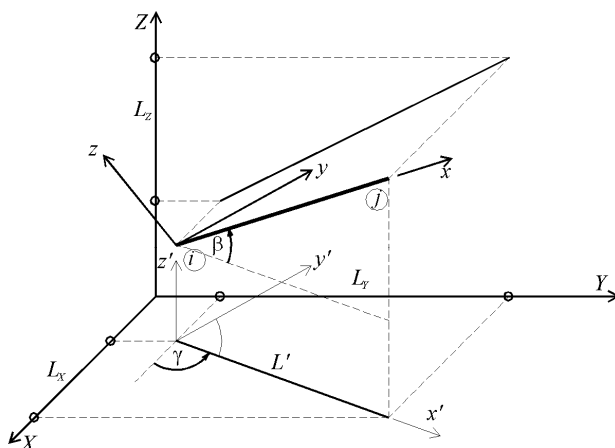
zaś w układzie globalnym:

$$\mathbf{q}_k^e = \begin{bmatrix} q_{iX} \\ q_{iY} \\ q_{iZ} \\ q_{jX} \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_k^e = \begin{bmatrix} F_{iX} \\ F_{iY} \\ F_{iZ} \\ F_{jX} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Macierze \mathbf{M}_k^{ve} , \mathbf{K}_k^{ve} , \mathbf{C}_k^{ve} dla k – tego WSTM w lokalnym układzie współrzędnych mają następujące postaci:

$$\mathbf{M}_k^{ve} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{tk} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{tk} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{tk} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_k^{ve} = \begin{bmatrix} k_{tk} & 0 & 0 & -k_{tk} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{tk} & 0 & 0 & k_{tk} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\mathbf{C}_k^{ve} = \begin{bmatrix} c_{tk} & 0 & 0 & -c_{tk} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{tk} & 0 & 0 & c_{tk} \end{bmatrix} \quad (28)$$



Rys. 9. Schemat elementu strojonego tłumika masowego (STM-3D) w układzie globalnym.
 Fig. 9. Scheme of the tuned mass damper element (TMD-3D) in the global coordinate system.

Podobnie jak dla elementu STM–2D w macierzy mas \mathbf{M} , masa na kierunku y oraz z została skupiona w węźle początkowym i , zaś na kierunku x w węźle końcowym.

Transformacja poszczególnych macierzy elementu z układu lokalnego do globalnego odbywa się za pomocą wzorów (14). Na Rys. 9 przedstawiono podstawowe oznaczenia, służące do uzyskania macierzy obrotu węzła (por. Rakowski G. i inni (1992) [3], Błazik–Borowa i Podgórski, 2001 [4]).

Tak jak już wspomniano, węzeł końcowy j pokrywa się z węzłem i , wtedy linia pomiędzy tymi węzłami, jest interpretowana jako wektor kierunkowy działania STM $\mathbf{w}_k = [L_x, L_y, L_z]$. Kierunek lokalnej osi x , jest zawsze wybierany wzdłuż wektora kierunkowego \mathbf{w}_k , kierunek y , tak aby oś y była równoległa do płaszczyzny XY układu globalnego. Obrót z układu lokalnego do globalnego złożony jest z dwóch obrotów pośrednich. Najpierw obracamy układ xyz o kąt β do pośredniego układu $x'y'z'$, dobranego tak, aby oś x' była równoległa do płaszczyzny XY , a następnie obracamy układ $x'y'z'$ o kąt γ , tak, aby osie x' oraz X były równoległe. Macierze obrotu o kąt β oraz o kąt γ będą miały następujące postaci:

$$\mathbf{R}_\beta = \begin{bmatrix} c_\beta & 0 & -s_\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\beta & 0 & c_\beta \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_\gamma = \begin{bmatrix} c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

gdzie: $s_\beta = \sin \beta = L_z / L$, $c_\beta = \cos \beta = L' / L$, $s_\gamma = \sin \gamma = L_y / L'$, $c_\gamma = \cos \gamma = L_x / L'$,
 $L' = \sqrt{L_x^2 + L_y^2}$, $L = \sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}$

Złożenie dwóch obrotów dla węzła początkowego i , daje poszukiwaną macierz obrotu:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{i\gamma} \mathbf{R}_{i\beta} = \begin{bmatrix} c_\gamma c_\beta & -s_\gamma & -c_\gamma s_\beta \\ s_\gamma c_\beta & c_\gamma & -s_\gamma s_\beta \\ s_\beta & 0 & c_\beta \end{bmatrix} \quad (30)$$

Pełna macierz obrotu elementu STM–3D będzie miała następującą postać:

$$\mathbf{R}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\gamma c_\beta & -s_\gamma & -c_\gamma s_\beta & 0 \\ s_\gamma c_\beta & c_\gamma & -s_\gamma s_\beta & 0 \\ s_\beta & 0 & c_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Podane wzory na macierze \mathbf{M}_k^e , \mathbf{K}_k^e , \mathbf{C}_k^e mają zastosowanie dla dowolnego kierunku działania STM podanego wektorem kierunkowym $\mathbf{w}_k = [L_x, L_y, L_z]$. Postać macierzy obrotu węzła początkowego jest identyczna jak dla kratownicy przestrzennej. Należy pamiętać, że zastosowanie elementów STM–2D czy STM–3D powoduje każdorazowo zwiększenie o jeden stopień swobody liczbę stopni swobody całego układu. Przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia związane z tym stopniem swobody są zawsze zgodne z lokalnym układem współrzędnych, określonym przez wektor kierunkowy $\mathbf{w}_k = [L_x, L_y, L_z]$.

4.3. Agregacja macierzy dla układu dynamicznego

Agregacja macierzy poszczególnych elementów STM-2D oraz STM-3D odbywa się w sposób analogiczny jak dla innych elementów znanych z MES. Może być przeprowadzona w sposób bezpośredni, gdzie dla każdego elementu tworzona jest macierz połączeń (przylegania), zawierająca relacje pomiędzy lokalnymi stopniami swobody a uporządkowanymi i przenumerowanymi globalnymi stopniami swobody. Macierz połączeń elementu A^e jest prostokątna. Liczba wierszy tej macierzy jest równa liczbie globalnych stopni swobody (w rozpatrywanym przypadku $N + N_t$), zaś liczba kolumn równa jest liczbie stopni elementu (3 – dla STM-2D; 4 – dla STM-3D). Globalne macierze: mas, sztywności oraz tłumienia będą opisane wzorami:

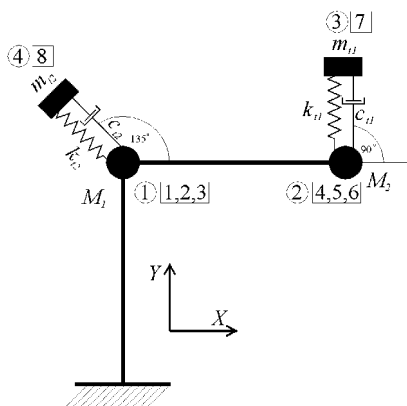
$$\mathbf{M}_T = \sum_{k=1}^{N_t} \mathbf{A}^e \mathbf{M}_k^e (\mathbf{A}^e)^T \quad \mathbf{K}_T = \sum_{k=1}^{N_t} \mathbf{A}^e \mathbf{K}_k^e (\mathbf{A}^e)^T \quad \mathbf{C}_T = \sum_{k=1}^{N_t} \mathbf{A}^e \mathbf{C}_k^e (\mathbf{A}^e)^T \quad (32)$$

W komputerowej implementacji często stosuje się podejście wykorzystujące wektory alokacji. Są to wektory, które zawierają odniesienie lokalnych stopni swobody do przenumerowanych globalnych stopni swobody. Przy tym podejściu, budowa globalnych macierzy \mathbf{M}_T , \mathbf{K}_T , \mathbf{C}_T odbywa się poprzez wstawianie odpowiednich bloków z macierzy \mathbf{M}_k^e , \mathbf{K}_k^e , \mathbf{C}_k^e (bloków związanych ze stopniami swobody węzła początkowego i oraz węzła końcowego j) do globalnych macierzy na podstawie wektorów alokacji.

Należy jeszcze wspomnieć, iż macierze \mathbf{M}_T , \mathbf{K}_T , \mathbf{C}_T nie składają się z wydzielonych bloków o rozmiarze $N_T \times N_T$. Poszczególne podbloki macierzy \mathbf{M}_k^e , \mathbf{K}_k^e , \mathbf{C}_k^e występują zarówno dla numerów stopni swobody $n_s < N$, jak i $N < n_s < N + N_t$.

5. Przykład budowy macierzy tłumienia

Rozpatrzony zostanie model płaskiego ustroju ramowego złożonego z dwu elementów, w postaci pokazanej na Rys. 1. Do ustroju zostaną dołączone dwa tłumiki: w węźle nr 1 tłumik usytuowany pod kątem $3\pi/4$, w węźle nr 2 pod kątem $1\pi/2$ w stosunku do układu globalnego. Globalna liczba stopni swobody układu z dołączonymi WSTM, wynosi $N + N_t = 8$.



Rys. 10. Schemat ustroju ramowego z WSTM.
Fig. 10. Scheme of the frame system with MTMD.

$$\mathbf{K}_{T2} = \begin{bmatrix} \frac{k_{t2}}{2} & -\frac{k_{t2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}k_{t2}}{2} \\ -\frac{k_{t2}}{2} & \frac{k_{t2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}k_{t2}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}k_{t2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}k_{t2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t2} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\mathbf{C}_{T2} = \begin{bmatrix} \frac{c_{t2}}{2} & -\frac{c_{t2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}c_{t2}}{2} \\ -\frac{c_{t2}}{2} & \frac{c_{t2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}c_{t2}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}c_{t2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}c_{t2}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

6. Podsumowanie

W literaturze bardzo często buduje się od podstaw równania ruchu układu z dołączonymi WSTM. Dla każdego przykładu obliczeniowego prowadzona jest cała analiza postaci macierzy globalnych \mathbf{M} , \mathbf{K} , \mathbf{C} . Takie podejście możemy znaleźć w pracach: Xu i in. (1999) [5], Lewandowski R. (2006) [6], Lewandowski i Grzymisławska (2009) [7]. Zastosowanie elementów STM-2D oraz STM-3D, umożliwia potraktowanie problemu jako standardowego problemu MES w którym są wykorzystywane nowe elementy STM-2D oraz STM-3D. Wprowadzenie tych elementów umożliwia analizowanie układów do których dołączono WSTM o kierunkach działania niekoniecznie zgodnych z globalnymi kierunkami X , Y , Z . Ma to bardzo duże znaczenie praktyczne dla układów o bardzo skomplikowanej geometrii oraz skomplikowanych formach drgań, gdzie może zająć konieczność zastosowania STM na kierunku nie zgodnym z osiami globalnego układu współrzędnych XYZ .

Literatura

- [1] Wielgos P., *Równania ruchu konstrukcji głównej z dołączonymi tłumikami drgań opisanymi standardowym modelem reologicznym*, Budownictwo i Architektura 9(2) (2011) 23-38.

- [2] Wielgos P., *Ocena skuteczności działania wielokrotnych, strojonych tłumików masowych w konstrukcjach budowlanych*, Rozprawa doktorska, Lublin, 2010.
- [3] Rakowski G. i in., *Mechanika budowli: ujęcie komputerowe*, tom 2, Arkady, Warszawa, 1992.
- [4] Błazik-Borowa E., Podgórski J., *Wprowadzenie do metody elementów skończonych w statyce konstrukcji inżynierskich*, IZT, Lublin, 2001.
- [5] Xu Y.L., He Q., Ko J.M., *Dynamic response of damper-connected adjacent buildings under earthquake excitation*, Engineering Structures 21(2) (1999) 135–148.
- [6] Lewandowski R., *Dynamika konstrukcji budowlanych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2006.
- [7] Lewandowski R., Grzymisławska J., *Dynamic analysis of structures with Multiple Tuned Mass Dampers*, Journal of Civil Engineering and Management 15(1) (2009) 77–86.

The equations of motion of the main structure with attached multiple tuned mass dampers

Piotr Wielgos

*Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: p.wielgos@pollub.pl*

Abstract: A mathematical model of structure with multiple tuned mass dampers (MTMD) is presented in this paper. An important difficulty, connected with these model, is building a global damping matrix of the system. The own proposals FEM elements describing additional elements attached to the main system in the form of tuned dampers have been proposed here. The benefits of the new FEM elements have been briefly discussed.

Keywords: multiple tuned mass dampers, global damping matrix, FEM elements.

Solution of Extended Kelvin-Voigt Model

Sławomir Karas

*Road and Bridge Chair, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: s.karas@pollub.pl*

Abstract: The great usefulness of uniaxial visco-elastic models, especially in highway engineering pavement theory, composites and other civil engineering disciplines were the reason for undertaking the trial to find a complete solution for the generalization of Kelvin-Voigt body. Here the elements of higher rank than velocities of strain and stress are considered. Carson's transformation simultaneously with residuum theorem are used for solutions derivation. The introduced procedure can be also used for more complicated differential or integral forms of constitutive equations, as well as for non homogenous initial conditions. The Burgers' body is examined. Finally, as an example the vibration of simple beam is shown.

Keywords: rheology, visco-elasticity, models.

1. Introduction

The origins of this treatise come from [1-6]. The list of scientific and application works concerning elementary visco-elastic models probably include more than thousand titles, due to that we limit the bibliography only to Reiner [7] and Nowacki [8] monographs in which the authors made a survey of rheological problems and models. It is important to note that Reiner made a full survey of rheological models in relation to physical rules, while Nowacki showed solving methods of rheological problems by means of Laplace transform and generalized functions.

The recalled monographs are rather old, but their contents has being repeated in many contemporary papers and can be treated as a rheology foundation. The advancement of formulated earlier problems are to find at [9].

Recently many of such models were refined by enhancing some aspect related to current problems [10], [11]. Especially the road and bridge engineering are the field of such models applications [12], [13].

In this approach we focus on benefits, which come from mathematical formalism, i.e. from admissible solutions' forms for assumed constitutive equation. Although the model was used in many works, the below results have been not noticed earlier and only due to that it seems to be interesting to present them.

On the basis of Hohenemser and Prager [7] postulate is assumed a general linear body, which is linear in Boltzmann sense. We confine our analyses to linear visco-elasticity, excluding inner constrains of Saint-Venant type used in Schwedoff model, for example. Only the differential form of constitutive relations are considered. For elementary models we have:

$$\dot{\sigma}_1 + \sigma_1 = \dot{\epsilon} b_1 - \text{Maxwell}, \quad (1.1)$$

$$\sigma a_0 = \varepsilon b_0 + \dot{\varepsilon} b_1 - \text{Kelvina-Voigt}, \quad (1.2)$$

$$\ddot{\sigma} a_2 + \dot{\sigma} a_1 + \sigma a_0 = \dot{\varepsilon} b_1 + \ddot{\varepsilon} b_2 - \text{Burgers}, \quad (1.3)$$

$$\dot{\sigma} a_1 + \sigma a_0 = \varepsilon b_0 + \dot{\varepsilon} b_1 - \text{Zener}; \quad (1.4)$$

where $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ – are visco-elastic material constants, σ, ε – are tensors of stress and strain, reduced here for analyzed one dimensional problem, number of dots over character means the rank of it's time derivative.

Additionally we assume that initial conditions are homogenous, i.e. at time moment $t_0 = 0$ we adopt

$$\sigma(0) = 0 \quad \dot{\sigma}(0) = 0 \quad \varepsilon(0) = 0 \quad \dot{\varepsilon}(0) = 0 \quad (2)$$

In mathematical sense (1.1-4) are a cutting of the following formula

$$\sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} a_m \frac{\partial^{(m)} \sigma}{\partial t^{(m)}} = \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} b_n \frac{\partial^{(n)} \varepsilon}{\partial t^{(n)}} \quad (3)$$

Generalizing, (1.1-4) models could be derived from (3) when $m = 0, 1, 2$ and $n = 0, 1, 2$ i.e. –

$$\sum_{m=0,1,\dots}^2 a_m \frac{\partial^{(m)} \sigma}{\partial t^{(m)}} = \sum_{n=0,1,\dots}^2 b_n \frac{\partial^{(n)} \varepsilon}{\partial t^{(n)}}, \text{ furthermore } a_0 = 1. \quad (4)$$

For recognizing the properties of created constructive relation (4), the Carson transform is applied in the following form

$$C[f(t)] = p \int_{t=0}^{t \rightarrow \infty} f(t) e^{-pt} dt = \tilde{f}(p) \quad (5)$$

2. The solution of the problem

Operating with (5) onto (4) we arrive at

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\tilde{\sigma} a_2 p^2 + p a_1 + 1}{b_2 p_2 + p \beta_1 + \beta_0} = \frac{\tilde{\sigma} a_2 p^2 + p a_1 + 1}{b_2 (p - p_1)(p - p_2)} \quad (6)$$

where

$$\beta_1 = \frac{b_1}{b_2} \quad \beta_2 = \frac{b_0}{b_2} \quad (6.1)$$

p_1, p_2 – are the roots of the denominator at (6), where

$$p_{1,2} = \frac{1}{2}(-\beta_0 \pm \sqrt{\Delta}) \quad \Delta = (\beta_1)^2 - 4\beta_0 \quad (7)$$

We have to analyze the set of following cases –

$$(I) \quad \Delta > 0 \quad \rightarrow \quad p_1 \neq p_2 \neq 0 \in R$$

$$(II) \quad \Delta < 0 \quad \rightarrow \quad p_1 = \bar{p}_2 \in C, \quad p_{1,2} = \alpha_0 \pm i\alpha_1$$

$$(III) \Delta = 0 \rightarrow p_{1,2} = -\frac{\beta_0}{2} \neq 0$$

$$(IV) \Delta = 0 \rightarrow p_{1,2} = 0$$

Looking for original $\varepsilon(t) = C^{-1}[\tilde{\varepsilon}]$ we modify the relation (6) to the appropriate form, adequate to apply convolution theorem –

$$\tilde{\varepsilon}b_2 = \frac{\tilde{\sigma}}{p} \left(p \frac{L(p)}{(p-p_1)(p-p_2)} \right) \quad (8)$$

where

$$L(p) = p^2 a_2 + p a_1 + 1 \quad (8.1)$$

By virtue of Carson transformation we have

$$C[\dot{f}] = -p f(0) + p \tilde{f} \rightarrow p \tilde{f} \quad (9)$$

which is valid in the case of homogenous initial conditions. Denoting

$$C[\dot{f}(t)] = p \frac{L(p)}{(p-p_1)(p-p_2)} \quad \text{and} \quad (10)$$

$$\tilde{f} = \frac{L(p)}{(p-p_1)(p-p_2)} \quad (11)$$

we can directly use the convolution form

$$\varepsilon b_2 = \int_{\tau=0}^{\tau=t} \sigma(\tau) \dot{f}(t-\tau) d\tau = \int_{\tau=0}^{\tau=t} \sigma(t-\tau) \dot{f}(\tau) d\tau \quad (12)$$

when the load function $\sigma(t)$ is a known one.

To find the original $f(t) C^{-1}[\tilde{f}]$ the method based on residuum theorem connected with Jordan's lemma is adopted as follows

$$C^{-1}[\tilde{f}] = \sum \text{Res} \left(\frac{e^{pt}}{p} \frac{N(p)}{D(p)} \right) \quad (13)$$

where $N(p)$ and $D(p)$ mean respectively – numerator and denominator of rational expression.

The results obtained below are illustrated by using the load function which has a constant stress value $\sigma_0 \neq 0$ in the time interval $t \in \langle t_0, t_1 \rangle$ and is zero outside of the interval

$$\sigma = \sigma_0 [H(t-t_0) - H(t-t_1)] \quad (14.1)$$

where $H(t)$ is step function. Excluding infinitesimal time interval surrounding t_0 and t_1 - time moments the stress σ has constant value and this implies

$$a_2 = a_1 = 0 \quad \text{in the relation (4)}. \quad (14.2)$$

3. Solutions in particular variants

3.1. Ad. (I)

Two roots of denominator in (6) are real and non zero. The values of these roots are singular points for relation (6), as well as for (8). Using (11) and (13) we arrive at

$$f_{(t)} = \sum \operatorname{Res} \left(\frac{e^{pt}}{p} \frac{L(p)}{(p-p_1)(p-p_2)} \right) \quad (15)$$

Additionally we have to consider the singular point $p = 0$.

We obtain

$$p_0 \rightarrow \left[e^{pt} \frac{L(p)}{(p-p_1)(p-p_2)} \right]_{p=0} \quad (16.1)$$

$$p_1 \rightarrow \left[e^{\frac{pt}{p}} \frac{L(p)}{(p-p_2)} \right]_{p=p_1} \quad (16.2)$$

$$p_2 \rightarrow \left[e^{\frac{pt}{p}} \frac{L(p)}{(p-p_1)} \right]_{p=p_2} \quad (16.3)$$

The sought for function and its time derivative are read

$$f_{(t)} = \frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{p_1 - p_2} \left[\frac{e^{p_1 t} L(p_1)}{p_1} - \frac{e^{p_2 t} L(p_2)}{p_2} \right] \quad (17)$$

$$\dot{f}_{(t)} = \frac{1}{p_1 - p_2} \left[e^{p_1 t} L(p_1) - e^{p_2 t} L(p_2) \right] \quad (18)$$

By virtue of (12) and on the basis of assumption (14.1) the strain process has form of functions –

$$\begin{aligned} b_2 \varepsilon_{(t)} &= \frac{\sigma_0}{p_2 - p_1} \left\{ \frac{L(p_1)}{p_1} \left[1 - e^{p_1(t-t_0)} \right] - \frac{L(p_2)}{p_2} \left[1 - e^{p_2(t-t_0)} \right] \right\} \rightarrow \\ &\stackrel{(14.2)}{\rightarrow} \frac{\sigma_0}{p_2 - p_1} \left[\frac{1 - e^{p_1(t-t_0)}}{p_1} - \frac{1 - e^{p_2(t-t_0)}}{p_2} \right] \end{aligned} \quad (19.1)$$

when $t_0 \leq t \leq t_1$ and

$$\begin{aligned} b_2 \varepsilon_{(t)} &= \frac{\sigma_0}{p_2 - p_1} \left[\frac{L(p_1)}{p_1} e^{p_1 t} (e^{-p_1 t_1} - e^{-p_1 t_0}) - \frac{L(p_2)}{p_2} e^{p_2 t} (e^{-p_2 t_1} - e^{-p_2 t_0}) \right] \rightarrow \\ &\stackrel{(14.2)}{\rightarrow} \frac{\sigma_0}{p_2 - p_1} \left[\frac{e^{p_1 t}}{p_1} (e^{-p_1 t_1} - e^{-p_1 t_0}) - \frac{e^{p_2 t}}{p_2} (e^{-p_2 t_1} - e^{-p_2 t_0}) \right] \end{aligned} \quad (19.2)$$

for $t > t_1$.

3.2. Ad. (II)

When the denominator (6) roots are conjugated complex, they could be presented in an alternative algebraic or exponential form

$$p_1 = \bar{p}_2 = \alpha_0 \pm i\alpha_1 = e^{(\gamma_0 \pm i\gamma_1)} = \rho_0 e^{(\pm i\gamma_1)} \quad i = \sqrt{-1} \quad (20.1)$$

Together with $p_0 = 0$ the roots form the set of singular points necessary to get the original $f_{(u)}$. Appropriately for: p_0, p_1 and p_2 the residua are -

$$p_0 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\beta_0} \quad (20.2)$$

$$p_1 = \alpha_0 + i\alpha_1 \quad \rightarrow \quad e^{(\alpha_0 t)} \frac{e^{(i\alpha_1 t)} L(\alpha_0 + i\alpha_1)}{2i\alpha_1 \alpha_0 + i\alpha_1} \quad (20.3)$$

$$p_2 = \alpha_0 - i\alpha_1 \quad \rightarrow \quad e^{(\alpha_0 t)} \frac{e^{(-i\alpha_1 t)} L(\alpha_0 - i\alpha_1)}{-2i\alpha_1 \alpha_0 - i\alpha_1} \quad (20.4)$$

Applying exponential form we can write

$$\frac{L(\alpha_0 \pm i\alpha_1)}{\alpha_0 \pm i\alpha_1} \xrightarrow{(14.2)} \frac{1}{\alpha_0 \pm i\alpha_1} = e^{(A_0 \pm iA_1)} \quad (20.5)$$

Using Euler's formulae, (20.4) and summing (20.1-20.3) we find the sought for function

$$f_{(u)} = \frac{1}{\beta_0} + \frac{e^{(\alpha_0 t + A_0)}}{i\alpha_1} sh[i(\alpha_1 t + A_1)] = \frac{1}{\beta_0} + \frac{e^{(\alpha_0 t + A_0)}}{\alpha_1} \sin(\alpha_1 t + A_1) \quad (21)$$

and its time derivative

$$\dot{f}_{(u)} = e^{(\alpha_0 t + A_0)} \left[\frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin(\alpha_1 t + A_1) + \cos(\alpha_1 t + A_1) \right] \quad (22)$$

The load function (14.1) yield the strain process as follows

$$b_2 \varepsilon_{(u)} = \sigma_0 e^{(B_0)} \left\{ e^{\alpha_0(t-t_0)} \left[\frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin(\alpha_1(t-t_0) + B_1) + \cos(\alpha_1(t-t_0) + B_1) \right] - \left[\frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin(B_1) + \cos(B_1) \right] \right\} \quad (23.1)$$

for $t_0 \leq t \leq t_1$ and when $t > t_1$

$$b_2 \varepsilon_{(u)} = \sigma_0 e^{[\alpha_0 t + B_0]} \left\{ e^{-\alpha_0 t_1} \left[\frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin(\alpha_1(t-t_1) + B_1) + \cos(\alpha_1(t-t_1) + B_1) \right] + \right. \\ \left. - e^{-\alpha_0 t_0} \left[\frac{\alpha_0}{\alpha_1} \sin(\alpha_1(t-t_0) + B_1) + \cos(\alpha_1(t-t_0) + B_1) \right] \right\} \quad (23.2)$$

where the simplifying symbols B_0, B_1 mean

$$\frac{e^{(A_0 \pm iA_1)}}{\alpha_0 \pm i\alpha_1} \xrightarrow{(14.2)} \frac{1}{(\alpha_0 \pm i\alpha_1)^2} = e^{(B_0 \pm iB_1)} \quad (23.3)$$

3.3. Ad. (III)

In this variant we have double real non null root $p_1 = p_2 = -\beta_0/2$ which, together with $p_0 = 0$, are also singularity points for (13). The residuum for p_0 we obtain, as previously,

$$p_0 = 0 \rightarrow \frac{1}{\beta_0} \quad (24.1)$$

To find residuum for a double root we use the following rule

$$p_1 = p_2 = -\frac{\beta_0}{2} \rightarrow \left\{ \frac{d}{d p} \left[\frac{e^{p t}}{p} L(p) \right] \right\}_{p=p_1} = \frac{e^{p_1 t}}{(p_1)^2} [L(p_1)(t-1) + p_1 \dot{L}(p_1)] \quad (24.2)$$

The sought for $f_{(III)}$ - function is read

$$f_{(III)} = \frac{1}{\beta_0} + 4 \frac{e^{-\frac{\beta_0 t}{2}}}{(\beta_0)^2} \left[L\left(-\frac{\beta_0}{2}\right)(t-1) - \frac{\beta_0}{2} \dot{L}\left(-\frac{\beta_0}{2}\right) \right] \quad (25)$$

and its time derivative

$$\dot{f}_{(III)} = 4 \frac{e^{-\frac{\beta_0 t}{2}}}{(\beta_0)^2} (\vartheta_1 t + \vartheta_0) \quad (26)$$

where we denoted

$$\vartheta_1 = -\frac{\beta_0}{2} L\left(-\frac{\beta_0}{2}\right) \xrightarrow{(14.2)} -\frac{\beta_0}{2} \quad (26.1)$$

$$\vartheta_0 = \left(\frac{\beta_0}{2}\right)^2 \dot{L}\left(-\frac{\beta_0}{2}\right) + L\left(-\frac{\beta_0}{2}\right) \left(\frac{\beta_0}{2} + 1\right) \xrightarrow{(14.2)} \frac{\beta_0}{2} + 1 \quad (26.2)$$

The strain process for the load function (14.1-2) and (26) implies the following result

$$b_2 \varepsilon_{(III)} = \frac{4\sigma_0}{(\beta_0)^2} \left\{ -\frac{2}{\beta_0} + e^{-\frac{\beta_0(t-t_0)}{2}} \left[\frac{2}{\beta_0} + (t-t_0) \right] \right\} \quad (27.1)$$

when $t_0 \leq t \leq t_1$ and

$$b_2 \varepsilon_{(III)} = \frac{4\sigma_0}{(\beta_0)^2} e^{-\frac{\beta_0 t}{2}} \left\{ e^{\frac{\beta_0 t_0}{2}} \left[\frac{2}{\beta_0} + (t-t_0) \right] - e^{\frac{\beta_0 t_1}{2}} \left[\frac{2}{\beta_0} + (t-t_1) \right] \right\} \quad (27.2)$$

when $t > t_1$.

3.4. Ad. (IV)

Similar as above we have double real, but in this case its value is zero $p_1 = p_2 = 0$. Taking into account $p_0 = 0$ we have a triple singularity point, this implies the residuum value as

$$p_0 = p_1 = p_2 = 0 \rightarrow \left\{ \frac{1}{2!} \frac{d^2}{d p^2} [e^{pt} L(p)] \right\}_{p=0} = \left\{ \frac{e^{pt}}{2} [t^2 L(p) + 2t\dot{L}(p)] + \ddot{L}(p) \right\}_{p=0} \quad (28)$$

The functions $f_{(IV)}$ and its time derivative $\dot{f}_{(IV)}$ have the forms

$$f_{(IV)} = \frac{1}{2}(t^2 + 2ta_1 + 2a_2) \quad (29)$$

$$\dot{f}_{(IV)} = t + a_1 \quad (30)$$

Assuming (14.1-2) and (30) we arrive at

$$b_2 \varepsilon_{(IV)} = \sigma_0 \left[\frac{t^2 - t_0^2}{2} + (t - t_0) a_1 \right] \rightarrow \sigma_0 \frac{t^2 - t_0^2}{2} \quad (31.1)$$

for $t_0 \leq t \leq t_1$ and

$$b_2 \varepsilon_{(IV)} = \sigma_0 \frac{t - t_0}{2} [2t - (t_1 - t_0) + 2a_1] \rightarrow \frac{\sigma_0}{2} [2t^2 - t(t_0 + t_1) + t_0(t_1 - t_0)] \quad (31.2)$$

since $t > t_1$.

4. Burgers model

Treating the above results as a generalization we can obtain a particular models, here the Burgers model. In the case of (I), setting up

$$\beta_0 = 0 \quad (32)$$

we obtain

$$p_1 = 0 \quad \text{and} \quad p_2 = -\beta_1 = -\frac{b_1}{b_2} \quad (33)$$

Again, we have a double singularity point, now for

$$p_0 = p_1 = 0 \quad (34)$$

the second one, non zero, is p_2 . The values of residua are

$$p_0 = p_1 = 0 \rightarrow \left\{ \frac{d}{d p} \left[\frac{e^{pt} L(p)}{p + \beta_1} \right] \right\}_{p=0} = \left\{ \frac{e^{pt} \{ [tL(p) + \dot{L}(p)](p + \beta_1) - L(p) \}}{(p + \beta_1)^2} \right\}_{p=0} \quad (35.1)$$

$$p_2 = -\beta_1 \rightarrow \left\{ \frac{e^{pt} L(p)}{p^2} \right\}_{p=-\beta_1} \quad (35.2)$$

The above results in

$$f_{(B.)} = \frac{1}{(\beta_1)^2} [(t + a_1)\beta_1 - 1 + e^{-\beta_1 t} L(-\beta_1)] \quad \text{and} \quad (36)$$

$$\dot{f}_{(B.)} = \frac{1}{\beta_1} [1 - e^{-\beta_1 t} L(-\beta_1)] \quad (37)$$

Considering the load function (14.1) we arrive at

$$b_2 \varepsilon = \frac{\sigma_0}{(\beta_1)^2} \left\{ (t - t_0) \beta_1 - [1 - e^{-\beta_1(t-t_0)}] L(-\beta_1) \right\} \quad (38.1)$$

when $t_0 \leq t \leq t_1$ and

$$b_2 \varepsilon_{(B.)} = \frac{\sigma_0}{(\beta_1)^2} \left[-\beta_1 (t_1 - t_0) + e^{-\beta_1 t} (e^{\beta_1 t_1} - e^{\beta_1 t_0}) L(-\beta_1) \right] \quad (38.2)$$

if $t > t_1$; now, taking into account (14.2) we get the Burgers model

$$\varepsilon_{(B.)} = \sigma_0 \frac{b_2}{(b_1)^2} \left[\frac{b_1}{b_2} (t - t_0) - 1 + e^{-\frac{b_1}{b_2}(t-t_0)} \right] \quad t_0 \leq t \leq t_1 \quad (39.1)$$

$$\varepsilon_{(B.)} = -\sigma_0 \frac{b_2}{(b_1)^2} \left\{ \frac{b_1}{b_2} (t_1 - t_0) + e^{-\frac{b_1}{b_2} t} \left[e^{\frac{b_1}{b_2} t_1} - e^{\frac{b_1}{b_2} t_0} \right] \right\} \quad (39.2)$$

for $t > t_1$.

5. Example - Maxwell model - simple beam vibration

That subject was investigated by many authors, for example Nowacki [8], looking for common effects comparing elasticity and viscoelasticity in Maxwell and Kelvin-Voigt models. Now the topic of consideration is to examine the vibration process at time limit at infinity.

The dynamical equilibrium equation for elastic infinitesimal beam element is as follows –

$$\left[EJ \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] w(x, t) = q_1(x, t) \quad (40)$$

where: w – beam deflection, A – constant beam cross-section, EJ – bending rigidity, q_1 – load linear density.

Denoting beam span by L , we introduce dimensionless coordinates –

$$x = \xi L \quad w = \omega L \quad t = t_0 \tau \quad (41)$$

where t_0 – positive constant with time units, that involves –

$$\frac{EJ}{(L)^3} \omega^{IV}(\xi, \tau) + \frac{\gamma AL}{g(t_0)^2} \ddot{\omega}(\xi, \tau) = q_1(\xi, \tau) \quad (25)$$

where: γ – material weight density, g – gravity acceleration, ω^{IV} – four order derivative according to ξ , $\ddot{\omega}$ – the second rank dimensionless time parameter derivative.

Assuming:

$$(t_o)^2 = \frac{\gamma A(L)^4}{Jg} \quad \text{and} \quad q = q_1 \frac{(L)^3}{J} \quad (26. \quad 1-2)$$

we obtain –

$$E \omega^{IV} + \ddot{\omega} = q \quad (27)$$

With the help of Carson transformation according to τ , and involving Alfrey's analogy we can turn into viscoelastic problem –

$$\tilde{E} \tilde{\omega}^{IV} + (p)^2 \tilde{\omega} = \tilde{q} \quad (28)$$

since the initial conditions are homogenous. In the case of Maxwell model we obtain –

$$\tilde{E} = p \frac{1}{E} + \frac{1}{\eta} \quad (29)$$

where \tilde{E} is not Young modulus (E) transformation.

Let the load function be Dirac's impulse –

$$q = q_\xi q_\tau = \delta\left(\xi - \frac{1}{2}\right) \delta(\tau - \tau_o) \quad (30)$$

that yield

$$\tilde{q} = q_\xi \tilde{q}_\tau \quad (31)$$

We look for the solution expanding the unknowns and load function into Fourier sine series according to ξ –

$$\tilde{\omega}(\xi, p) = \sum_{j=1,2,\dots}^{\infty} \tilde{\omega}_j(p) \sin j\pi\xi \quad \tilde{q}(\xi, p) = \tilde{q}_\tau(p) \sum_{j=1,2,\dots}^{\infty} (q_\xi)_j \sin j\pi\xi \quad (32.1-2)$$

$$(q_\xi)_j = 2 \int_0^1 \delta\left(\xi - \frac{1}{2}\right) \sin j\pi\xi d\xi = 2 \sin \frac{j\pi}{2} \quad (33)$$

By virtue of series properties, we have –

$$\forall_{j=1,2,\dots,\infty} \tilde{\omega}_j = \frac{\tilde{q}_\tau (q_\xi)_j}{(p)^2 + \tilde{E}(j\pi)^4} = \frac{\tilde{q}_\tau (q_\xi)_j}{(p)^2 + p \frac{(j\pi)^4}{E} + \frac{(j\pi)^4}{\eta}} = \frac{\tilde{q}_\tau (q_\xi)_j}{\tilde{f}(p) = (p - p_1)(p - p_2)} \quad (34)$$

The roots of $\tilde{f}(p) = 0$ are as follows –

$$p_{1,2} = -\frac{(j\pi)^4}{2E} \left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{1}{\eta} \left[\frac{2E}{(j\pi)^2} \right]^2} \right] = \alpha (1 \mp \sqrt{\Delta}) \quad (35)$$

Applying convolution theorem we can find Fourier coefficients ω_j –

$$\begin{aligned}\omega_j &= (q_\xi)_j \int_0^\tau \delta(\theta - \tau_o) C^{-1} \left[\frac{p}{(p-p_1)(p-p_2)} \right] (\tau - \theta) d\theta = \\ &= (q_\xi)_j H(\tau - \tau_o) C^{-1} \left[\frac{p}{(p-p_1)(p-p_2)} \right] (\tau - \tau_o)\end{aligned}\quad (36)$$

where $C^{-1}[\cdot]$ is the symbol of retransformation.

Both roots (35) are j index function. Having in mind that E and η are positive we arrive at –

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \sqrt{\Delta} = \lim_{j \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{1}{\eta} \left[\frac{2E}{(j\pi)^2} \right]^2} = 1 \quad (37)$$

and in consequence for large enough j value the roots are real and equal to –

$$p_{1\infty} = 0 \quad p_{2\infty} = -\frac{(j\pi)^4}{E} \quad (38.1-2)$$

We have to analyze three potential variants –

$$\text{I. } \Delta > 0 \rightarrow 1 > \frac{1}{\eta} \left[\frac{2E}{(j\pi)^2} \right]^2 \rightarrow \text{the roots are real and negative, } p_1 < p_2,$$

$$\text{II. } \Delta < 0 \rightarrow 1 < \frac{1}{\eta} \left[\frac{2E}{(j\pi)^2} \right]^2 \rightarrow \text{the roots are conjugative complex } p_1 = \bar{p}_2 \text{ when}$$

$$\text{Re}(p_1) < 0,$$

$$\text{III. } \Delta = 0 \rightarrow 1 = \frac{1}{\eta} \left[\frac{2E}{(j\pi)^2} \right]^2 \rightarrow \text{we have dual real root } p_1 = p_2 = -\frac{(j\pi)^4}{2E}, \text{ it could}$$

be only for one j index value.

The complexity of the problem consists in simultaneous occurrence of all (I-III) variants. Simplifying, let us assume that we found j_* by solving III and $j_* \notin N$. j_* is dividing j domain into two parts where –

- Variant I is valid for $-j < j_*$ and
- Variant II when $+j > j_*$.

Additionally, we can state j_* is not large and we can neglect the condition (38.1-2) which obeys $j \rightarrow \infty$.

Variant I is associated with hard viscous damping. Variant II describes decaying beam vibration.

In our problem the Jordan's lemma is fulfilled and we can apply residual theorem. The original for the variant I has the form –

$$C^{-1} \left[\frac{p}{(p-p_1)(p-p_2)} \right] = \sum \operatorname{Res} s \frac{e^{p\tau}}{[p-\alpha(1-\sqrt{\Delta})][p-\alpha(1+\sqrt{\Delta})]} = \frac{e^{\alpha\tau}}{\alpha\sqrt{\Delta}} \operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\Delta}\tau) \quad (39)$$

For variant II, with the help of Euler's formulae, we arrive at –

$$\begin{aligned} C^{-1} \left[\frac{p}{(p-p_1)(p-p_2)} \right] &= C^{-1} \left[\frac{p}{[p-\alpha(1-i\sqrt{|\Delta|})][p-\alpha(1+i\sqrt{|\Delta|})]} \right] = \\ &= \sum \operatorname{Res} s \frac{e^{p\tau}}{[p-\alpha(1-i\sqrt{|\Delta|})][p-\alpha(1+i\sqrt{|\Delta|})]} = e^{\alpha\tau} \frac{\sin(\alpha\sqrt{|\Delta|}\tau)}{\alpha\sqrt{|\Delta|}} \end{aligned} \quad (40)$$

where $i = \sqrt{-1}$.

In case of large j values we have –

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \Delta \rightarrow 1 \quad \text{and} \quad \lim_{j \rightarrow \infty} \left(e^{\alpha\tau} \frac{\sin(\alpha\sqrt{\Delta}\tau)}{\alpha\sqrt{\Delta}} \right) \rightarrow 0 \quad (41)$$

On the basis of (36) we get –

$$\omega_{-j} = 2 \sin \frac{j\pi}{2} H(\tau - \tau_o) \frac{e^{\alpha(\tau - \tau_o)}}{\alpha\sqrt{\Delta}} \operatorname{sh}[\alpha\sqrt{\Delta}(\tau - \tau_o)] \quad (42)$$

and

$$\omega_{+j} = 2 \sin \frac{j\pi}{2} H(\tau - \tau_o) \frac{e^{\alpha(\tau - \tau_o)}}{\alpha\sqrt{|\Delta|}} \sin[\alpha\sqrt{|\Delta|}(\tau - \tau_o)] \quad (43)$$

The solution of the problem has the following form –

$$\omega(\xi, \tau) = \sum_{-j=1,2,\dots}^{\operatorname{Int}(j_{gr.})} \omega_{-j} \sin(-j\pi\xi) + \sum_{+j=\operatorname{Int}(j_{gr.})+1,\dots}^{\infty} \omega_{+j} \sin(+j\pi\xi) \quad (44)$$

Now we can find the limit of (44) for $\xi = 1/2$ and $\tau \rightarrow \infty$ arriving at

$$\begin{aligned} \lim_{\dot{A} \rightarrow \infty} \dot{E} \left(\frac{1}{2}, \dot{A} \right) &= 2 \lim_{\dot{A} \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{-j=1,2,\dots}^{\operatorname{Int}(j_{gr.})} \left(\sin \frac{-j\dot{A}}{2} \right)^2 \frac{e^{\pm(\dot{A}-\dot{A}_0)}}{\pm\sqrt{''}} \operatorname{sh}[\pm\sqrt{''}(\dot{A}-\dot{A}_0)] + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{+j=\operatorname{Int}(j_{gr.})+1,\dots}^{\infty} \left(\sin \frac{+j\dot{A}}{2} \right)^2 \frac{e^{\pm(\dot{A}-\dot{A}_0)}}{\pm\sqrt{''}} \sin[\pm\sqrt{''}(\dot{A}-\dot{A}_0)] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (45)$$

The obtained result has proved that Maxwell model is reversible.

References

- [1] Maxwell J.C., *On the Dynamical Theory of Gases*, Philos. Trans. R. Soc., 1867.
- [2] Voigt W., *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft von Wissenschaften zu Göttingen*, vol. 36, 1890.
- [3] Thomson W., *Math. And Phys. Papers*, 3, Cambridge, 1890; (Kelvin W. – *Encyclopedia Britannica*, v. 3, London, 1875).
- [4] Poynting J.H., Thomson J.J., *Properties of Matter*, London, 1902.
- [5] Burgers I.M., *First Report of Viscosity and Plasticity*, Amsterdam, 1935.
- [6] Zener C., *Elasticity and Inelasticity of Metals*, Chicago, 1948.
- [7] Reiner M., *Rheology*, edited by S. Flügge Encyclopedia of Physics, Vol. VI, Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1958.
- [8] Nowacki W., *Theory of Creep* (In Polish), ARKADY. Warszawa, 1963.
- [9] Wang, H.F., *Theory of Linear Poroelasticity*. Princeton University Press, 2000.
- [10] Detournay E., Dormieux L., Roatesi S., Fourmaintraux D., *Stability of a Borehole Drilled in a Chemically Active Shale*, BIOT 2002, Poromechanics II, Balkema Publ., 2002, pp. 171–179.
- [11] Nagórski R., Wiśniakowski P., Błażejowski K., Nagórska M., *Comparative analysis of Burger's, Boguslavskis' and Zener's materials in view of tests and strain in reference to properties of asphalt mixes*, Roads and Bridges 1/2012.
- [12] Maczelski Cy., Toczkiwicy R., *Rheological effects in composite beam with sandwich deck slab*, Roads and Bridges 1/2007.
- [13] Graczyk M., Rafa J., *Selected aspects of the behaviour of flexible pavements in thermoviscoelasticity material models*, Roads and Bridges 2/2010.

Rozwiązanie uogólnionego modelu Kelvina-Voigta

Sławomir Karaś

*Katedra Dróg i Mostów, Wydział Budownictwa i Architektury,
Politechnika Lubelska, e-mail: s.karas@pollub.pl*

Streszczenie: Użyteczność jednowymiarowych modeli lepko-sprężystych, szczególnie w zagadnieniach nawierzchni drogowych, kompozytach i innych dziedzinach inżynierii lądowej stała się przyczyną podjęcia próby znalezienia kompletnego rozwiązania uogólnionego modelu Kelvina-Voigta, przy czym w modelu uwzględniono także przyspieszenia tak naprężeń jak i odkształceń. Do uzyskania rozwiązań wykorzystano transformację Carsona oraz twierdzenie o residuach. Zastosowana procedura może być także użyta w przypadkach bardziej złożonych związków konstytutywnych w formie różniczkowej lub całkowitej, jak również przy niejednorodnych warunkach początkowych. Rozpatrzono szczególny przypadek analizowanego uogólnienia tj. model Burgersa. Jako aplikację zamieszczono przykład analizy drgań belki swobodnej.

Słowa kluczowe: reologia, modele lepko-sprężyste.

Prognozowanie ruchu na drogach krajowych

Jerzy Kukielka

*Katedra Dróg i Mostów, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska,
e-mail: jerzy.kukielka@pollub.pl*

Streszczenie: Celem tej pracy jest analiza obciążeń nawierzchni drogowych ruchem oraz jego prognozy, głównie w aspekcie projektowania przebudowy dróg lub wzmocnienia nawierzchni. W obecnej chwili metoda modelowa jest metodą, która daje największe możliwości prognozowania ruchu pojazdów. Przygotowanie cyfrowego modelu sieci drogowej oraz ruchu pojazdów, który na niej się odbywa pozwala na wyeliminowanie wielu wad dotychczasowych metod prognozowania. Dla dokładnego prognozowania ruchu pojazdów ciężkich metodą modelową niezbędne jest zbudowanie jak najlepszej bazy wiedzy o ruchu występującym na istniejącej sieci drogowej w szczególności w oparciu o jak największą liczbę punktów umożliwiających zarówno klasyfikację jak i preselekcję wagową klasy np. WIM-P.

Słowa kluczowe: prognozowanie ruchu, sieć drogowa, projektowanie przebudowy, stan nawierzchni, bezpieczeństwo ruchu.

1. Wstęp

Znany jest od około 35 lat podział sieci drogowej na trzy układy funkcjonalne:

- Międzyregionalny,
- Regionalny,
- Lokalny.

Głównymi funkcjami dróg międzyregionalnych są:

- tranzyt międzynarodowy,
- łączenie stolicy z miastami wojewódzkimi,
- łączenie miast wojewódzkich z analogicznymi centrami za granicą.

Źródłem i celem ruchu są często węzły sieci dróg zamiejskich w przeciwieństwie do miast, gdzie są one rozproszone. Ruch dopływający do węzła może być docelowym lub tranzytowym, rozdzielającym się na kierunki wylotowe.

W latach 1975-81 prowadzone były przez Centralne Biuro Projektowo-Badawcze Dróg i Mostów obszerne badania ankietowe (w związku z zamiarem projektowania autostrady A1), opracowano wytyczne obliczania prognozy metodą wskaźników ruchu (1980) oraz prognozę ruchu do 2010 roku, opracowaną w 1992 roku i później do 2015 roku.

Nagłe zmniejszenie nakładów na drogi na początku transformacji ustrojowej, przedłużające się do okresu przedakcesyjnego do UE, gdy uzyskiwano pierwsze pożyczki z różnych źródeł zewnętrznych, przyczyniło się także do ograniczenia prac studialnych i projektowych oraz niezbędnej aktualizacji planów zagospodarowania

przestrzennego gmin a zwłaszcza dużych i średnich miast, które nie są wykonywane także obecnie z innych powodów. Od 1987 do 1991 roku wystąpił blisko 5-krotny spadek rzeczowy na drogi krajowe i jeszcze większy na sieci dróg wojewódzkich, powiatowych i gminnych pomimo nadal wzrastającego natężenia ruchu [5].

Dwa upalne lata oraz udział tirów w ruchu drogowym w połowie lat 90-tych XX wieku były przyczyną skoleinownia nawierzchni polskich dróg, które budowano wcześniej dla lżejszych pojazdów. Wraz ze wzrostem obciążeń nawierzchni samochodami ciężarowymi wzrastało także gwałtownie, zwłaszcza w XXI wieku, natężenie ruchu pojazdów osobowych. Wystąpiły też duże zmiany struktury i natężeń ruchu, ograniczające częściowo przydatność wcześniejszych prognoz.

Przystosowanie dróg istniejących do ruchu zmieniało się wolniej, a gdy rozpoczęto budowę autostrad i dróg ekspresowych z wykorzystaniem funduszy unijnych, zwrócono także uwagę na nie pokrywanie się głównych ciągów ruchu samochodów osobowych z ruchem tranzytowym ciężkich pojazdów.

Analiza cyklicznego (co 5 lat) Generalnego Pomiaru Ruchu (GPR) w 2010 roku potwierdza znaczący wzrost ruchu samochodów osobowych na przejściach dróg krajowych przejeżdżających np. przez Lublin, około 36000 poj./dobę w stronę Świdnika, 19000÷24000 poj./dobę na odcinku Kurów-Lublin, 19000÷23000 poj./dobę na odcinku Lubartów-Lublin, 14000÷15000 poj./dobę na odcinku Lublin-Kraśnik. Pomiedzy 2005 i 2010 rokiem występował duży wzrost ruchu na drodze nr 19 (od 17% w Kraśniku do 55% w Lubartowie), zmienny na drodze nr 12 dla samochodów osobowych (od 18 % w Dorohusku do 40% w Piaskach) i na drodze nr 17 (od około 1% w Tomaszowie do 33% w Piaskach).

Ruch pojazdów ciężkich był największy w 2010 r. na wspólnym odcinku drogi nr 17 i 12 pomiędzy Kurowem i Piaskami (około 3500 poj./dobę), na drodze nr 19 pomiędzy Kockiem i Kraśnikiem od 1800 do 2200 poj./dobę oraz Piaskami i Chełmem ok. 1600 poj./dobę.[11,12]

2. Cele prognozowania ruchu

Dla planowania i projektowania przebudowy dróg niezbędna jest prognoza ruchu samochodów ciężarowych i autobusów, co najmniej dla środka okresu eksploatacji wzmocnionej nawierzchni tj. w 10-tym roku od przekazania do ruchu, w 15-tym roku dla wymiarowania przekroju poprzecznego i projektowania skrzyżowań.

Miernikiem jakości ruchu na drogach jest poziom swobody ruchu (PSR), który dotyczyć może stanu istniejącego lub po przewidywanym jego wzroście. **Do miar warunków ruchu należą też: procent czasu jazdy w kolumnie, średnia prędkość podróży i gęstość ruchu.** Zarządzanie siecią dróg wymaga więc prognozowania zmian warunków ruchu, planowania przebudowy i nowych odcinków dróg w tym obejmąć i obwodnic.

Dla projektowania nowych tras wylotowych z dużych miast, dróg ekspresowych i przejść granicznych przyjmuje się horyzont czasowy ponad 20 lat i ustala się prognozę metodą modelowania ruchu (np. metodą Fratara, Vomberga i jego nową wersją w oparciu o liczby zarejestrowanych pojazdów w parach rozpatrywanych węzłów). Więżba ruchu przydatna jest głównie dla planowania przestrzennego i opracowań studialnych, które nie są przedmiotem tego opracowania.

3. Dotychczasowe metody prognozowania ruchu w celu projektowania przebudowy i utrzymania dróg

Uproszczone metody prognozowania ruchu uzależnione były od przewidywanego wzrostu motoryzacji i innych czynników, uwzględnianych od 1983 r. [2] albo metodą ekstrapolacji ruchu na podstawie GPR z wielu wcześniejszych lat. Tylko wyjątkowo posługiwano się metodą wykorzystującą prognozy rozwoju gospodarstwa według GUS lub badaniami ankietowymi.

3.1. Metoda wskaźników wzrostu ruchu

Metoda wskaźników była najpowszechniej stosowaną w Polsce. W normatywie technicznym projektowania dróg publicznych (NTP-DP-22) przyjmowano zróżnicowane wskaźniki wzrostu w zależności od klas technicznych, później (1982 r.) zalecano wzór:

$$W = \frac{a}{x^b} + c \quad (1)$$

gdzie: x – średniodobowy ruch w roku wyjściowym (w roku ostatniego pomiaru generalnego), a , b , c – parametry uwzględniające strukturę ruchu, zagospodarowanie terenu (rolnicze, umiarkowane, intensywne) oraz rodzaj drogi (międzyregionalna, regionalna).

Wytyczne obliczania prognozy z 1983 r. i późniejsze wskaźniki wzrostu (według „Transprojektu”) uwzględniały [2]:

- prognozowaną liczbę każdego z pojazdów,
- średnioroczne ilości przejeżdżanych kilometrów drogi,
- zagospodarowanie terenu,
- funkcję drogi,
- wzrost ruchu w poprzednich latach,
- natężenie ruchu w ostatnim GPR.

W 1992 r. opracowano w „Transprojekcie” prognozę ruchu na drogach zamiejsczych do 2010 r. a dla np. „Euroregionu Bug” prognozę w latach 1995÷2020 (metodą ekstrapolacji). Metoda wskaźników nie była zalecana dla odległych horyzontów czasowych oraz dla niestabilizowanych zmian zagospodarowania przestrzennego.

3.2. Metoda ekstrapolacji

Generalne pomiary ruchu wykonywane od 1965 roku umożliwiły po 1980 roku ekstrapolację ruchu pomierzonego w poprzednich latach na dalsze „metodą trendów”. Początkowo zakładano wzrost liniowy a następnie na podstawie wyników pomiarów także możliwość zastosowania modelu parabolicznego, wykładniczego, wielomianu stopnia drugiego lub trzeciego, potęgowego i innych. Ekstrapolacja wymaga znajomości natężeń ruchu z wielu poprzednich przedziałów czasowych.

W każdym punkcie pomiarowym wpisywano linię regresji np. $y = m \cdot x + b$, obliczano współczynniki (m) i (b) oraz współczynnik korelacji R . Punkty o stabilnym wzroście nazywano normalnymi (2391 punktów), w których $R > 0,70$ a wzrost ruchu w 5 kolejnych latach był w przedziale od 1,0 do 2,0 dla Średnio Dobowego

Ruchu (SDR). Punkty nie spełniające warunków podanych wcześniej (2021 punktów) nazywano punktami o ekstremalnej dynamice. Prognozę obliczoną dla pierwszej grupy punktów przyjęto dla wszystkich punktów na sieci dróg krajowych [4].

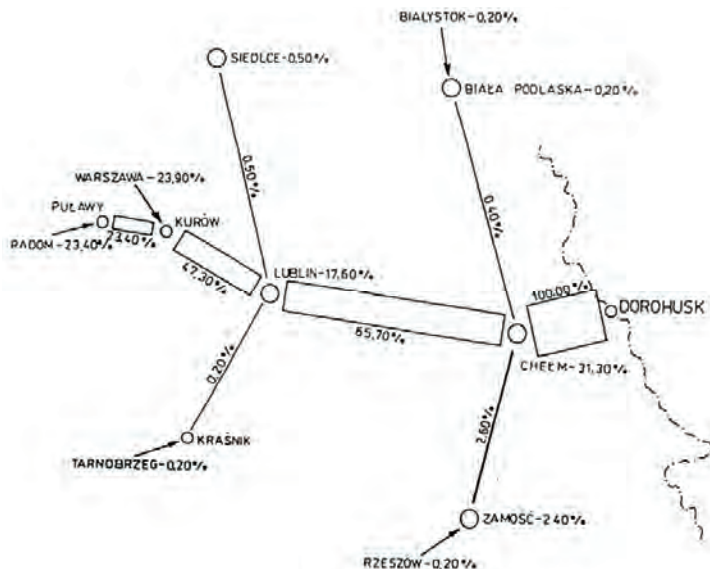
3.3. Metoda wskaźników wzrostu PKB

Metoda wzrostu PKB opracowana na okres 2008 r. ÷ 2040 r. wykorzystuje jednolite dla podregionów Polski wskaźniki wzrostu Produktu Krajowego Brutto w cenach stałych, które mogą być wykorzystywane do celów planistycznych i projektowych. Przyjęto, że średnie wskaźniki wzrostu 66 regionów np. w 2012 roku wynoszą od 1,7% do 2,7% (średni 2,1%), a w 2040 roku od 1,7 % do 2,8% (średni 2,1%). W tablicy załącznika 3 w/w prognozy przyjęto wskaźniki wzrostu dla Polski 2,5% w roku 2012 oraz 1,7% w roku 2040, które według GDDKiA mogą być wykorzystywane tylko do analizy opłacalności niektórych projektów.

Do opracowania wskaźników wzrostu wykorzystano m.in. prognozę rozwoju sektorów energetycznego i transportowego UE do 2030 roku opublikowaną przez Komisję Europejską w 2003 roku. Uwzględniono też wpływ programu „Rozwój Polski Wschodniej” i prognozy demograficzne na przyjęte wskaźniki wzrostu PKB (1,9% w 2012 r. i 2,0% w 2040 r. dla regionu lubelskiego). Założono, że wskaźniki wzrostu PKB będą wykorzystywane do prognozowania ruchu, analiz ekonomicznych i finansowych. [10]

3.4. Przykłady wyników badań ankietowych na przejściach granicznych

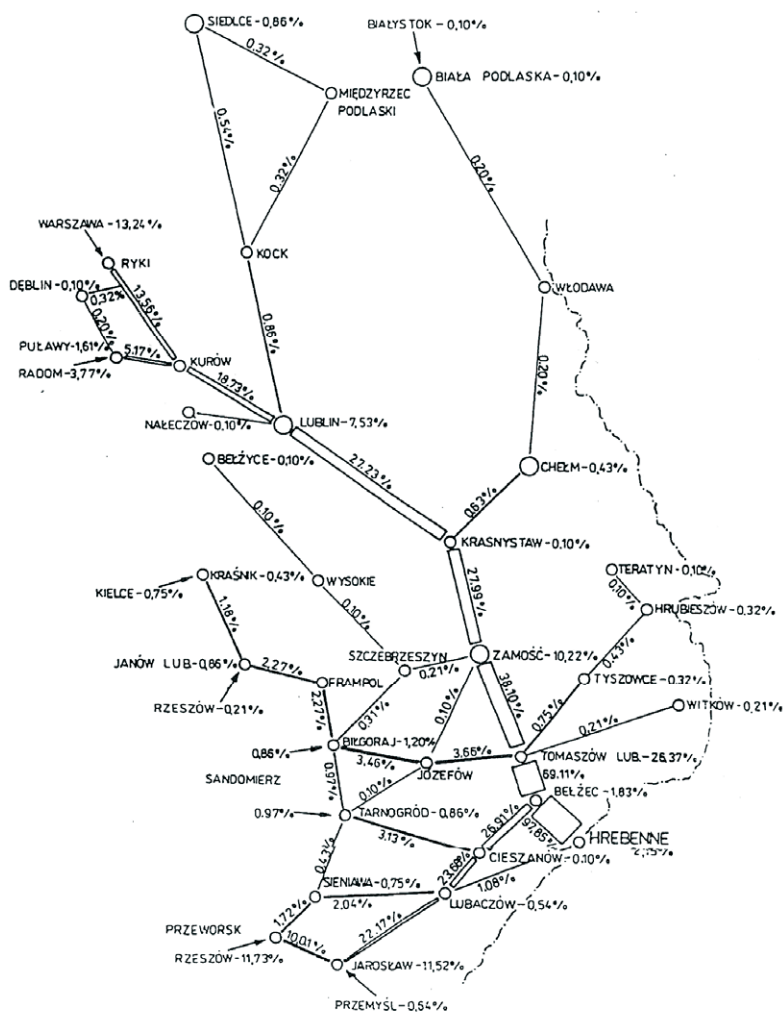
Różnice w ruchu osobowym na przejściu w Dorohusku i Hrebennem zauważalne są przez porównanie rozkładu ruchu na rysunkach 1 i 2. [3]



Rys. 1. Rozkład ruchu osobowego na sieci drogowej do przejścia granicznego w Dorohusku na podstawie badań ankietowych [3].

Fig. 1. Distribution of traffic on the road network at the border crossing in Dorohusk based on survey [3].

Ruch osobowy do przejścia granicznego w Dorohusku korzystał prawie wyłącznie z drogi nr 12 i części wspólnej drogi nr 12 i nr 17, a przed Kurowem w ok. 24% z drogi nr 17 i 23% z drogi nr 12.



Rys. 2. Rozkład ruchu osobowego na sieci drogowej do przejścia granicznego w Hrebennem na podstawie badań ankietowych [3].

Fig. 2. Distribution of traffic on the road network at the border crossing in Hrebennie based on survey [3].

Ruch w Hrebennem był typowym ruchem przygranicznym, przy czym pomiędzy Jarosławiem i Bełżcem drogą równoległą do granicy stanowił on ok. 25% ruchu na przejściu granicznym. Bliskość Lwowa do przejścia w Hrebennem i przygraniczny charakter ruchu może być powodem jego wzrostu pomiędzy 2005 i 2010 rokiem. W Dorohusku natomiast wzrastał wyłącznie ruch samochodów ciężarowych. Badania ankietowe w Hrebennem wykonane były w 1996 roku w celu opracowania „Diagnozy stanu sieci drogowej w polskiej części Euroregionu Bug na tle ruchu drogowego”.

3.5. Analiza zgodności prognozy ruchu z 1997 roku ze stanem faktycznym w 2005 i 2010 roku

Prognoza średniodobowego ruchu pojazdów do 2020 r. opracowana została dla odcinków dróg krajowych województwa lubelskiego w związku z projektem badawczym Euroregion Bug. Ruch w 1995 r. przyjęto na podstawie danych z GPR i następnie ustalono prognozę natężenia w 2005 i 2020 roku. Bezpośrednio można porównać prognozy i faktyczny ruch w 2005 r. i 2010 r.

Na podstawie danych z GPR w 1995 r. i z wcześniejszych lat opracowana została jedna z pierwszych prognoz, opublikowana w 1997 r. a jej wyniki podano w tabeli 1 [9].

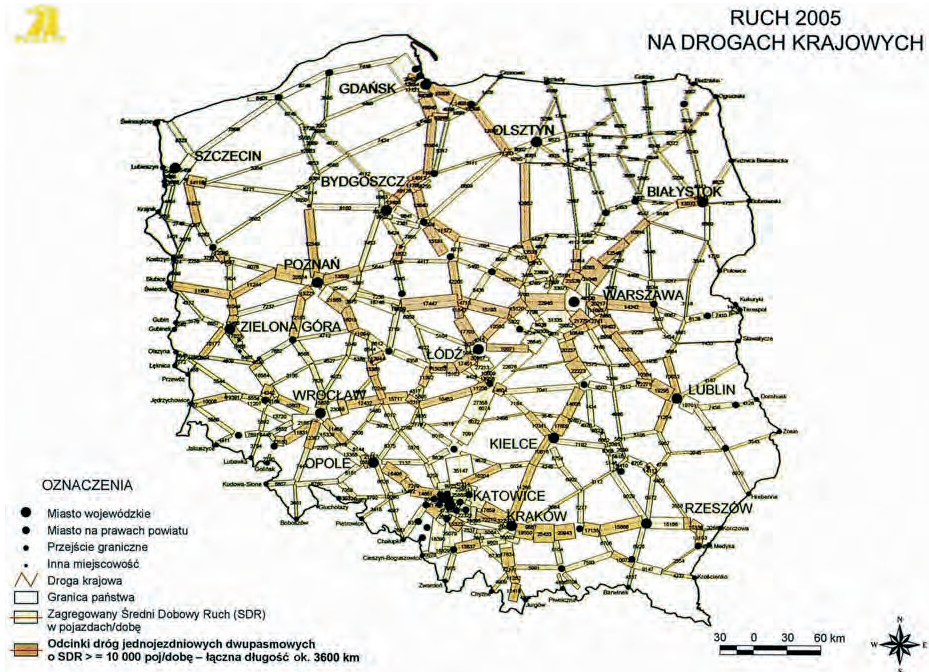
Tabela 1. Prognozowany ruch w latach 2005 – 2020 [9].

Table 1. Forecasting of traffic in years 2005 – 2020 [9].

Numer drogi	Odcinek drogi	Średni dobowy ruch pojazdów samochodowych (poj./dobę) w latach		
		1995	2005	2020
17	Kurów – Lublin	11 500	18 000	27 800
	Lublin – Kalinówka	16 700	26 400	36 900
	Kalinówka - Piaski	11 000	18 500	27 300
	Piaski – Krasnystaw	4 300	7 500	11 500
	Krasnystaw – Zamość	5 000	9 100	13 800
	Zamość – Wólka Łabuńska	7 000	12 800	18 100
	Wólka Łabuńska – Tomaszów Lubelski	3 800	7 700	11 300
	Tomaszów Lubelski (przejście)	14 700	24 200	32 700
	Tomaszów Lubelski – Bełżec	5 500	12 500	19 700
82	Bełżec – granica państwa	4 000	9 200	15 600
	Piaski – Biskupice	4 900	9 200	14 300
	Biskupice – Marynin	3 600	7 200	11 000
	Marynin – Chełm	4 200	8 500	13 600
9	Chełm – granica państwa	2 800	6 500	11 200
	Łoniów – Nagnajów	5 200	8 600	12 800
19	Nagnajów – Nowa dęba	4 200	7 400	11 200
	Niemce – Lublin	8 400	12 300	16 800
	Lublin – Kraśnik	6 500	9 900	14 000
	Kraśnik – Janów Lubelski	4 500	6 500	9 800
	Janów Lubelski – Nisko	2 900	4 300	6 500
44	Nisko – Jezowe	2 700	4 000	6 000
	Puławy – Końskowola	6 600	10 600	15 100
74	Końskowola – Kurów	5 200	8 400	12 100
	Maruszów – Annapol	3 700	6 000	8 600
83	Annapol – Kraśnik	4 300	7 000	10 100
	Sawin – Chełm	2 100	3 200	4 400
	Chełm – Rejowiec	2 300	3 600	5 400
84	Rejowiec – Krasnystaw	3 300	5 100	6 800
	Tarnobrzeg – Stalowa Wola	2 500	3 800	6 400
86	Stalowa Wola – Nisko	9 000	12 100	16 000
	Janów Lubelski – Frampol	1 300	1 800	2 400

Następne prognozy nie wykraczają poza 10-letni horyzont czasowy i zamierzano korygować je przy wykorzystaniu ostatnich wyników GPR. Porównując prognozę podaną na rysunku 3 [4] z ruchem pomierzonym w 2005 roku można

zauważyć, że np. na odcinku drogi nr 19 Lublin – Kraśnik prognozowano 11 200 poj./dobę a stwierdzono w trzech punktach: 11 875, 11 011 i 11 181 (zgodność była wystarczająca). Na odcinku Lubartów – Lublin podano na rysunku zagregowany SDR – 10 800 poj./dobę a w czterech punktach pomiarowych stwierdzono: 14 039, 13 531, 14 390 i 16 176 poj./dobę (zagregowana prognoza była zaniżona). [11]



Rys. 3. Prognoza ruchu na zamiejsczej sieci dróg krajowych w roku 2005 opracowana metodą badania trendów wzrostu ruchu [4].

Fig. 3. Traffic forecast on the national roads network outside cities in 2005, developed by research of trends in traffic growth [4].

Można zauważyć, że na poziomie regionalnym korzystniejsza jest prezentacja wyników pomiaru na wykresach, jak podanych w przykładzie na rysunku 5 i porównanie prognoz z pomierzonym ruchem tylko w punktach pomiaru.

SDR 2010 w Kalinówce (pomiędzy Lublinem i Świdnikiem) wynosił np. 35 790 poj./dobę a prognozowano 24 200 poj./dobę [8,12]. Potwierdza się więc przypuszczenie o małej przydatności prognoz uproszczonych na odcinkach dróg wylotowych z dużych miast, zwłaszcza gdy w ich pobliżu znajdują się mniejsze ośrodki generujące ruch.

Wskaźnik wzrostu SDR w latach wyniósł 1,31 i był zgodny z prognozowanym. Okresem bazowym dla prognozy w 2010 r. były pomiary w latach 1990-2000. Na podstawie analizy prognoz do 2015 r. zauważono malejącą tendencję wskaźników wzrostu SDR:

- 1,31 pomiędzy 1995 i 2000 r.
- 1,24 pomiędzy 2000 i 2005 r.
- 1,19 pomiędzy 2005 i 2010 r.
- 1,16 pomiędzy 2010 i 2015 r.

W kolejnej prognozie do 2020 roku skorygowano wskaźniki wzrostu SDR wyodrębniając drogi międzynarodowe od pozostałych dróg krajowych [4]. Wskaźniki do 2020 r. nie różnią się znacząco dla wymienionych dróg i wynoszą od 1,2 do 1,9 w okresach 5-letnich.

Dla dróg międzynarodowych prognozowano SDR jako średni w Kraju na 16 940 poj./dobę w 2010 r. i 24 040 poj./dobę w 2020 r. i mogą stanowić odniesienie dla dróg na Lubelszczyźnie. Założenie do prognozy struktury ruchu określone zostały w odniesieniu do 2000 r. z wyjątkiem samochodów osobowych jak w Tabeli 2. [4]

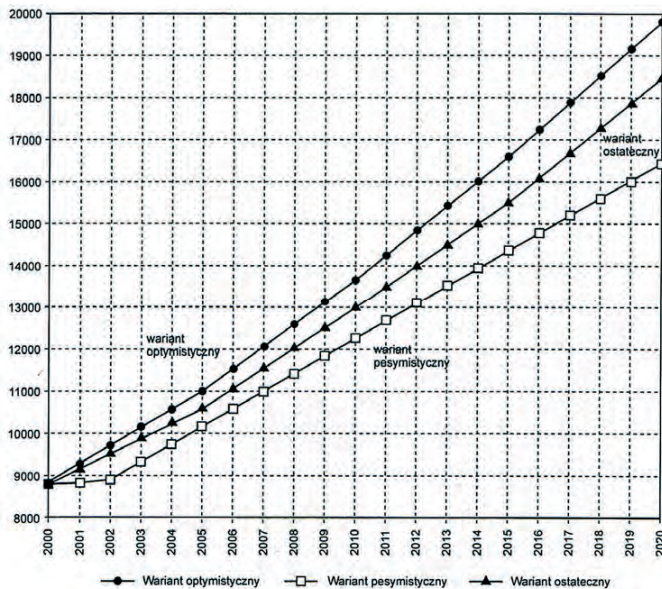
Tabela 2. Prognozowany wzrost ruchu pojazdów [4].

Table 2. Forecast of the traffic growth. [4].

Lata	2000	2005	2010	2015	2020
Motocykle	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Samochody dostawcze	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80
Samochody ciężarowe bez przyczep	1,00	1,14	1,28	1,41	1,55
Samochody ciężarowe z przyczepami	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
Autobusy	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Ciągniki rolnicze	1,00	0,66	0,44	0,29	0,15

Motocykle i autobusy pozostawać będą na stałym poziomie pomiędzy 2000 i 2020 rokiem. Najszybciej wzrastać będzie udział w ruchu samochodów ciężarowych z przyczepami, które mają największy wpływ na nawierzchnię drogową.

W prognozie ruchu do 2020 r. wprowadzono wskaźniki korekcyjne w związku z otwarciem granic z krajami UE i przewidywanym wzrostem PKB. Prognozę optymistyczną podano na rysunku 4 [4] a jako ostateczną w latach 2005, 2010 i 2015 przyjęto średnią arytmetyczną z wariantu optymistycznego i pesymistycznego.

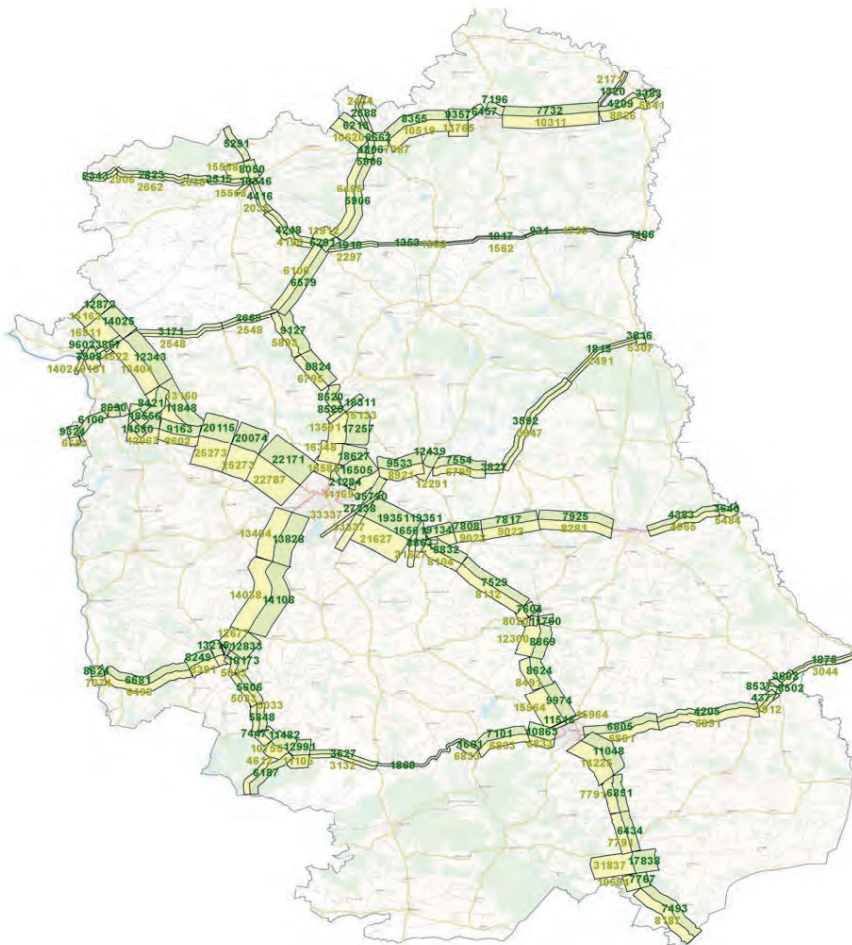


Rys. 4. Prognoza ruchu w latach 2000-2020 na zamiejsczej sieci dróg krajowych dla punktów normalnych [4].

Fig. 4. Traffic forecast in 2000-2020 on the national roads network outside cities for normal points [4].

Dla wszystkich dróg krajowych w Polsce podano prognozy ruchu na czterech odrębnych rysunkach [4], z których można wyodrębnić analizowaną sieć np. w województwie lubelskim. Określono także zakres stosowania prognozy SDR. Przyjęto, że gdy SDR na drodze jednojezdniowej przekracza 10-15 tysięcy poj./dobę to jest on prognozowanym ruchem na kierunku drogi.

W czasie generalnych pomiarów ruchu po 1965 r. występował nierównomierny rozwój motoryzacji i rozwój gospodarczy a także budowano nowe połączenia w sieci drogowej. Intensywny wzrost ruchu wystąpił zwłaszcza w ostatnim dziesięcioleciu. Są więc powody ograniczonej możliwości wykorzystania wyników z GPR. Na drogach prowadzących do przejść z Ukrainą wystąpiły np. przypadki zmniejszenia ruchu samochodów osobowych pomiędzy 2005 i 2010 rokiem i duże różnice wzrostu na poszczególnych odcinkach dróg międzyregionalnych Lubelszczyzny.



Rys. 5. Porównanie wielkości ruchu pojazdów ogółem wg danych z Generalnego Pomiaru Ruchu z 2010 r. (kolor zielony) oraz danych z prognozy opracowanej przez Transprojekt Warszawa na podstawie GPR z 1995 roku dla roku 2010 [6].

Fig. 5. Comparison of total traffic according to data from the General Traffic Measurement from 2010 (green) and the forecast data developed by Warsaw Transprojekt based on GTM in 1995 for the year 2010 [6].

W roku 2006 GDDKiA opracowała zagregowane do poziomu krajowego wskaźniki wzrostu odnoszące się do roku 2005, w którym wykonany został generalny pomiar ruchu (tabela 3). Możemy zaobserwować duże zmiany w stosunku do wcześniej przyjętych wartości i obecnie interesujący nas wskaźnik przypadający np. na rok 2015 w przypadku samochodów ciężarowych z przyczepami jest większy i wynosi 1,81 (wcześniejszy 1,75), natomiast dla samochodów ciężarowych bez przyczep mniejszy 1,202 (wcześniejszy 1,41). Można zatem stwierdzić, że podczas ustalania przewidywanego ruchu tą metodą należy zgodnie z założeniami przyjmować krótkie okresy prognozy (maksymalnie do 10 lat).

Tabela 3. Prognozowany wzrost ruchu pojazdów w stosunku do poziomu z 2005 r. według GDDKiA.

Table 3. Forecast increase in traffic in comparison to 2005 according to GDDKiA.

Lata	2010	2015	2020	2025	2030
Samochody osobowe	1,250	1,515	1,816	2,112	2,424
Samochody dostawcze	1,098	1,189	1,283	1,378	1,471
Samochody ciężarowe bez przyczep	1,104	1,202	1,203	1,405	1,506
Samochody ciężarowe z przyczepami	1,393	1,811	2,320	2,873	3,427
Autobusy	1,029	1,054	1,079	1,103	1,125
PKB	1,32	1,68	2,10	2,60	3,16

4. Ocena warunków ruchu na istniejących drogach krajowych

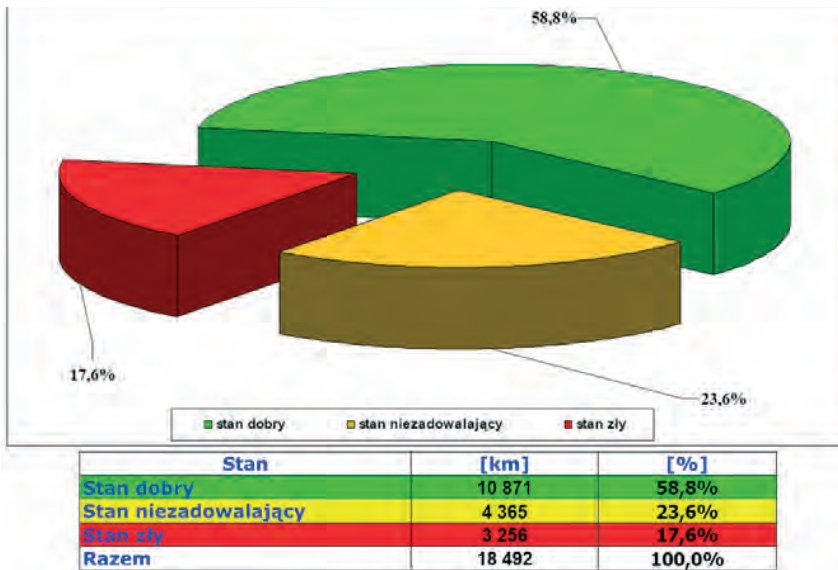
Prognoza ruchu jak również jego obecny stan są ważnym powodem planowania i projektowania przebudowy. Ważnymi czynnikami są także stan nawierzchni i bezpieczeństwo ruchu, które są przedmiotem odrębnych analiz prowadzonych przez GDDKiA.

4.1. Ocena nawierzchni dróg krajowych w 2011 roku

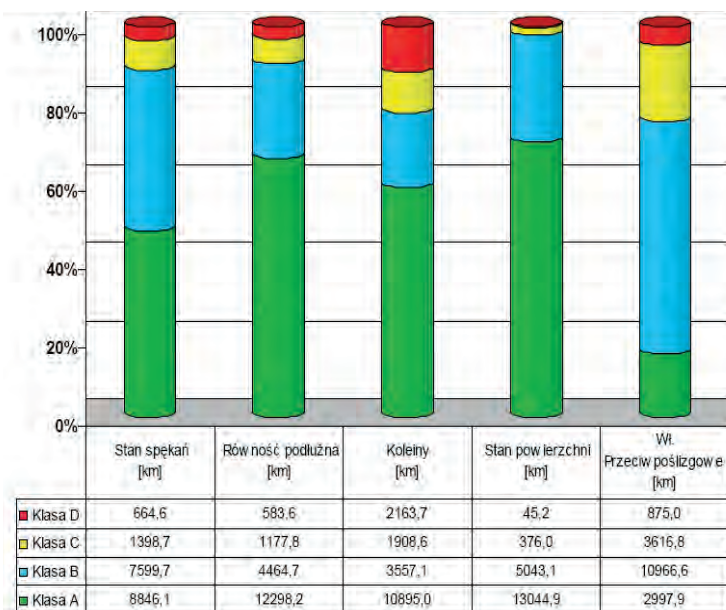
Na rysunku 6 zestawiono wyniki oceny stanu nawierzchni wszystkich dróg krajowych w km i % natomiast rysunek 7 przedstawia szczegółową charakterystykę spękań, równości podłużnej, kolein, stanu powierzchni i szorstkości (A – stan dobry, do D – stan zły) wg [7]. Zauważalna jest duża poprawa stanu nawierzchni w porównaniu do 1995 r., gdy rozpoczęto przebudowy i wzmocnienia a zwłaszcza likwidację i naprawę kolein.

Z raportu [7] wynika, że wskaźnik natychmiastowych potrzeb remontowych (d) w zależności od województwa zmienia się od $d=0,08$ do $d=0,25$ i w porównaniu do roku 2004 wartość maksymalna zmalała blisko dwukrotnie ($d=0,48$). Wartość średnia dla Kraju utrzymuje tendencje spadkową z $d=0,25$ w roku 2004 do $d=0,17$ w 2011.

O planowanych nakładach na przebudowę dróg nie zawsze decydują tylko opisy, tablice i wykresy. Obraz może być niekiedy czynnikiem decydującym, gdy decyzje zależą np. od polityków. Na początku lat 90-tych XX w. prezentowano w Polsce obrazy video z dróg i ulic francuskich. Zapoczątkowane przykłady filmowania dróg i ulic w Polsce zasługują na rozszerzenie, gdyż będą użyteczne także dla zajmujących się utrzymaniem dróg w przyszłości.



Rys. 6. Ogólny stan nawierzchni dróg [7].
 Fig. 6. General condition of the road surface [7].

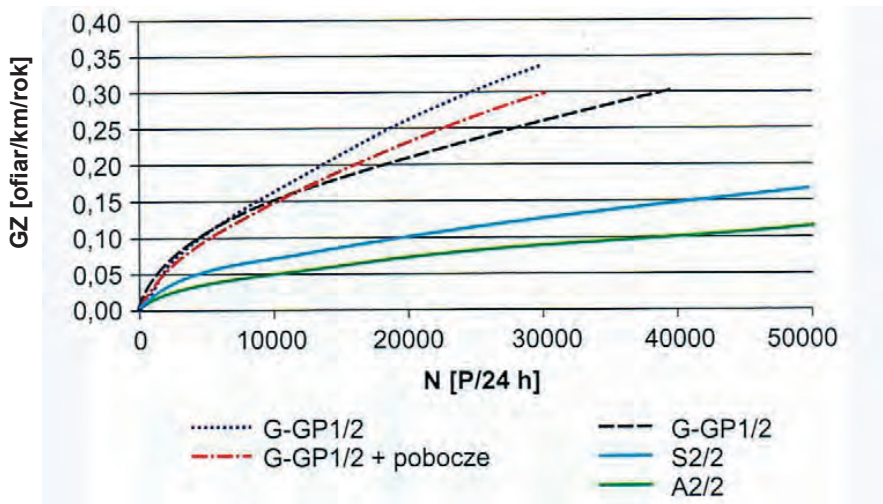


Rys. 7. Ocena stanu parametrów techniczno-eksploatacyjnych nawierzchni sieci dróg krajowych [7].
 Fig. 7. Assessment of the technical and operational parameters of the national road network surfaces [7].

4.2. Stan bezpieczeństwa na drogach

Polska wyróżnia się niekorzystnie w UE ilością wypadków śmiertelnych na drogach. W 2010 r. zginęło 3907 osób, a w 2011 nastąpiło zahamowanie tenden-

cji spadkowej i wzrost do 4150 osób. Przykładowy wpływ natężenia ruchu i typu drogi na gęstość wypadków przedstawiono na rysunku 8 [1]. Województwo lubelskie wyróżniało się niekorzystnie w Polsce i tylko częściowo można to tłumaczyć brakiem dróg ekspresowych, strukturą ruchu i innymi obiektywnymi czynnikami. Gambit lubelski, w którego realizacji wiele zadań należało do dróg krajowych, będzie zapewne kontynuowany. Przewidywane wyposażenie homologowanych pojazdów po 2015 r. do korzystania z eCall – europejskiego systemu powiadamiania ratunkowego, zwiększenie ilości videoradarów przy drogach i wykorzystanie inteligentnych systemów transportowych, w tym np. dla zwiększenia bezpieczeństwa dzieci dowożonych do szkół to tylko niektóre, wybrane przykłady przewidywanych działań.



(poziom zabudowy PZ 0%, średni udział pojazdów ciężarowych UC)

Rys. 8. Wpływ natężenia ruchu i typu drogi na gęstość wypadków na drogach krajowych [1]

Fig. 8. The influence of the traffic density of the road type on accidents on the national roads [1]

Szybkiemu wzrostowi udziału samochodów ciężarowych w ruchu drogowym towarzyszy wzrost gęstości wypadków w zależności od klasy drogi. Z rysunku 8 wynika, że na drogach klasy G-GP1/2 (jednojezdniowych dwupasowych dla każdego kierunku) występuje największy przyrost GZ ofiar/km/rok, natomiast najmniejszy dla autostrad A2/2 (dwujezdniowych dwupasowych).

4.3. Prognozowanie ruchu i możliwości jego oceny metoda modelową

Budowa autostrad i dróg ekspresowych może być powodem przejścia przez nie części ruchu z przyległej sieci dróg, a nowym problemem jest rezygnacja kierowców z płatnych odcinków dróg w związku ze wzrostem kosztów paliwa. Prognozowanie ruchu dotychczasowymi metodami wymagałoby wprowadzenia korekt lub opracowania całkowicie nowego postępowania. W obecnej chwili, z uwagi na powszechną dostępność komputerów o dużych mocach obliczeniowych rozwiązaniem może być **metoda modelowa** z wykorzystaniem programu komputerowego EMMA lub innych. Metoda ta daje największe możliwości prognozowania ruchu pojazdów. Modelowanie komputerowe jest obecnie powszechnie stosowane w wielu dziedzi-

nach życia, w których jest istotne prognozowanie przyszłego stanu opisywanego układu np. prognozowanie pogody (www.icm.edu.pl), jak również przy odtwarzaniu zdarzeń przeszłych np. wypadków drogowych (oprogramowanie PC Crash).

W 2009 roku na zlecenie Generalnej Dyrekcji Dróg Krajowych i Autostrad Wydział Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej opracował komputerowy model ruchu bazujący na oprogramowaniu Visum firmy PTV i danych z Generalnego Pomiaru Ruchu z 2005 r. W ramach modelu na podstawie inwentaryzacji istniejącej sieci dróg krajowych i wojewódzkich, badań ruchu oraz określonych zachowań komunikacyjnych użytkowników dróg został stworzony numeryczny model dla sieci drogowej. Model ten był kształtowany w oparciu o posiadane dane dotyczące spodziewanych obciążeń ruchem pojazdów, które wynikały z charakterystyk rejonów komunikacyjnych wewnętrznych (powiaty) i zewnętrznych (przejścia graniczne) oraz uzupełniany o kolejne składniki tj. modele podróży krajowych i międzynarodowych, generację ruchu osobowego i ciężarowego oraz rozkłady przestrzenne ruchu.

Przygotowanie cyfrowego modelu sieci drogowej oraz ruchu pojazdów, który na niej się odbywa pozwala na wyeliminowanie wielu wad dotychczasowych metod prognozowania. Przede wszystkim możliwe jest ominięcie podstawowego ograniczenia tj. wymagania niezmienności warunków zewnętrznych generujących ruch. Metoda modelowa pozwala również na łatwe prognozowanie ruchu w przypadku zmian sieci drogowej, co do tej pory nie było możliwe bez wykonania nowego opracowania. Rozkład ruchu na dotychczasowe i nowe połączenie drogowe odbywa się poprzez określenie parametrów technicznych tych połączeń oraz ich atrakcyjności z punktu widzenia zachowań komunikacyjnych kierowców – obciążenia ruchem w punktach początku i końca nowego połączenia są już znane z dotychczasowego modelu. Pozostaje dość szybkie przeliczenie nowych wyników wielkości ruchu na poszczególnych odcinkach.

Metoda ta nie jest jednak pozbawiona wad. Podstawową wadą wydaje się być trudność dokładnej kalibracji modelu ruchu. Brak jest wystarczającej wiedzy o istniejącym ruchu pojazdów, zachowaniach komunikacyjnych osób kierujących pojazdami, źródłach i celach ruchu oraz o perspektywach rozwoju (zmian) sieci drogowej. Problemem jest również trudność w określeniu zmian warunków zewnętrznych (politycznych i gospodarczych), które w szczególności zaznaczają się w rejonach przygranicznych strefy Shengen, gdzie zlokalizowana jest np. omawiana sieć dróg woj. Lubelskiego [6].

Literatura

- [1] Budzyński M., Kustra W., *Analiza zagrożeń na jednorodnych odcinkach dróg*, Drogownictwo 4/2012.
- [2] *Wytyczne obliczania prognozy ruchu samochodowego na drogach zamiejskich metodą wskaźników wzrostu ruchu*, Praca zbiorowa, CBPBDiM Warszawa 1983.
- [3] Chałabis J., *Diagnoza stanu sieci drogowej polskiej części „Euroregionu Bug” na tle ruchu drogowego*, Tom 5, Lublin 1997 r. Kuryłowicz W., Więch P., *Prognoza ruchu na zamiejskiej sieci dróg krajowych na lata 2000 – 2020*, Drogownictwo 5/2002.
- [4] Kuryłowicz W., Więch P., *Prognoza ruchu dla zamiejskich sieci dróg krajowych na lata 2000-2020*, Drogownictwo 5/2002

- [5] Rawski W., Pochylski R., *Problemy utrzymania i rozbudowy dróg w Euroregionie Bug*. Międzynarodowa konferencja naukowo-techniczna „Drogowe przejścia graniczne w Euroregionie Bug”, Lublin 1997.
- [6] *Sieć dróg administrowanych przez GDDKiA Oddział w Lublinie wg stanu na 31.12.2010 r.*, Raport, Lublin 2011, Opracowanie mgr inż. P. Ziemińskiego.
- [7] *Raport o stanie technicznym sieci dróg krajowych na koniec 2011 roku*, Opracowanie Wydziału Systemów Diagnostyki Sieci Drogowej – Departament Studiów. Warszawa 2012.
- [8] Kruszyna M., *Propozycje metody prognozy wzrostu ruchu na sieci autostrad i dróg ekspresowych w Polsce*, Drogownictwo 1/2005.
- [9] Opoczyński K., *Obecny i prognozowany do 2020 roku ruch drogowy na sieci dróg w Euroregionie Bug*, Materiały konferencyjne „Drogowe przejścia graniczne w Euroregionie Bug”, Lublin 1997.
- [10] <http://www.gddkia.gov.pl/pl/992/zalozenia-do-prognoz-ruchu>
- [11] http://www.gddkia.gov.pl/pl/991/gpr-2005/0.1.2.2_SDR_wpkt_pomiarowych_w_2005_roku.pdf
- [12] http://www.gddkia.gov.pl/pl/987/gpr-2010/0.1.1.4_SDR_wpkt_pomiarowych_w_2010_roku.pdf

Traffic forecasting on national roads

Jerzy Kukielka

*Chair of Roads and Bridges, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: jerzy.kukielka@pollub.pl*

Abstract: The purpose of this paper is the analysis of traffic load on road pavement and its forecasting, in aspect of designing the reconstruction of roads and pavement strengthening. At present modeling method is a method that offers highest level of traffic load forecasting. Preparation of the digital model of road network and traffic load, which take place on it, allows to eliminate many drawbacks of existing methods of forecasting. For accurate predictions of heavy vehicles by model it is necessary to build the best possible knowledge base of traffic load which is present on the existing road network in particularly based on the largest number of measure spots to both classification and pre-selection of weight classes such as WIM-P.

Keywords: traffic forecasting, road network, design the reconstruction, road surface conditions, traffic safety.

Współczesne metody przebudowy mostów drogowych – przykłady zastosowanych rozwiązań

Krzysztof Śledziwski

*Katedra Dróg i Mostów, Wydział Budownictwa i Architektury,
Politechnika Lubelska, e-mail: k.sledziwski@pollub.pl*

Streszczenie: Artykuł przedstawia przykłady współczesnych metod przebudowy istniejących obiektów mostowych. Opisano przebudowę mostu na przepust stalowy oraz wymianę mostu płytowego, jednoprzęsłowego na most zintegrowany.

Słowa kluczowe: przebudowa, most, przepust.

1. Wprowadzenie

Strategia utrzymaniowa stosowana obecnie w kraju jest jednym z wielu czynników wpływających negatywnie na rezerwy bezpieczeństwa istniejących obiektów inżynierskich [7,9]. Ograniczone do minimum prace utrzymaniowe, zmiana warunków obciążeń mostów oraz wzrost intensywności ruchu, jaki nastąpił w ostatnim czasie, spowodowało konieczność podniesienia nośności znacznej liczby obiektów mostowych. Osiągnąć to można poprzez przebudowę, ewentualnie wzmocnienie danego obiektu [3,6,8]. Niestety w skrajnych przypadkach może wystąpić potrzeba usunięcia starego mostu i budowa w jego miejsce nowego.

Jak bardzo złożonym zagadnieniem jest proces przebudowy, wzmocnienia obiektu mostowego mogą świadczyć organizowane corocznie przez Politechnikę Poznańską Seminarium poświęcone tej tematyce: „Współczesne metody budowy, wzmocniania i przebudowy mostów”.

W artykule zostały przedstawione przykłady przebudowy istniejących mostów drogowych. Autor bezpośrednio brał udział w opracowywaniu dokumentacji projektowej zarówno na przebudowę mostu w mieście Bogucin [11] (inwestycja zrealizowana) jak i mostu w mieście Stary Zamość [12].

2. Lokalizacja opisywanych obiektów

Droga krajowa nr 12 jest drogą klasy GP, która w układzie istniejącej sieci drogowej przebiega od zachodniej granicy państwa do wschodniej. Natomiast DK Nr 17 przebiega od Warszawy również do granicy państwa (kierunek Lwów). Na odcinku Kurów – Lublin – Piaski DK Nr 12 i 17 posiadają wspólny przebieg. Są to drogi o znaczeniu międzyregionalnym w układzie krajowym oraz pełnią funkcję dróg międzynarodowych E373 i E372. Prowadzą ruch do międzynarodowych drogowych przejść granicznych na granicy polsko – ukraińskiej w Dorohusku i Hrebennem. Dla województwa lubelskiego stanowią główne połączenie ze stolicą kraju, centralnymi i zachodnimi regionami Polski.

Przedmiotowe obiekty zlokalizowane są odpowiednio (rys. 1):

- most w m. Bogucin w ciągu drogi krajowej Nr 12/17,
- most w m. Stary Zamość w ciągu drogi krajowej Nr 17.



Rys. 1. Orientacyjna lokalizacja opisywanych mostów.

Fig. 1. Approximate location of the described bridge.

Na omawianych odcinkach istniejąca droga charakteryzuje się przekrojem szlakowym, jezdnią o nawierzchni bitumicznej szerokości 7,00 m oraz obustronnymi pobocznymi utwardzonymi o szerokości 2,0 m. Droga na odcinku m. Bogucin (fot. 1. [11]) przebiega przez tereny rolnicze z zabudową mieszkaniową i zagrodową, natomiast w rejonie m. Stary Zamość (fot. 2. [11]) dominują tereny z zagospodarowaniami oraz uprawami rolnymi, a także łąki (częściowo nieużytkowane).



Fot. 1. Widok w ciągu drogi krajowej Nr 12/17 w kierunku m. Lublin oraz w kierunku m. Kurów [10].

Phot. 1. View on the national road No. 12/17 in the direction of Lublin and in the direction of Kurów [10].



Fot. 2. Widok w ciągu drogi krajowej Nr 17 w kierunku m. Stary Zamość oraz w kierunku m. Zamość [10].

Phot. 2. View on the national road No. 17 in the direction of Stary Zamość and in the direction of Zamość [10].

3. Opis zaprojektowanych rozwiązań

3.1. Most przez rów melioracyjny w m. Bogucin w km 591+614 drogi krajowej nr 12/17 odcinek Kurów – Lublin

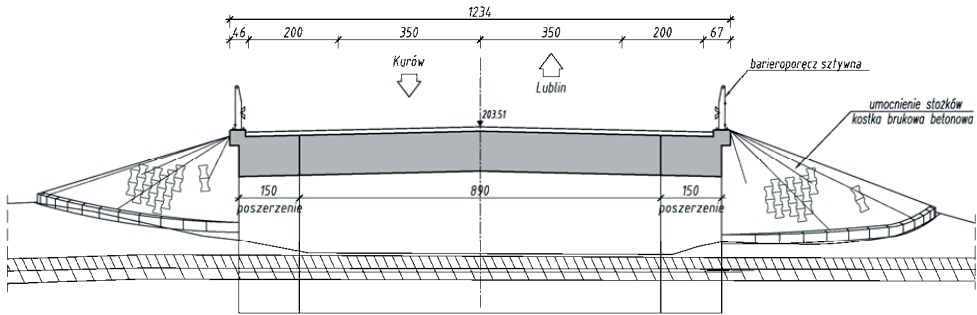
Istniejący most położony jest w obrębie Płaskowyzu Nałęczowskiego, w lokalnym obniżeniu, na którego dnie, zlokalizowany jest zbiornik wodny. Stan techniczny mostu został określony jako bardzo zły. Na fot. 3 [11] widoczne są uszkodzenia w formie ubytków betonu, korozji zbrojenia, a także licznych nieregularnych rys na skrzydełkach.



Fot. 3. Widok mostu wraz z uszkodzeniami: od strony napływu i od strony odpływu [10].

Phot. 3. View of the bridge with damage: from the inflow and from the outflow [10].

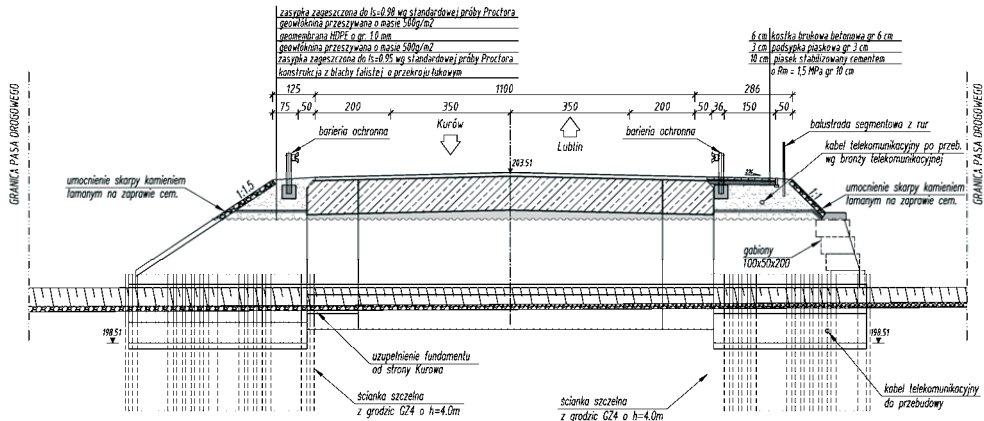
Most jest konstrukcją jednoprzęsłową, wolnopodpartą. Przekrój poprzeczny jest typowy dla małych mostów betonowych – pełna płyta żelbetowa o szerokości 11,90 m. W wyniku wcześniejszej przebudowy obiekt został poszerzony obustronnie o 1,50 m, co pokazano na rys. 2. [11].



Rys. 2. Przekrój poprzeczny istniejącego mostu w m. Bogucin [11].

Fig. 2. The cross-section of the existing bridge in Bogucin [11].

W celu dostosowania mostu do panujących obecnie warunków zaprojektowano jego przebudowę na przepust z dnem otwartym. W istniejące światło została wbudowana konstrukcja stalowa z blachy falistej ocynkowanej (rys. 3 [11]).



Rys. 3. Przekrój poprzeczny po przebudowie [11].

Fig. 3. The cross-section after reconstruction [11].

Zgodnie z obowiązującymi przepisami [14] elementy geometryczne i konstrukcyjne drogi nad przebudowywanym obiektem pozostały bez zmian. Jedynie w celu zachowania ciągłości zaprojektowanego chodnika wzdłuż drogi krajowej nr 12/17 odcinek Kurów – Lublin od km 590+965 do 593+123 przewidziano na długości obiektu przeprowadzenie ruchu pieszego i zaprojektowano chodnik, który oddzielono od jezdni barierą ochronną oraz balustradą od strony skarpy.

Po przebudowie obiektu parametry techniczno – użytkowe są następujące:

- obciążenie klasy A wg PN-85/S-10030 (masa pojedynczego pojazdu 50 ton)
- długość obiektu mostowego (powłoki) w kluczu 18,47 m
- długość całkowita obiektu (powłoki) w spodzie 21,18 m
- długość całkowita fundamentów obiektu 21,58 m
- światło poziome obiektu po zabudowie 4,20 m
- światło pionowe po zabudowie 2,40 m
- wysokość konstrukcyjna elementów z powłoki 1,99 m

Fundamenty i posadowienie konstrukcji

Konstrukcja powłoki stalowej z blachy falistej została oparta na ławach fundamentowych oraz na projektowanym fundamencie żelbetowym (beton klasy C25/30) poza obrysem mostu. Ławy fundamentowe wykonano w ściankach szczelnych, które po zabetonowaniu ścięto na wysokości górnej powierzchni ławy. Wymiary fundamentów dostosowano do fundamentów istniejących.

Montaż i zasypanie konstrukcji

Na konstrukcję przepustu składają się elementy powłoki stalowej o przekroju łukowo – kołowym (fot. 4 [10]). Wykonane są z blachy falistej (gr. 4 mm), łączonej przy użyciu złączy śrubowych – śruby M20, klasy 8.8.

Sama blacha została zabezpieczona antykorozyjnie poprzez ocynkowanie 85 μm oraz powłoką epoksydową grubości min 200 μm .

Wolną przestrzeń między wbudowaną konstrukcją przepustu a istniejącym mostem wypełniono pianobetonem tłoczonym przez otwory wykonane w szalunkach (części czołowe między podporami istniejącego mostu i konstrukcją przepustu zostały zadeskowane).



Fot. 4. Montaż konstrukcji stalowej z blachy falistej wraz z ustawieniem gabionów [10].
Phot. 4. Assembly of corrugated steel with setting gabions [10].

Zasyпка przepustu

Na długości odcinków przepustu, wystających poza istniejący most, wykonano zasypkę z materiału ziarnistego, w celu zapewnienia dobrych właściwości konstrukcyjnych. Wokół przepustu układano ją warstwami i zagęszczano równomiernie po obu stronach.

W bezpośrednim otoczeniu przepustu (około 20 cm) zasypkę wykonano z materiału o grubszym uziarnieniu i dobrych właściwościach filtracyjnych. Zagęszczenie w obszarze konstrukcji z blachy (na szerokości ok. 1,0 m) prowadzono ręcznie, przy użyciu wibratorów płytowych (fot. 5 [10]). Podczas zagęszczania kontrolowano wymiary wewnętrzne konstrukcji, nie dopuszczając do przemieszczeń od pierwotnego kształtu większych niż podane przez producenta.



Fot. 5. Zagęszczanie zasyпки [10].
Phot. 5. Compaction of backfill [10].

Po całkowitym zasypaniu przepustu, od strony napływu wykonano wieńiec żelbetowy z betonu klasy C 25/30 (fot. 6 [10]). Powierzchnię betonową wieńca pokryto powłoką ochronną z podwyższoną zdolnością pokrywania zarysowań na bazie polimeru akrylowego oraz od strony naziomu powłoką izolacyjną na gorąco.



Fot. 6. Zbrojenie i deskowanie wieńca [10].
Phot. 6. Reinforcement and formwork element ending [10].

Wlot i wylot

Skarpy od strony wlotu umocniono gabionami ułożonymi schodkowo (fot. 4 [10]), a także powyżej kamieniem łamanym. Z kolei skarpy od strony wylotu, o nachyleniu 1:1.5, umocniono kamieniem łamanym z wypełnieniem spoin zaprawą cementowo-piaskową. Pozostałe skarpy nasypu wyprofilowano, ułożono warstwę humusu i obsiano trawą.

Elementy bezpieczeństwa ruchu

Po obydwu stronach obiektu zaprojektowano ustawienie bariery ochronnej, o rozstawie słupków 2,00 m na długości przebudowy obiektu. Prowadnice barier usytuowano w odległości 0,20 m od krawędzi jezdni na wysokości 0,75 m mierzonej od poziomu nawierzchni jezdni.

Nad obiektem po stronie chodnika zaprojektowano balustradę rurową segmentową (z rur ocynkowanych i pomalowanych na kolor żółty) o wysokości 1,10 m.

Roboty melioracyjne

W ramach przebudowy mostu, zgodnie z pozwoleniem wodno-prawnym wykonano również:

- odmulenie istniejącego rowu o szerokości dna 0,60 m na długości 23 m powyżej mostu,
- wyprofilowanie i umocnienie istniejącego koryta rowu melioracyjnego w granicach istniejącego pasa drogowego.

3.2. Most przez ciek bez nazwy w km 162+951 drogi krajowej nr 17 w m. Stary Zamość

Droga krajowa nr 17 przecina w km 162+591 rów melioracyjny jednoprzęsłowym mostem żelbetowym (fot. 7 [12]). Ciek bez nazwy jest prawostronnym dopływem rzeki Łabuńka i wpada do niej w m. Ruskie Piaski. Swój początek bierze w okolicy miejscowości Wierzba.

Pod istniejącym obiektem rów ma przebieg w linii prostej. Przepływ wody odbywa się całą szerokością przestrzeni – gdzie tworzy się rozlewisko. Obszar zlewni to głównie łąki i tereny upraw rolniczych. Duże obszary łąk w dolinie są wykorzystywane w niewielkim stopniu ze względu na znaczną degradację systemu melioracyjnego.



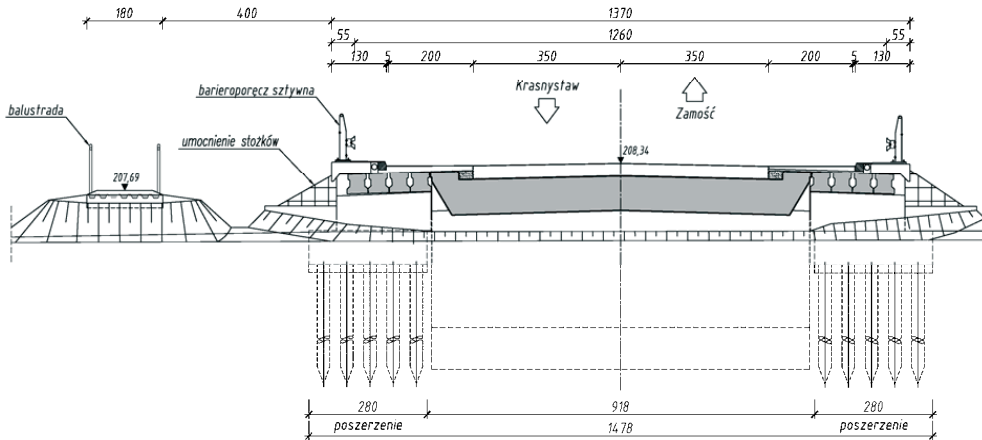
Fot. 7. Widok mostu: od strony napływu i od strony odpływu [12].

Phot. 7. View of the bridge: from the inflow and from the outflow [12].

Most istniejący jest obiektem stałym – o konstrukcji żelbetowej płytowej (rys. 4 [12]). Ustrój niosący był poszerzony obustronnie po 1,50 m – belkami typu „GROMNIK”, opartymi na masywnych, betonowych przyczółkach ze skrzydełkami wiszącymi. Po stronie lewej drogi, w obrębie pasa drogowego, zlokalizowana jest kładka dla pieszych o szerokości 1,80 m i długości 7,50 m (rys. 4 [12]).

Konstrukcja kładki wykonana jest ze stalowych grodzic, stężonych poprzecznie ceownikami stalowymi. Balustrada ochronna na kładce składa się z rur stalowych (słupki i poręcz) oraz z pasów profilowych barier ochronnych stalowych typu SP (przeciagi balustrady). Nawierzchnię tworzą płytki betonowe chodnikowe 35 x 35 cm (4 rzędy).

Zarówno most jak i kładka zostały przewidziane do rozbiórki.



Rys. 4. Przekrój poprzeczny istniejącego mostu wraz z kładką w m. Stary Zamość [12].

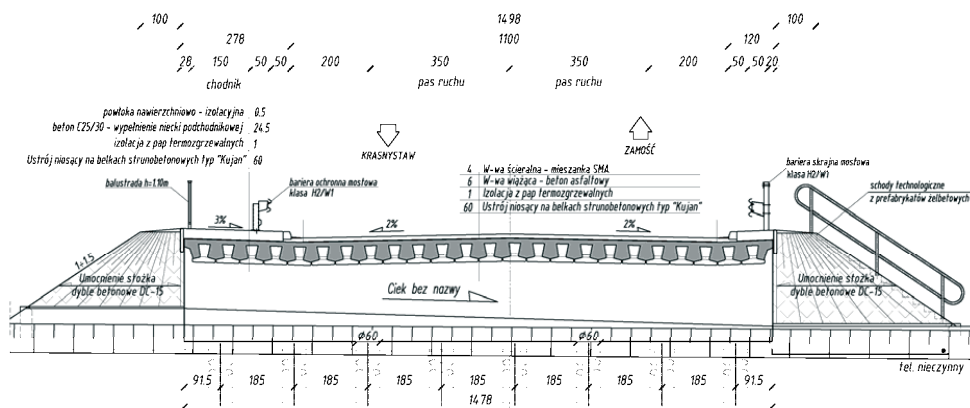
Fig. 4. The cross-section of the existing bridge and footbridge in Stary Zamość [12].

W 2009 roku na podstawie przeprowadzonego przeglądu rozszerzonego podjęto decyzję o przebudowie istniejącego mostu i dostosowaniu go do obciążeń dla klasy A wg PN-85/S-10030 oraz wymagań dla obiektów w ciągach dróg krajowych klasy GP.

W ramach projektu budowlanego i wykonawczego dokonano analizy, której celem było ustalenie parametrów hydrologiczno – hydraulicznych na przebudowę mostu. Wyznaczono m. in.:

- maksymalny spływ wód opadowych,
- poziom przepływu miarodajnego,
- światło projektowanych obiektów,
- a także wysokość spiętrzenia wysokiej wody.

Na podstawie analizy (hydrologiczno – hydraulicznej) oraz przeprowadzonego wywiadu środowiskowego (w oparciu o który ustalono, iż w okresach ulewnych deszczy zdarza się, że woda płynąca pod obiektem przelewa się przez korpus drogowy) podjęto decyzję o wzniesieniu niwelety (w obrębie mostu) o 1,18 m nad poziom istniejącej. W następstwie tego zabiegu, jako rozwiązanie ostateczne, zaprojektowano most żelbetowy stały – zintegrowany (rys. 5 [12]).



Rys. 5. Przekrój poprzeczny po przebudowie [12].

Fig. 5. The cross-section after reconstructed [12].

Po przebudowie obiekt inżynierski będzie charakteryzował się następującymi parametrami techniczno – użytkowymi:

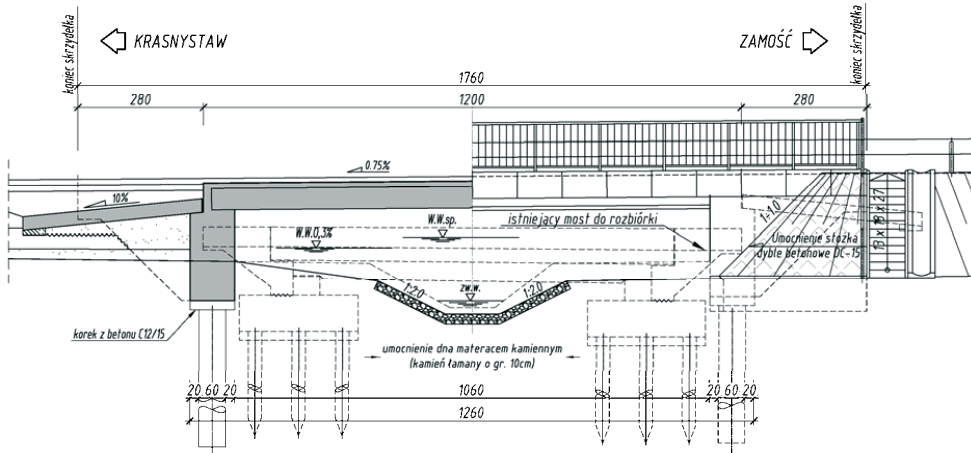
- obciążenie klasy A wg PN-85/S-10030 (masa pojedynczego pojazdu 50 ton)
- długość mostu 12,00 m
- długość mostu z płytami przejściowymi 20,06 m
- jezdnia - dwa pasy ruchu po 3,50 m
- obustronne pobocza utwardzone po 2,00 m
- szerokość jezdni w krawężnikach 11,00 m
- szerokość użytkowa obiektu (w świetle barier) 12,00 m
- po stronie lewej chodnik dla pieszych 1,50 m
- szerokość konstrukcyjna obiektu 14,98 m
- światło poziome 10,60 m
- światło pionowe mostu (do spodu proj. obiektu) 1,03–1,47 m (półki ziemne)
2,22 m (od dna cieku).

Ustrój nośny

Ustrój nośny składa się z 24 belek, strunobetonowych przystosowanych dla obciążenia ruchomego klasy „A” [13] - typu „KUJAN (odwrócone „T”) o długości całkowitej $L = 11,64$ m. Przerwy pomiędzy stopkami zostaną zabezpieczone przed wyciekaniem świeżego betonu (beton C30/37) za pomocą wkładek gąbczastych ewentualnie gumowych węży bądź też listew z tworzywa sztucznego.

Na długości ustroju niosącego zaprojektowano z jednej strony kapę chodnikową, natomiast z drugiej gzymsową. Obydwa elementy będą zakotwione w płycie.

Górę ustroju ukształtowano z dwustronnym spadkiem poprzecznym 2% w części jezdni oraz odpowiednio 3% w części przy kapie chodnikowej i 4% przy kapie gzymsowej. Z kolei spadek podłużny dostosowano do niwelety drogi – pochylenie 0,75% (rys. 6 [12]).



Rys. 6. Przekrój podłużny z widokiem z boku mostu stałego [12].

Fig. 6. Longitudinal section and a side view of a permanent bridge [12].

Przyczółki

Przyczółki zaprojektowano w postaci żelbetowych korpusów (beton C30/37, stal zbrojeniowa A-I i A-IIIIN) z podwieszonymi skrzydełkami. Całość została posadowiona na ośmiu 19,00 metrowych palach wierconych (beton C25/30, stal zbrojeniowa A-IIIIN) w rurze osłonowej bez jej pozostawiania.

Skrzydełka (beton C25/30, stal zbrojeniowa A-I i A-IIIIN) o długości 2,80 m i grubości 35 cm, zwieńczone będą gzymsem z zamocowanymi deskami prefabrykowanymi.

W celu zapewnienia ciągłości na przejściu drogi z nasypu na obiekt zaprojektowano za przyczółkiem dwusegmentową płytę przejściową (beton C25/30, stal zbrojeniowa A-I i A-IIIIN). Każdy z segmentów ma kształt prostokąta o szer. 6,95 m i dług. 4,00 m oraz pochyleniu podłużnym 10% w kierunku nasypu. Jednym końcem płyta oparta będzie na wsporniku korpusu przyczółka, natomiast drugim na ławie fundamentowej z betonu C12/15 wykonanej na istniejącej nawierzchni. Powstała szczelina pomiędzy ścianką żwirową, a czołem płyty przejściowej o szer. 3 cm zostanie wypełniona styropianem obustronnie obłożonym papą, pełniącym rolę deskowania traconego. Dodatkowo na górnej powierzchni płyty przejściowej ułożona będzie izolacja z papy termozgrzewalnej, na której będzie znajdowała się warstwa ochronna z betonu C12/15.

Odwodnienie mostu

Przewidziano odwodnienie powierzchniowe nawierzchni realizowane daszkowym spadkiem poprzecznym o wartości 2% i spadkiem poprzecznym 3% z chodnika. Woda z mostu odprowadzona będzie ściekiem przykrawężnikowym wykonanym z asfaltu lanego poza obiekt do ścieków skarpowych. Górna powierzchnia płyty pomostu będzie zabezpieczona izolacją z papy zgrzewalnej.

Nawierzchnia

Łączna grubość nawierzchni ograniczonej obustronnie krawężnikami kamiennymi 20 x 20 cm to 100 mm. Przyjęto standardowo 40 mm na warstwę wiążącą z betonu asfaltowego oraz 60 mm na warstwę ścieralną z mieszanki grysowo – mastyksowej (SMA).

Na chodniku natomiast przyjęto nawierzchnię o grubości 5 mm wykonaną z żywicy syntetycznych.

W zamian urządzenia dylatacyjnego zostało zaprojektowane uciągnięcie nawierzchni.

Elementy bezpieczeństwa ruchu

Na krawędzi obiektu, zaprojektowano barierę skrajną mostową, natomiast w celu oddzielenia ruchu pieszego od jezdni barierę ochronną mostową (rys. 5 [12]). Oprócz tego obiekt będzie wyposażony w balustradę aluminiową o wysokości 110 cm z rozstawem słupków 190 cm (rys. 6 [12]).

Roboty melioracyjne

Jako roboty melioracyjne wykonane będzie umocnienie dna i skarp koryta ciekłu materacem kamiennym (kamień łamany o gr. 10 cm) ułożonym na włókninie filtracyjnej (rys. 6 [12]).

4. Podsumowanie

Niewątpliwy wzrost intensywności ruchu, a tym samym liczby pojazdów ciężarowych na szlakach tranzytowych, wymusza konieczność gruntownych przeglądów istniejących obiektów inżynierskich. Te niestety często kończą się decyzją o ich przebudowie lub wymianie. Tak też było w przypadku przedstawionych obiektów.

Opisane w artykule mosty są przykładami dwóch całkowicie różnych rozwiązań tego samego zagadnienia. Jest to spowodowane nie tylko stanem wiedzy i technologii w dziedzinie mostownictwa [1,2,4,5] ale również konsekwencją bardzo krótkich terminów na wykonanie dokumentacji projektowej, wraz ze wszystkimi uzgodnieniami.

Literatura

- [1] Furtak K., Wrana B., *Mosty zintegrowane*, WKŁ, Warszawa 2005.
- [2] Janusz L., Madaj A., *Obiekty inżynierskie z blach falistych. Projektowanie i wykonawstwo*, WKŁ, Warszawa 2007.
- [3] Łagoda M., *Wzmacnianie mostów przez doklejanie elementów*, WPK, Kraków 2005.
- [4] Machelski C., *Obliczanie mostów z betonowych belek prefabrykowanych*, DWE, Warszawa 2006.
- [5] Machelski C., *Modelowanie mostowych konstrukcji gruntowo – powłokowych*. DWE, Warszawa 2008.
- [6] Madaj A., Wołowicki W., *Budowa i utrzymanie mostów*, WKŁ, Warszawa 2007.
- [7] Rosset A., Jarominiak A., *Katastrofy i awarie mostów*, WKŁ, Warszawa 1986.
- [8] Rybak M., *Przebudowa i wzmacnianie mostów*, WKŁ, Warszawa 1982.
- [9] Śledziwski K., Kowal M., *Skutki niewłaściwego utrzymania drogowych obiektów mostowych*, *Drogownictwo* 6 (2011) 199-203.
- [10] Archiwum DrogMost Lubelski Sp. z o.o.
- [11] Kompleksowa dokumentacja techniczna w stadium projektu budowlanego i wykonawczego na przebudowę mostu przez rów melioracyjny w m. Bogucin w km 591+614 drogi krajowej nr 12/17 odcinek Kurów – Lublin.
- [12] Kompleksowa dokumentacja techniczna w stadium projektu budowlanego i wykonawczego na przebudowę mostu przez rów bez nazwy w km 162+951 drogi krajowej nr 17 w m. Stary Zamość.

- [13] Projekt prefabrykowanych belek strunobetonowych dla przęseł wolnopodpartych. Gdańskie Biuro Projektów Dróg i Mostów „TRANSPROJEKT” Spółka z o.o., lipiec 1988 r. wraz aktualizacją z czerwca 1993 r.
- [14] Ustawa z dnia 7 lipca 1994r. *Prawo budowlane* (Dz.U. z 2006r., Nr 156, poz. 1118).

Present methods of reconstruction of road bridges – examples of solutions

Krzysztof Śledziewski

*Chair of Roads and Bridges, Faculty of Civil Engineering and Architecture,
Lublin University of Technology, e-mail: k.sledziewski@pollub.pl*

Abstract: The article presents examples of contemporary methods of reconstruction of existing bridges. It describes the reconstruction of the bridge over the steel culvert and conversion of the bridge plate on the integrated bridge.

Keywords: reconstruction, bridge, culvert.

Informacje dla autorów.

Objętość pracy nie powinna przekraczać 16 stron maszynopisu. Maszynopis należy przygotować w formacie A4, jednostronnie, z marginesem 2.5 cm z każdej strony. Pracę należy nadsyłać drogą elektroniczną na adresy redakcyjne (t.lipecki@pollub.pl, a.halicka@pollub.pl, h.trammer@pollub.pl).

Układ pracy powinien być następujący:

- tytuł pracy,
- pełne nazwiska i imiona autorów,
- miejsce pracy wraz z adresem e-mail,
- streszczenie – do 200 słów,
- słowa kluczowe,
- właściwy tekst pracy z pierwszym rozdziałem stanowiącym wprowadzenie.

Na końcu pracy należy zamieścić w języku angielskim:

- tytuł pracy,
- pełne nazwiska i imiona autorów,
- miejsce pracy wraz z adresem e-mail,
- abstract – do 200 słów,
- słowa kluczowe.

Wzory matematyczne należy pisać stylem matematycznym (najlepiej styl Euclid 10, zawarty w edytorze równań MS-Word), np.:

$$S_u(z, n) = \frac{4x_u(z)\sigma_u^2}{n[1 + 70.7x_u^2(z)]^{5/6}}$$

$$x_u(z) = L_{uv} \cdot \frac{n}{\bar{u}(z)}$$

W tekście należy umieszczać rysunki (tabele) czarno-białe z opisem i podpisem w języku polskim i angielskim.

Do tabeli i rysunków należy umieszczać odnośniki możliwie blisko ich występowania w tekście – Rys. 1, Tab. 1. Odnośniki do literatury należy umieszczać w tekście w następujący sposób: Matthews i Rawlings [1], Murakami [2], Patel i in. [3].

Zestawienie literatury należy umieścić na końcu pracy przed streszczeniem w języku angielskim, w kolejności cytowania w tekście, w następującej formie:

- [1] Matthews F.L., Rawlings R.D., *Composite materials: engineering and science*, London, Chapman and Hall, 1994.
- [2] Murakami S., *Comparison of various turbulence models applied to a bluff body*, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 46-47 (1993) 389-402.
- [3] Patel V.C., Tyndall J., Yoon J. Y., *Laminar flow over wavy walls*, ASME J. Fluids Eng. 113 (1991) 523-538.

Information for authors.

The text may not exceed 16 typed pages. The manuscript should be typed in the A4 format, with the margins 2.5 cm on each side. The paper should be sent electronically on e-mails of the editorial office (t.lipecki@pollub.pl, a.halicka@pollub.pl, h.trammer@pollub.pl).

The following paper layout should be used:

- title,
- authors full names,
- affiliation with e-mail,
- abstract (max. 200 words),
- keywords,
- text of the paper with the introduction as the first chapter.

Equations should be typed using mathematical style (preferably Euclid 10 style in Ms-Word equation editor), for example:

$$S_u(z, n) = \frac{4x_u(z)\sigma_u^2}{n[1 + 70.7x_u^2(z)]^{5/6}}$$

$$x_u(z) = L_{ux} \cdot \frac{n}{u(z)}$$

Figures and tables should be prepared monochromatic.

References to figures and tables should be placed close to its appearance in text – Fig. 1, Tab. 1. References to the literature should be cited by names and numbers: Matthews and Rawlings [1], Murakami [2], Patel et al. [3].

All references in the text must be listed at the end of the paper according to its appearance in the text:

- [1] Matthews F.L., Rawlings R.D., *Composite materials: engineering and science*, London, Chapman and Hall, 1994.
- [2] Murakami S., *Comparison of various turbulence models applied to a bluff body*, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 46-47 (1993) 389-402.
- [3] Patel V.C., Tyndall J., Yoon J. Y., *Laminar flow over wavy walls*, ASME J. Fluids Eng. 113 (1991) 523-538.